

СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПО ИХ СИМВОЛЬНЫМ СХЕМНЫМ ФУНКЦИЯМ

К. С. Горшков, Ю. В. Токарев, В. В. Филаретов

Разработан алгоритм восстановления электрической схемы на основе символического выражения схемного определителя. Предложен метод синтеза структур электрических цепей по заданной символической схемной функции. Обсуждаются примеры восстановления и синтеза схем пассивных и активных цепей. Приводятся результаты тестирования компьютерной программы восстановления схем.

Ключевые слова: проводимость, сопротивление, управляемый источник, символическая схемная функция, определитель схемы, схемно–алгебраическое выражение, символический анализ, структурный синтез.

The algorithm of the restoration of circuit on basis of the symbolic expression of determinant of circuit is developed. The method of synthesis of structures of electric circuits by the symbolic network function is proposed. Examples of restoration and synthesis of passive and active circuits are discussed. The results of testing of computer program of restoration of circuit are presented.

Key words: admittance, impedance, controlled source, symbolic network function, determinant of circuit, circuitry–algebraic formulae, symbolic circuit analysis, structural synthesis.

Введение. Символическая схемная функция (ССФ) является аналитической моделью, позволяющей наглядно представить функционирование цепи, оценить уровни чувствительности и влияние допусков, эффективно выполнить параметрическую оптимизацию цепи [1–4]. Установление связей между структурой схемы и ССФ лежит в основе структурного синтеза и получения новых схемотехнических решений [2, 4].

Одним из эффективных способов получения ССФ является метод схемных определителей (МСО), основанный на формулах Фойснера для выделения сопротивления z и проводимости y [3, 5, 6]

$$\Delta = z\Delta^z + \Delta_z, \quad (1) \quad \Delta = y\Delta_y + \Delta^y, \quad (2)$$

а также формуле выделения параметра χ управляемого источника [7]

$$\Delta = \chi\Delta(\chi \Rightarrow \text{НУИ}) + \Delta(\chi = 0), \quad (3)$$

где $\Delta(\chi \Rightarrow \text{НУИ})$ – определитель первой производной схемы, полученной из исходной схемы путем замещения выделяемого УИ неудаляемым управляемым источником (НУИ); $\Delta(\chi=0)$ – определитель второй производной схемы, которая образована в результате нейтрализации выделяемого УИ, то есть принятия $\chi=0$. При замещении УИ, его генератор (приемник) заменяется на генератор НУИ (ГНУИ) и приемник НУИ (ПНУИ) соответственно. При нейтрализации источник напряжения (ИН) и приемник тока (ПТ) заменяются на схеме идеальным проводником (стягиваются), а источник тока (ИТ) и приемник напряжения (ПН) удаляются.

Если конденсаторы задать емкостными проводимостями pC , а индуктивности – индуктивными сопротивлениями pL , то результатом разложения определителя схемы по формулам (1)–(3) становится выражение, не содержащее дробей, что делает его простым и удобным в рассмотрении.

В МСО любая схемная функция рассматривается как отношение N/D [8]. Знаменатель D является определителем схемы с нейтральзованными входом и выходом (источник напряжения или приемник тока стягиваются, а источник тока или приемник напряжения удаляются). Числителем N является определитель схемы, в которой независимый источник и приемник с искомым откликом замещаются НУИ.

На рис. 1 эти правила проиллюстрированы схемно-алгебраическими выражениями для коэффициента передачи по напряжению (рис. 1,а), передаточной проводимости (рис. 1,б), передаточного сопротивления (рис.

1,в), коэффициента передачи по току (рис. 1,г), входных сопротивлений (рис. 1,д) и проводимости (рис. 1,е) соответственно.

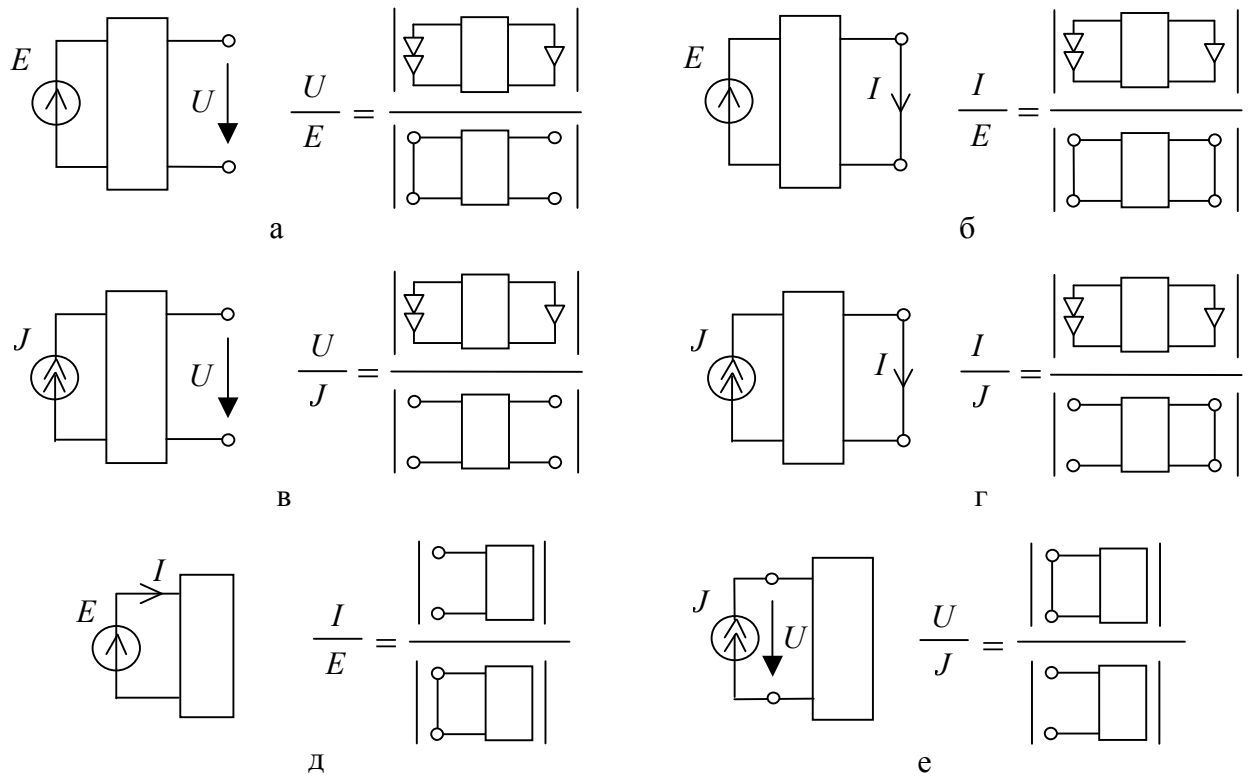


Рис. 1. Схемно-алгебраические выражения символьных схемных функций

Формулы (1)–(3) и схемно-алгебраические выражения на рис. 1 являются ключом не только к решению задачи анализа и диагностики линейной цепи [3, 7, 9], но и к решению обратной задачи – восстановления исходной схемы на основе ее определителя [10, 11]. Под символьным структурным синтезом будем понимать задачу получения произвольной схемы на основе ее ССФ, до сих пор не имеющую общего решения [10–12]. Так, в работе [12, с. 90] указано, что если ССФ представлена в виде цепной дроби, то имеется «принципиальная возможность, отслеживая колена этой дроби» заполнить структуру элементами, определить расщепленные узлы и восстановить схему. В настоящей статье предлагается метод и алгоритм структурного синтеза схем с любыми линейными элементами по их ССФ, представленной в форме рационального выражения с единственной операцией деления.

Восстановление электрических схем по выражению схемного определителя. Пусть D_n – символьное выражение определителя, на основе которого требуется восстановить схему $cir(D_n)$, состоящую из n элементов, X_1, X_2, \dots, X_n (сопротивление, проводимость или УИ).

Его можно преобразовать к следующему виду

$$D_n = X_1 \cdot \underbrace{\left(X_2 \cdot \overbrace{(\dots)}^{D_{(n-2)a}} + \overbrace{(\dots)}^{D_{(n-2)b}} \right)}_{D_{(n-1)a}} + \underbrace{\left(X_2 \cdot \overbrace{(\dots)}^{D'_{(n-2)a}} + \overbrace{(\dots)}^{D'_{(n-2)b}} \right)}_{D_{(n-1)b}} \quad (4)$$

где $D_{(n-1)a}$ – выражение, равное определителю схемы, полученной из исходной схемы $cir(D_n)$ в результате выделения элемента X_1 , и $D_{(n-1)b}$ – выражение, равное определителю схемы, полученной из исходной схемы $cir(D_n)$ в результате нейтрализации элемента X_1 , $D_{(n-2)a}$ и $D_{(n-2)b}$ – определители схем, полученных из схемы $cir(D_{(n-1)a})$ в результате выделения и нейтрализации элемента X_2 , соответственно, $D'_{(n-2)a}$ и $D'_{(n-2)b}$ – определители схем, полученных из схемы $cir(D_{(n-1)b})$ в результате, соответственно, выделения и нейтрализации элемента X_2 .

Как видно, выделение элемента X_1 по одной из формул (1–3), приводит к возникновению двух новых схем, состоящих из $n-1$ элементов. В соответствии с формулой (4) элементы выделяются рекурсивно до тех пор, пока не будет получена простейшая схема, определитель которой уже известен (например, разомкнутые сопротивление или проводимость (рис. 2,а,б), замкнутые на себя сопротивление или проводимость (рис. 2,в,г), два несоединенных узла (рис. 2,д), одиночный узел (рис. 2,е), или контур с УИ (рис. 2,ж–к).

К описанному базису простейших схем целесообразно также добавить схемы на рис. 2,л и рис. 2,м, состоящие из двух контуров с ИНУН или ИТУТ соответственно, так как нейтрализация одного из УИ приводит к получению схемы-узла. Аналогичным свойством обладают обобщения этих схем, которые состоят из m контуров с УИ ($m > 2$) и имеют определители $\Delta = K_1 \cdot K_2 \cdot \dots \cdot K_m + 1$ и $\Delta = B_1 \cdot B_2 \cdot \dots \cdot B_m + 1$ соответственно.

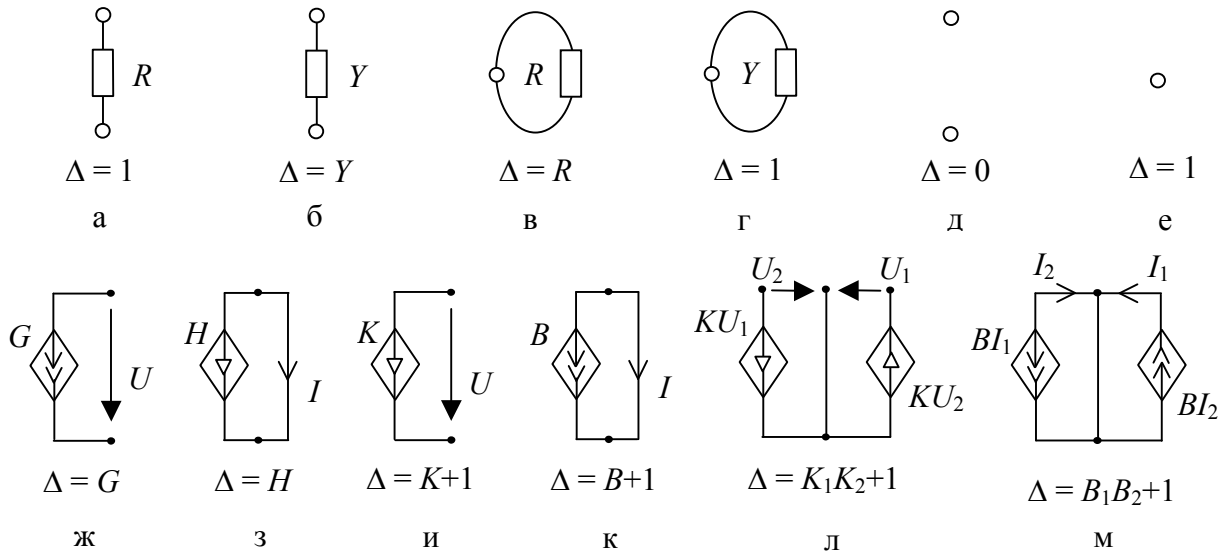


Рис. 2. Простейшие схемы и их определители

Из выражения (4) следует, что задача восстановления схемы $cir(D_n)$ сводится к подключению элемента X_1 к одной из схем $cir(D_{(n-1)a})$ или $cir(D_{(n-1)b})$ таким образом, чтобы определитель полученной схемы был равен D_n . Для этого потребуется осуществить перебор вариантов подключения элемента X_1 «всеми возможными способами» (оборот заимствован в работе [1, с. 296]) к схеме $cir(D_{(n-1)a})$ или $cir(D_{(n-1)b})$ соответственно. Аналогично, для получения схемы $cir(D_{(n-1)a})$, соответствующей выражению $D_{(n-1)a}$, потребуется найти промежуточные схемы $cir(D_{(n-2)a})$ или $cir(D_{(n-2)b})$, и подключить к ним элемент X_{n-2} , и т.д. Предложенная процедура начинается в обратном порядке с элементарных схем и повторяется до тех пор, пока не будет получена искомая схема $cir(D_n)$.

В ходе восстановления возможно получение некоторого количества схем, инвариантных относительно определителя. Среди них следует выделить схемы, которые можно назвать порождающими, так как остальные инвариантные схемы получаются из них посредством простейших эквивалентных преобразований. Перестановки местами последовательно соединенных элементов; перестановка групп элементов, эквивалентный перенос приемников напряжения и тока, и т.д.

В табл. 1 указаны действия при анализе схем (второй столбец) и приведены способы подключения элементов к восстанавливаемым структурам в зависимости от выбранного выражения (третий столбец). Ниже обсуждаются два способа подключения элементов: 1) перебор всех возможных вариантов с расщеплением узлов; 2) перебор всех пар узлов.

Перебор всех возможных вариантов с расщеплением узлов.

Обусловлен заменой элемента идеальным проводником с последующим его стягиванием – объединением узлов (формулы (1) и (2)). Таким образом, обратный процесс подключения элемента должен сопровождаться расщеплением одного из имеющихся узлов a на два: a_1 и a_2 . Обозначим A множество элементов, соединенных с расщепляемым узлом a , $|A|=k$. Необходимо рассмотреть каждое подмножество (всего 2^k подмножеств) множества A ($B \subset A$) путем замены у элементов B узла a на узел a_1 . У оставшихся элементов $A \setminus B$ узел a заменяется на узел a_2 . На рис. 3,а и рис. 3,в, показаны примеры расщепления узла и подключения двухполюсника и источника напряжения УИ соответственно. Испытываемый элемент X_i подключается между узлами a_1 и a_2 . Варианты расщепления при $B=A$ показаны на рис. 3,б и рис. 3,г при подключении двухполюсника и приемника тока УИ X_i .

Таблица 1. Способы подключения элементов в зависимости от выбранного выражения

Тип элемента	Выбранное выражение	Способ подключения
Сопротивление	D_a – удаление элемента	Перебор всех пар узлов
	D_b – замещение идеальным проводником	Перебор всех вариантов расщепления узлов
Проводимость	D_a – замещение идеальным проводником	Перебор всех вариантов расщепления узлов
	D_b – удаление элемента	Перебор всех пар узлов
ИТ, ПИ	D_a – замена на НУИ	Перебор всех пар узлов
	D_b – удаление элемента	
ИН, ПТ	D_a – замена на НУИ	Перебор всех вариантов расщепления узлов
	D_b – замещение идеальным проводником	
ГНУИ		Перебор всех пар узлов
ПНУИ		Перебор всех пар узлов

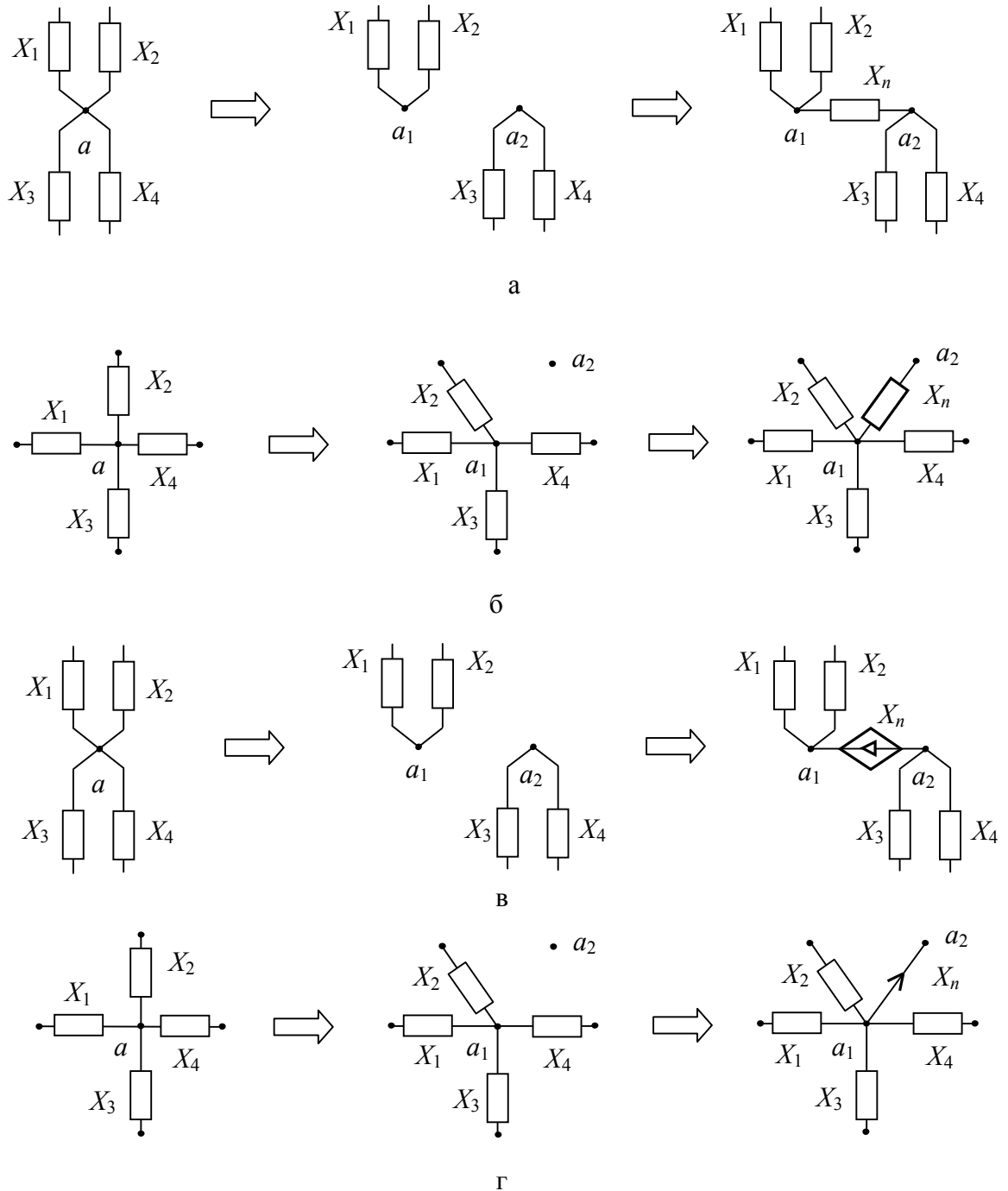


Рис. 3. Примеры подключения двухполюсника (а,б) и УИ (в,г)

Перебор всех пар узлов. При удалении элемента структура схемы относительно узлов остается неизменной (сохраняются старые и не добавляются новые узлы). Следовательно, при подключении элемента, который был удален, необходимо и достаточно перебрать все пары существующих узлов, которые он может соединять. Элемент может быть замкнут на узле, образуя петлю, потому учитываются пары, образованные

узлами с одинаковым номером. Например, пусть схема состоит из четырех узлов с номерами 1, 2, 3 и 4. Тогда добавляемый элемент может соединять пары узлов: (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4), (4, 4).

Отсутствие в подвыражениях параметров, которые не были выделены. В ходе разложения определителя возможны случаи, когда в полученных выражениях $D_{(n-i)a}$ или $D_{(n-i)b}$ отсутствует один или несколько параметров (множество $\tilde{X} \subset X$), которые еще не были выделены из D_{n-i+1} , D_{n-i+2} , ..., D_n . Это значит, что соответствующие элементы были соединены с некоторым элементом X_i таким образом, что при выделении X_i из схемы они оказались нейтрализованы. Поэтому для восстановления схемы $cir(D_n)$ следует получить семейство схем $cir(D_{(n-i+1)a})$ или $cir(D_{(n-i+1)b})$, в которых элементы из X будут подключены таким образом, что их наличие в схеме не будет влиять на выражение определителя. В табл. 2 даны следствия расположения элементов схемы в контурах и сечениях [7], учитывая которые, можно установить возможные причины отсутствия в подвыражениях параметров, которые не были выделены, и упростить процедуру восстановления.

Таблица 2. Следствия нахождения элементов схемы в контурах и сечениях

Элемент схемы	Инцидентность элемента			
	контур		сечению	
	из ИН или ГНУИ	из ПТ или ПНУИ	из ИТ или ГНУИ	из ПН или ПНУИ
Сопротивление (z-ветвь)	_____		Стягивание	
Проводимость (y-ветвь)	Удаление		_____	
Источник напряжения (ИН)	_____	–	Стягивание	–
Приемник тока (ПТ)	–	_____	–	Стягивание
Генератор тока (ИТ)	Удаление	–	_____	–
Приемник напряжения (ПН)	–	Удаление	–	_____

Алгоритм восстановления схемы по выражению ее определителя. Предлагаемый алгоритм основан на повторной частичной свертке символического выражения определителя до получения простейшей схемы и последующего ее наращивания до искомой схемы. Порядок выделения элементов произвольный. В алгоритме используются четыре стека – области

памяти для хранения полученных данных, подчиняющиеся правилу «первым зашел – последним вышел» (табл. 3). Строки в табл. 3 соответствуют порядку следования элементов в стеках. Два стека предназначены для хранения параметров: стек выделенных параметров (СВП) – второй столбец табл. 3, и стек нейтрализованных параметров (СНП) – третий столбец табл. 3. Выражения, выбранные в ходе повторной свертки, записываются в стек выделенных выражений (СВ) четвертый столбец табл. 3, а полученные на их основе схемы хранятся в стеке схем (СС) – пятый столбец табл. 3.

Таблица 3. Таблица стеков

n	СВП	СНП	СВ	СС		
...

Исходным выражением для работы алгоритма является развернутое выражение схемного определителя, в котором раскрыты все скобки. Алгоритм предусматривает два этапа. Первый этап – повторная частичная свертка выражения до получения определителя простейшей схемы. При этом формируются стеки СВП, СНП, и СВ. На втором этапе выполняется наращивание простейшей схемы, требующее извлечение из стеков СВП, СНП и СВ. Результаты наращивания (промежуточные схемы) заносятся в СС, с указанием количества порождающих схем и схем инвариантных относительно определителя.

Более детально алгоритм восстановления представлен ниже.

1. Из исходного выражения D_p , где p – текущее количество параметров в выражении, выделить параметр X_p , согласно формулам (1)–(3) и второму столбцу табл. 1. Получить выражения $D_{(p-1)a}$ или $D_{(p-1)b}$. Выбрать то из них, которое содержит больше параметров, занести его в СВ. Выражение содержащее единичное слагаемое не выбирается, если данная формула не является определителем одной из простейших схем (рис. 2, и–м). Если выбрано $D_{(p-1)a}$, то занести X_p в СВП, если выбрано $D_{(p-1)b}$, то занести X_p в СНП.

2. Проверить соответствие количества невыделенных параметров в $D_{(p-1)a}$ и $D_{(p-1)b}$. Если в выбранном выражении отсутствует один или несколько параметров, которые содержит невыбранное выражение, то занести их в СНП, и определить по табл. 2 возможные причины их отсутствия для сокращения пространства поиска (числа вариантов перебора способов подключения).

3. Повторять шаги 1 и 2 до тех пор, пока не будут получены формулы $D_{(p-1)a}$ или $D_{(p-1)b}$, соответствующие определителю одной из простейших схем (рис. 2, а–г, ж–м). Полученная простейшая схема сохраняется в СС.

4. Если СВВ не пустой, то извлечь из него очередное выражение и сгенерировать на его основе все возможные структуры. Для этого к сохраненным в СС схемам необходимо подключить элемент, взятый из СВП или СНП, в соответствии с третьим столбцом табл. 1. и табл. 2. Определители полученных схем сравнить с выражением, извлеченным из СВ. Если они совпадают, то полученные схемы сохраняются в СС, если нет, то отбрасываются. Правильно подключенные НУИ заменяются на соответствующие параметры УИ. Повторять шаг, пока СВ не опустеет.

5. Если на шаге 4 выяснится, что для некоторого выражения, извлеченного из СВ, не существует схемы, то задача восстановления поставлена некорректно. В противном случае, последняя сохраненная схема или семейство схем является решением задачи восстановления.

Пример восстановления пассивной схемы на основе символического выражения определителя. Пусть выражение

$$D_6 = g_1(g_2(R_1(R_2(R_3+R_4)+R_3R_4)+R_2R_3R_4)+(R_1+R_4)(R_2+R_3)) + g_2((R_1+R_2)(R_3+R_4))+R_1+R_2+R_3+R_4. \quad (5)$$

является определителем некоторой схемы $cir(D_6)$.

Из выражения (5) следует, что схема образована двухполюсными элементами: проводимостями g_1 и g_2 и сопротивлениями R_1, R_2, R_3, R_4 . После раскрытия скобок в выражении (5) получается:

$$D_6 = g_1g_2R_1R_2R_3 + g_1g_2R_1R_2R_4 + g_1g_2R_1R_3R_4 + g_1g_2R_2R_3R_4 + g_1R_4R_2 + g_1R_3R_4 + g_1R_1R_2 +$$

$$+g_1R_1R_3+g_2R_2R_4+g_2R_3R_2+g_2R_1R_3+g_2R_1R_4+R_1+R_2+R_3+R_4 \quad (6)$$

Проведем повторную частичную свертку выражения (6) с занесением параметров в СВП и в СНП (табл. 4), согласно шагам 1–3 алгоритма восстановления. Если начать выделение элементов с параметра R_1 , то образуются два подвыражения:

$$D_{5a}=g_1g_2R_2R_3+g_1g_2R_2R_4+g_1g_2R_3R_4+g_1R_2+g_1R_3+g_2R_3+g_2R_4+1,$$

$$D_{5b}=g_1g_2R_2R_3R_4+g_1R_4R_2+g_1R_3R_4+g_2R_2R_4+g_2R_3R_2+R_2+R_3+R_4.$$

Выражение D_{5a} содержит единичное слагаемое и включает меньшее число параметров, чем D_{5b} , поэтому выбираем второе выражение и заносим его в СВ. Выделяем g_1 получаем новые выражения: $D_{4a}=g_2R_2R_3R_4+R_4R_2+R_3R_4$ и $D_{4b}=g_2R_2R_4+g_2R_3R_2+R_2+R_3+R_4$. Выбираем D_{4b} , так как оно содержит больше параметров, и записываем его в СВ. Далее выделяем параметр g_2 , получаем определители $D_{3a}=R_2R_4+R_3R_2$ и $D_{3b}=R_2+R_3+R_4$, записываем в СВ D_{3a} и выносим параметр R_2 , получаем $D_{2a}=R_3+R_4$ и $D_{2b}=1$. Наконец, из D_{2a} выделяем R_3 , получаем: $D_{1a}=R_4$ и $D_{1b}=R_4$.

Таким образом, в результате свертки выражения (6) был получен определитель простейшей схемы (рис. 4,а). Шаги 1–3 алгоритма завершены.

Таблица 4. Таблица стеков

n	СВП	СНП	СВ	СС		
6			$D_6=g_1g_2R_1R_2R_3+g_1g_2R_1R_2R_4+g_1g_2R_1R_3R_4+g_1g_2R_2R_3R_4+g_1R_4R_2+g_1R_3R_4+g_1R_1R_2+g_1R_1R_3+g_2R_2R_4+g_2R_3R_2+g_2R_1R_3+g_2R_1R_4+R_1+R_2+R_3+R_4$	1	1	рис. 4,е
5		R_1	$D_{5b}=g_1g_2R_2R_3R_4+g_1R_4R_2+g_1R_3R_4+g_2R_2R_4+g_2R_3R_2+R_2+R_3+R_4$	1	1	рис. 4,д
4		g_1	$D_{4b}=g_2R_2R_4+g_2R_3R_2+R_2+R_3+R_4$	1	1	рис. 4,г
3	g_2		$D_{3a}=R_2R_4+R_3R_2$	1	1	рис. 4,в
2	R_2		$D_{2a}=R_3+R_4$	1	1	рис. 4,б
1	R_3		$D_{1a}=R_4$	1	1	рис. 4,а

Теперь, согласно шагу 4 алгоритма восстановления, к схеме на рис. 4,а начинаем всеми возможными способами подключать элементы, взятые из СВП и СНП, таким образом, чтобы получать каждый раз схемы, соответствующие выражениям, извлекаемым из СВ. Порядок подключения элементов взаимнообратен порядку вынесения их параметров из формулы (6).

Так, последовательное включение в контур из сопротивления R_4 элемента R_3 , извлеченного из СВП, позволяет получить схему $cir(D_{2a})$ (рис. 4,б) соответствующую выражению D_{2a} . Далее, подключение элемента R_2 приводит к получению схемы $cir(D_{3a})$ (рис. 4,в). Аналогично подключаются элементы: g_2 (получаем схему $cir(D_{5b})$ на рис. 4,г), g_1 (получаем схему $cir(D_{5b})$ на рис. 4,д), и R_1 , (получаем искомую схему $cir(D_6)$ на рис. 4,е). Подключаемый элемент обозначается на рис. 4,б–е жирными линиями.

Определитель схемы на рис. 4,е совпадает с выражением (6), и, согласно шагу 5 алгоритма, полученная схема является решением задачи восстановления.

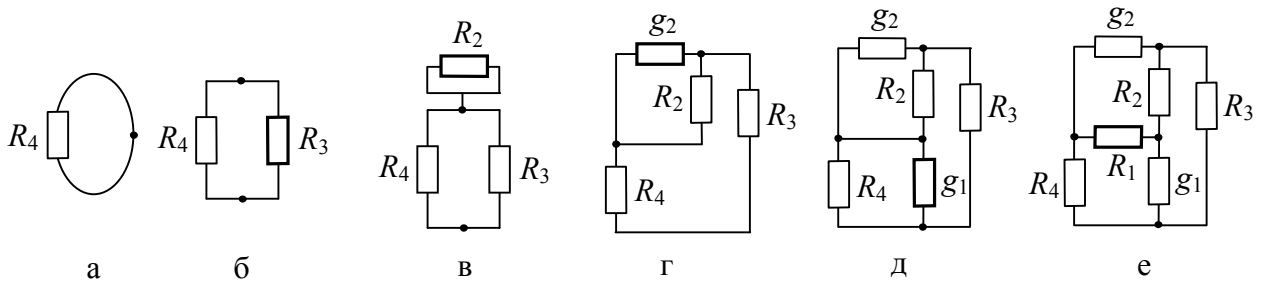


Рис. 4. Стек схем, полученных в ходе восстановления схемы по выражению (5)

Восстановление структур электрических цепей на компьютере.

Автоматизировать процесс восстановления структуры схемы позволяет программа SymSin (автор программы – Ю.В. Токарев) [10]. Для нахождения определителя схемы в составе SymSin используется компьютерная программа символьного анализа и диагностики CirSymW, разработанная В.В. Филаретовым и входящая в состав системы SCAD [9] (<http://www.levul.org/sm/symbolic.htm>). Символьное выражение вводится в программу SymSin, и в случае успешной реконструкции результат записывается в формате *cir*-файла, то есть, файла программ Pspice-DesignLab [13]. Полученный *cir*-файл пригоден для дальнейшего использования в программах схемотехнического моделирования. Так, в системе SCAD [9] реализована возможность графического отображения схемы, полученной с помощью программы SymSin.

С помощью программы SymSin были восстановлены полные схемы с 3–8 узлами (полные схемы с 5–7 узлами представлены на рис. 5,а–в). Результаты восстановления схем отражены в табл. 5.

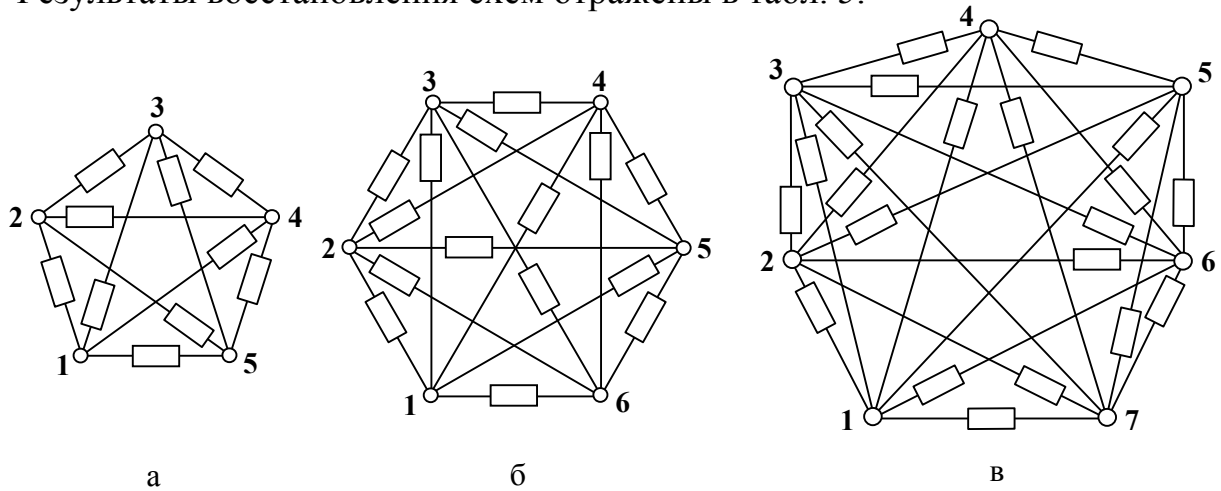


Рис. 5. Полные графы с 5-ю (а), 6-ю (б), и 7-ю (в) узлами

Таблица 5. Результаты тестирования программы SymSin (Celeron 3000 МГц)

Кол-во звеньев (узлов)	Время восстановления	Кол-во слагаемых	Кол-во элементов	Кол-во вызовов CirSym	Кол-во восстановленных схем
Полные схемы					
3	00:01	3	3	4	1
4	00:01	16	6	20	1
5	00:01	125	10	73	1
6	00:02	1296	15	146	1
7	0:40	16807	21	339	1
8	17:40	262144	28	907	1
Цепные схемы					
1	00:01	3	3	4	1
2	00:01	8	5	17	2
3	00:01	21	7	74	4
4	00:04	55	9	416	8
5	00:12	144	11	822	16
6	01:32	377	13	2640	32
7	04:02	987	15	4825	64
8	08:51	2584	17	12482	128
9	15:17	6765	19	31214	256
10	28:33	17711	21	76246	512
Лестничные схемы					
1	00:01	4	4	10	3
2	00:01	15	7	140	18
3	00:21	56	10	1792	108
4	02:22	209	13	10980	648
5	34:22	780	16	128507	3888
6	56:07	2911	19	1016699	23328

Представляет практический интерес восстановление классических цепных (рис. 6,а) и лестничных схем (рис. 6,б) [3]. Результаты восстановления с помощью программы SymSin также отражены в табл. 3.

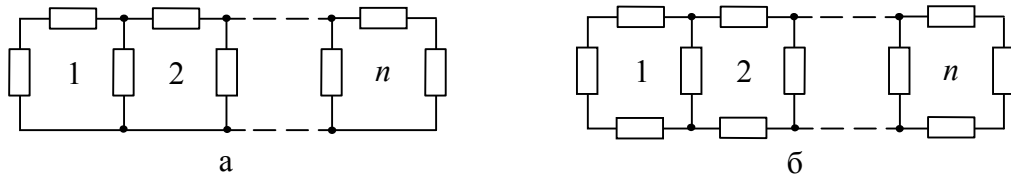


Рис. 6. Модели цепных (а), и лестничных (б) схем

Результаты тестирования программы SymSin показывают, что восстановление разреженных структур, анализ которых является наиболее простой задачей, оказывается значительно более трудоемким процессом, чем восстановление полных схем. Связано это с тем, что в случае с разреженными структурами велико количество возможных вариантов подключения элементов, которые необходимо рассмотреть.

Дело в том, что лестничные и цепные схемы, а также производные от них схемы, содержат последовательно или параллельно соединенные двухполюсники. Перестановка таких элементов не отражается на выражении определителя, но структурно каждая такая перестановка приводит к получению новой схемы. При этом задача восстановления оказывается неоднозначной. Из табл. 5 следует, что для цепной схемы число восстановленных схем увеличивается в 2 раза с каждым новым звеном, а в случае лестничной цепи это число увеличивается уже в 6 раз. Таким образом, самой сложной схемой для восстановления является схема, состоящая из последовательно соединенных сопротивлений (проводимостей). Особенности восстановления схем с УИ иллюстрируются на следующих примерах.

Пример восстановления схемы на ИТУН. Пусть имеется следующее выражение определителя:

$$D_5 = G(R_1 R_4 + R_2 R_4) + (R_1 + R_2 + R_3 + R_4). \quad (7)$$

Из выражения (7) следует, что восстанавливаемая схема должна содержать следующие элементы: ИТУН с параметром G , и четыре сопротивления: R_1, R_2, R_3, R_4 . Раскроем скобки в выражении (7):

$$D_5 = GR_1R_4 + GR_2R_4 + R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \quad (8)$$

В соответствии с шагами 1–3 алгоритма проведем частичную свертку выражения (8), записывая полученные данные в таблицу стеков (табл. 6). Выделяем параметр G , и заносим его в СНП: $D_{4a} = R_1R_4 + R_2R_4$, $D_{4b} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$. Так как количество параметров во втором выражении больше, то выбираем D_{4b} , записываем его в СВ, затем выделяем из него параметр R_1 , получаем $D_{3a} = 1$ и $D_{3b} = R_2 + R_3 + R_4$. Из D_{3b} выделяем R_2 , получаем $D_{2a} = 1$ и $D_{2b} = R_3 + R_4$. Наконец, выделяем R_3 из D_{2b} , получаем $D_{1a} = 1$ и $D_{1b} = R_4$.

В результате свертки выражения (8) был получен определитель D_{1b} простейшей схемы (рис. 7,а). Шаги 1–3 алгоритма завершены.

Таблица 6. Таблица стеков

n	СВП	СНП	СВ	СС		
5			$D_5 = GR_1R_4 + GR_2R_4 + R_1 + R_2 + R_3 + R_4$	1	4	
4		G	$D_{4b} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$	1	3	рис. 7,г
3		R_1	$D_{3b} = R_2 + R_3 + R_4$	1	1	рис. 7,в
2		R_2	$D_{2b} = R_3 + R_4$	1	2	рис. 7,б
1		R_3	$D_{1b} = R_4$	1	1	рис. 7,а

Теперь, согласно шагу 4 алгоритма восстановления, к полученной простейшей схеме последовательно подключаем элементы, параметры которых берутся из СНП, сравнивая определители полученных схем на совпадение с выражениями извлекаемыми из СВ. Подключаем к простейшей схеме сопротивление R_3 , получаем $cir(D_{2b})$, представленную на рис. 7,б. К полученной схеме добавляем R_2 (рис. 7,в), а затем R_1 . Получаем три инвариантные относительно определителя схемы, одна из которых является порождающей (рис. 7,г). Из табл. 1 следует, что для восстановления $cir(D)$ к каждой из полученных схем необходимо подключить ИТ и ПН таким образом, чтобы определитель схемы совпадал с выражением (8) с точностью до знака (знак определителя меняется на обратный изменением ориентации ПН или ИТ в построенной схеме).

В результате было получено неоднозначное решение задачи из четырех схем, инвариантных относительно определителя (8), на рис. 7,д представлена

порождающая схема, остальные образуются из нее посредством перестановки элементов источника G и приемника U , сопротивлений R_1 и R_2 .

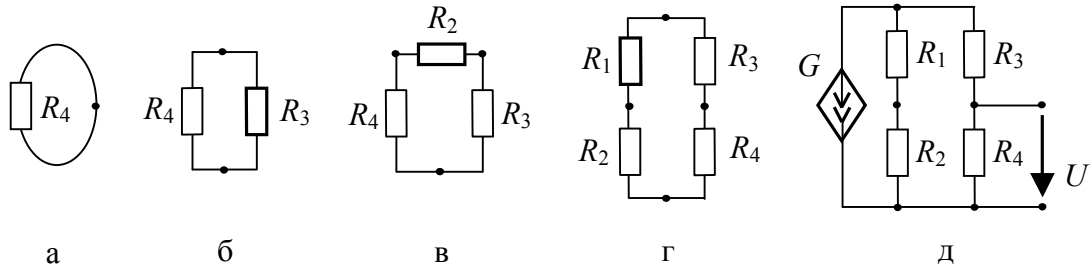


Рис. 7. Стек схем, полученных в ходе восстановления схемы по выражению (8)

Пример восстановления схемы на ИНУН. Пусть имеется следующее выражение определителя некоторой схемы:

$$D_4 = R_1 + R_2 K_1 K_2 + R_2 \quad (9)$$

Из выражения (9) следует, что восстанавливаемая схема должна содержать следующие элементы: два ИНУН с параметрами K_1 и K_2 , а также два сопротивления R_1 и R_2 . В соответствии с шагами 1–3 алгоритма проведем свертку выражения (9), записывая полученные данные в таблицу стеков (табл. 7). Выделяем параметр R_2 : $D_{3a} = K_1 K_2 + 1$, $D_{3b} = R_1$. Каждое из полученных выражений является определителем простейшей схемы (рис. 2,л и рис. 2,а, соответственно). Выбираем D_{3a} , так как оно состоит из большего числа параметров. Данное выражение не содержит сопротивления R_1 , которое еще не было выделено, поэтому согласно алгоритму восстановления этот элемент записывается в СНП. Шаги 1–3 алгоритма завершены.

Таблица 7. Таблица стеков

n	СВП	СНП	СВ	СС		
4			$D_4 = R_1 + R_2 K_1 K_2 + R_2$	2	24	рис. 8,в, рис. 9,в
3	R_2		$D_{3a} = K_1 K_2 + 1$	3	16	рис. 8,б, рис. 9,а,б
2		R_1	$D_{2a} = K_1 K_2 + 1$	1	4	рис. 8,а

Согласно шагу 4 алгоритма восстановления, к полученной простейшей схеме (рис. 8,а) последовательно подключаем элементы, параметры которых берутся из СВП и СНП соответственно, сравнивая определители полученных схем на совпадение с выражениями, извлекаемыми из СВ. Начинаем с сопротивления R_1 . Согласно табл. 7 необходимо подключить его таким

образом, чтобы сохранялось равенство определителей $D_{3a}=D_{2a}$, то есть, чтобы включение элемента в схему не отразилось на определителе. По табл. 2 определим возможные способы такого типа подключения: элемент R_1 так должен быть подключен к схеме $cir(D_{3a})$, чтобы его удаление приводило к вырождению схемы, поскольку выражение D_{3b} не содержит слагаемых с УИ. Для этого следует перебрать варианты с расщеплением каждого узла на два, и включения между ними R_1 , что приведет к получению семейства из 5 схем $cir(D_{2a})$, три из которых являются порождающими. Они представлены на рис. 8,б, и рис. 9,а,б.

Теперь для восстановления схемы $cir(D_4)$ необходимо к извлеченному из СС семейству схем подключить всеми возможными способами элемент R_2 , сравнивая каждый раз определитель схемы на совпадение с выражением (9). Для автоматизации процесса перебора возможных способов подключения целесообразно использование программы SymSin. В результате было получено семейство из 24 схем $cir(D_3)$, две из которых представлены на рис. 8,в и рис. 9,в. Эти схемы не являются порождающими поскольку получаются перестановкой группы элементов: R_1 и параллельного соединения R_2 и U_1 .

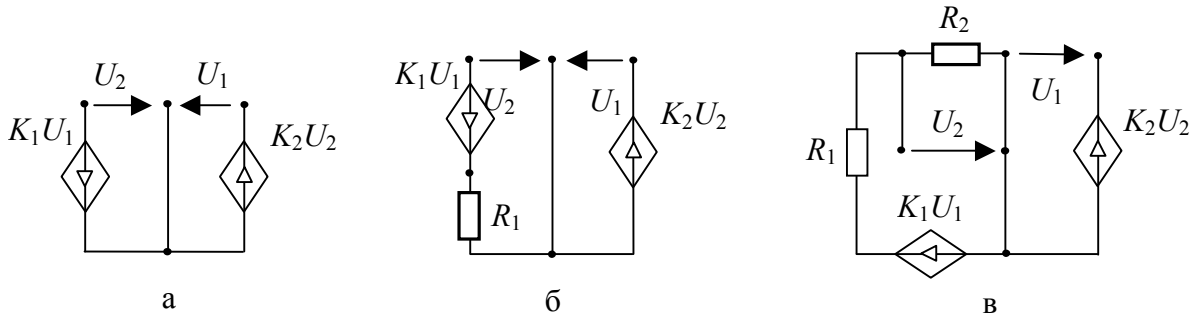


Рис. 8. Стек схем, полученных в ходе восстановления схемы по выражению (9)

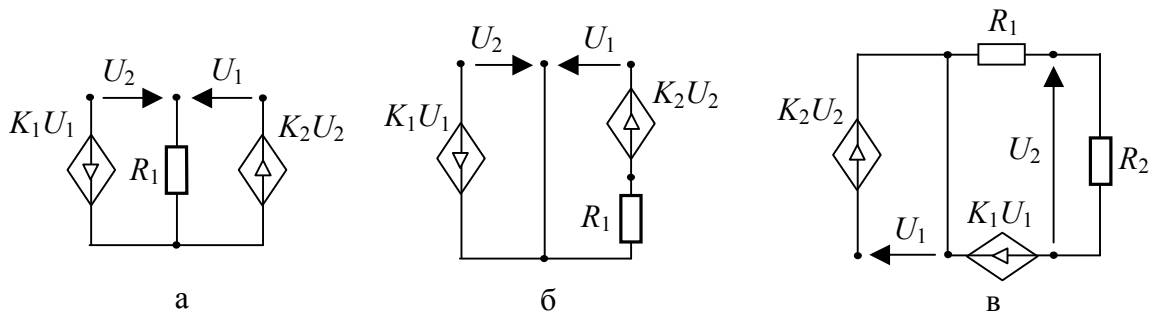


Рис. 9. Порождающие схемы для рис. 8,б (а, б) и рис. 8,в (в)

Структурный синтез электрических цепей по их ССФ. Процедура синтеза схемы по передаточной функции N/D выполняется в два этапа. На первом этапе проводится восстановление схемы по характеристическому полиному заданной ССФ, а генератор и приемник НУИ подключаются к полученной схеме $cir(D)$ в соответствии с табл. 1 таким образом, чтобы выявить схему, соответствующую выражению N . Выражение N может содержать параметры, которые отсутствуют в знаменателе ССФ, поэтому следует по табл. 2 определить такие варианты подключения к схеме $cir(D)$ элементов с недостающими параметрами, чтобы определитель схемы при этом не изменялся. На втором этапе остается лишь заменить НУИ в схеме $cir(N)$ на соответствующий независимый источник, и тем самым завершить процесс синтеза электрической схемы по ее передаточной функции.

Процедура синтеза схемы по входным функциям оказывается проще, чем по передаточным функциям. Схема, соответствующая числителю входной функции (рис. 1,д,е), не содержит НУИ, так как генератор и приемник НУИ нейтрализуют друг друга, что приводит к образованию разрыва (рис. 1,д), или идеального проводника (рис. 1,е).

Первый этап – восстановление схемы по характеристическому полиному входной функции – проводится также, как и для передаточной функции. На втором этапе в случае синтеза схемы на основе функции входной проводимости следует рассмотреть все варианты расщепления узлов схемы, полученной на первом этапе синтеза, проверяя каждый раз определитель схемы совпадение с числителем функции. При нахождении структуры схемы установленный идеальный проводник заменяется на параллельно соединенные независимый источник тока и приемник напряжения.

В случае структурного синтеза схемы на основе функции входного сопротивления следует рассмотреть все варианты соединения идеальным проводником пары узлов, проверяя каждый раз совпадение определителя с выражением N . При нахождении структуры схемы в разрыв, образовавшийся

в результате нейтрализации НУИ, следует подключить последовательное соединение независимого источника напряжения и приемника тока.

Пример структурного синтеза схемы по ее схемной функции.

Выполним структурный синтез схемы замещения операционного преобразователя [2, с. 127] по заданной схемной функции коэффициента передачи по напряжению

$$N = pCpL(B R_2 r_1 (K+1) + R_1 (r_1 - K R_2)) \quad (10)$$

$$D_8 = -Br_1(r_2 + pL) + K r_1 R_2 (R_1 pC + 1) + pC (R_1 (R_2 (r_1 + (r_2 + pL)) + r_1 (r_2 + pL))) + (R_1 + R_2) (r_1 + (r_2 + pL)) + r_1 (r_2 + pL) \quad (11)$$

Из выражений (10) и (11) следует, что искомая схема состоит из восьми элементов: ИНУН с параметром K , ИТУТ с параметром B , пяти сопротивлений R_1, R_2, r_1, r_2, pL , и одной проводимости pC . Раскроем скобки в этих формулах:

$$N = pCpLBR_2 r_1 K + pCpLBR_2 r_1 + pCpLR_1 r_1 - pCpLK R_1 R_2 \quad (12)$$

$$D_8 = -Br_1 r_2 - Br_1 pL + Kr_1 R_2 R_1 pC + Kr_1 R_2 + pCR_1 R_2 r_1 + pCR_1 R_2 r_2 + pCR_1 R_2 pL + pCR_1 r_1 r_2 + pCR_1 r_1 pL + R_1 r_1 + R_1 r_2 + R_1 pL + R_2 r_1 + R_2 r_2 + R_2 pL + r_1 r_2 + r_1 pL \quad (13)$$

На первом этапе структурного синтеза проводится восстановление схемы $cir(D_8)$ на основе характеристического полинома (знаменателя) ССФ. В соответствии с шагами 1–3 алгоритма проведем свертку выражения (13), записывая полученные данные в таблицу стеков (табл. 8). Начиная с pC , получаем: $D_{7a} = Kr_1 R_2 R_1 + R_1 R_2 r_1 + R_1 R_2 r_2 + R_1 R_2 pL + R_1 r_1 r_2 + R_1 r_1 pL$ и $D_{7b} = -Br_1 r_2 - Br_1 pL + Kr_1 R_2 + R_1 r_1 + R_1 r_2 + R_1 pL + R_2 r_1 + R_2 r_2 + R_2 pL + r_1 r_2 + r_1 pL$. Выражение D_{7b} содержит большее число параметров, поэтому его мы выбираем и записываем в СВ, после чего выделяем r_1 и получаем: $D_{6a} = -Br_2 - BpL + KR_2 + R_1 + R_2 + r_2 + pL$, и $D_{6b} = R_1 r_2 + R_1 pL + R_2 r_2 + R_2 pL$. Далее выбираем схему D_{6a} и выделяем B : $D_{5a} = -r_2 - pL$, $D_{5b} = KR_2 + R_1 + R_2 + r_2 + pL$. Из D_{5b} выделяем R_1 : $D_{4a} = 1$ и $D_{4b} = KR_2 + R_2 + r_2 + pL$. Теперь из D_{4b} выделяем pL , получаем $D_{3a} = 1$ и $D_{3b} = KR_2 + R_2 + r_2$. Из D_{3b} выделяем r_2 : $D_{2a} = 1$ и $D_{2b} = KR_2 + R_2$. Наконец, из D_{2b} выделяем параметр УИ и получаем $D_{1a} = R_2$ и $D_{1b} = R_2$.

Таким образом, в результате свертки выражения (13) был получен определитель простейшей схемы (рис. 10,а). Шаги 1–3 алгоритма завершены.

Таблица 8. Таблица стеков

<i>n</i>	СВП	СНП	СВ	СС		
8			$D_8 = -Br_1r_2 - Br_1pL + Kr_1R_2R_1pC + Kr_1R_2 + pCR_1R_2r_1 + pCR_1R_2r_2 + pCR_1R_2pL + pCR_1r_1r_2 + pCR_1r_1pL + R_1r_1 + R_1r_2 + R_1pL + R_2r_1 + R_2r_2 + R_2pL + r_1r_2 + r_1pL$	2	24	рис. 10,з, рис. 11,в
7		pC	$D_{7b} = -Br_1r_2 - Br_1pL + Kr_1R_2 + R_1r_1 + R_1r_2 + R_1pL + R_2r_1 + R_2r_2 + R_2pL + r_1r_2 + r_1pL$	2	50	рис. 10,ж, рис. 11,б
6	r_1		$D_{6a} = -Br_2 - BpL + KR_2 + R_1 + R_2 + r_2 + pL$	2	66	рис. 10,е, рис. 11,а
5		B	$D_{5b} = KR_2 + R_1 + R_2 + r_2 + pL$	2	12	рис. 10,д
4		R_1	$D_{4b} = KR_2 + R_2 + r_2 + pL$	1	6	рис. 10,г
3		pL	$D_{3b} = KR_2 + R_2 + r_2$	1	2	рис. 10,в
2		r_2	$D_{2b} = KR_2 + R_2$	1	2	рис. 10,б
1	K		$D_{1a} = R_2$	1	1	рис. 10,а

Далее решение задачи восстановления потребует использования программы SymSin. Согласно шагу 4 алгоритма восстановления, к простейшей схеме подключаем элементы, параметры которых берутся из СВП или СНП, сравнивая определители полученных схем на совпадение с выражениями, извлекаемыми из СВ. Подключаем всеми возможными способами к схеме на рис. 10,а ИНУН и находим две схемы с одинаковым определителем, соответствующим выражению D_{2b} (рис. 10,б). Теперь к полученным схемам подключаем элемент r_2 , для нахождения $cir(D_{3b})$. Очередное семейство из двух схем удалось восстановить из правой схемы на рис. 10,б. Одна из этих двух схем является порождающей (рис. 10,в), а вторая выводится из нее путем перестановки K и r_2 . Подключаем к ней pL и находим шесть инвариантные к определителю D_{4b} схемы, одна из которых является порождающей (рис. 10,г), а другие выводятся из нее перестановкой K , r_2 , pL , а также групп элементов R_2-U и K , r_2 , pL .

Для перебора всех возможных вариантов подключения к восстановленным схемам элемента R_1 воспользуемся программой SymSin. В результате было получено семейство из 12 схем с одинаковым определителем D_{5b} , одна из которых является порождающей (рис. 10,д),

остальные выводятся из нее всеми возможными перестановками элементов KU, r_2, pL , и групп элементов R_2-U и K, r_2, pL .

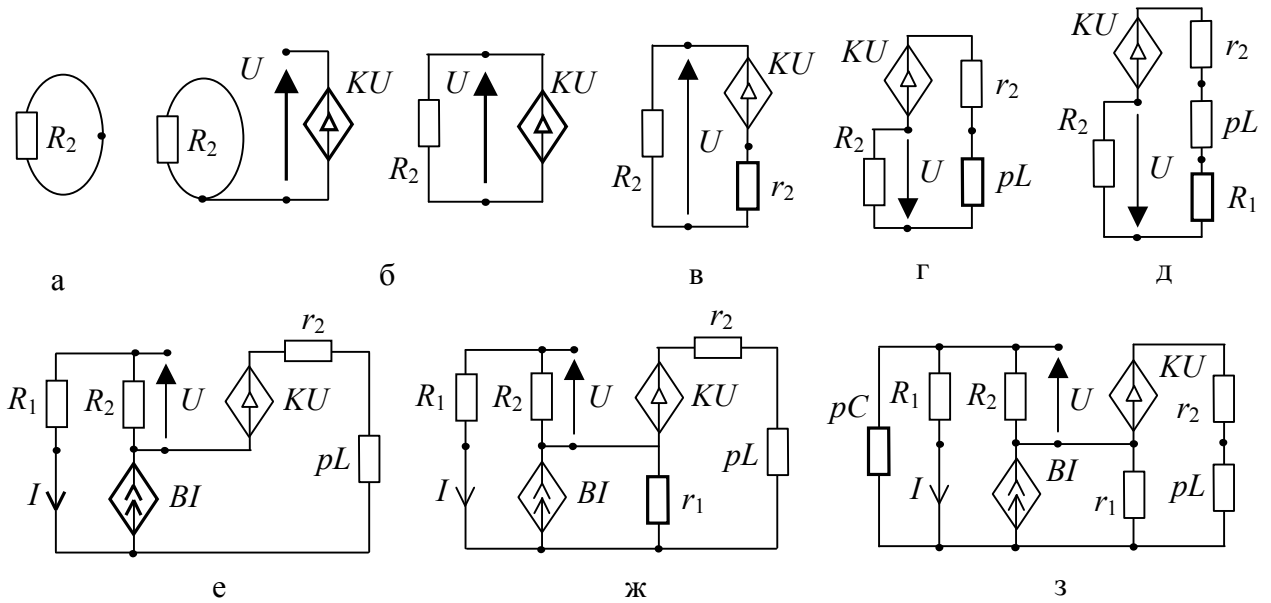


Рис. 10. Стек схем, полученных в ходе восстановления схемы по выражению (13)

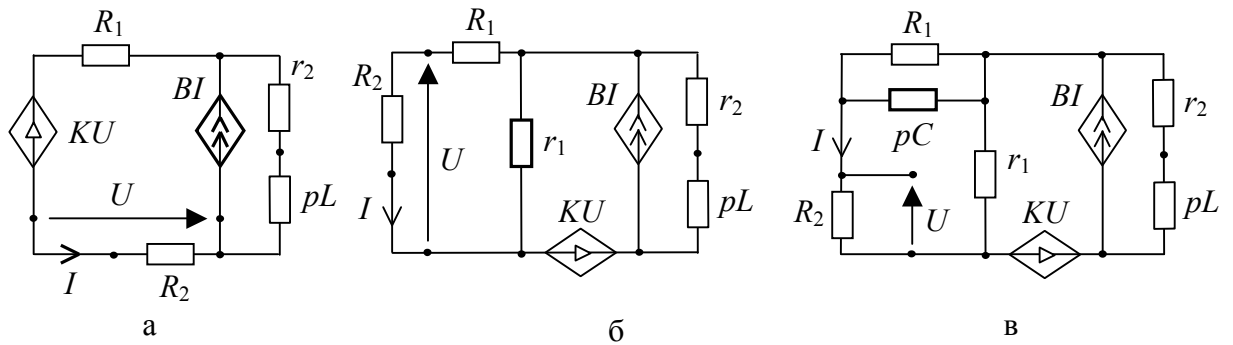


Рис. 11. Стек схем, полученных в ходе восстановления схемы по выражению (13)

Для восстановления $cir(D_{6a})$ к каждой из найденных 12 схем подключается элемент B , что приводит к получению неоднозначного решения из 66 схем. На рис. 10,е и рис. 11,а приведены две из них, которые можно назвать порождающими. В свою очередь, в каждую из этих схем посредством программы SymSin подключается r_1 , результатом чего становится семейство из 50 схем инвариантных относительно определителя D_{7b} , две из которых являются порождающими (рис. 10,д и рис. 11,б).

Наконец, использование SymSin для подключения проводимости pC приводит к получению семейства из 24 схем, соответствующих выражению

(13), две из которых являются порождающими (рис. 10,з и рис. 11,в). Алгоритм восстановления завершен.

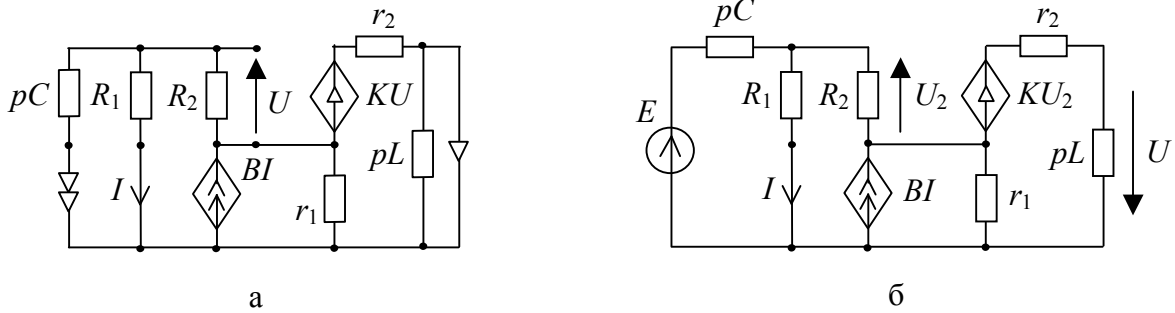


Рис. 12. Схемы соответствующие выражению (12) (а) и ССФ (б)

Теперь переходим к восстановлению схемы, соответствующей числителю ССФ (12). Для этого необходимо подключить всеми возможными способами НУИ к каждой из полученных 24 схем, сравнивая каждый раз определитель на совпадение с N . Так как заданная ССФ представляет собой коэффициент передачи по напряжению, то согласно схемно-алгебраическому шаблону на рис. 1,а, возможны следующие способы подключения НУИ: перебор всех возможных вариантов с расщеплением узлов для ГНУИ, и перебор всех пар узлов для ПНУИ. После нахождения схемы $cir(N)$, представленной на рис. 12,а, следует заменить НУИ на независимый источник и приемник напряжения (рис. 12,б). Таким образом, мы осуществили структурный синтез схемы по ее схемной функции.

Структурная оптимизация электрических цепей. Одним из применений предлагаемого метода структурного синтеза электрических схем по их ССФ является структурная оптимизация электрических цепей. Перед разработчиками электронной аппаратуры нередко встает задача определения на схемотехническом уровне «насколько удачной» является структура проектируемой схемы, не является ли она избыточной. Символьное выражение характеристического полинома, полученное для этой схемы с помощью программы CirSymW не содержит параметров избыточных элементов. Восстановленная программой SymSin на основе полученного выражения схема также не будет содержать избыточных элементов, обусловленных, например, ошибками проектирования, и будет являться

оптимальным решением задачи схемотехнического проектирования. Другим применением структурной оптимизации может быть получение схем, инвариантных к характеристическому полиному. Как видно из рассмотренных выше примеров, такие схемы могут быть совершенно различны по своей структуре, но при этом иметь одинаковый определитель, что важно, например, при проектировании генераторных цепей [2, 4].

Программа SymSin позволяет также осуществить перебор всех возможных способов подключения произвольного элемента к заданной схеме из n элементов и получение всех возможных невырожденных схем из $n+1$ элементов. Включение человека-эксперта в процесс синтеза (интерактивный синтез) открывает новые возможности для усовершенствования на структурном уровне существующей электронной аппаратуры, что может быть использовано генерации новых патентоспособных решений без усложнения и ухудшения параметров противопоставляемого схемного решения.

Выводы

1. Разработаны рекурсивный алгоритм и программа SymSin для восстановления пассивных и активных схем на основе символьного выражения схемного определителя.
2. Предложен метод структурного синтеза электрических цепей со всеми типами линейных элементов по передаточным и входным символьным схемным функциям.

Литература

1. Рид М.Б., Сешу С. Линейные графы и электрические цепи: Пер. с англ.: Учеб. пособие.– М.: Высшая школа, 1971.– 448 с.
2. Волгин Л. И. Аналоговые операционные преобразователи для измерительных приборов и систем. – М.: Энергоатомиздат, 1983.– 208 с.
3. Филаретов В.В. Синтез оптимальных формул схемных функций электрических цепей // Электричество.– 1995.– № 4.– С. 36–43.

4. Лыпарь Ю.И. Системный синтез способов построения электронных цепей // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2005. – Ульяновск : УлГТУ, 2005. – Т. 3. – С. 116–125.
5. Feussner W. Ueber Stromverzweigung in netzformigen Leitern // Annalen der Physik. – 1902. – Bd 9, N 13. – S. 1304–1329.
6. Feussner W. Zur Berechnung der Stromstarke in netzformigen Leitern // Annalen der Physik. – 1904. – Bd 15, N 12. – S. 385–394.
7. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– № 5.– С. 43–52.
8. Braun J. Topological analysis of networks containing nullators and norators. // Electronics letters. – Nov. 1966. – Vol. 2, No. 11. – P. 427–428.
9. Березуев Р.И., Курганов С.А., Филаретов В.В., Шеин Д.В. SCAD – система символьного анализа и диагностики линейных электронных цепей. // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2005. – Ульяновск: УлГТУ. – 2005. – Т. 3. – С. 3–11.
10. Горшков К.С., Токарев Ю.В. Реконструкция полных, цепных и лестничных схем на основе формул схемных определителей // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3. – С. 39–48.
11. Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В.В. Генерация электрических схем, инвариантных к характеристическому уравнению // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей Тр. международ. конф. КЛИН–2007.– Ульяновск: УлГТУ, 2007.– Т. 3. – С. 48–52.
12. Ерохов И.В. Уточнение понятия структуры графа электрической цепи // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007.– Т. 3.– С. 85–91.
13. Разевиг В.Д. Система сквозного проектирования электронных устройств Design Lab 8.0. – М.: Солон, 1999. – 698 с.

Горшков Константин Сергеевич – окончил радиотехнический факультет Ульяновского государственного технического университета (УГТУ) по специальности «Проектирование и технология радиоэлектронных средств». Ассистент кафедры «Электроснабжение» УГТУ.

Токарев Юрий Владимирович – студент 4-го курса факультета информационных систем и технологий УГТУ.

Филаретов Владимир Валентинович – окончил радиотехнический факультет Ульяновского политехнического института (ныне УГТУ) по специальности «Радиотехника». В 2002 г. защитил докторскую диссертацию «Топологический анализ электрических цепей на основе схемного подхода» в Московском энергетическом институте (техническом университете). Профессор кафедры «Электроснабжение» УГТУ.

Авторы:

К. С. Горшков
Ю. В. Токарев
В. В. Филаретов

Дата: 16.12.2007