

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ СХЕМНЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СХЕМ С УПРАВЛЯЕМЫМИ ИСТОЧНИКАМИ

Ф. А. Королев, В. В. Филаретов

The paper deals with the problem of derivation of expressions for symbolic network functions. This general topological formula permits to perform all calculations on element-description level without formulation of circuit equations or graphs. The various techniques based on the conception of controlled source compensation or parameter extraction methods have been described. The comparison of these techniques shows an advantage of the subcircuit parameter extraction method. These circuitry-algebraic formulae require both a minimal number of terms and a minimal number of algebraical operations.

Key words: symbolic network function, admittance, impedance, mutual inductance, nullor, determinant of circuit, circuitry-algebraic formulae, extraction of a branch or a controlled source or a subcircuit.

В статье обсуждается проблема получения выражений для символьных схемных функций. Общая топологическая формула позволяет выполнять все вычисления на схемном уровне без формирования уравнений или графов. Рассматриваются различные методики, основанные на компенсации управляемых источников и выделении параметров. Сравнение методик выявило преимущества метода выделения параметров многополюсников. Схемно-алгебраические формулы требуют как минимального числа выкладок, так и минимального числа алгебраических операций.

Ключевые слова: символьная схемная функция, проводимость, сопротивление, взаимная индуктивность, нулор, определитель схем, схемно-алгебраические формулы, выделение ветви, управляемого источника или многополюсника.

Полтора с лишним века назад *Кирхгоф*, будучи студентом, опубликовал законы непрерывности токов в узле и равновесия напряжений в контуре электрической схемы [1]. С этого времени появилась возможность выполнять анализ сложных электрических цепей путем решения системы уравнений схемы через раскрытие определителей двух матриц. Однако и *Кирхгоф* (1847 г.) [1], и *Максвелл* (1873 г.) [2], очевидно, сознавая избыточность учета параметров схемы в ее уравнениях, предложили топологические правила, исключающие составление уравнений и использующие непосредственно схемную модель цепи. Тем самым ставилась задача сделать переход от схемы к выражениям для откликов тока и напряжения более простым и обусловленным структурой самой схемы. Более ста лет результаты *Кирхгофа* и *Маквелла* совершенствовались и обобщались для схем с произвольными линейными элементами [3 – 19]. Выражения символьных схемных функций (ССФ), формируемые различными методами, характеризуются

вычислительной сложностью, а также степенью пригодности для аналитической обработки и точных вычислений [20]. Обсуждение эффективности методик символьно-топологического анализа является целью данной статьи.

Критерием, который положен в основу сравнения методов символьного анализа электрических цепей, является вычислительная сложность формируемых выражений ССФ, характеризующаяся количеством требуемых алгебраических операций [12, 14, 18, 20]. Уменьшение сложности выражений приводит не только к уменьшению вычислительных затрат на формирование и вычисление выражений, но и повышению точности вычисляемых результатов [21].

Топологические формулы для схем без управляемых источников. Результаты *Кирхгофа* и *Максвелла* получили развитие в работах *Фойснера* [3, 4], который в 1902 году ввел понятие определителя схемы с двухполюсными элементами. *Фойснер* обратил внимание на трудности построения ССФ с помощью топологических формул [1,2], объяснив, почему они не находят применения у специалистов и отсутствуют в справочниках по физике [3]. Нахождение ССФ по *Фойснеру* предусматривает разложение определителей исходной схемы и производных от нее схем по параметрам z - и y -ветвей [10]

$$\Delta = z\Delta^z + \Delta_z, \quad (1)$$

$$\Delta = y\Delta_y + \Delta^y, \quad (2)$$

где Δ – определитель схемы, нижний (верхний) индексы при символе Δ указывают на стягивание (удаление) выделяемой ветви. Стягивание ветви равносильно ее замене на схеме короткозамкнутым проводником.

Рекурсивное применение формул (1) и (2) позволяет представить определитель схемы в компактном виде с вынесенными за скобки общими множителями. Эти формулы обеспечивают непосредственное получение знаменателя ССФ, который равен определителю производной схемы, полученной стягиванием (удалением) независимого источника напряжения (тока) и ветви с искомым током (напряжением). Процедура нахождения числителя ССФ является более сложной.

Кирхгоф предложил правило получения слагаемых числителя отклика из слагаемых знаменателя отклика [1, с. 177].

Правило 1. «Если упорядочить члены числителя величины I_γ по величинам E_1, E_2, \dots, E_n , то коэффициент при E_k окажется суммой взятых частью со знаком «плюс», частью со знаком «минус» сочетаний из w_1, w_2, \dots, w_n по $\mu-1$ тех элементов, которые входят в знаменатель величины I_γ , умноженные как на w_γ , так и на w_k . Именно эти сочетания $w_{k_1}, w_{k_2}, \dots, w_{k_{\mu-1}}$ обладают тем свойством, что после удаления проводников $k_1, k_2, \dots, k_{\mu-1}$ остается только одна замкнутая фигура и что в эту фигуру входят и проводник γ , и проводник k . Сочетание $w_{k_1}, w_{k_2}, \dots, w_{k_{\mu-1}}$ следует брать со знаком «плюс», если в остающейся фигуре положительное направление I_γ совпадает с направлением электродвижущей силы E_k , и со знаком «минус» в противном случае.»

В вышеприведенной цитате: γ – проводник с искомым током; w_1, w_2, \dots, w_n – сопротивления всех n проводников, из которых состоит схема, μ – число независимых контуров схемы. Под «замкнутой фигурой» понимается контур.

По правилу 1 получение слагаемых числителя из слагаемых знаменателя заключается в нахождении пересечения двух множеств: 1) множества слагаемых знаменателя, содержащего в качестве сомножителя ветвь k ; 2) множества слагаемых знаменателя, содержащего в качестве сомножителя ветвь γ (сами ветви k и γ не учитываются). Модификация правила 1 рассмотрена в [16, с. 38].

Правило 2. «Взаимная проводимость – отношение тока I_j j -й ветви схемы к источнику напряжения U_i i -й ветви – равна дроби, знаменателем которой является контурный определитель схемы, а числителем – сумма слагаемых контурного определителя, содержащих сопротивление j -й ветви и взятых без этого сопротивления, при этом в сумму входят слагаемые, включающие в себя оставшиеся сопротивления, удаление которых создает в схеме путь для источника напряжения i -й ветви через сопротивление j -й ветви; слагаемые записываются в указанную сумму со знаком плюс, если направление источника напряжения i -й ветви совпадает с направлением тока j -й ветви».

Числители ССФ можно найти, минуя рассмотрение слагаемых знаменателя, посредством перечисления контуров передачи между независимым источником и ветвью с искомым откликом по формуле *Фойснера* [4]

$$\Delta_N = \sum_{i \in \rho} P_i \Delta_i, \quad (3)$$

где ρ – множество контуров передачи схемы; P_i – произведение проводимостей, входящих в i -й контур передачи; Δ_i – определитель схемы, образованной из исходной схемы в результате стягивания всех ветвей i -го контура передачи.

Формула (3) обеспечивает получение выражений с вынесенными за скобки общими множителями, однако формируемые выражения не являются оптимальными по вычислительной сложности [12]. *Мейсон* применил формулу (3) для разложения определителей унисторных графов, которые отображают схемы с источниками тока, управляемыми напряжением [6]. Для этого используются направленные проводимости противоположного знака, что приводит к появлению в формируемых выражениях взаимноуничтожающихся слагаемых – дубликаций. Получение безызбыточных выражений ССФ стало лейтмотивом последующих исследований.

Метод полных деревьев (метод графов тока и напряжения). Первоначально этот метод был разработан для у-схем с ИТУН [7]. Стержневой идеей метода *Коутса* является замена всех пассивных элементов схемы, заданных проводимостями, вырожденными ИТУН, у которых генератор и приемник параллельны. Полученная в результате вспомогательная схема, содержащая исключительно ИТУН, является расчетной моделью метода *Коутса*.

Полным деревом схемы *Коутса* называется связная подсхема, покрывающая все узлы исходной схемы. Содержащиеся в этой подсхеме генераторы ИТУН

образуют дерево, а в дополнение этого дерева обязательно входят приемники одноименных ИТУН, и наоборот, дерево образуется приемниками, а дополнение этого дерева – генераторами одноименных ИТУН. Определитель полного дерева по абсолютной величине равен произведению параметров ИТУН, генераторы и приемники которых образуют это дерево. Знак определителя полного дерева находится с помощью топологической процедуры [7].

Определитель схемы *Коутса* получается как сумма определителей полных деревьев, которые можно выделить в этой схеме. Таким образом, метод полных деревьев можно рассматривать как обобщение топологических формул *Кирхгофа* и *Максвелла*. Метод *Коутса* пригоден для формирования развернутых выражений схемных функций и не позволяет выполнять автоматическую группировку и свертку слагаемых числителя и знаменателя для формирования ССФ в компактном виде [13]. Применение этого метода ограничивает также трудоемкая процедура нахождения знака полного дерева и то обстоятельство, что вспомогательная схема *Коутса* вследствие преобразования двухполюсных элементов в ИТУН оказывается существенно более сложной, чем исходная схема. Многочисленным модификациям и обобщениям метода полных деревьев для учета других типов элементов [9, 15] присущи аналогичные недостатки.

Метод схемных определителей (МСО). Представление выражения числителя, как и знаменателя ССФ, в виде определителя некоторой схемы и использование при его разложении формул (1) и (2) стало возможным после введения в теорию электрических цепей идеального усилителя [19], впоследствии названного идеальным операционным усилителем (идеальным усилителем *Теллегена*) или нулором [5]. Нуллор является аномальным управляемым источником (УИ), поскольку ток и напряжение норатора (генератора нуллора) не определены, а ток и напряжение нуллатора (приемника нуллора) равны нулю. В 1965 году *Браун* ввел понятие ориентированного нуллора, что позволило выразить числитель ССФ через определитель схемы, в которой независимый источник заменен норатором, а приемник с искомым откликом – нуллатором, а также применить формулы *Фойснера* для анализа электрических цепей, содержащих нуллоры [8].

В дальнейшем обобщения понятия «нуллор» привели к формулам для выделения параметров управляемых источников. *Хашемин* [11] предложил формулу выделения параметра произвольного УИ на основе направленного нумерованного нуллора. В соответствии с этой формулой определитель схемы

$$\Delta = \chi \Delta(\text{УИ} \Rightarrow \text{нуллор}) + \Delta(\chi=0), \quad (4)$$

где χ – параметр УИ; $\Delta(\text{УИ} \Rightarrow \text{нуллор})$ – определитель исходной схемы, в которой УИ заменен на нулор, причем генератор УИ – на норатор, а приемник УИ – на нуллатор; $\Delta(\chi=0)$ – определитель исходной схемы, в которой нейтрализован УИ.

По существу в формуле (4) нулор имеет параметр p , равный единице, поскольку определитель простейшей схемы в виде параллельного соединения норатора и нуллатора также равен единице. Формально нуллору может быть

приписан и параметр χ . Такой взвешенный ориентированный нумерованный нулор получил название неудаляемого управляемого источника (НУИ). Термин «неудаляемый» подчеркивает тот факт, что при выделении НУИ второе слагаемое отсутствует (см. формулу (4)).

Использование НУИ позволяет представить формулу (4) в неявном виде [13]

$$\Delta = \Delta(\text{УИ} \Rightarrow \text{НУИ}, p = \chi) + \Delta(\chi=0), \quad (5)$$

где $\Delta(\text{УИ} \Rightarrow \text{НУИ}, p = \chi)$ – определитель схемы, полученной из исходной схемы путем придания выделяемому УИ статуса НУИ с параметром χ . Формула (5) позволяет заменить операцией выделения НУИ с параметром χ две операции: 1) выделение параметра χ ; 2) выделение НУИ с параметром 1.

Метод схемных определителей [13, 14, 17], в основе которого лежат формулы (1), (2), (4) и (5) позволяет находить ССФ и отклики в компактном виде, минуя рассмотрение отдельных слагаемых выражений, выявление или перечисление контуров (см. правила 1, 2 и формулу (3)).

Замещение управляемых источников независимыми источниками [16].

Для анализа схем с УИ и взаимными индуктивностями можно использовать метод замещения УИ независимыми источниками. При этом управляющие токи и напряжения находятся путем решения дополнительной системы уравнений, размерность которой равна числу УИ в схеме. Начиная с этого метода, применим упомянутые выше подходы к формированию ССФ для схемы с взаимными индуктивностями, которая представлена на рис. 1,а [10], и используется в качестве тестовой схемы [1,16,19].

На схеме замещения, показанной на рис. 1,а, взаимные индуктивности замещены четырьмя источниками напряжения, управляемыми током (ИНУТ). Здесь $H_1 = j\omega M_1$, $H_2 = j\omega M_2$.

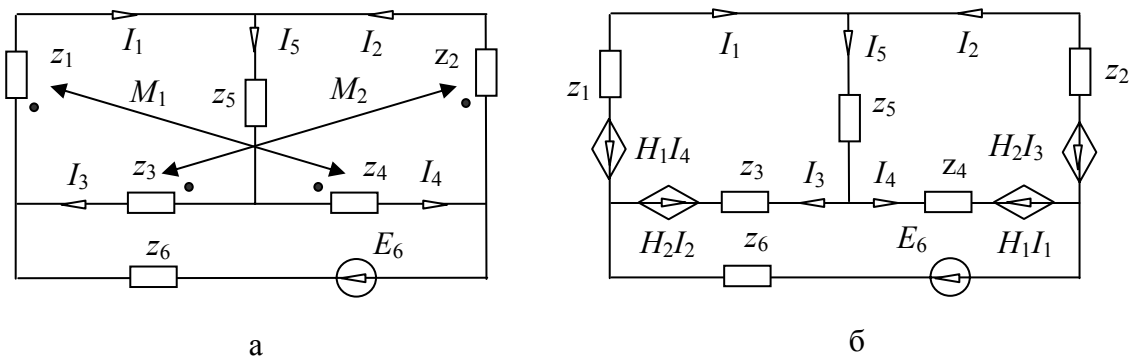


Рис. 1. Схема с взаимными индуктивностями (а) и ее схема замещения (б) [УТ

(см. рис. 1,б) независимыми источниками: $U_1 = H_1 I_4$, $U_2 = H_2 I_3$, $U_3 = H_2 I_2$, $U_4 = H_1 I_1$. Тогда, используя метод наложения, можно записать выражения для токов I_1 , I_2 , I_3 , I_4 в следующем виде

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= U_1 \frac{N_{11}}{\Delta_z} + U_2 \frac{N_{21}}{\Delta_z} + U_3 \frac{N_{31}}{\Delta_z} + U_4 \frac{N_{41}}{\Delta_z} + E_6 \frac{N_{61}}{\Delta_z} \\ I_2 &= U_1 \frac{N_{12}}{\Delta_z} + U_2 \frac{N_{22}}{\Delta_z} + U_3 \frac{N_{32}}{\Delta_z} + U_4 \frac{N_{42}}{\Delta_z} + E_6 \frac{N_{62}}{\Delta_z} \\ I_3 &= U_1 \frac{N_{13}}{\Delta_z} + U_2 \frac{N_{23}}{\Delta_z} + U_3 \frac{N_{33}}{\Delta_z} + U_4 \frac{N_{43}}{\Delta_z} + E_6 \frac{N_{63}}{\Delta_z} \\ I_4 &= U_1 \frac{N_{14}}{\Delta_z} + U_2 \frac{N_{24}}{\Delta_z} + U_3 \frac{N_{34}}{\Delta_z} + U_4 \frac{N_{44}}{\Delta_z} + E_6 \frac{N_{64}}{\Delta_z} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

После группировки слагаемых относительно неизвестных токов из системы (6) получаем

$$\left. \begin{aligned} I_1 f_1 + I_2 f_2 + I_3 f_3 + I_4 f_4 &= E_6 f_5 \\ I_1 f_6 + I_2 f_7 + I_3 f_8 + I_4 f_9 &= E_6 f_{10} \\ I_1 f_{10} + I_2 f_{11} + I_3 f_{12} + I_4 f_{13} &= E_6 f_{15} \\ I_1 f_{16} + I_2 f_{17} + I_3 f_{18} + I_4 f_{19} &= E_6 f_{20} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} f_1 &= \Delta_z - H_1 N_{41}; & f_2 &= -H_2 N_{31}; & f_3 &= -H_2 N_{21}; & f_4 &= -H_1 N_{11}; & f_5 &= N_{61}; \\ f_6 &= -H_1 N_{42}; & f_7 &= \Delta_z - H_2 N_{32}; & f_8 &= -H_2 N_{22}; & f_9 &= -H_1 N_{12}; & f_{10} &= N_{62}; \\ f_{11} &= -H_1 N_{43}; & f_{12} &= -H_2 N_{33}; & f_{13} &= \Delta_z - H_2 N_{23}; & f_{14} &= -H_1 N_{13}; & f_{15} &= N_{63}; \\ f_{16} &= -H_1 N_{44}; & f_{17} &= -H_2 N_{34}; & f_{18} &= -H_2 N_{24}; & f_{19} &= \Delta_z - H_1 N_{14}; & f_{20} &= N_{64}. \end{aligned}$$

Контурный определитель находится как определитель схемы без индуктивных связей по формуле (1)

$$\Delta_z = \left| \begin{array}{ccc} z_1 & & \\ & z_3 & \\ & & z_5 \\ & & & z_2 \end{array} \right| = z_1 [(z_2 + z_5)(z_3 + z_6 + z_4) + z_4(z_3 + z_6)] + (z_2 + z_6)[z_3(z_4 + z_5) + z_4 z_5] + z_2 z_6 (z_3 + z_5).$$

Найдем числители передачи из выражений (7) тремя способами: 1) по правилу 1 или правилу 2; 2) по формуле (3); 3) с помощью МСО.

Рассмотрим, как формируется первое уравнение системы (4) по первому способу, предусматривающему выбор слагаемых из контурного определителя Δ_z . Для получения коэффициентов $f_1 - f_5$, необходимо найти соответствующие числители передачи (см. табл. 1). Как видно, учет сопротивления, включенного последовательно с источником E_k , в соответствии с оригинальным правилом Кирхгофа позволяет избежать проверки и отбраковки слагаемых знаменателя на предмет образования контура при удалении соответствующих ветвей.

Для сравнения получим ранее найденные числители передачи с помощью формулы (3) (см. табл. 2). Сформированные выражения обладают существенно меньшей вычислительной сложностью, но не являются оптимальными [12]. Кроме

того, формула (3) требует перечисления контуров, то есть при нахождении числителя и знаменателя используются разные процедуры. Этих недостатков лишен МСО. Схемы и выражения, необходимые для получения коэффициентов $f_1 - f_{20}$, для них представлены в табл. 3. Следует отметить, что выражения для коэффициентов $f_2, f_3, f_6, f_9, f_{10}, f_{11}, f_{14}, f_{15}, f_{17}, f_{18}$ системы (7) приведены в [16, с. 40–41] с противоположными знаками.

Диагональным элементам системы (7), то есть для коэффициентов f_1, f_7, f_{13}, f_{19} соответствуют схемы, которые приведены в табл. 4. Для недиагональных элементов такие схемы получаются из схем табл. 3 путем замены НУИ с параметром 1 на НУИ с параметром H , имеющим противоположный знак.

Из системы уравнений (7) определяются токи I_1, I_2, I_3, I_4 по правилу *Крамера*. Используя метод наложения, выражение для тока I_5 можно представить в следующем виде

$$I_5 = U_1 \frac{N_{15}}{\Delta_z} + U_2 \frac{N_{25}}{\Delta_z} + U_3 \frac{N_{35}}{\Delta_z} + U_4 \frac{N_{45}}{\Delta_z} + E_6 \frac{N_{65}}{\Delta_z}. \quad (8)$$

Схемы и соответствующие выражения для числителей представлены в табл. 5.

После подстановки определителей из табл. 5 в выражение (8), получаем

$$I_5 = [-H_1 I_1 (z_1 z_3 + z_2 z_3 + z_3 z_6 + z_1 z_6) - H_2 I_2 (z_1 z_4 + z_2 z_4 + z_4 z_6 + z_2 z_6) - H_2 I_3 (z_1 z_3 + z_1 z_4 + z_1 z_6 + z_3 z_6) - H_1 I_4 (z_2 z_3 + z_2 z_4 + z_2 z_6 + z_4 z_6) + E_6 (z_2 z_3 - z_1 z_4)] / \Delta_z. \quad (9)$$

Выражение (9) в статье [16] приводится с опечатками: 1) противоположные знаки у второго и третьего слагаемых; 2) неправильное выражение в скобках у четвертого слагаемого.

В дальнейших расчетах используем математическую систему Maple 7.0 [22]. Выражение для тока I_5 , полученное с помощью Maple 7.0 без специальных преобразований, размещается приблизительно на 27 страницах формата А4. Показатели сложности этого выражения приводятся в строке 1, а табл. 6. Здесь N (D) – обозначение числителя (знаменателя) схемной функции, а знак « ^ » – операция возведения в степень.

После преобразований с помощью функции `simplifications (size)` получается следующее выражение

$$\begin{aligned} > -((((z4+z3+z2+z1)*z5+(z4+z2)*(z1+z3))*z6+(z3+z4)*(z2+z1)*z5+((z2+z1)*z3+ \\ & z2*z1)*z4+z2*z3*z1)^2*H1^2-(z3+z2)*dz*(((z4+z3+z2+z1)*z5+(z4+z2)*(z1+z3))*z6+ \\ & (z3+z4)*(z2+z1)*z5+((z2+z1)*z3+z2*z1)*z4+z2*z3*z1)*H1-(((z4+z3+z2+z1)*z5+ \\ & (z4+z2)*(z1+z3))*z6+(z3+z4)*(z2+z1)*z5+((z2+z1)*z3+z2*z1)*z4+z2*z3*z1)^2*H2^2+(z1+ \\ & z4)*dz*(((z4+z3+z2+z1)*z5+(z4+z2)*(z1+z3))*z6+(z3+z4)*(z2+z1)*z5+((z2+z1)*z3+z2*z1)* \\ & z4+z2*z3*z1)*H2-dz^2*(-z2*z3+z4*z1))*E6/(2*(((z4+z3+z2+z1)*z5+ \\ & (z4+z2)*(z1+z3))*z6+(z3+z4)*(z2+z1)*z5+((z2+z1)*z3+z2*z1)*z4+z2*z3*z1)*H2+1/2*dz*(z \\ & 3+z2+z6+z5))*(((z4+z3+z2+z1)*z5+(z4+z2)*(z1+z3))*z6+(z3+z4)*(z2+z1)*z5+((z2+z1)*z3 \\ & +z2*z1)*z4+z2*z3*z1)*H1^2+(2*(((z4+z3+z2+z1)*z5+(z4+z2)*(z1+z3))*z6+(z3+z4)*(z2+z1) \\ &)*z5+((z2+z1)*z3+z2*z1)*z4+z2*z3*z1)^2*H2^2+2*dz*(z6+z5))*(((z4+z3+z2+z1)*z5+(z4+z2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&)*(z_1+z_3)*z_6+(z_3+z_4)*(z_2+z_1)*z_5+((z_2+z_1)*z_3+z_2*z_1)*z_4+z_2*z_3*z_1)*H_2-2*dz^2*(z_2*z_3- \\
& z_5*z_6))*H_1+dz*(((z_4+z_3+z_2+z_1)*z_5+(z_4+z_2)*(z_1+z_3))*z_6+(z_3+z_4)*(z_2+z_1)*z_5+ \\
& ((z_2+z_1)*z_3+z_2*z_1)*z_4+z_2*z_3*z_1)*(z_1+z_4+z_5+z_6)*H_2^2- \\
& 2*dz*(-z_5*z_6+z_4*z_1)*H_2-dz^2)). \tag{10}
\end{aligned}$$

Показатели сложности выражения (10) помещены строке 1,б табл. 6.

Выполнив замену подвыражений $((z_4+z_3+z_2+z_1)*z_5+(z_4+z_2)*(z_1+z_3))*z_6+(z_3+z_4)*(z_2+z_1)*z_5+((z_2+z_1)*z_3+z_2*z_1)*z_4+z_2*z_3*z_1$ в выражении (10) на dz (здесь dz – контурный определитель схемы), получаем с помощью Maple окончательное выражение:

$$\begin{aligned}
> I_5 := & (H_1^2 - (z_3+z_2)*H_1 - H_2^2 + (z_1+z_4)*H_2 + z_2*z_3 - z_4*z_1)*E_6 / (dz + 2*((z_2*z_3 - \\
& z_6*z_5)*H_1 + (z_1*z_4 - z_5*z_6)*H_2 - (z_5+z_6)*H_1*H_2 - H_1^2*H_2 - H_1*H_2^2) - \\
& H_1^2*(z_3+z_2+z_6+z_5) - H_2^2*(z_1+z_4+z_5+z_6)). \tag{11}
\end{aligned}$$

Приведенное выше решение практически неосуществимо без использования символьной математической системы [18]. Обсуждаемые далее методы предусматривают использование непосредственно исходной схемы на рис. 1, а или схемы замещения с УИ (см. рис. 1, б) и не требуют (для простых схем) применения компьютера. Искомый ток находится в виде

$$I_5 = \frac{\Delta_N}{\Delta_D} E_6. \tag{12}$$

Разложение по параметрам управляемых источников [11]. В этом методе используется схема замещения на рис. 1,б и формула (5). Схемы, определители которых равны $E_6\Delta_N$ и Δ_D , помещены на рис. 2,а и рис. 2,б соответственно.

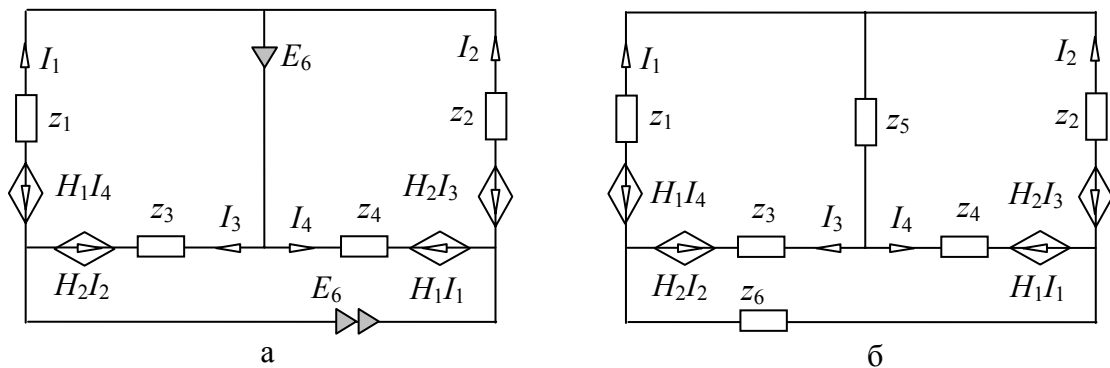


Рис. 2

Схема на рис. 2,а получена в результате преобразования источника E_6 и приемника тока I_5 в НУИ с параметром, равным E_6 , а на рис. 2,б – в результате стягивания источника E_6 и приемника тока I_5 .

При нахождении Δ_N и Δ_D выполняется разложение по параметрам ИНУТ

$$\begin{aligned}
\Delta_N = & N^{1234} + H_1 N_1^{234} + H_1 N_4^{123} + H_2 N_3^{124} + H_2 N_2^{134} + H_1 H_2 N_{13}^{24} + \\
& + H_1 H_2 N_{24}^{13} + H_1 H_2 N_{12}^{34} + H_1 H_2 N_{34}^{12} + H_1^2 N_{14}^{23} + H_2^2 N_{23}^{14} + \\
& + H_1 H_2^2 N_{123}^4 + H_1 H_2^2 N_{234}^1 + H_1^2 H_2 N_{124}^3 + H_1^2 H_2 N_{134}^2 + H_1^2 H_2^2 N_{1234}
\end{aligned} \quad (13)$$

и

$$\begin{aligned}
\Delta_D = & D^{1234} + H_1 D_1^{234} + H_1 D_4^{123} + H_2 D_3^{124} + H_2 D_2^{134} + H_1 H_2 D_{13}^{24} + \\
& + H_1 H_2 D_{24}^{13} + H_1 H_2 D_{12}^{34} + H_1 H_2 D_{34}^{12} + H_1^2 D_{14}^{23} + H_2^2 D_{23}^{14} + \\
& + H_1 H_2^2 D_{123}^4 + H_1 H_2^2 D_{234}^1 + H_1^2 H_2 D_{124}^3 + H_1^2 H_2 D_{134}^2 + H_1^2 H_2^2 D_{1234}.
\end{aligned} \quad (14)$$

Как видно, выражения Δ_N и Δ_D содержат по шестнадцать (2^4) слагаемых (верхние индексы указывают на нейтрализацию, а нижние на преобразование в НУИ), каждое из которых соответствует некоторому произведению параметров ИНУТ. Некоторые из слагаемых числителя и знаменателя будут равны нулю вследствие образования вырожденных схем в результате преобразования в ИНУТ в НУИ (с параметрами, равными передаточным сопротивлениям) или в результате нейтрализации ИНУТ. Например, из шестнадцати слагаемых числителя Δ_N остается семь слагаемых. Схемы, соответствующие ненулевым слагаемым разложения числителя и знаменателя, приведены в работе [19].

Отсюда получаем выражения для числителя и знаменателя

$$\Delta_N = z_2 z_3 - z_1 z_4 - H_1 z_2 - H_1 z_3 + H_2 z_4 + H_2 z_1 + H_1^2 - H_2^2; \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
\Delta_D = & z_1 [(z_2 + z_5)(z_3 + z_6 + z_4) + z_4(z_3 + z_6)] + (z_2 + z_6)[z_3(z_4 + z_5) + z_4 z_5] + \\
& + z_2 z_6(z_3 + z_5) + (z_2 z_3 - z_5 z_6)H_1 + (z_2 z_3 - z_5 z_6)H_1 + (z_1 z_4 - z_5 z_6)H_2 + \\
& + (z_1 z_4 - z_5 z_6)H_2 - z_5 H_1 H_2 - z_5 H_1 H_2 - z_6 H_1 H_2 - z_6 H_1 H_2 - H_1 H_2^2 - H_1 H_2^2 - \\
& - H_1^2 H_2 - H_1^2 H_2 - H_1^2(z_2 + z_3 + z_5 + z_6) - H_2^2(z_1 + z_4 + z_5 + z_6).
\end{aligned} \quad (16)$$

Результаты подсчета числа операций в выражениях (15) и (16) сведены во второй строке табл. 6.

Рекурсивное выделение УИ и двухполюсников [13, 14].

Перебор всех сочетаний из параметров УИ не обеспечивает получение оптимальных по сложности выражений (см. выражения (15) и (16)). Более предпочтительно рекурсивное использование формул (1) и (5), которое реализовано в компьютерной программе SCAD [23]. Ниже приводится решение рассмотренного выше примера с помощью этой программы:

$$I_5 = \frac{E_6^*(Z_1^*(H_2 - Z_4) + Z_2^*(Z_3 - H_1) + Z_3^*(-H_1) + Z_4^*H_2 + H_1^*H_1 - H_2^*H_2)}{(Z_5^*(Z_6^*(Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 - H_1 - H_1 - H_2 - H_2) + Z_1^*(Z_3 + Z_4) + Z_2^*(Z_3 + Z_4) - H_1^*H_2 - H_1^*H_1 - H_2^*H_1 - H_2^*H_2) + Z_6^*(Z_1^*(Z_2 + Z_4) + Z_2^*Z_3 + Z_3^*Z_4 - H_1^*H_2 - H_1^*H_1 - H_1^*H_2 - H_2^*H_2) + Z_1^*(Z_4^*(Z_2 + Z_3 + H_2 + H_2) + Z_2^*Z_3 - H_2^*H_2) + Z_2^*(Z_3^*(Z_4 + H_1 + H_1) - H_1^*H_1) + Z_3^*(-H_1^*H_1) + Z_4^*(-H_2^*H_2) - H_1^*H_1^*(H_2 + H_2) + H_1^*(-H_2^*H_2) + H_1^*(-H_2^*H_2))} \quad (17)$$

Результаты подсчета числа операций в выражении (17) представлены в третьей строке табл. 6.

Выделение параметров многополюсников [17].

Этот метод качественно отличается от двух рассмотренных выше методов, так как не требует перехода к УИ, а решение получается наиболее простым и компактным.

Схемы, определители которых равны Δ_N и Δ_D , помещены на рис. 3,а и рис. 3,б соответственно.

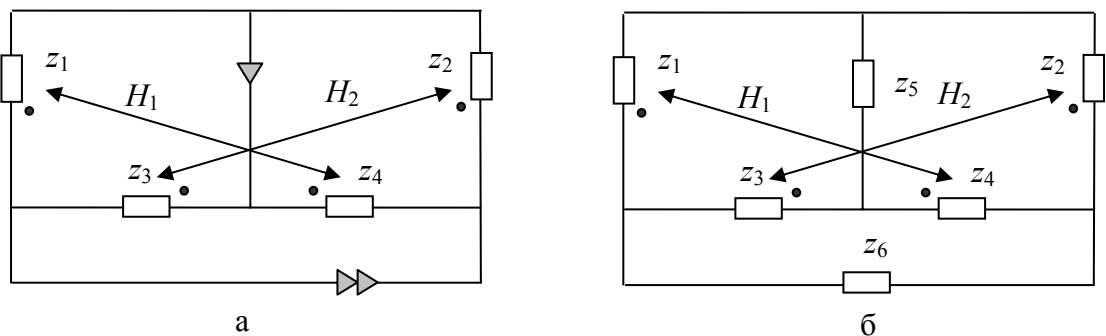
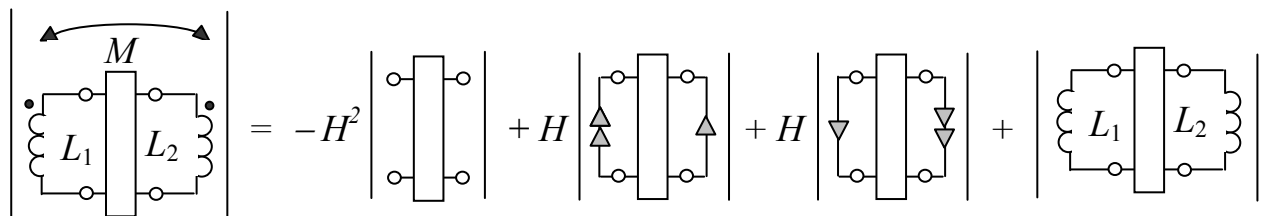
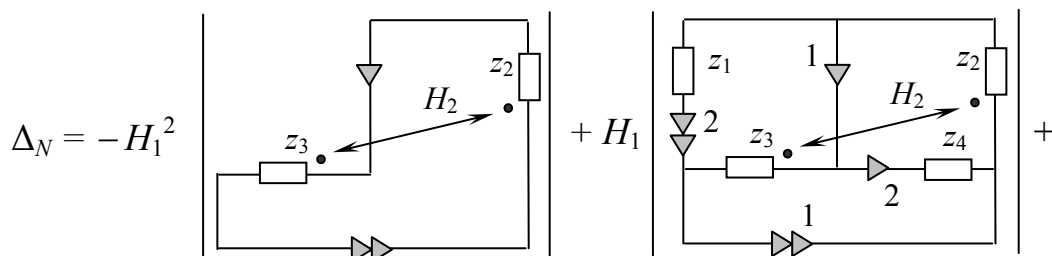


Рис. 3

Выделение параметра индуктивно связанных катушек, которые образуют подсхему, выполняется на основе схемно-алгебраического выражения, которое получается на основе формулы (4) и представлено на рис. 4. Здесь $H = pM$ – сопротивление взаимной индуктивности.



Последовательность преобразования схемного выражения в алгебраическое выражение при формировании числителя Δ_N имеет вид:



$$\begin{aligned}
 & + H_1 \left(\left| \begin{array}{c} z_1 \quad 1 \quad z_2 \\ \uparrow \quad \downarrow \quad \bullet \\ z_3 \quad \leftarrow H_2 \quad z_4 \\ \leftarrow \quad \leftarrow \quad \leftarrow \\ \uparrow \quad \uparrow \\ 1 \quad 2 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} z_1 \quad \quad \quad z_2 \\ \quad \quad \quad \downarrow \quad \bullet \\ z_3 \quad \leftarrow H_2 \quad z_4 \\ \quad \quad \quad \leftarrow \quad \leftarrow \\ \quad \quad \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \quad \quad \quad 1 \quad 2 \end{array} \right| = -H_1^2(-1) + \\
 & + H_1 \left(\left| \begin{array}{c} \quad \quad \quad 1 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 2 \quad 2 \quad 2 \\ \quad \quad \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \quad \quad \quad 1 \quad 2 \end{array} \right| + 2H_2 \left(\left| \begin{array}{c} \quad \quad \quad 1 \quad z_2 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \uparrow \\ 2 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \\ z_3 \quad \leftarrow \quad \leftarrow \quad \leftarrow \\ \quad \quad \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \quad \quad \quad 1 \quad 2 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \quad \quad \quad 1 \quad z_2 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \uparrow \\ 2 \quad 1 \quad 2 \quad 2 \\ z_3 \quad \leftarrow \quad \leftarrow \quad \leftarrow \\ \quad \quad \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \quad \quad \quad 1 \quad 2 \end{array} \right| \right) + \\
 & + H_1 \left(\left| \begin{array}{c} \quad \quad \quad 1 \\ \uparrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 2 \quad 2 \quad 2 \\ \quad \quad \quad \leftarrow \quad \leftarrow \\ \quad \quad \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \quad \quad \quad 1 \quad 2 \end{array} \right| + 2H_2 \left(\left| \begin{array}{c} \quad \quad \quad 1 \quad z_2 \\ \uparrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \uparrow \\ 2 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \\ z_3 \quad \leftarrow \quad \leftarrow \quad \leftarrow \\ \quad \quad \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \quad \quad \quad 1 \quad 2 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \quad \quad \quad 1 \quad z_2 \\ \uparrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \uparrow \\ 2 \quad 1 \quad 2 \quad 2 \\ z_3 \quad \leftarrow \quad \leftarrow \quad \leftarrow \\ \quad \quad \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \quad \quad \quad 1 \quad 2 \end{array} \right| \right) + \\
 & + \left(\left| \begin{array}{c} \quad \quad \quad 1 \\ \quad \quad \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad z_4 \\ \quad \quad \quad \leftarrow \quad \leftarrow \\ \quad \quad \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \quad \quad \quad 1 \end{array} \right| + H_2 \left(\left| \begin{array}{c} z_1 \quad 1 \quad z_2 \\ \uparrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ z_3 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \\ \leftarrow \quad \leftarrow \quad \leftarrow \quad \leftarrow \\ \quad \quad \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \quad \quad \quad 1 \quad z_4 \end{array} \right| + H_2 \left(\left| \begin{array}{c} z_1 \quad 1 \quad z_2 \\ \uparrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ z_3 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \\ \leftarrow \quad \leftarrow \quad \leftarrow \quad \leftarrow \\ \quad \quad \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \quad \quad \quad 1 \quad z_4 \end{array} \right| + \right. \\
 & \left. + \left| \begin{array}{c} z_1 \quad \quad \quad z_2 \\ \uparrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ z_3 \quad \leftarrow \quad \leftarrow \quad \leftarrow \\ \leftarrow \quad \leftarrow \quad \leftarrow \\ \uparrow \quad \uparrow \\ 1 \quad 2 \end{array} \right| \right) = z_2 z_3 - z_1 z_4 - H_1 z_2 - H_1 z_3 + H_2 z_4 + H_2 z_1 + H_1^2 - H_2^2. \quad (18)
 \end{aligned}$$

Последовательность преобразования схемного выражения в алгебраическое выражение при формировании знаменателя Δ_D имеет вид:

$$\Delta_D = -H_1^2 \left(\left| \begin{array}{c} \quad \quad \quad z_5 \quad z_2 \\ \quad \quad \quad \downarrow \quad \bullet \\ z_3 \quad \leftarrow H_2 \quad z_4 \\ \quad \quad \quad \leftarrow \quad \leftarrow \\ \quad \quad \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \quad \quad \quad z_6 \end{array} \right| + 2H_1 \left(\left| \begin{array}{c} z_1 \quad z_5 \quad z_2 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \bullet \\ z_3 \quad \leftarrow H_2 \quad z_4 \\ \leftarrow \quad \leftarrow \quad \leftarrow \\ \quad \quad \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \quad \quad \quad z_6 \end{array} \right| + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} z_1 \quad z_5 \quad z_2 \\ z_3 \quad z_4 \\ z_6 \end{array} \right| \begin{array}{c} \leftarrow H_2 \\ \bullet \end{array} \end{array} \right) = -H_1^2 \left(\begin{array}{c} 2H_2 \left(\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} z_5 \quad z_2 \\ z_3 \quad z_6 \end{array} \right| \begin{array}{c} \rightarrow \\ \bullet \end{array} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} z_5 \quad z_2 \\ z_3 \quad z_6 \end{array} \right| \end{array} \right) \end{array} \right) + \\
& + 2H_1 \left(\begin{array}{c} -H_2^2 \left(\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} z_5 \\ z_6 \end{array} \right| \begin{array}{c} \rightarrow \\ \bullet \end{array} \end{array} \right) + H_2 \left(\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} z_5 \quad z_2 \\ z_3 \quad z_4 \\ z_6 \end{array} \right| \begin{array}{c} \rightarrow 1 \\ \bullet \end{array} \end{array} \right) + H_2 \left(\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} z_5 \quad z_2 \\ z_3 \quad z_4 \\ z_6 \end{array} \right| \begin{array}{c} \rightarrow 2 \\ \bullet \end{array} \end{array} \right) \end{array} \right) + \\
& + \left(\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} z_5 \quad z_2 \\ z_3 \quad z_4 \\ z_6 \end{array} \right| \begin{array}{c} \rightarrow \\ \bullet \end{array} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} -H_2^2 \left(\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} z_5 \\ z_6 \end{array} \right| \begin{array}{c} \rightarrow \\ \bullet \end{array} \end{array} \right) + 2H_2 \left(\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} z_1 \quad z_5 \quad z_2 \\ z_3 \quad z_4 \\ z_6 \end{array} \right| \begin{array}{c} \rightarrow \\ \bullet \end{array} \end{array} \right) \end{array} \right) + \\
& + \left(\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} z_1 \quad z_5 \quad z_2 \\ z_3 \quad z_4 \\ z_6 \end{array} \right| \end{array} \right) = -H_1^2(2H_2 + (z_2 + z_3 + z_5 + z_6)) + 2H_1(-H_2^2 - H_2z_5 - H_2z_6 + \\
& + z_2z_3 - z_5z_6) - H_2^2(z_1 + z_4 + z_5 + z_6) + 2H_2(z_1z_4 - z_5z_6) + z_1[(z_2 + z_5)(z_3 + z_6 + z_4) + \\
& + z_4(z_3 + z_6)] + (z_2 + z_6)[z_3(z_4 + z_5) + z_4z_5] + z_2z_6(z_3 + z_5). \quad (19)
\end{aligned}$$

Результаты подсчета числа операций в выражениях числителя Δ_N и знаменателя Δ_D помещены в четвертой строке табл. 6.

Как видно, выражения для I_5 , полученные рассмотренными четырьмя методами, эквивалентны минимальному по сложности выражению [10, 16] (см. также выражение (11))

$$I_5 = \frac{z_2z_3 - z_1z_4 - H_1(z_2 + z_3) + H_2(z_1 + z_4) + H_1^2 - H_2^2}{\Delta_z + d_H} E_6, \quad (20)$$

где

$$d_H = 2[(z_2z_3 - z_5z_6)H_1 + (z_1z_4 - z_5z_6)H_2 - (z_5 + z_6)H_1H_2 - H_1H_2^2 - H_2^2H_2] - \\ - H_1^2(z_2 + z_3 + z_5 + z_6) - H_2^2(z_1 + z_4 + z_5 + z_6)$$

Показатели сложности выражения (20) сведены в пятой строке табл. 6.

Выводы

1. Метод получения ССФ определяет форму ее представления. Выражения ССФ могут быть развернутыми по *Кирхгофу*, *Максвеллу*, *Коутсу* или вложенными по *Фойснеру*.

2. Метод замещения УИ независимыми источниками не является прямым методом анализа электрических цепей, поскольку требует составления и решения системы уравнений. При использовании математических систем, на которые ориентирован этот метод, проще решить систему контурных или узловых уравнений с символьными параметрами, чем использовать правила 1 или 2.

3. Разложение по параметрам управляемых источников не обеспечивает получение оптимальных выражений, поскольку свертка выполняется только на уровне сомножителей при произведениях параметров n УИ. Количество слагаемых в разложении равно 2^n , что приводит к избыточным выкладкам. Рекурсивное разложение по формуле (5) позволяет сократить количество вырожденных схем и число алгебраических операций в получаемых выражениях.

4. Выделение параметров многополюсников на основе схемно-алгебраических выражений дает возможность сэкономить время анализа путем учета одинаковых параметров двухполюсных элементов и УИ. При подстановке вместо схемных определителей их значений нетрудно перейти к численно-аналитическим выражениям для искомых схемных функций и откликов.

Таблица 1. Схемы, соответствующие числителям передачи, и их определители, полученные по правилам 1 или 2

Числители передачи	Схема	Символьное выражение
--------------------	-------	----------------------

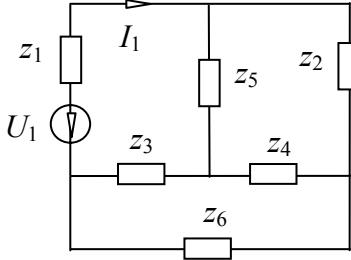
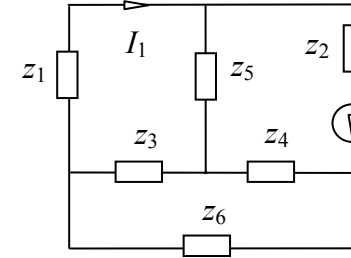
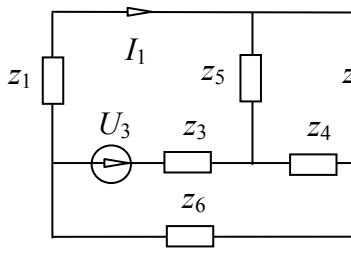
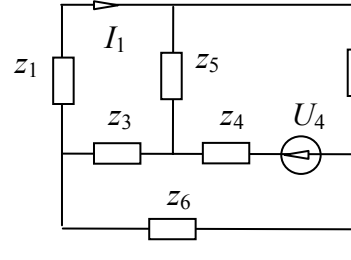
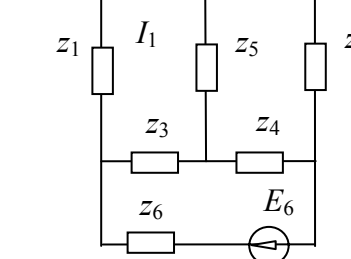
N_{11}		$-(z_2 z_3 + z_2 z_4 + z_2 z_6 + z_4 z_6 + z_3 z_4 + z_5 z_6 + z_3 z_5 + z_4 z_5)$
N_{21}		$(z_3 z_4 + z_5 z_6 + z_3 z_5 + z_4 z_5)$
N_{31}		$-(z_2 z_4 + z_2 z_6 + z_4 z_6 + z_5 z_6)$
N_{41}		$(z_5 z_6 - z_2 z_3)$
N_{61}		$(z_2 z_3 + z_3 z_4 + z_3 z_5 + z_4 z_5)$

Таблица 2. Схемы, соответствующие числителям передачи, и их определители, полученные по формуле (3)

Числители передачи	Схема	Символьное выражение
--------------------	-------	----------------------

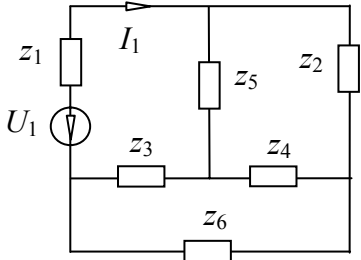
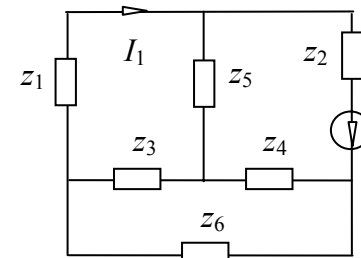
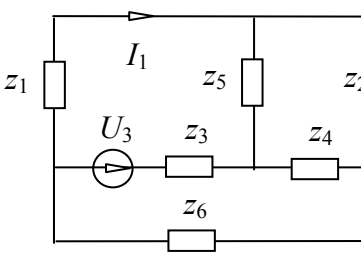
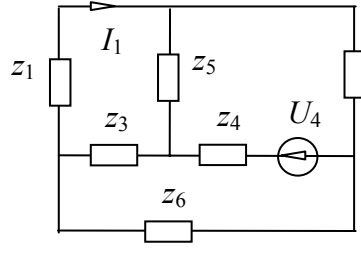
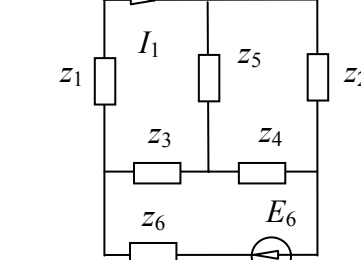
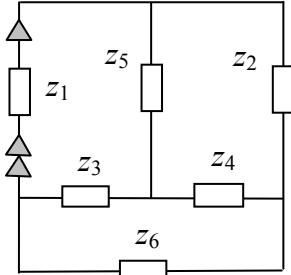
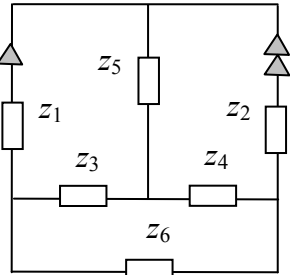
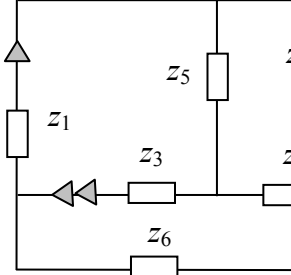
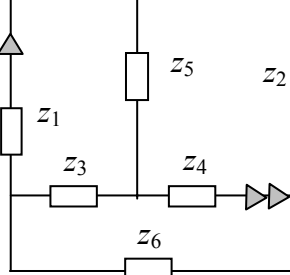
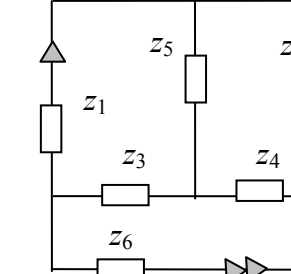
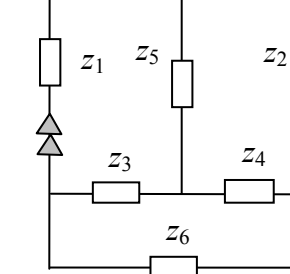
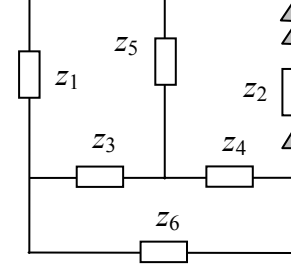
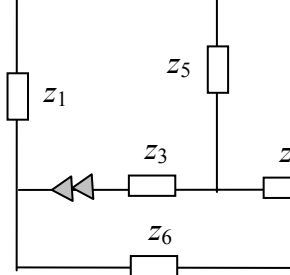
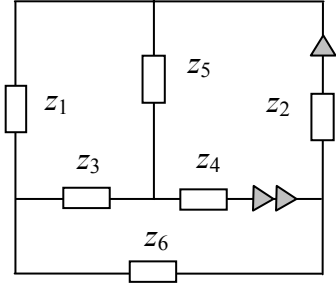
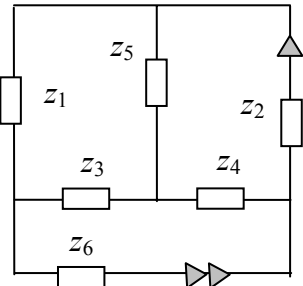
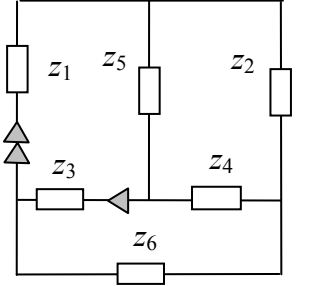
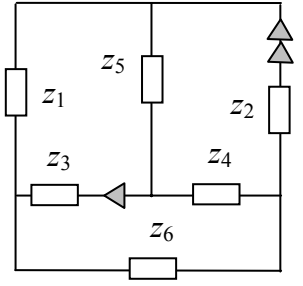
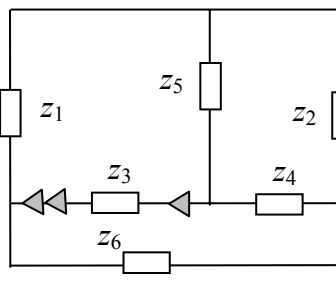
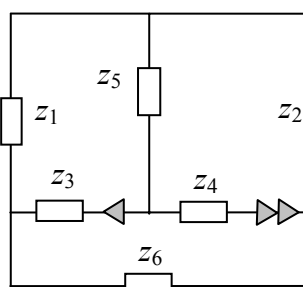
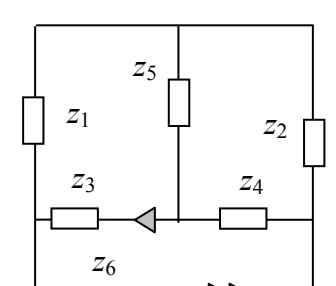
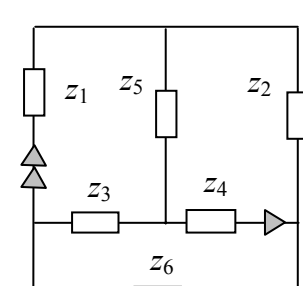
N_{11}		$-(z_2(z_4 + z_6) + z_4z_6 + z_2z_3 + z_3(z_4 + z_5) + z_4z_5 + z_5z_6)$
N_{21}		$(z_3(z_4 + z_5) + z_4z_5 + z_5z_6)$
N_{31}		$-(z_2(z_4 + z_6) + z_4z_6 + z_5z_6)$
N_{41}		$(z_5z_6 - z_2z_3)$
N_{61}		$(z_3(z_4 + z_5) + z_4z_5 + z_2z_3)$

Таблица 3. Схемы, соответствующие числителям передачи, и их определители

<p>N_{11}</p>  $-(z_4(z_2 + z_3 + z_5 + z_6) + (z_2 + z_5)(z_3 + z_6))$	<p>N_{21}</p>  $z_5(z_3 + z_4 + z_6) + z_3z_4$
<p>N_{31}</p>  $-z_6(z_2 + z_4 + z_5) - z_2z_4$	<p>N_{41}</p>  $z_5z_6 - z_2z_3$
<p>N_{61}</p>  $z_3(z_2 + z_4 + z_5) + z_4z_5$	<p>N_{12}</p>  $z_5(z_3 + z_4 + z_6) + z_3z_4$
<p>N_{22}</p>  $-(z_3(z_1 + z_4 + z_5 + z_6) + (z_1 + z_5)(z_4 + z_6))$	<p>N_{32}</p>  $-z_1z_4 + z_5z_6$

Продолжение табл. 3

<p>N_{42}</p>  <p>$-z_6(z_1 + z_3 + z_5) - z_1z_3$</p>	<p>N_{62}</p>  <p>$-z_4(z_1 + z_3 + z_5) - z_3z_5$</p>
<p>N_{13}</p>  <p>$-z_6(z_2 + z_4 + z_5) - z_2z_4$</p>	<p>N_{23}</p>  <p>$-z_1z_4 + z_5z_6$</p>
<p>N_{33}</p>  <p>$-(z_2(z_1 + z_4 + z_5 + z_6) + (z_1 + z_6)(z_4 + z_5))$</p>	<p>N_{43}</p>  <p>$z_5(z_1 + z_2 + z_6) + z_1z_2$</p>
<p>N_{63}</p>  <p>$-z_1(z_2 + z_4 + z_5) - z_2z_5$</p>	<p>N_{14}</p>  <p>$z_5z_6 - z_2z_3$</p>

Окончание табл. 3

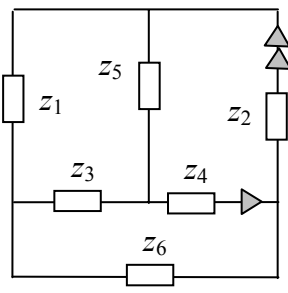
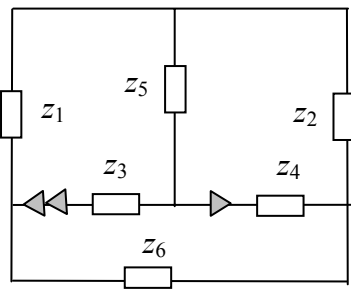
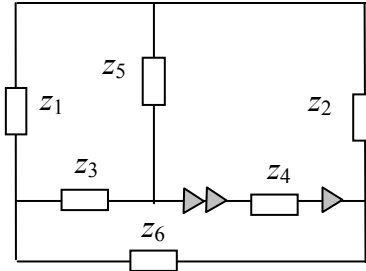
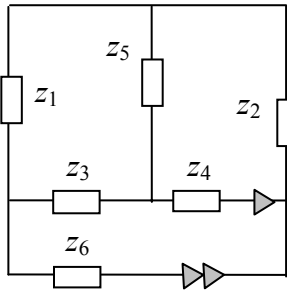
<p>N_{24}</p>  <p>$-z_6(z_1 + z_3 + z_5) - z_1z_3$</p>	<p>N_{34}</p>  <p>$z_5(z_1 + z_2 + z_6) + z_1z_2$</p>
<p>N_{44}</p>  <p>$-(z_1(z_2 + z_3 + z_5 + z_6) + (z_3 + z_5)(z_2 + z_6))$</p>	<p>N_{64}</p>  <p>$z_2(z_1 + z_3 + z_5) + z_1z_5$</p>

Таблица 4. Схемы, соответствующие диагональным коэффициентам, и их определители

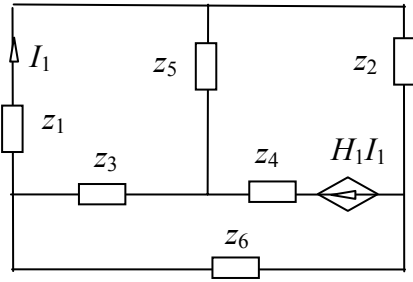
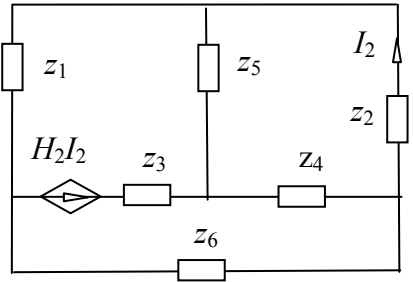
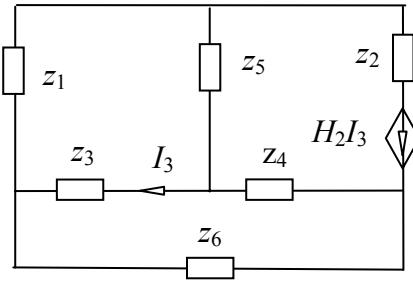
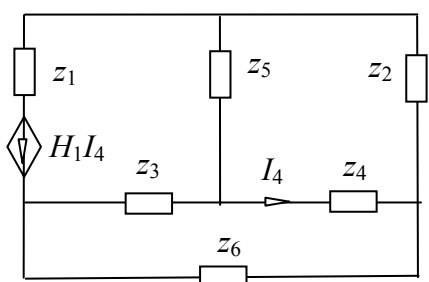
<p>f_1</p>  <p>$\Delta_z - H_1(z_5z_6 - z_2z_3)$</p>	<p>f_7</p>  <p>$\Delta_z + H_2(z_1z_4 - z_5z_6)$</p>
<p>f_{13}</p>  <p>$\Delta_z + H_2(z_1z_4 - z_5z_6)$</p>	<p>f_{19}</p>  <p>$\Delta_z - H_1(z_5z_6 - z_2z_3)$</p>

Таблица 5. Схемы, соответствующие числителям для тока I_5 , и их определители

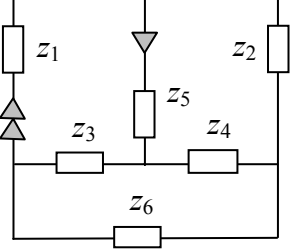
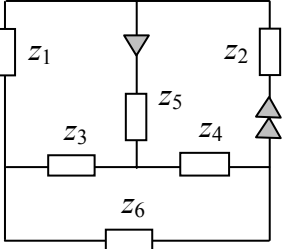
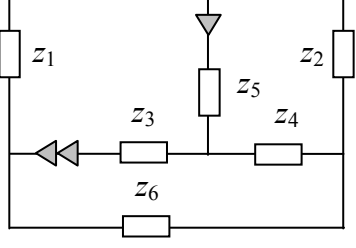
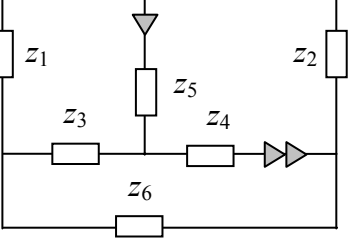
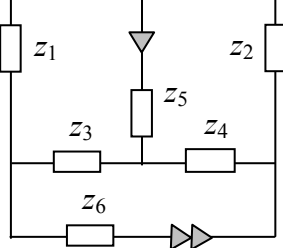
<p>N_{15}</p>  <p>$-z_2(z_3 + z_4 + z_6) - z_4z_6$</p>	<p>N_{25}</p>  <p>$-z_1(z_3 + z_4 + z_6) - z_3z_6$</p>
<p>N_{35}</p>  <p>$-z_4(z_1 + z_2 + z_6) - z_2z_6$</p>	<p>N_{45}</p>  <p>$-z_3(z_1 + z_2 + z_6) - z_1z_6$</p>
<p>N_{65}</p>  <p>$z_2z_3 - z_1z_4$</p>	

Таблица 6. Вычислительная сложность выражений

№ п/п	Метод	Количество операций различного типа								
		+		*		/	-		^	
		N	D	N	D	-	N	D	N	D
1, а	Замещение УИ независимыми источниками	91		12995		5	2283		5048	
1, б		133		127		2	10		11	
2	Разложение по параметрам УИ	3	21	6	34	1	4	14	2	6
3	Рекурсивное выделение УИ	4	24	6	33	1	4	19	0	0
4	Выделение параметров многополюсников	3	22	6	21	1	4	6	2	3
5	Минимальная формула	4	20	4	21	1	3	7	2	4

Литература

1. Кирхгоф Г. Р. Избранные труды. – М.: Наука. – 1988. – 428 с.
2. Максвелл Д. К. Трактат об электричестве и магнетизме: В 2 т. – Т. 1. – М.: Наука, 1989. – 416 с.
3. Feussner W. Ueber Stromverzweigung in netzformigen Leitern // Annalen der Physik. – 1902. – Bd 9, N 13. – S. 1304 – 1329.
4. Feussner W. Zur Berechnung der Stromstarke in netzformigen Leitern // Annalen der Physik. – 1904. – Bd 15, N 12. – S. 385 – 394.
5. Tellegen B. D. H. La recherche pour una série complète d'éléments de circuit idéaux non-linéaires // Rendiconti del seminario matematico e fisico di Milano: Sotto gli auspice dell'università e del politecnico. – Milano, 1955. – Vol. 25 (1953 – 1954). – P. 134 – 144.
6. Mason S. J. Topological analysis of linear non-reciprocal networks // Proc. Institute of Radio Engineers. – 1957. – Vol. 45. – № 6. – P. 829 – 838.
7. Coates C. L. General topological formulas for linear network functions // Circuit theory. – 1958. – Vol. CT-5, N 3. – P. 42 – 54.
8. Braun J. Topological analysis of networks containing nullators and norators // Electronics letters. – 1966. – Vol. 2, No. 11. – P. 427 – 428.
9. Сешу С., Рид М. Б. Линейные графы и электрические цепи. – М.: Высш. шк., 1971. – 448 с.
10. Теоретические основы электротехники: В 2 т. Т. 1. Основы теории линейных цепей / П. А. Ионкин, А. И. Даревский, Е. С. Кухаркин и др. – М.: Высшая школа, 1976. – 544 с.
11. Hashemian R. Symbolic representation of network transfer functions using norator-nullator pairs // Electronic circuits and systems. – 1977. – Vol. 1, No. 6 (November). – P. 193 – 197.
12. Филаретов В. В. Синтез оптимальных формул схемных функций электрических цепей // Электричество. – 1995. – № 4. – С. 36 – 43.
13. Филаретов В. В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество. – 1998. – № 5. – С. 43 – 52.
14. Филаретов В. В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // Электричество. – 2001. – № 4. – С. 43 – 51.
15. Martin Vlk, Zdenek Kolka. New topological approach to simplification before generation // 7th International Workshop on Symbolic Methods and Applications to Circuit Design (SMACD-2002). – Sinaia (Romania) 2002. – P. 120 – 123.
16. Белов Г. А., Захаров В. Г. Применение символьных схемных функций для расчета электрических цепей // Электричество. – 2003. – № 8. – С. 34 – 41.
17. Курганов С. А., Филаретов В. В. Символьный анализ линейных электронных цепей на основе схемно-алгебраических формул выделения параметров многополюсников // Электричество. – 2003. – № 6. – С. 52 – 65.
18. Королев Ф. А., Филаретов В. В. О символьно-топологическом анализе схем (по поводу статьи Г. А. Белова и В. Г. Захарова в журнале «Электричество») //

Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика : Тр. междунар. конф. КЛИН–2005. – Ульяновск : УлГТУ, 2005. – Т. 3. – С. 76 – 80.

19. Миланцей Г., Филаретов В. В. От идеального усилителя Теллегена до многомерного неудаляемого управляемого источника // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. междунар. конф. КЛИН–2005. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – Т. 3. – С. 140 – 154.

20. Dmytryshyn R., Kubaszek A. Multimethodical approach and sequence of expressions generation for acceleration of repetitive analysis of analog circuits // Analog integrated circuits and signal processing. – Vol. 31. – Kluwer Academic Publishers, 2002. – P. 147 – 159.

21. Фидлер Д. К., Найтингейл К. Машинное проектирование электронных схем. – М. : Высш.шк., 1985. – 216 с.

22. Дьяконов В. П. Математическая система Maple V R3/R4/R5. – М.: Солон, 1998. – 399 с.

23. Березуев Р. И., Курганов С. А., Филаретов В. В., Шеин Д. В. Символьный анализ и диагностика электронных цепей // Государственный координационный центр информационных технологий. – 2004. – № ОФАП 3981; № ГР 50200401291. <http://www.berezuev.hotbox.ru>.

Королев Федор Александрович – студент 5-го курса энергетического факультета Ульяновского государственного технического университета (УГТУ).

Филаретов Владимир Валентинович окончил радиотехнический факультет Ульяновского политехнического института (ныне УГТУ) по специальности «Радиотехника». В 2002 г. защитил докторскую диссертацию «Топологический анализ электрических цепей на основе схемного подхода» в Московском энергетическом институте (техническом университете). Профессор кафедры «Электроснабжение» УГТУ.

Авторы:

Ф. А. Королев

В. В. Филаретов

Дата: 15.03.2006