

Министерство образования и науки Российской Федерации
Ульяновский государственный технический университет

СИНТЕЗ, АНАЛИЗ И ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ

Международный сборник научных трудов

Вып. 8

Ульяновск 2010

УДК 516.7.24/25+519.873
ББК 32.85
С38

УДК 516.7.24/25+519.873

Синтез, анализ и диагностика электронных цепей :
Международный сборник научных трудов / под ред. В. В. Филаретова. –
Ульяновск : УлГТУ, 2010. – Вып. 8. – 212 с.

Сборник продолжает серию специализированных сборников, изданных и издаваемых в Ульяновском государственном техническом университете (УлГТУ) в рамках международных конференций: «Континуальные логико-алгебраические исчисления и нейроматематика», «Конференция по логике, информатике, науковедению» и «Волгинские чтения».

В данном выпуске обсуждаются теоретические вопросы и практические приложения современной теории электрических цепей. В числе обсуждаемых вопросов: преобразования электрических цепей, структурный и параметрический синтез, анализ и диагностика сложных цепей и сетей, компьютерное символьное и символьно-численное моделирование, автоматизация схмотехнического проектирования.

Рекомендуется для специалистов в области схмотехники аналоговых и аналого-дискретных электрических цепей, магистрантов и аспирантов соответствующих направлений и специальностей.

Редакционная коллегия:

Войциеховски Я. М., полный д-р наук (Dr. hab.), Варшавский технологический ун-т,
Горшков К.С., канд. техн. наук (ответственный секретарь)
Гришкевич А. А., д-р техн. наук, Ченстоховский политехн. ин-т (Польша),
Курганов С. А., д-р техн. наук (зам. ответственного редактора),
Соловьева Е. Б., д-р техн. наук, СПбГЭУ – ЛЭТИ им. В.И.Ленина,
Филаретов В. В., д-р техн. наук (ответственный редактор).

Научное издание

**СИНТЕЗ, АНАЛИЗ И ДИАГНОСТИКА
ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ**

Международный сборник научных трудов
Выпуск 8

Под редакцией В. В. Филаретова
Компьютерная верстка К. С. Горшков

ЛР № 020640 от 22.10.97

Подписано в печать 28.12.2010. Формат 60x84/16.

Усл.печ.л. 12,32. Тираж 100 экз. Заказ 27

Ульяновский государственный технический университет
432027, Ульяновск, Северный Венец, 32
Типография УлГТУ. 432027, Ульяновск, Северный Венец, 32

ISBN 978-5-9795-0709-5

© Авторы, 2010

© Оформление. УлГТУ, 2010

СИНТЕЗ ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ

АВТОМАТИЗАЦИЯ СТРУКТУРНОГО СИНТЕЗА ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММЫ INTERSYN-2

К. С. Горшков, Е. В. Кададинский

Введение. Сложность современных электротехнических устройств и электронной аппаратуры делает нецелесообразной их разработку без использования компьютерных систем проектирования. На сегодняшний день наиболее значительные успехи в области автоматизации проектирования достигнуты на этапах параметрического синтеза и синтеза конструкции [1]. В то же время процесс формирования структуры электрической цепи, выполняемый на этапе структурного проектирования, до сих пор относят к изобретательскому уровню и выдают патенты на устройства или способы. Неслучайно одна из важнейших работ по практическим вопросам проектирования электрических цепей называется «Искусство схемотехники» [2].

Задача структурного синтеза проектных решений, с точки зрения возможности формализации, относится к числу наиболее сложных [1]. Это связано с тем, что, с одной стороны, свойства синтезируемого объекта зависят от большого числа зачастую случайных, противоречивых, не до конца исследованных факторов. С другой стороны, в общем случае задачи синтеза, в отличие от задач анализа, имеют неоднозначное решение. Как следствие, в процессе синтеза часто приходится выбирать вариант из множества очень большой конечной или даже счетной мощности.

В данной статье представлено решение задачи автоматизации структурного синтеза для класса линейных электрических цепей на основе программы InterSyn-2.

Сравнение подходов к решению проблемы автоматизации синтеза электрических цепей. Традиционные методы структурного синтеза представляют собой либо частные процедуры, основанные на математическом разложении функции цепи, принудительно определяющей получаемую структуру соединения элементов, либо эвристические методики, связанные с использованием избыточных промежуточных

математических моделей электрических цепей (матриц, графов, структурных схем, теоретико-множественных объектов) [3]. Кроме того, многие известные методы имеют ограничения на тип реализуемого оператора и используемой элементной базы, а также приводят к получению лишь некоторых частных структур реализации цепей, в лучшем случае к частным классам структур [4]. Поэтому на практике в схемотехническом проектировании часто используются сразу несколько различных методик.

Ограниченность возможностей традиционных методов синтеза электрических цепей, в совокупности со сложностью их формализации, обусловили популярность среди специалистов по схемотехнике подходов к структурному проектированию, заимствованных из САПР. Некоторые из них, в том числе экспертные системы на основе обобщенных моделей [5, 6] и разнообразных баз знаний [7–10], переборные [11–13] и генетические алгоритмы [14–17], хорошо зарекомендовали себя на практике и широко используются при разработке электронной аппаратуры различного назначения.

Как отмечено в работе [18]: «совершенный алгоритм реализации должен обеспечить перебор всего множества схем и их сопоставление». Однако существующие компьютерные программы, основанные на перечисленных выше подходах, обеспечивают лишь частичное решение этой задачи автоматизации структурного проектирования. Так, функционирование экспертных систем напрямую связано с участием в работе инженера – как следствие, конечный результат будет напрямую зависеть от опыта специалиста. Кроме того, существующие базы знаний зачастую являются неполными, поскольку при их составлении использовались традиционные методы синтеза, которые не способны обеспечить получение полного множества схемных реализаций по заданному оператору.

Для генерации всех возможных вариантов схемных решений априорно не пригодны также и генетические алгоритмы, считающиеся на сегодняшний день наиболее перспективным инструментом структурного проектирования. Более того, применение генетических алгоритмов вообще не гарантирует решения задачи синтеза, даже если оно существует.

Известные переборные методики отличает повышенная требовательность к ресурсам компьютера, которая делает их применение на практике очень ограниченным.

Первая пригодная в инженерном отношении формализованная методика структурного синтеза электрических цепей на основе переборного алгоритма появилась в 2007 году [19]. В качестве оператора использовалась символьная схемная функция. Эффективность перебора обеспечивалась путем целенаправленного выбора и сопоставления результатов синтеза на основе метода схемных определителей [20]. В

дальнейшем предложенная методика схемной реализации была расширена на полиномиальные схемные функции (ПСФ) вида:

$$S(p) = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0 p^0}{b_k p^k + b_{k-1} p^{k-1} + \dots + b_0 p^0}, \quad (1)$$

Разработанная в [21, 22] методика структурного синтеза линейных электрических цепей на основе ПСФ: 1) не имеет ограничений на вид реализуемой функции, что обеспечивает возможность применения методики для проектирования электрических цепей различного назначения; 2) является прямой, то есть исключает применение промежуточных математических моделей в виде матриц или графов, что позволяет использовать произвольную активную элементную базу линейных электрических цепей; 3) обеспечивает получение полного класса оптимальных по числу элементов схемных решений, что исключает необходимость применения в процессе синтеза методов структурной оптимизации электрических цепей.

Алгоритм структурного синтеза электрических цепей с помощью схемных определителей. Схемная реализация ПСФ на основе аппарата схемных определителей, выполняется с помощью алгоритма, входными данными для которого являются: ПСФ вида (1), элементная база синтезируемой цепи и критерий оптимальности по числу элементов. Алгоритм состоит из следующей последовательности шагов:

1. Повторная частичная свертка характеристического полинома схемной функции (1) до получения определителя начальной схемы для процедуры структурного синтеза:

$$D_0 = b_0, \quad D_1 = b_1 p + D_0, \quad D_2 = b_2 p^2 + D_1, \quad \dots, \quad D_k = b_k p^k + D_{k-1}, \quad (2)$$

где D_0, D_1, \dots, D_{k-1} – определители подсхем синтезируемых структур соответствующих D_k . Порядковый номер выражения, полученного при частичной свертке (2), будет равен числу реактивных элементов в соответствующей подсхеме.

2. Выбор начальной схемы в зависимости от вида заданной функции и выбранной элементной базы:

– если коэффициенты $b_0 \neq 0, b_1 \neq 0$, то в качестве начальной схемы выбирается одна из схем на рис. 1,а–ж;

– если $b_0 \neq 0, b_1 = 0$, выражению D_1 будут соответствовать простейшие схемы с реактивными элементами на рис. 1,з и рис. 1,и;

– если $b_0 = 0, b_1 \neq 0$, то в качестве начальной схемы (соответствующей D_1) может быть выбрана одна из схем на рис. 1,к и рис. 1,л. В общем случае, если $b_0 = 0, \dots, b_{k-1} = 0$, то выражению D_k будет соответствовать совокупность из k разомкнутых емкостных ветвей или индуктивных контуров.

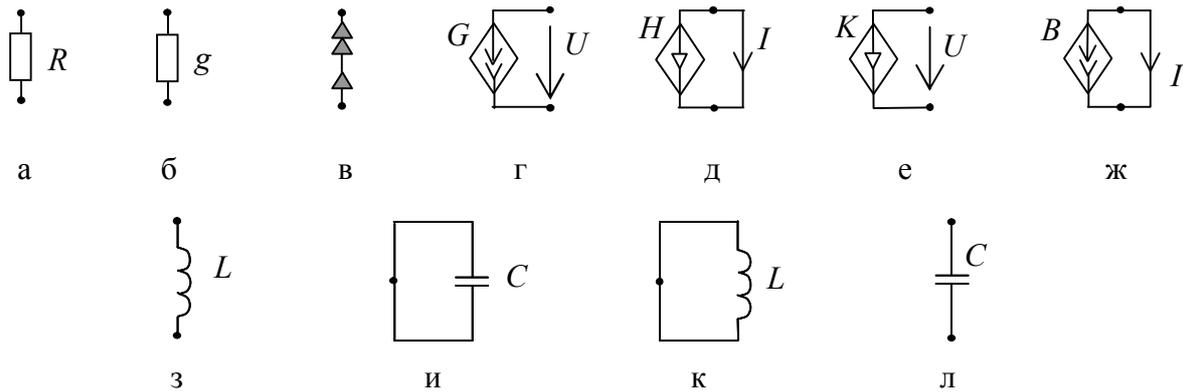


Рис. 1. Базовый набор начальных схем для случаев если $b_0 \neq 0, b_1 \neq 0$ (а–ж), если $b_0 \neq 0, b_1 = 0$ (з, и), и если $b_0 = 0, b_1 \neq 0$ (к, л)

3. Нарращивание выбранной схемы до получения множества структур, соответствующих знаменателю заданной ПСФ. Под наращиванием понимается процедура поиска такого способа подключения элемента из заданного базиса, чтобы полученная структура имела определитель, удовлетворяющий соответствующему выражению, полученному при повторной частичной свертки. В первую очередь подключаются пассивные двухполюсники, а только потом активные элементы, причем двухполюсники различных типов добавляются поочередно, что обеспечивает выполнение заданных критериев оптимальности по числу элементов. На каждом этапе наращивания проводится проверка реализованных структур на изоморфизм в результате сравнения распределений показателей участия вершин [23].

4. Подключение независимого источника и ветви искомого отклика к схемам полученным на предыдущем шаге для реализации множества структур соответствующих заданной ПСФ (1).

5. Исключение из полученного множества изоморфных схемных реализаций (в результате сравнения распределений показателей участия ребер) [23], а также нетехнологичных структур в соответствии со следующими критериями: 1) наличие так называемого «шарнирного узла», то есть узла, удаление которого приводит к разделению схемы на две несвязные подсхемы; 2) наличие разомкнутых ветвей или замкнутых контуров с двухполюсником; 3) наличие некорректного включения активного элемента (активный элемент нейтрализуется); 4) отсутствие общей точки в структурах с активными элементами; 5) отсутствие соединения независимого источника и ветви искомого отклика с общей точкой активного элемента.

6. Выбор оптимальных схемных решений: 1) параметрический синтез на основе метода компонентных уравнений [24] для определения численных значений параметров элементов полученных схем; 2) анализ частотных характеристик, построение амплитудно-частотных и фазо-частотных характеристик [25]; 3) допусковый анализ для определения

схем, обладающих наименьшей чувствительностью [26]; 4) расчет и сравнение входного и выходного сопротивлений электрических цепей.

Представленный алгоритм реализован в программе InterSyn-2.

Общая характеристика программы InterSyn-2. Программа InterSyn-2 предназначена для получения множества структур с минимально возможным числом элементов, удовлетворяющих заданной полиномиальной схемной функции (входной или передаточной) вида (1), и выбора среди них оптимальных схемных решений.

Входными данными для работы программы являются максимальные порядки степеней (n и k) полиномов числителя и знаменателя исходной функции, значения коэффициентов ПСФ (a_n и b_k), а также критерии оптимальности.

Программа не имеет ограничений на элементную базу линейных электрических цепей. Предусматриваются следующие обозначения для элементов схемы: 1) R – сопротивление резистора; 2) g – проводимость резистора; 3) c – емкость конденсатора; 4) L – индуктивность катушки индуктивности; 5) G – передаточная проводимость; 6) B – коэффициент передачи по току; 7) K – коэффициент передачи по напряжению; 8) H – передаточное сопротивление; 9) N – идеальный операционный усилитель (нуллор). Программа чувствительна к регистру вводимых элементов, т.е., параметры емкости и проводимости должны задаваться только строчными буквами «с» и «g» соответственно, а все остальные элементы только прописными.

Выходными данными являются электрические схемы, представленные в формате *cir*-файлов, то есть, в стандартном формате описания линейных электрических цепей, принятом в программах Pspice-DesignLab [27]. Синтезированные в результате работы программы схемы сохраняются в формате *cir*-файлов, которые пригодны для дальнейшего использования в системах схемотехнического моделирования. Так, например, в системе SCAD [28] реализована возможность для графического отображения полученных схем, их анализа и диагностики.

В состав InterSyn-2 входят следующие программные модули: 1) intersym 1.5 – программа автоматизации процесса наращивания начальной схемы, на основе переборного алгоритма подключения элементов из заданного базиса (автор – Ю.В. Токарев) [29]; 2) cirsymw – символьный процессор, обеспечивающий получение определителей подсхем, получаемых в ходе наращивания (автор – В.В. Филаретов); 3) Xarc – программа для исключения изоморфных структур на основе показателей участия ребер и вершин; 4) Toleralize – программа допускового анализа электрических цепей (авторы – С.Б. Емельянов, А.И. Забродина, А.М. Кузнецов, А.Ю. Тюрина) [30]; 5) TransProcAnalyser – численный процессор, предназначенный для параметрического синтеза параметров элементов полученных схемных решений (авторы – А.И.

Золотухин, Д.А. Нагибин); 6) calcsym – численный интерпретатор, позволяющий проводить численные расчеты по сформированным символьным выражениям (автор – Д.В.Шейн); 7) GraphiX – программа для построения графиков амплитудно- и фазо-частотных характеристик (авторы – С.А. Заболотнов, Л.В. Романов, Д.И. Стенюшкин) [31]; 8) Selector – программа для расчета и сравнения входного и выходного сопротивлений электрических цепей (автор – М.Ю. Разумков).

Графический интерфейс InterSym-2, реализованный Е.В.Кададинским, обеспечивает взаимодействие между программными модулями на всех этапах схемотехнического проектирования: синтезе структуры, синтезе параметров элементов и допусков на них, а также выборе оптимальных схемных решений. При работе с программой обеспечивается сохранение истории всех операций наращивания схемы с возможностью просмотра результата и возврата к началу любой выполненной операции.

Минимальные системные требования: процессор с тактовой частотой 1.8 ГГц, 512 Мб оперативной памяти, 10Мб свободного места на жестком диске, ОС Windows XP/Vista.

Режимы работы программы InterSym-2. В программе реализованы два режима генерации множества эквивалентных структур: полностью автоматический и с участием эксперта. В автоматическом режиме посредством последовательного наращивания простейшей схемы элементами из выбранного базиса, с учетом выбранного критерия оптимальности, проводится полный перебор всех возможных комбинаций соединений элементов. С одной стороны, это гарантирует получение множества схемных реализаций заданной ПСФ, если таковые существуют, с другой, приводит к значительным временным затратам. В случае высокого порядка сложности реализуемой схемы, программа автоматически переходит в фоновый режим работы, минимально загружающий процессор персонального компьютера.

Для упрощения процедуры сопоставления получаемых в ходе наращивания структур с выражениями, полученными на этапе повторной частичной свертки, в автоматизированном режиме не проводится расчет определителей для схем, в которых подключенный элемент будет нейтрализоваться. Например, добавление к произвольной схеме разомкнутого сопротивления (индуктивности) или контура из проводимости (емкости) не приводит к изменению определителя, следовательно, расчет такой схемы будет избыточным.

Режим с участием эксперта позволяет более гибко управлять процессом структурного синтеза. Он предоставляет пользователю возможность самостоятельно выбирать схему и порядок подключения к ней элементов. Если подключение очередного элемента не привело к получению удовлетворительного результата, можно попробовать подключение элемента другого типа. В случае необходимости возможно

изменение заданного элементного базиса. Программа InterSym по желанию пользователя позволяет перейти к произвольной структуре, полученной на любом этапе наращивания, даже если она была исключена из оптимального результата по какому-либо критерию.

Исключение изоморфных структур и схем, удовлетворяющих первому, второму и третьему критериям нетехнологичности, проводится автоматически вне зависимости от выбранного режима работы программы. Исключение из полученного результата структур, соответствующих четвертому и пятому критерию нетехнологичности, становится возможным после окончания процедуры наращивания.

Структурный синтез схемы осциллятора. Рассмотрим пример структурного синтеза схемы замещения линейного осциллятора на одном операционном усилителе (ОУ) с использованием программы InterSym-2, на основе характеристического уравнения вида:

$$b_2 p^2 + b_1 p + b_0 = 0. \quad (3)$$

В соответствии с традиционными реализациями осцилляторов по заданному выражению будем использовать в качестве элементной базы только резисторы, конденсаторы и ОУ [32]. Ограничим число пассивных элементов до шести.

Работа с программой начинается с запуска файла Synthesis.exe и введения входных данных для синтеза: значения максимальной степени заданного полинома и значений его коэффициентов ($b_0=1$, $b_1=1$, $b_2=1$). В настройках программы (Файл=>Критерии оптимизации) устанавливаются ограничения на число пассивных элементов.

Во основном рабочем экране программы (рис. 2) пользователь выбирает начальную схему. В левом окне перечисляются доступные для выбора схемы, в правом отображается их содержимое. В соответствии со вторым шагом алгоритма выбираем схему «b.cir» состоящую из разомкнутого сопротивления. В рабочее поле «Название добавляемых элементов» следует ввести символы элементов из заданного базиса: R, c, N1. Теперь пользователь должен выбрать режим работы программы: Файл=>Режим работы.

Если выбран ручной режим наращивания, то после нажатия кнопки «Далее» программа проведет поиск способов подключения элемента и выведет на экран схемы, соответствующие введенным условиям. Пользователь должен выбрать произвольную схему, к которой будет подключен очередной элемент из заданного базиса и вновь нажать кнопку «Далее». Процедура будет повторяться до тех пор, пока не будет получено множество схем, полностью удовлетворяющих входным данным. Если программа на определенном этапе наращивания не сможет реализовать ни одной схемы соответствующей заданным условиям, то нажатие кнопки

«Назад» позволяет вернуться на один из предыдущих этапов, и попробовать выбрать другую схему.

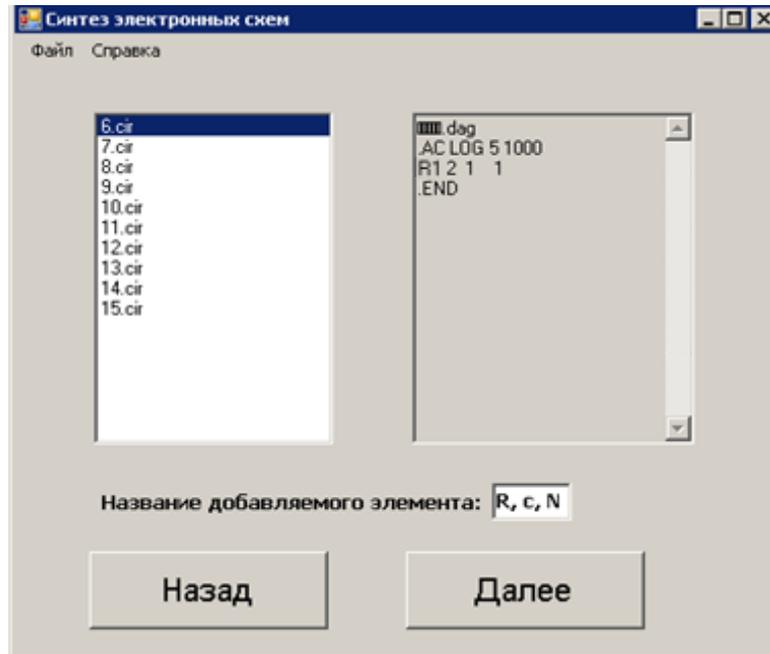


Рис. 2. Рабочее окно программы InterSyn-2

Для получения полного множества схем целесообразно использовать автоматический режим работы программы InterSyn-2. В этом случае после выбора начальной схемы программа проведет целенаправленный перебор всех возможных способов включения элементов из заданного базиса и, после исключения изоморфных и нетехнологичных схемных решений, выведет на экран 18 схем осцилляторов в формате cir-файлов.

В работе [15] данная задача решается с помощью специализированного генетического алгоритма, считающегося наиболее эффективным для синтеза осцилляторов. Результатом выполнения алгоритма стали две новые структуры, которые нельзя было получить классическими методами [32].

Отметим, что 18 схем, полученных с помощью программы InterSyn, включают в себя как структуры, представленные в работах [15] и [32], так и три новые схемы осцилляторов на ОУ (рис. 3,а-в).

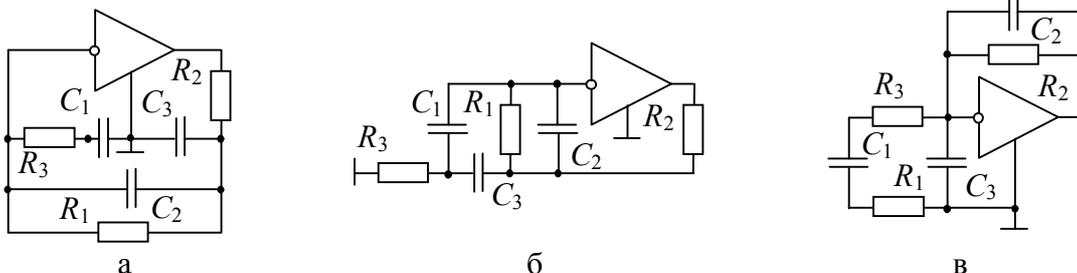


Рис. 3. Схемы осцилляторов полученные с помощью программы InterSyn-2

Условия генерации колебаний для осцилляторов на рис. 3,а, рис. 3,б и рис. 3,в соответственно приведены ниже:

$$C_1R_3+C_2R_1=0, \quad (4)$$

$$C_1R_3+C_2R_1+C_3R_3=0, \quad (5)$$

$$C_1(R_1+R_3)+C_2R_2=0. \quad (6)$$

Таким образом, программа InterSyn-2, основанная на универсальном методе структурного синтеза линейных электрических цепей с помощью метода схемных определителей, позволяет полностью заменить как традиционные методы схемной реализации, так и современные компьютерные реализации генетических алгоритмов.

Выводы. 1. Программа InterSyn-2 обеспечивает получение полного класса схем, удовлетворяющих заданной полиномиальной схемной функции, исключение изоморфных структур и выбор оптимальных схемных решений. 2. Программа InterSyn-2 позволяет исключить применение в структурном синтезе традиционных методов схемной реализации и структурной оптимизации, экспертных систем и генетических алгоритмов. 3. Программа InterSyn-2 может быть использована на всех основных этапах схемотехнического проектирования электротехнических устройств и радиоэлектронной аппаратуры: синтеза структуры, синтеза параметров элементов и допусков на них.

Литература

1. Норенков И.П. Основы автоматизированного проектирования. Учебник. Серия: Информатика в техническом университете. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 336 с.
2. Хоровиц П., Хилл У. Искусство схемотехники. Т.т. 1-2. – М.: Мир, 1998.
3. Миронов В.Г. Синтез электрических и электронных цепей: состояние и проблемы. – Электричество. – 2000. – №7.
4. Лыпарь Ю. И. Системный синтез структур электронных и электрических цепей. Ч. 1 // Электричество. – 2007. – № 2. – С. 46–55.
5. Fujii N., Shibata H. Analog Circuit Synthesis Based on Reuse of Topological Features of Prototype Circuits // IEICE Trans Fundam Electron Commun Comput Sci. – 2001. – Vol. E84-A, No.11. – P. 2778–2784.
6. Акимов С.В. Универсальные модели: принципы создания и сферы использования // Труды второй всероссийской научной конференции. Ч.2. – Самара, 2005. – С. 14–17.
7. Bowman R.J., Lane D.J. A knowledge based system for analog integrated circuit design. // IEEE Int. Conf. Computer Aided Design. – 1985. – P. 210–212.
8. El-Turky F., Perry E.E. BLADES: an artificial intelligence approach to analog circuit design // IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. – 1989. – Vol. 8, Is. 6. – P. 680 – 692.
9. Gupta S.K., Hasan M.M. KANSYS: a CAD tool for analog circuit synthesis // Proc. of Ninth International Conference on VLSI Design. – 1996. – P. 333 – 334.

10. Wang X., Hedrich L. An approach to topology synthesis of analog circuits using hierarchical blocks and symbolic analysis // Proceedings of the 2006 Asia and South Pacific Design Automation Conference (ASP-DAC '06).– P. 700–705.
11. Березко Л.А., Шумков Ю.М. Частичный структурный синтез линейных схем РЭА // Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника.– 1982.– №6. – С.24–28.
12. Aguirre I., Carlosena A. SALAD: a symbolic analysis tool for analog design // Proc. of International Workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design (SMACD).– 1998.– P. 57–59.
13. Свирцева Э.А. Структурный синтез неизоморфных систем с однородными компонентами.– Харьков, 1998. – 256 с.
14. Colombano S. P., Lohn J. D. Automated analog circuit synthesis using a linear representation // Lecture Notes in Computer Science. – 1998. – No. 1478.– P. 125–133.
15. Aggarwal V. Evolving sinusoidal oscillators using genetic algorithms // Proc. of NASA/DoD Conference on Evolvable Hardware.– 2003.– P. 67 – 76.
16. Chang Shoou-Jinn, Hou Hao-Sheng, Su Yan-Kuin. Automated synthesis of passive filter circuits including parasitic effects by genetic programming // Microelectronics Journal. – 2006. – Vol. 37, Is. 8.– P. 792–799.
17. Tlelo-Cuautle E., Guerra-Gómez I., Duarte-Villaseñor M.A., de la Fraga Luis G., Flores-Becerra G., Reyes-Calgado G., Reyes-Garcia C.A., Rodriguez-Gomez G. Applications of evolutionary algorithms in the design automation of analog integrated circuits // Journal of applied sciences. –2010.– N 10 (17). – 1859–1872.
18. Синтез активных RC-цепей. Современное состояние и проблемы. / Под ред. А.А. Ланнэ. – М.: Связь, 1975. – 296 с.
19. Горшков К.С., Токарев Ю.В. Реконструкция полных, цепных и лестничных схем на основе формул схемных определителей // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей Тр. междунард. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3. – С. 39–48.
20. Горшков К. С., Токарев Ю. В., Филаретов В. В. Анализ и структурный синтез электрических цепей методом схемных определителей: учебное пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 2008. – 240 с.
21. Горшков К.С. Структурный синтез электрических цепей на основе полиномиальных функций методом схемных определителей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международ. сб. науч. тр.– Ульяновск: УлГТУ, 2009. – Вып. 7. – С. 3–17.
22. Горшков К.С., Филаретов В.В. Алгоритм оптимального синтеза линейных электронных цепей на основе полиномиальных схемных функций // Электроника и связь: Тематический выпуск «Электроника и нанотехнологии». – Киев, 2010.– №4. – С. 45–50.
23. Горшков К.С., Филаретов В.В. Установление изоморфизма ненаправленных и ориентированных графов на основе распределения показателей участия их ребер и дуг // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – Вып. 6. – С. 56–72.

24. Оптимальная реализация линейных электронных RLC-схем / А.А. Ланнэ, Е.Д. Михайлова, Б.С. Саркисян, Я.Н. Матвийчук. – Киев: Наукова думка, 1982. – 208 с.
25. Горшков К.С., Заболотнов С.А. Применение алгоритма интерпретации символьных алгебраических выражений для построения амплитудно- и фазочастотных характеристик электрических цепей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – Вып. 6. – С. 19–26.
26. Горшков К.С., Филаретов В.В. Схемно-алгебраические формулы для погрешности преобразования и допусков электрических цепей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов. – Ульяновск: УлГТУ, 2009. – Вып. 7. – С. 101–112.
27. Разевиг В. Д. Система сквозного проектирования электронных устройств Design Lab 8.0. – М.: Солон, 1999. – 698 с.
28. Березуев Р. И., Курганов С. А., Филаретов В. В., Шеин Д. В. SCAD – система символьного анализа и диагностики линейных электронных цепей // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. междунар. конф. КЛИН–2005. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – Т. 3. – С. 3–10.
29. Горшков К.С., Токарев Ю.В. InterSyn – программа для интерактивного синтеза электрических схем методом подключения дополнительного элемента. – М.: Госкоорцентр Минобрнауки России (ГКЦМонРФ). – №ОФАП 11894. – 2008.
30. Горшков К.С., Емельянов С.Б., Забродина А.И., Кузнецов А.М., Тюрина А.Ю. Toleralize – программа для определения мультипликативной погрешности преобразования линейных электрических цепей и допусков на элементы. – М.: ГКЦМонРФ. – №ОФЭРНиО 00214. – 2009.
31. Горшков К.С., Заболотнов С.А., Романов Л.В., Стенюшкин Д.И. GraphiX – программа для построения амплитудно- и фазочастотных характеристик электрических цепей. – М.: ГКЦМонРФ. – №ОФАП 9587. – 2007.
32. Bhattacharya B. B., Darkani M. A. Unified Approach to Realization of Canonic RC-Active, Single as well as Variable Frequency Oscillators using Operational Amplifiers // Journal of Franklin Institute. – 1984. – Vol. 317, No.6. – P. 413–419.

Горшков Константин Сергеевич – к.т.н., старший преподаватель кафедры «Электроснабжение» Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ); домашний адрес: г. Ульяновск, ул. Тельмана, д. 14, кв. 9; тел: (8908) 470-31-59; e-mail: K.Gorshkov@ulstu.ru.

Кададинский Егор Владимирович – студент 2-курса факультета Информационных Систем и Технологий Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ).

СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ПРОЕКТНЫХ РЕШЕНИЙ

С. А. Сухов

Введение. Для автоматизированного синтеза проектных решений необходимо представление различных знаний относящихся к той предметной области, к которой относится синтезируемое проектное решение. Это связано с тем, что подобные задачи относятся к классу NP-трудных, для которых на данный момент не существует эффективных универсальных алгоритмов. Поэтому алгоритмы синтеза широко используют различные эвристики, специфичные для данной предметной области, позволяющие улучшить ряд характеристик синтезируемого проектного решения. А это в свою очередь дает возможность сделать трансформацию структуры проектного решения более целесообразной и избежать перебора заранее нерациональных для данного случая вариантов. Но для представления таких эвристик и других знаний необходимы специальные модели.

Многоуровневая модель структурно-параметрического синтеза. Предлагаемая модель – это модель класса объектов, содержащая знания, как об анализе, так и о синтезе технических решений, принадлежащих рассматриваемым классам (рис. 1). Состоит из трех слоев (уровней): уровня идентификации, уровня спецификации, уровня геометрического синтеза и анализа.

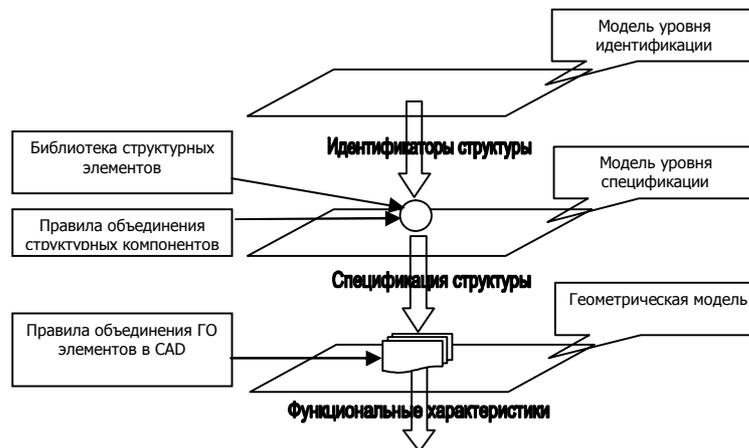


Рис 1. Многоуровневая модель структурно-параметрического синтеза

Первый уровень охватывает вопросы получения предварительного описания проектного решения на основе генерации из морфологического множества технических реализаций. Для описания классов технических объектов используют различного вида морфологические множества, которые включают в себя возможные структурные решения объектов

рассматриваемого класса. Такое множество может быть как неупорядоченным, так и частично упорядоченным. Если речь идет о неупорядоченном морфологическом множестве, то подразумевается просто множество структур всех объектов ему принадлежащих. В случае представления такого множества с помощью морфологического дерева или каким-либо иным способом, оно становится частично упорядоченным. Одно и тоже морфологическое множество можно упорядочить различными способами, создавая различные системы классификационных признаков. Выделив классификационные признаки и сведя их в систему, мы получим частично упорядоченное множество, которое будет представлять собой модель морфологического множества на начальном уровне.

Представление морфологического множества на основе многодольных графов. Часто морфологическое множество представляют в виде морфологического И/ИЛИ-дерева либо морфологической таблицы, но возможны и другие способы представления. Для рассматриваемой многоуровневой модели будем использовать многодольный граф вида $G = (X, R)$, где множество вершин $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ разбито на совокупность непересекающихся подмножеств f_1, f_2, \dots, f_n (рис. 2). Из существования ребра $r_k = (f_i, f_j), r_k \in R$ следует, что инцидентные ребру вершины принадлежат разным подмножествам. Подмножества f_1, f_2, \dots, f_n принято называть долями графа.

В графе $G = (X, R)$ подмножествам f_1, f_2, \dots, f_n поставлены в соответствие технические подфункции, на которые разбивается основная функция синтезируемого технического объекта. Вершинам долей графа соответствуют технические реализации $Tr_x(f_i)$ подфункций. На начальном этапе, решение задачи структурного синтеза сводится к выборке связанных подграфов, имеющих вершины в каждой из долей графа G . В реальных проектных ситуациях, количество технических реализаций подфункций $k = |f_i|$, а также степень разбиения на подфункции могут достигать десятков, сотен значений. В этом случае резко возрастает трудоемкость решения задачи ввиду большого количества переборных по графу.

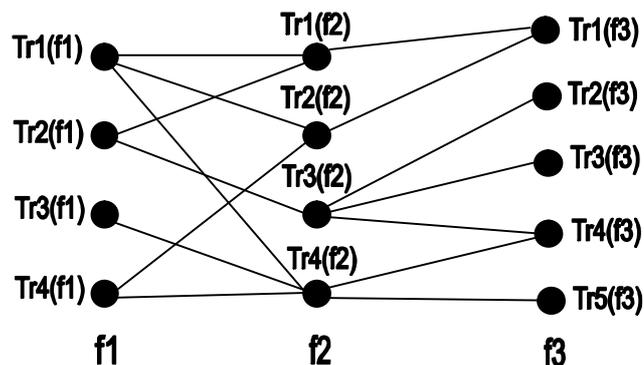


Рис. 2. Многодольный граф решений

Для оптимизации решения задачи структурного синтеза целесообразно разделить весь комплекс проектных задач на следующие основные типы:

1. Разработка аналога ранее полученного технического решения на основе реализованных отношений $r_k = (f_i, f_j)$ в объектах данного класса;

2. Улучшение (изменение) свойств и характеристик проектируемого объекта на основе решений, реализованных в других классах технических объектов;

3. Поиск принципиально новых подходов и решений для проектируемого объекта.

С учетом указанной классификации задач внесем изменения в граф G . Ребро в графе преобразуем в дугу, если отношение $r_k = (Tr_x(f_i), Tr_y(f_j))$ разных долей графа отражает успешный опыт совместного использования в объектах рассматриваемого класса. Наличие ребра в графе отражает факт успешного отношения $r_k = (Tr_x(f_i), Tr_y(f_j))$, имевший место в объектах иного от рассматриваемого класса. Отсутствие ребра, рассматривается как невозможность совместного использования технических реализаций.

Назначим ребрам (дугам) графа G вес t , отражающий количество ранее использованных отношений между парой технических реализаций $t_k = \sum_1^p (Tr_x(f_i), Tr_y(f_j))$. Сама идея назначения весовых характеристик ребрам графа не нова. Но в данном случае, речь идет именно о количестве ранее использованных отношений, рассматриваемых в контексте текущего класса проектируемого объекта. В данном случае вес t_k отражает количественно накопленный опыт. Вес отношения $t_k = 0$, информирует о том, что опыт использования отношения $r_k = (Tr_x(f_i), Tr_y(f_j))$ отсутствует.

Таким образом, морфологическая структура для синтеза проектных решений может быть представлена графом G' , пример которого показан на рис. 3.

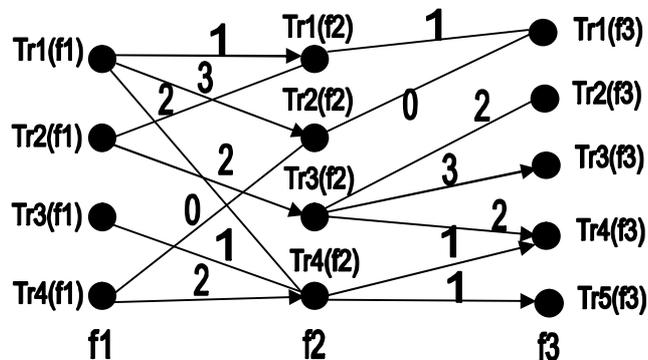


Рис.3. Модифицированный многодольный граф

Решение задачи первого типа будет сведено к нахождению ориентированных связанных подграфов в порядке уменьшения весовых отношений между вершинами долей графа (рис.4).

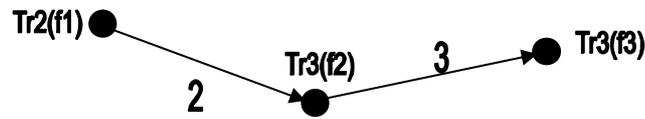


Рис.4. Возможное решение задачи первого типа

Решением задачи второго типа будет множество смешанных связанных подграфов (рис.5), упорядоченных по убыванию весовых коэффициентов пар вершин, без рассмотрения отношений, где вес отношения $t_k = 0$. При этом, наличие ребра в подграфе отражает необходимость включения в алгоритм синтеза технических реализаций из других проблемных областей для принципиального улучшения подфункции f_i проектируемого объекта.

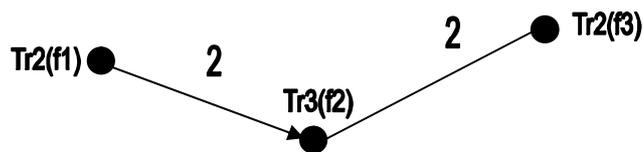


Рис.5. Возможное решение задачи второго типа

Решением задачи третьего типа будет множество смешанных связанных подграфов, упорядоченных по признаку наличия ребер с $t_k = 0$.

Морфологическое множество в виде многодольных графов не только дает ясный способ описания обобщенных структур с простой функциональной структурой, но и дает решение задачи структурного синтеза. Таким образом, результатом первого уровня является множество идентификаторов технических реализаций связанных с подмножеством вершин полученных подграфов в зависимости от класса решаемой проектной задачи.

Второй уровень охватывает вопросы генерации структуры технического решения и формирования спецификаций. По полученным из модели первого уровня идентификаторам из БД выбираются правила, отражающие опыт использования пар $\langle Tr_x(f_i), Tr_y(f_j) \rangle$. Правила могут быть следующих типов:

1) если $\langle Tr_x(f_i), Tr_y(f_j) \rangle$, то $+Tr_z(f_{i+1})$. Означает: если имеет место отношение $\langle Tr_x(f_i), Tr_y(f_j) \rangle$, то выявляется необходимость в добавлении подфункции f_{i+1} и связанной с ней технической реализации $Tr_z(f_{i+1})$;

2) если $\langle Tr_x(f_i), Tr_y(f_j) \rangle$, то $-(f_{i+1})$. Означает: если имеет место отношение $\langle Tr_x(f_i), Tr_y(f_j) \rangle$, то выявляется необходимость в удалении некоторой подфункции и соответствующих технических реализаций;

3) если $\langle Tr_x(f_i), Tr_y(f_j) \rangle$, то $P = \{p_1, p_2, \dots, p_l\}$, где P – множество свойств или ограничений, от использования отношения $\langle Tr_x(f_i), Tr_y(f_j) \rangle$;

4) если $\langle Tr_x(f_i), Tr_y(f_j) \rangle$, то $(Tr_x(f_i), Tr_y(f_{j+k}))$. Означает: если имеет место отношение $\langle Tr_x(f_i), Tr_y(f_j) \rangle$, то возможно (эквивалентная замена) и отношение $\langle Tr_x(f_i), Tr_y(f_{j+k}) \rangle$.

Полученная система правил используется для генерации структуры проектного решения и формирования спецификаций.

Используя модель первого уровня можно однозначно идентифицировать объект. Но такая модель не содержит всю информацию о структуре идентифицированного объекта. Поэтому, чтобы восстановить структуру объекта, необходима библиотека базовых параметризованных моделей, представляющая собой множество спецификаций базовых структур, на которые может быть разложена общая спецификация объекта. Если объединить решение первого этапа с такой библиотекой параметризованных моделей и задать правила генерации спецификации устройства, то будет получена модель на новом качественном уровне. Такая модель содержит всю необходимую информацию о морфологическом множестве и позволяет получить спецификацию структуры любого объекта, принадлежащего данному множеству.

Полученная спецификация не позволяет провести всесторонний анализ объекта, не дает возможность получить какие-либо характеристики объекта, кроме структурных. Если помимо возможности восстановления структуры объекта по значениям классификационных признаков имеется возможность восстановить геометрическую модель, описывающую объект, и провести всесторонний анализ объекта, не только структурный, но и функциональный, то такая модель будет уже универсальной моделью.

Задачей третьего уровня является восстановление геометрической модели технического решения в соответствии с полученной структурной моделью в CAD/CAE системах. Для придания модели универсальности и возможности использования в различных средах САПР, необходимо описание базовых параметризованных элементов хранить в виде описаний на языке Express стандарта STEP. А для реализации структурных связей, создать библиотеку процедур, реализующих правила объединения структурных элементов в соответствии с функциями и правилами создания агрегатов в промышленных САПР.

Модель 3 уровня позволяет провести всесторонний анализ устройства, принадлежащего рассматриваемому классу, структура которого идентифицирована.

Литература

1. Божко А.Н., Толпаров А.Ч. Структурный синтез на элементах с ограниченной сочетаемостью // «Инженерное образование». – 2004. – №5. – С. 18–26.
2. Алгоритмы и программы решения задач на графах и сетях / под редакцией Нечепуренко М.И. – Новосибирск: Наука, Сибирское отделение, 1990.
3. Одрин В.М., Картавов С.С. Морфологический анализ систем: построение морфологических таблиц. – Киев: Наукова думка, 1977.
4. Свирщева Э.А. Структурный синтез неизоморфных систем с однородными компонентами. – Харьков: ХТУРЕ, 1998.
5. Акимов С.В. Четырехуровневая интегративная модель для автоматизации структурно-параметрического синтеза // Труды учебных заведений связи. – СПбГУТ. СПб, 2004. – № 171. – С. 165–173.
6. Сухов С.А. Модель для решения задачи структурно-параметрического синтеза проектных решений // Математические методы и модели: Теория, приложения и роль в образовании: Межвузовский сборник научных трудов. – Ульяновск, УлГТУ. – 2009. – С. 271–276.

Сухов Сергей Альбертович – доцент кафедры «Системы автоматизированного проектирования» Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ), e-mail: ijt@ulx.ru

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ В СХЕМНУЮ МОДЕЛЬ

Ю. В. Токарев

Введение. На сегодняшний день одной из задач схемного синтеза является преобразование математической модели некоторой схемы в структурную. Существуют некоторые варианты [1] такого преобразования, которые базируются на алгоритмах упорядоченного перебора.

Однако использование алгоритмов перебора часто приводит к проблемам так называемого «комбинаторного взрыва», когда количество проверяемых структур становится огромным. Поэтому использование алгоритмов или моделей, обеспечивающих сокращение пространства поиска, позволило бы значительно увеличить объем схем, пригодных для

синтеза и уменьшить время их получения. Одним из способов решения данной проблемы является использование эвристических методов, в частности генетического алгоритма.

В данной статье рассматривается один из способов восстановления схем по заданной символьной функции на основе использования генетических алгоритмов. Предлагаются различные способы кодирования схем, механизмы скрещивания и получения начальной популяции.

Генетические алгоритмы. Генетический алгоритм (англ. *genetic algorithm*) — это эвристический алгоритм поиска, используемый для решения задач оптимизации и моделирования путем последовательного подбора, комбинирования и вариации искоемых параметров с использованием механизмов, напоминающих биологическую эволюцию. Является разновидностью эволюционных вычислений (en:evolutionary computation). Отличительной особенностью генетического алгоритма является акцент на использование оператора «скрещивания», который производит операцию рекомбинации решений-кандидатов, роль которой аналогична роли скрещивания в живой природе.

Задача кодируется таким образом, чтобы её решение могло быть представлено в виде вектора («хромосома»). Случайным образом создаётся некоторое количество начальных векторов («начальная популяция»). Они оцениваются с использованием «функции приспособленности», в результате чего каждому вектору присваивается определённое значение («приспособленность»), которое определяет вероятность выживания организма, представленного данным вектором. После этого с использованием полученных значений приспособленности выбираются вектора (*селекция*), допущенные к «скрещиванию». К этим векторам применяются «генетические операторы» (в большинстве случаев «скрещивание» — *crossover* и «мутация» — *mutation*), создавая таким образом следующее «поколение». Особи следующего поколения также оцениваются, затем производится селекция, применяются генетические операторы и т. д. Так моделируется «эволюционный процесс», продолжающийся несколько жизненных циклов (*поколений*), пока не будет выполнен критерий остановки алгоритма. Таким критерием может быть: нахождение глобального, либо субоптимального решения; исчерпание числа поколений, отпущенных на эволюцию; исчерпание времени, отпущенного на эволюцию.

Генетические алгоритмы служат, главным образом, для поиска решений в очень больших, сложных пространствах поиска.

Таким образом, можно выделить следующие этапы генетического алгоритма: 1) создание начальной популяции; 2) определение (задание) функций приспособленности для особей популяции (оценивание); 3) (начало цикла); 4) выбор индивидов из текущей популяции (*селекция*); 5) скрещивание и/или мутация; 6) вычисление функций

приспособленности для всех особей; 7) формирование нового поколения; 8) если выполняются условия останова, то (конец цикла), иначе (начало цикла).

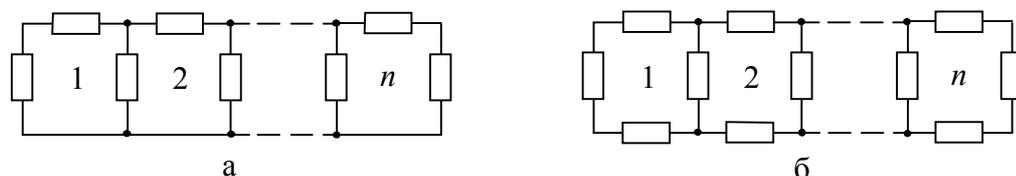


Рис. 1. Модели цепных (а), и лестничных (б) схем

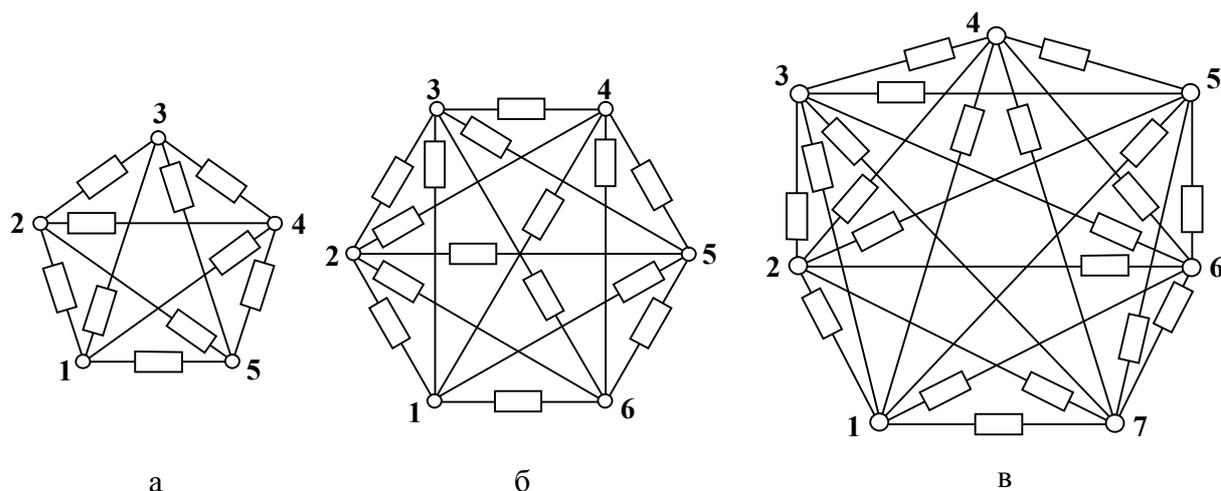


Рис. 2. Полные графы с 5-ю (а), 6-ю (б), и 7-ю (в) узлами

Создание начальной популяции. Перед первым шагом нужно случайным образом создать некую начальную популяцию; даже если она окажется совершенно неконкурентоспособной, генетический алгоритм все равно достаточно быстро переведет ее в жизнеспособную популяцию. Таким образом, на первом шаге можно особенно не стараться сделать слишком уж приспособленных особей, достаточно, чтобы они соответствовали формату особей популяции, и на них можно было подсчитать функцию приспособленности (Fitness). Итогом первого шага является популяция N , состоящая из N особей.

В конкретной задаче синтеза аналоговых схем на основе схемного определителя в качестве отправной точки мы имеем набор элементов, из которых состоит схема. Начальную популяцию можно составить из наиболее простых и хорошо изученных типов схем: полные (рис. 2), цепные (рис. 1, а) и лестничные схемы (рис. 1, б). Полные, цепные и лестничные структуры значительно отличаются друг от друга по количеству узлов. Именно наличие существенно отличающихся друг от друга схем гарантирует, что, при скрещивании, будет получен широкий набор схем.

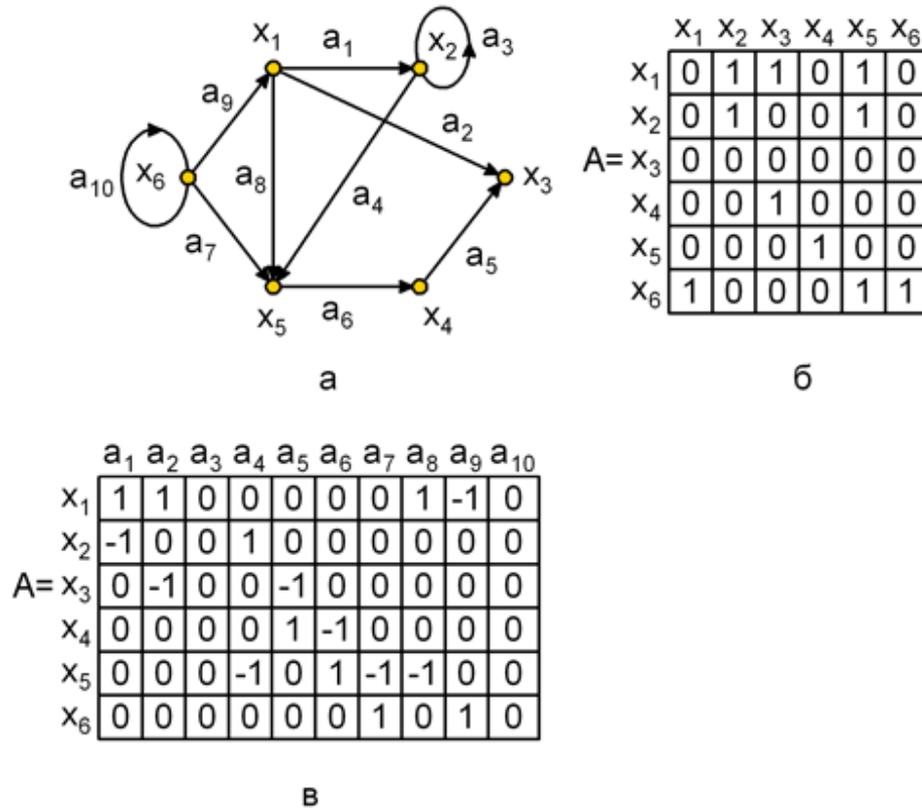


Рис. 3. Орграф и его матричное представление: а – орграф; б – матрица смежности; в – матрица инцидентий

Также важен способ кодирования схем. Аналоговые схемы могут быть представлены в виде графа (см рис. 3, а), что позволяет использовать широко распространенные механизмы кодирования графов. Таким образом, при использовании генетических алгоритмов аналоговую схему можно представить в виде: 1) матрица смежности (рис. 3, б); 2) матрица инцидентий (рис. 3, в); 3) списки смежности; 4) массив дуг.

Функция приспособленности. На этапе отбора нужно из всей популяции выбрать определенную ее долю, которая останется «в живых» на этом этапе эволюции. Есть разные способы проводить отбор. Вероятность выживания особи h должна зависеть от значения функции приспособленности $Fitness(h)$. Сама доля выживших s обычно является параметром генетического алгоритма, и ее просто задают заранее. По итогам отбора из N особей популяции N должны остаться sN особей, которые войдут в итоговую популяцию N' . Остальные особи погибают.

В качестве функции приспособленности может быть использована функция синтаксического анализа многочлена. Многочлен определителя может быть представлен в виде некоторого предложения, в котором все его одночлены являются словами этого предложения, номинал каждого элемента будет являться отдельной буквой, тогда степень приспособленности схемы можно определить, как функцию

синтаксического сравнения двух предложений, сформированных в ограниченном алфавите.

Скрещивание. Размножение в генетических алгоритмах обычно половое — чтобы произвести потомка, нужны несколько родителей; обычно, конечно, нужны ровно два. Размножение в разных алгоритмах определяется по-разному — оно, зависит от представления данных. Главное требование к размножению — чтобы потомок или потомки имели возможность унаследовать черты обоих родителей, «смешав» их каким-либо достаточно разумным способом. Вообще говоря, для того чтобы провести операцию размножения, нужно выбрать $(1-s)p/2$ пар гипотез из N и провести с ними размножение, получив по два потомка от каждой пары (если размножение определено так, чтобы давать одного потомка, нужно выбрать $(1-s)p$ пар), и добавить этих потомков в N' . В результате N' будет состоять из N особей. Почему особи для размножения обычно выбираются из всей популяции N , а не из выживших на первом шаге элементов N_0 (хотя последний вариант тоже имеет право на существование)? Дело в том, что главный бич многих генетических алгоритмов — недостаток разнообразия (diversity) в особях. Достаточно быстро выделяется единственный генотип, который представляет собой локальный максимум, а затем все элементы популяции проигрывают ему отбор, и вся популяция «забывается» копиями этой особи. Есть разные способы борьбы с таким нежелательным эффектом; один из них — выбор для размножения не самых приспособленных, но вообще всех особей.

Скрещивание наиболее важный и сложный этап. Можно предложить следующие виды скрещивания, применимые к аналоговым схемам:

1. В случае если в качестве механизма кодирования аналоговой схемы выбран массив дуг, то скрещивание будет являться результатом операции над двумя массивами. Такими операциями могут быть: объединение двух массивов, обмен значений элементов, сортировка массива;

2. Если в качестве способа кодирования схем выбран список смежности, то скрещивание может быть определено как результат операции над двумя списками: перестановка элементов, сортировка списка, объединение списков;

3. Если в качестве способа представления схемы выбрана матрица смежности или матрица инцидентий, то и операция скрещивания должна быть определена как функция двух матриц, такая функция может включать в себя операции, производимые над матрицами: сложение, умножение, вычитание, получение обратной матрицы, транспонирование матрицы, операции перестановки строк, столбцов и элементов.

Поскольку неизменным для всех схем будет являться количество элементов в схеме (дуг графа), тогда целесообразно в качестве способа кодирования схемы выбрать массив дуг. В терминологии генетических

алгоритмов, каждая дуга, представляющая собой кортеж из двух значений (начальный и конечный узел), будет являться хромосомой.

Каждый потомок, получаемый при скрещивании, будет наследовать по одной хромосоме от каждого родителя.

Мутация. К мутациям относится все то же самое, что и к размножению: есть некоторая доля мутантов m , являющаяся параметром генетического алгоритма, и на шаге мутаций нужно выбрать mN особей, а затем изменить их в соответствии с заранее определенными операциями мутации.

Для мутации также могут быть предложены различные варианты её реализации: 1) произвольное переключение некоторого элемента; 2) обмен произвольной пары элементов; 3) добавление узла и подключение к нему произвольного количества элементов; 4) удаление узла и подключение элементов, которые были соединены с этим узлом, к другим узлам.

Поскольку в качестве механизма представления схем был выбран массив дуг, то мутация будет заключаться в произвольном изменении хромосомы, т.е. произвольном переключении некоторых дуг.

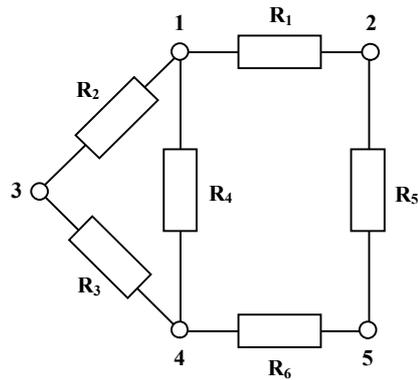
Критерии остановки. Критерием остановки будет полное соответствие определителя полученной схемы требуемому определителю. При этом следует ограничить количество поколений в зависимости от количества элементов в исходном определителе.

Реализация генетического алгоритма. Предложим следующую реализацию генетического алгоритма для восстановления схем на основе схемного определителя. В качестве способа кодирования, как уже было сказано ранее, выберем массив дуг, как наиболее приближенный к реальному представлению и работе со схемами.

Действительно, при проектировании схем определенный набор элементов (дуг), пытаются соединить таким образом, чтобы получилась схема с требуемыми характеристиками, т.е. переключают элементы между различными узлами и проверяют «жизнеспособность» схем. Работа алгоритма будет организована схожим образом: схема, представленная массивом дуг, каждая из которых подключена к двум узлам, будет проверяться на «жизнеспособность», после чего она будет скрещена с другой схемой, таким образом, что часть дуг будут взяты от одного «родителя», а оставшаяся часть – от другого.

То есть, согласно терминологии генетических алгоритмов, под хромосомой, в случае с алгоритмом восстановления схем на основе схемного определителя, будем понимать дугу – элемент и номера узлов с которыми он соединен. Сама же схема будет набором хромосом. На рисунке 4 изображена схема и её представление в виде набора хромосом. Согласно рисунку 4, а) схема имеет 5 узлов и 6 элементов, в представлении генетического алгоритма схема будет состоять из 6 хромосом со

значениями соответствующими паре узлов, с которыми они соединены рис. 4, б.



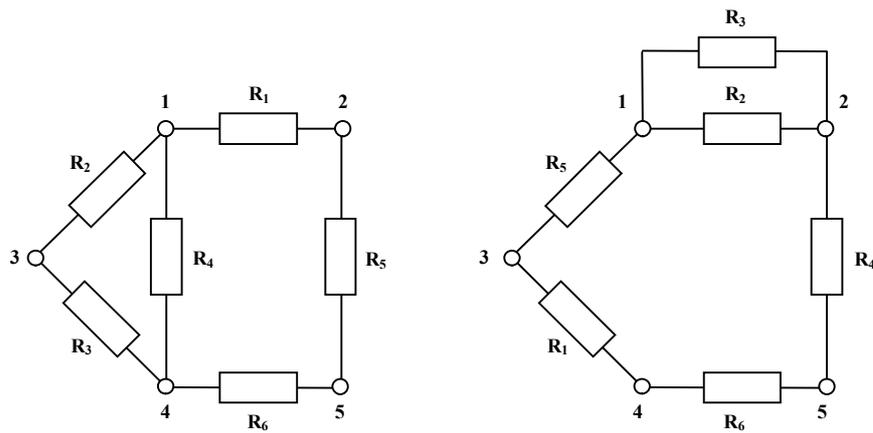
а

χ_1	χ_2	χ_3	χ_4	χ_5	χ_6
$R_1(1,2)$	$R_2(1,3)$	$R_3(3,4)$	$R_4(1,4)$	$R_5(2,5)$	$R_6(4,5)$

б

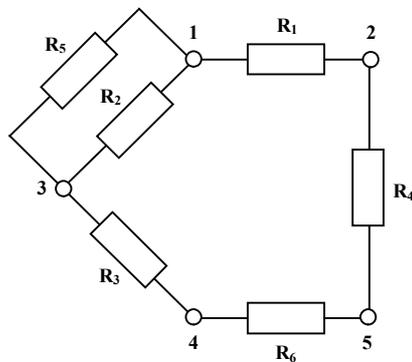
Рис. 4. Представление схемы в виде набора хромосом

На рисунке 5 изображена графическая схема скрещивания двух схем.



а

б



в

Рис. 5. Графическое изображение процесса скрещивания двух схем

В качестве родителей на этой схеме представлены схемы с рис. 5,а и 5,б. В качестве потомка же представлена схема рис. 5,в. Она была получена путем наследования элементов-хромосом R_1, R_2, R_3 от первого родителя и оставшихся хромосом R_4, R_5, R_6 от второго родителя.

Для облегчения понимания этот же процесс представлен в виде хромосом на рисунке 6. Схеме на рисунке 5,а соответствует набор хромосом с рисунка 6,а, схеме 5,б хромосомы 6,б и схеме 5,в хромосомы с рис. 6,в. Хромосомы, которые достались потомку от родителей, выделены белым цветом, те же хромосомы, которые были проигнорированы при скрещивании, выделены серым цветом.

χ_1	χ_2	χ_3	χ_4	χ_5	χ_6
$R_1(1,2)$	$R_2(1,3)$	$R_3(3,4)$	$R_4(1,4)$	$R_5(2,5)$	$R_6(4,5)$

а

χ_1	χ_2	χ_3	χ_4	χ_5	χ_6
$R_1(3,4)$	$R_2(1,2)$	$R_3(1,2)$	$R_4(2,5)$	$R_5(1,3)$	$R_6(4,5)$

б

χ_1	χ_2	χ_3	χ_4	χ_5	χ_6
$R_1(1,2)$	$R_2(1,3)$	$R_3(3,4)$	$R_4(2,5)$	$R_5(1,3)$	$R_6(4,5)$

в

Рис. 6. Представление скрещивания схем в хромосомном виде

Нужно при этом опасаться возникновения ситуации попадания в локальный максимум и постоянного генерирования схем из одного генотипа. Для того, чтобы избежать данной ситуации при каждом скрещивании множество дуг, которые будут формировать потомка от одного и от другого родителя, должны выбираться случайным образом.

Важно понимать, что количество дуг (элементов), в рамках задачи восстановления схемы на основе схемного определителя, является определенным и конкретным, что идеально вписывается в контекст использования генетических алгоритмов. Кроме того, согласно последним исследованиям, описанным в работе [8], есть строгая зависимость числа узлов в схеме от символьного выражения схемного определителя. То есть, не только количество дуг, но и количество узлов, с которыми могут быть соединены дуги, является конкретным и легко получаемым числом.

Вывод, описанный в работе [8], а также алгоритм получения количества узлов в схеме, по символьному выражению схемного определителя, резко ограничивает пространство поиска решения. Кроме того, накладывается ограничение на начальную популяцию, формирование популяции из лестничных, цепных, полных схем уже не является необходимым. Популяции должны быть сформированы из схем с определенным числом узлов и элементов.

Для установки критерия разнообразности начальной популяции, можно прибегнуть к такому показателю как степень узлов и считать схемы сильно отличающимися, в том случае, если степени одних и тех же узлов у этих схем максимально отличны друг от друга. Таким образом, генерацию начальной популяции можно свести к генерации степеней узлов и последующем случайном соединении элементов с этими узлами в соответствии с их степенями. Однако это не может быть полной гарантией того, что начальная популяция приведет к быстрому решению, поэтому возможно простое генерирование случайного числа из диапазона возможных узлов для каждой хромосомы.

Прежде чем приступить к скрещиванию, необходимо определиться с функцией приспособленности и коэффициентом мутации. Как уже было упомянуто ранее, в качестве функции приспособленности может быть использовано простое синтаксическое сравнение двух предложений. Наиболее верными, на мой взгляд, будут являться следующие допущения: 1) многочлен символьного выражения схемного определителя является предложением; 2) одночлены этого многочлена являются словами; 3) параметры элементов являются алфавитом предложений; 4) два предложения равны, если они описаны в одном алфавите и все слова, встречающиеся в одном предложении, встречаются и в другом предложении столько же раз, порядок следования слов при этом не важен.

В качестве значения функции принадлежности будем использовать количество совпадающих слов, в символьных выражениях определителей проверяемой схемы и желаемого результата, разделенное на модуль разности количеств слов в выражениях, увеличенное на единицу и умноженное на количество слов в исходном предложении (1).

$$O(f) = k / ((|m-n| + 1) \cdot n), \quad (1)$$

где k – количество совпадений слов в двух предложениях, m – количество слов в проверяемом предложении, n – количество слов в исходном предложении.

Дав определение функции принадлежности, необходимо еще определить коэффициент мутации, задавая его равным 0,01 (одна мутация на 100 скрещиваний).

Пример восстановления схемы на основе генетического алгоритма. Для, примера, рассмотрим некоторое символьное выражение схемного определителя (1).

$$R_1(R_2+R_3)+R_1(R_4+R_5)+(R_2+R_3+R_4)R_5 \quad (2)$$

Из выражения видно, что результирующая схема имеет 5 элементов (дуг), а, следовательно, 5 хромосом и согласно алгоритму, описанному в [8], должна иметь 4 узла. Это значит, что сумма всех степеней узлов, должна быть равна 10 (пять элементов по 2 узла в каждом), при этом эта сумма должна распределяться на 4 узла, причем степень каждого узла должна быть больше 1.

Для примера, в начальную популяцию поместим 3 схемы, со следующей комбинацией степеней узлов, представленной в таблице 1.

Таблица 1. Степени узлов в схемах из начальной популяции

№ узлов	Схема 1	Схема 2	Схема 3
1	1	2	1
2	1	3	4
3	1	3	4
4	7	2	1

Соединим узлы случайным образом в соответствии с выбранными степенями узлов. В результате получим начальную популяцию из трех схем, представленную в виде хромосом на рисунке 7.

χ_1	χ_2	χ_3	χ_4	χ_5
$R_1(1,4)$	$R_2(2,4)$	$R_3(3,4)$	$R_4(4,4)$	$R_5(4,4)$

а

χ_1	χ_2	χ_3	χ_4	χ_5
$R_1(1,2)$	$R_2(2,3)$	$R_3(3,4)$	$R_4(4,1)$	$R_5(2,3)$

б

χ_1	χ_2	χ_3	χ_4	χ_5
$R_1(2,3)$	$R_2(1,2)$	$R_3(3,4)$	$R_4(2,3)$	$R_5(2,3)$

в

Рис. 7. Начальная популяция, а) схема 1, б) схема 2, в) схема 3

Теперь произведем анализ начальной популяции, найдем выражения схемных определителей и сравним их с многочленом (2).

Схема 1 из начальной популяции имеет определитель: R_4R_5 , схема 2 – $R_2R_1 + R_2R_3 + R_2R_4 + R_2R_5 + R_4R_5 + R_3R_5 + R_1R_5$, схема 3 – $R_1R_4 + R_1R_5 + R_4R_5$. Рассчитаем функцию принадлежности для этих трех выражений.

Для выражения схемы 1: $O(R_4R_5) = 1 / ((|1-7|+1)*7) = 0,02$.

Для выражения схемы 2: $O(R_2R_1 + R_2R_3 + R_2R_4 + R_2R_5 + R_4R_5 + R_3R_5 + R_1R_5) = 5 / ((|7-7|+1)*7) = 0,71$.

Для выражения схемы 3: $O(R_1R_4 + R_1R_5 + R_4R_5) = 3 / ((|3-7|+1)*7) = 0,09$.

Таким образом, наиболее приспособленной является особь №2. Скрестим её с оставшимися двумя схемами. При скрещивании схемы 2 со схемой 1, от второй схемы возьмем 1 и 3 хромосомы для первого потомка (рис. 8, а), затем 1, 4 и 5 хромосомы для второго потомка (рис. 8, б). При скрещивании схемы 2 со схемой 3, от второй схемы возьмем 3 и 4

хромосомы для первого потомка (рис. 8, в) и 1, 2 хромосомы для второго потомка (рис. 8, г). В результате получим следующих потомков (рис. 8).

χ_1	χ_2	χ_3	χ_4	χ_5
R ₁ (1,2)	R ₂ (2,4)	R ₃ (3,4)	R ₄ (4,4)	R ₅ (4,4)

а

χ_1	χ_2	χ_3	χ_4	χ_5
R ₁ (1,2)	R ₂ (2,4)	R ₃ (3,4)	R ₄ (4,1)	R ₅ (2,3)

б

χ_1	χ_2	χ_3	χ_4	χ_5
R ₁ (2,3)	R ₂ (1,2)	R ₃ (3,4)	R ₄ (4,1)	R ₅ (2,3)

в

χ_1	χ_2	χ_3	χ_4	χ_5
R ₁ (1,2)	R ₂ (2,3)	R ₃ (3,4)	R ₄ (2,3)	R ₅ (2,3)

г

Рис. 8. Первое поколение потомков, полученных в результате скрещивания

Рассчитаем функцию принадлежности для обеих схем.

Для схемы 8, а: $O(R_4R_5) = 1 / ((|1-7|+1)*7) = 0,02$.

Для схемы 8, б: $O(R_2R_1 + R_2R_3 + R_2R_4 + R_2R_5 + R_4R_5 + R_1R_5 + R_1R_3 + R_4R_3) = 5 / ((|8-7|+1) * 7) = 0,36$.

Для схемы 8, в: $O(R_1(R_2+R_3) + R_1(R_4+R_5) + (R_2+R_3+R_4)R_5) = 7 / ((|7-7|+1) * 7) = 1$

На этом работа алгоритма прекращается, так как было найдено решение в виде схемы представленной на рис. 8,г.

Выводы. В рамках данной статьи был описана возможность применения теории генетических алгоритмов для восстановления схем на основе символического выражения схемного определителя, предложен алгоритм, основанный на данной теории. Был предложен способ кодирования схем, описаны механизмы скрещивания и мутации, предложены способы генерации начальной популяции и сформулирована функция принадлежности. Рассмотрен пример восстановления схемы на основе применения генетического алгоритма.

Как видно из примера, на восстановление схемы из 5 элементов и 4 узлов, потребовалась проверка всего лишь 5 схем, в то время как алгоритм, описанный в [1] потребовал бы проверки нескольких сотен схем.

Однако не стоит забывать, что генетические алгоритмы относятся к области эвристики, они не гарантируют получения точного результата и не позволяют оценить время, которое потребуется для восстановления схемы.

Тем не менее, возможность их использования оправдана при решении задач, не имеющих решения в общем случае или требующих слишком больших ресурсов.

Литература

1. Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В.В. Анализ и структурный синтез электрических цепей методом схемных определителей : учебное пособие. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – 248 с.

2. Горшков К.С., Токарев Ю.В. Реконструкция полных, лестничных и цепных схем на основе формул схемного определителя // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3. – С. 39–47.

3. Филаретов В.В. Синтез оптимальных формул схемных функций электрических цепей // Электричество.– 1995.– № 4.– С. 36–43.

4. Лыпарь Ю.И. Системный синтез способов построения электронных цепей // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2005. – Ульяновск : УлГТУ, 2005. – Т. 3. – С. 116–125.

5. Feussner W. Ueber Stromverzweigung in netzformigen Leitern // Annalen der Physik. – 1902. – Bd 9, N 13. – S. 1304–1329.

6. Feussner W. Zur Berechnung der Stromstarke in netzformigen Leitern // Annalen der Physik. – 1904. – Bd 15, N 12. – S. 385–394.

7. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– № 5.– С. 43–52.

8. Токарев Ю.В. Оценка сложности восстановления схем по символическому выражению схемного определителя // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов / Под ред. В.В. Филаретова .–Ульяновск: УлГТУ, 2009.–Вып.7.–348с.

9. Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. – М.: Горячая Линия – Телеком, 2007. – 452 с.

10. Люгер Джордж Ф. Искусственный интеллект: Стратегии и методы решения сложных проблем. – М.: Вильямс, 2005.

Токарев Юрий Владимирович – инженер информационных систем и технологий, ИО начальника отдела программного обеспечения и информационной безопасности, ООО "Интернет-технологии" e-mail: current@mail.ru.

АНАЛИЗ И ОПТИМИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ

ТЕОРЕМЫ ОБ ИСКЛЮЧЕНИИ УПРАВЛЯЕМОГО ИСТОЧНИКА

А. В. Бондаренко, С. А. Курганов, В. В. Филаретов

Эквивалентные преобразования линейных электрических цепей позволяют получить на основе исходной схемы-прототипа множество схем, выполняющих заданную функцию, но отличающихся друг от друга структурой, элементным составом и другими характеристиками, влияющими на качество реализации [1]. Одним из таких преобразований является исключение (нейтрализация или обнуление) параметра управляемого источника (УИ), включенного между двумя подсхемами [2]. Преобразование сформулировано в виде теорем о нейтрализации источника напряжения, управляемого напряжением (ИНУН) и нейтрализации источника тока, управляемого током (ИТУТ), для схем с независимыми источниками (НИ) напряжения и тока соответственно.

Каждая теорема предусматривает изменение параметров только в одной из подсхем первой или второй, параметры второй или первой подсхемы соответственно не изменяются. В случае ИНУН (ИТУТ) элементами подсхем являются только сопротивления и НИ напряжения (проводимости и НИ тока). В [2] намечены пути доказательства этих теорем соответственно методами контурных токов и узловых напряжений.

В настоящей статье доказываются более общие формулировки указанных теорем, допускающие наличие в схемах произвольных элементов независимо от типа исключаемого источника – ИНУН или ИТУТ.

Нейтрализация ИНУН. Исключаемый ИНУН является трехполюсным элементом, управляемая и управляющая ветви которого имеют общий узел. При нейтрализации ИНУН управляемая ветвь заменяется идеальным проводником, а управляющая – размыкается. ИНУН подключен к схеме так, как показано на рис. 1,а. Подсхемы 1 и 2 не имеют между собой как кондуктивных, так и управляющих связей. Подсхемы могут содержать произвольные линейные элементы – сопротивления, проводимости, конденсаторы, катушки индуктивности, взаимдуктивности, зависимые источники с действительными параметрами, нуллары и независимые источники эдс и тока.

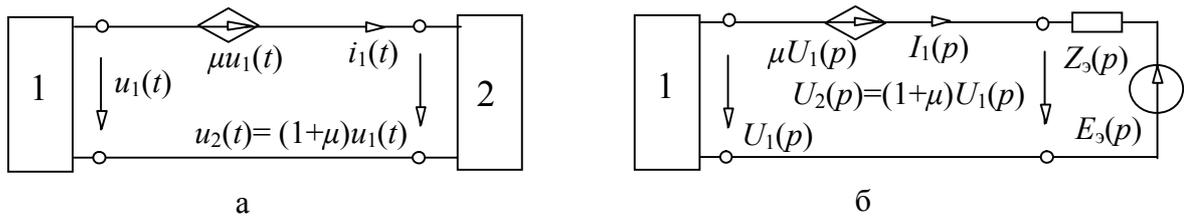


Рис. 1. Исходная схема с исключаемым ИНУН (а) и эквивалентная операторная схема для доказательства теоремы (б); p – оператор дифференцирования

Теорема 1. ИНУН с действительным параметром μ может быть исключен ($\mu = 0$) из схемы на рис. 1,а и компенсирован для сохранения режима в подсхеме 1 путем изменения параметров элементов в подсхеме 2, а именно уменьшения всех сопротивлений, индуктивностей, взаимоиндуктивностей и амплитуд независимых источников эдс в $(1+\mu)$ раз и увеличения всех проводимостей и ёмкостей во столько же раз. Соответствующим образом должны быть изменены сопротивления и проводимости источников напряжения, управляемых током (ИНУТ), и источников тока, управляемых напряжением (ИТУН). Амплитуды независимых источников тока, параметры ИНУН, кроме исключаемого, и ИТУТ не изменяются.

Доказательство. Представим схему на рис. 1,а в операторной форме, при этом подсхему 2 заменим эквивалентным генератором эдс с параметрами $E_3(p)$ и $Z_3(p)$. Для полученной эквивалентной схемы на рис. 1,б справедливо уравнение

$$U_2(p) = (1 + \mu)U_1(p) = Z_3(p)I_1(p) + E_3(p). \quad (1)$$

Для сохранения режима в подсхеме 1 после исключения ИНУН ($\mu = 0$) достаточно обеспечить неизменность ее тока $I_1(p)$ и напряжения $U_1(p)$. При этом напряжение второй подсхемы необходимо изменить, а именно $U'_2(p) = U_1(p)$. Уравнение равновесия для напряжений (1) также изменится и может быть получено путем деления обеих его частей на $(1 + \mu)$

$$U'_2(p) = U_1(p) = \frac{Z_3(p)}{1 + \mu} I_1(p) + \frac{E_3(p)}{1 + \mu} = Z'_3(p)I_1(p) + E'_3(p), \quad (2)$$

где $Z'_3(p)$, $E'_3(p)$ – параметры эквивалентного генератора, которые необходимы для сохранения режима в подсхеме 1 после исключения ИНУН.

Из (2) видно, что для сохранения режима в подсхеме 1 необходимо уменьшить сопротивление $Z_3(p)$ и эдс $E_3(p)$ в $(1 + \mu)$ раз. Чтобы выявить пути выполнения этого условия, следует записать сопротивление эквивалентного генератора в виде отношения определителей подсхемы 2 с замкнутыми и разомкнутыми полюсами [3]

$$Z_3(p) = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|, \quad (3)$$

где $2'$ – неавтономная подсхема, полученная из подсхемы 2 путем нейтрализации НИ – удаления источников тока и замены источников эдс проводником.

После разложения определителей подсхемы (3) каждое слагаемое числителя и знаменателя может быть представлено в виде произведения операторных сопротивлений, проводимостей и безразмерных параметров ИНУН и ИТУТ. Уменьшение всех сопротивлений и увеличение всех проводимостей в $(1 + \mu)$ раз равносильно уменьшению величины дроби в такое же число раз, поскольку степень коэффициента $(1 + \mu)$ в числителе (3) будет всегда меньше степени этого коэффициента в знаменателе. Индуктивности и ёмкости должны быть уменьшены и увеличены соответственно также в $(1 + \mu)$ раз, поскольку при этом их операторные сопротивления уменьшаются, а проводимости увеличиваются во столько же раз. Взаимоиндуктивности изменяются так же, как и индуктивности, поскольку влияют на сопротивления и проводимости взаимной индукции аналогично.

Эдс эквивалентного генератора подсхемы 2 определяется в соответствии с принципом наложения по формуле

$$E_3(p) = \sum_{i=1}^n K_{E_i}(p) E_i(p) + \sum_{k=1}^s Z_{J_k}(p) J_k(p), \quad (4)$$

где $E_i(p)$ и $J_k(p)$ – операторные параметры независимых источников эдс и тока соответственно, принадлежащих подсхеме 2; K_{E_i} и Z_{J_k} – коэффициент передачи напряжения от источника эдс E_i и передаточное сопротивление от источника тока J_k соответственно к порту подсхемы 2 на холостом ходу; n и s – число источников эдс и тока.

Из (4) следует, что эдс $E_3(p)$ можно получить путем уменьшения в $(1+\mu)$ раз амплитуд всех независимых источников эдс подсхемы 2, поскольку коэффициент K_{E_i} безразмерный и на него не влияет используемое для уменьшения $Z_3(p)$ изменение сопротивлений и

проводимостей. При этом амплитуды независимых источников тока оставляются без изменения, поскольку все передаточные сопротивления Z_{jk} оказываются уменьшенными в $(1+\mu)$ раз после изменения сопротивлений и проводимостей, что приводит к уменьшению второго слагаемого (4) во столько же раз.

В теореме 1 обеспечивается эквивалентность преобразования для подсхемы 1. Преобразование при необходимости может быть эквивалентным по отношению к подсхеме 2. Соответствующая теорема формулируется следующим образом.

Теорема 2. ИНУН с действительным параметром μ может быть исключен ($\mu = 0$) из схемы на рис. 1,а и компенсирован для сохранения режима в подсхеме 2 путем изменения параметров элементов в подсхеме 1, а именно увеличения всех сопротивлений, индуктивностей, взаимоиндуктивностей и величин независимых источников эдс в $(1+\mu)$ раз и уменьшения всех проводимостей и ёмкостей во столько же раз. Соответствующим образом должны быть изменены сопротивления и проводимости ИНУТ и ИТУН. Амплитуды независимых источников тока, параметры ИНУН, кроме исключаемого, и ИТУТ не изменяются.

Доказательство теоремы 2 аналогично теореме 1. Отличие состоит в том, что для обеспечения эквивалентности режима подсхемы 2 при исключении ИНУН необходимо сохранить напряжение на подсхеме 2, которое в $(1+\mu)$ раз больше, чем напряжение на подсхеме 1. Поэтому в этой подсхеме нужно увеличить во столько же раз величины независимых источников эдс и сопротивлений, и уменьшить проводимости.

Нейтрализация ИТУТ. Исключение ИТУТ является дуальной операцией по отношению к исключению ИНУН. При нейтрализации ИТУТ управляемая ветвь размыкается, а управляющая – заменяется идеальным проводником. Исключаемый ИТУТ подсоединяется к схеме так, как показано на рис. 2,а. Подсхемы 1 и 2 на рис. 2,а могут содержать, как и подсхемы на рис. 1,а, произвольные линейные элементы.

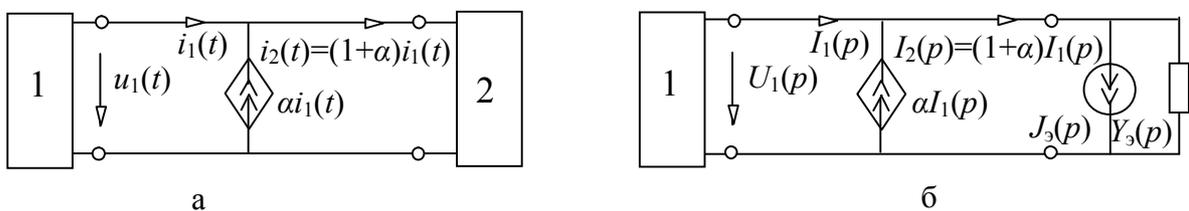


Рис. 2. Исходная схема с исключаемым ИТУТ (а) и эквивалентная операторная схема для доказательства теоремы (б)

Теорема 3. ИТУТ с действительным параметром α может быть исключен ($\alpha = 0$) из схемы на рис. 2,а и компенсирован для сохранения

режима в подсхеме 1 путем изменения параметров элементов в подсхеме 2, а именно уменьшения всех проводимостей, ёмкостей и амплитуд независимых источников тока в $(1+\alpha)$ раз и увеличения всех сопротивлений, индуктивностей и взаимоиндуктивностей во столько же раз. Соответствующим образом должны быть изменены управляющие сопротивления и проводимости ИНУТ и ИТУН соответственно. Параметры независимых источников эдс, ИНУН и ИТУТ, кроме исключаемого, остаются неизменными.

Для доказательства теоремы следует подсхему 2 на рис. 2,а заменить эквивалентным генератором тока с параметрами $J_3(p)$ и $Y_3(p)$ (рис. 2,б). Полученная схема является дуальной по отношению к схеме на рис. 1,а. Поэтому все последующие соотношения, используемые для доказательства, могут быть получены из (1)–(4) путем замены сопротивлений на проводимости, токов на напряжения, эдс на параметр источника тока и коэффициента передачи напряжения на коэффициент передачи тока.

Операция исключения ИТУТ, эквивалентная по отношению к подсхеме 2, выполняется в соответствии со следующей теоремой, аналогичной теореме 2.

Теорема 4. ИТУТ с действительным параметром α может быть исключен ($\alpha = 0$) из схемы на рис. 2,а и компенсирован для сохранения режима в подсхеме 2 путем изменения параметров элементов в подсхеме 1, а именно увеличения всех проводимостей, ёмкостей и амплитуд независимых источников тока в $(1+\mu)$ раз и уменьшения всех сопротивлений, индуктивностей, взаимоиндуктивностей во столько же раз. Соответствующим образом должны быть изменены управляющие сопротивления и проводимости ИНУТ и ИТУН. Параметры независимых источников эдс, ИНУН и ИТУТ, кроме исключаемого, остаются неизменными.

Доказательство теоремы 4 аналогично доказательству теорем 1–3.

Пример нейтрализации управляемого источника. Исходная схема содержит идеальный инвертирующий усилитель напряжения с коэффициентом усиления μ (рис. 3,а), который является источником типа ИНУН. Исключение его, например, по теореме 2 преобразует исходную схему к схеме на рис. 3,б, эквивалентной относительно подсхемы 2. При этом исходные параметры подсхемы 1 – R, G, L, C и e преобразуются к R', G', L', C' и e' так, как это показано на рис. 3,б. Отдельные параметры остаются неизменными – $J(t)$ для независимых источников тока, коэффициенты передачи напряжения k для ИНУН и коэффициенты передачи тока β для ИТУТ.

Исключаемый усилитель может быть неидеальным, например, может иметь конечное входное и выходное сопротивление. Тогда входное сопротивление учитывается в первой подсхеме и увеличивается в $(1+\mu)$

раз, как и все остальные сопротивления этой подсхемы (рис. 3,б), а выходное сопротивление переносится во вторую подсхему без изменения его параметра.

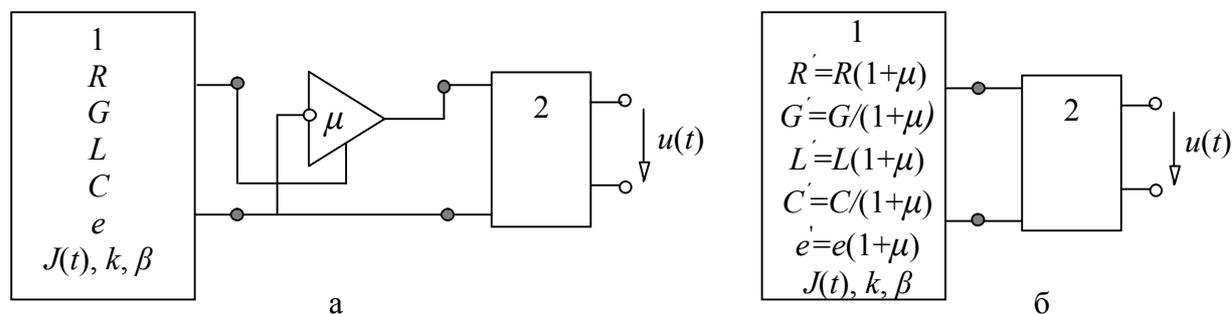


Рис. 3. Исходная схема с усилителем напряжения μ (а) и схема, эквивалентная для отклика $u(t)$, без усилителя (б)

Выводы. 1. Теоремы об исключении управляемого источника распространены на схемы, содержащие произвольные активные и пассивные элементы, независимо от типа исключаемого источника – ИНУН или ИТУТ. 2. Приведено доказательство теорем методом схемных определителей путем замены подсхемы с изменяемыми параметрами эквивалентным генератором.

Литература

1. Волгин Л.И. Топологические преобразования электрических цепей.– Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1982.– 108 с.
2. Бондаренко А.В., Бондаренко В.В., Можар В.И., Сончик Л.И. Современные методы анализа и синтеза электрических цепей: учеб. пособие. – СПб.: СПб ГАСУ, 2008.– 216 с.
3. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // Электричество.– 2001.– № 4.– С. 43–51.

Бондаренко Анатолий Васильевич – д.т.н, профессор, заведующий кафедрой автоматики и электротехники Санкт-Петербургского архитектурно-строительного университета.

ФОРМИРОВАНИЕ СИМВОЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ СВЯЗИ ПОСТОЯННЫХ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

К. В. Дворянинов, С. А. Курганов

Предложен алгоритм построения символьных коэффициентов связи постоянных интегрирования (схемных коэффициентов) различных переменных электрической цепи для нахождения временных функций откликов во всех или нескольких ветвях. Символьный подход упрощает нахождение этих коэффициентов по сравнению с численным анализом, поскольку не требует построения специальных схемных моделей для операторных сопротивлений и проводимостей при комплексно-сопряженных корнях характеристического полинома.

Временные функции переходного процесса во всех или нескольких ветвях электрической цепи находятся в два этапа для уменьшения трудоемкости. На первом этапе формируются, например классическим методом, функции переменных состояния – напряжений конденсаторов и токов катушек индуктивности. На втором этапе – функции остальных искомых переменных путем расчета безреактивной схемы, полученной из исходной схемы заменой катушек индуктивности и конденсаторов независимыми источниками тока и напряжения [1].

Меньших затрат для решения этой задачи требует метод схемных коэффициентов [2, 3], который предусматривает нахождение всего одной базисной функции. По этой функции с помощью матрицы схемных коэффициентов, связывающих постоянные интегрирования базисной и других переменных, находятся остальные искомые функции. Матрица схемных коэффициентов имеет вид

$$K = \|K_{ij}\| = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & \dots & 1 & \dots & 1 \\ \hline K_2(p_1) & K_2(p_2) & \dots & K_2(p_j) & \dots & K_2(p_n) \\ \hline \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \hline K_i(p_1) & K_i(p_2) & \dots & K_i(p_j) & \dots & K_i(p_n) \\ \hline \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \hline K_m(p_1) & K_m(p_2) & \dots & K_m(p_j) & \dots & K_m(p_n) \\ \hline \end{array}, \quad (1)$$

где $i = 1 \dots m$ – номер искомой переменной; $j = 1 \dots n$ – номер постоянной интегрирования; m, n – число переменных и порядок цепи соответственно; $p_1, \dots, p_j, \dots, p_n$ – корни характеристического полинома; $K_2(p_j), \dots, K_i(p_j), \dots,$

$K_m(p_j)$ – передаточные операторные функции от базисной ветви к ветви с номерами $2 \dots m$, вычисленные при значениях оператора $p = p_j$.

Матрица (1) находится численным анализом (с помощью компьютерной системы типа *Electronics Workbench*) вспомогательных линейных цепей, которые получаются из исходной цепи, в которой выполняются следующие преобразования: все независимые источники нейтрализуются, базисная ветвь с искомым током или напряжением заменяется соответствующим единичным источником, а реактивные элементы – операторными сопротивлениями или проводимостями. Причем оператору присваиваются последовательно значения, равные корням характеристического полинома. Корни могут принимать комплексные значения, поэтому для моделирования операторных сопротивлений и проводимостей вводят специальные схемы замещения [3]. Анализ n (по числу корней характеристического уравнения) схем замещения с единичным источником позволяет получить токи и напряжения в искомых ветвях, которые равны соответствующим схемным коэффициентам.

Недостатком численного анализа является использование упомянутых специальных схем замещения операторных сопротивлений и проводимостей, которые усложняют процесс получения результата. Не имеет такого недостатка символьный подход к определению схемных коэффициентов. «В отдельных случаях схемные коэффициенты поддаются аналитическому определению» [3, с. 141].

Целью настоящей статьи является разработка символьного алгоритма для нахождения коэффициентов связи постоянных интегрирования на основе метода схемных определителей.

Алгоритм построения матрицы схемных коэффициентов с помощью символьных функций. Матрицу K в формуле (1) можно найти с помощью $(m-1)$ -й символьной операторной функции передачи напряжения или тока от базисной ветви к ветвям с искомыми переменными для схемы, полученной из исходной цепи нейтрализацией независимых источников. Элементы матрицы K вычисляются после подстановки в соответствующие символьные функции корней характеристического полинома вместо оператора Лапласа p .

Построение символьных операторных функций можно выполнить методом схемных определителей, который по сравнению с другими символьными методами допускает использование в схеме произвольных линейных элементов, а также характеризуется наименьшим числом операций и компактностью формируемых выражений, не содержащих избыточных взаимно уничтожающихся слагаемых [4]. При этом символьные операторные функции находятся в виде отношения выражений числителя и знаменателя

$$K_i(p) = N_i(p)/D(p). \quad (2)$$

Последовательность выполнения операций алгоритма следующая.

1. Получить расчетную схему путем нейтрализации в исходной цепи всех независимых источников и преобразования реактивных элементов в операторные сопротивления или проводимости. Выбрать базисную переменную из множества искомых токов и напряжений.

2. Из расчетной схемы удалить (заменить идеальным проводником) базисную ветвь тока (напряжения), нейтрализовать остальные ветви откликов, найти операторное выражение определителя полученной схемы $D(p)$, которое является знаменателем искомых функций (2).

3. Заменить в схеме из п. 1 базисную ветвь норатором, направление которого совпадает с направлением напряжения и противоположно направлению тока.

4. Присвоить $i = 2$.

5. Заменить ветвь отклика с номером i на нуллятор, остальные ветви отклика нейтрализовать.

6. Найти определитель полученной схемы, который является числителем $N_i(p)$ искомой функции $K_i(p)$.

7. Присвоить $i = i + 1$. Если $i \leq m$, то перейти к п. 5.

8. Все символьные операторные функции $K_2(p), K_3(p), \dots, K_i(p), \dots, K_m(p)$ найдены.

9. Получить численные коэффициенты в матрице (1) путем подстановки $p = p_j$ при $j = 1 \dots n$ в символьную функцию $K_i(p)$.

В п. 2 при нахождении определителя схемы базисная ветвь тока (напряжения) удаляется (заменяется идеальным проводником), поскольку в схеме замещения эта ветвь заменяется источником тока (напряжения) [3]. В п. 3 и 5 с помощью норатора и нуллатора формируется схема числителя искомой передаточной функции [4].

Пример нахождения матрицы схемных коэффициентов с помощью символьных схемных функций. Требуется найти матрицу схемных коэффициентов, связывающих постоянные интегрирования токов I_1, I_2, I_3 в схеме на рис. 1, а при двухфазном замыкании через сопротивление Z [3]. Операторные сопротивления обладают резистивно-индуктивным характером: $Z_1 = r_1 + pL_1; Z_2 = r_2 + pL_2$.

Следует рассмотреть 2 характерных варианта численных данных для параметров. Первый вариант: $r_1 = 1$ Ом; $r_2 = 2$ Ом; $Z = r = 0,2$ Ом; $L_1 = 31,83098861$ мГн; $L_2 = 95,49296583$ мГн дает 3 действительных отрицательных корня $p_1 = -23.56194492$ с⁻¹; $p_2 = -21.73458728$ с⁻¹; $p_3 = -34.81408050$ с⁻¹ [3]. Во втором варианте $r_1 = 1$ Ом; $r_2 = 2$ Ом; $L_1 = 3,8$ мГн; $L_2 = 9,5$ мГн, а замыкающим элементом является параллельная RC цепь с сопротивлением $r = 10$ Ом и емкостью $C = 100$ мкФ. Схема с таким замыкающим элементом имеет 2 действительных корня $p_1 = -225.5639098$ с⁻¹; $p_2 = -225.3284281$ с⁻¹ и пару комплексно-сопряженных корней $p_{3,4} = -624.1778912 \pm j1303.956690$ с⁻¹.

Корни находятся решением уравнения $\Delta(p) = 0$, где характеристический полином $\Delta(p)$ является определителем схемы, полученной из исходной цепи нейтрализацией независимых источников (рис. 1,б) и ветвей искоемых токов.

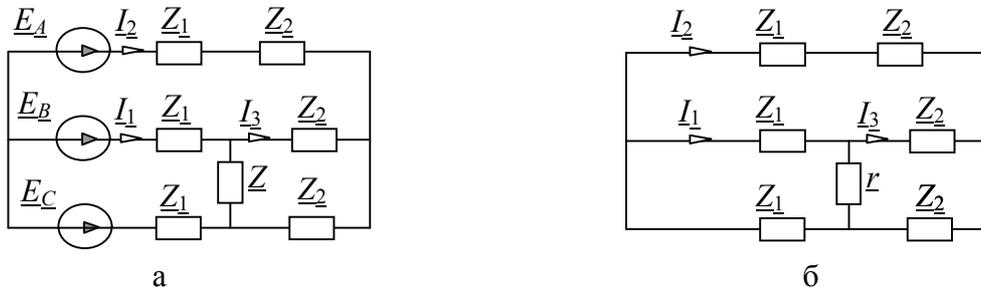


Рис. 1. Трехфазная схема для примера: исходная схема (а) и расчетная схема с нейтрализованными источниками (б)

Искомая матрица связи постоянных интегрирования токов I_2 , I_3 и тока I_1 , который считаем базисным, находится в соответствии с приведенным алгоритмом. Для этого удаляем базисную ветвь и нейтрализуем ветви остальных токов. Находим определитель полученной схемы – знаменатель искоемых коэффициентов

$$D(p) = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } D(p) \end{array} \\ \hline \end{array} \right| = (2Z_1 + Z_2)(2Z_2 + Z) + Z_2(Z_2 + Z). \quad (3)$$

При раскрытии определителя (3) использовались: формула для определителя схемы, делимой по одному узлу; преобразование последовательного соединения сопротивлений; формула выделения сопротивления и определитель элементарного контура из сопротивления.

Числители для символьных коэффициентов передачи от первой ветви к ветвям 2 и 3 находятся по следующим формулам соответственно

$$N_2(p) = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } N_2(p) \end{array} \\ \hline \end{array} \right| = -Z_2 Z_1 - [Z_1(Z + Z_2) + Z_2 Z]; \quad (4)$$

$$N_3(p) = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with impedances } Z_1, Z_2, Z \text{ and current } I_3 \end{array} \\ \end{array} \right| = (Z_1 + Z_2)Z + [Z_1(Z + Z_2) + Z_2Z]. \quad (5)$$

Символьные выражения (4) и (5) находятся аналогично (3). При этом используется операция замены параллельного соединения норатора и нуллатора идеальным проводником.

Подставляем в (3)–(5) (в выражения входящих в них сопротивлений) вместо оператора p численные значения корней характеристического уравнения. Для первого варианта численных данных матрица схемных коэффициентов имеет вид

$$K = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline K_2(p_1) & K_2(p_2) & K_2(p_3) \\ \hline K_3(p_1) & K_3(p_2) & K_3(p_3) \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline -2.000000 & 0 & 0 \\ \hline 1.000000 & 4.081666 & -0.081666 \\ \hline \end{array},$$

что соответствует [3].

Для второго варианта – с комплексными корнями – матрица схемных коэффициентов получается в виде

$$K = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline -2.00000 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1.00000 & 1.02227 & -0.395347 + j0.014669 & -0.395347 - j0.014669 \\ \hline \end{array}.$$

Таким образом, с помощью символьного алгоритма коэффициенты связи постоянных интегрирования токов I_2 , I_3 и тока I_1 получаются как для действительных, так и комплексных корней характеристического уравнения без построения специальных схем замещения операторных сопротивлений и проводимостей.

При автоматизированном построении символьных операторных функций необходимо использовать программу *CIRSYMD* [5] или систему *SCAD* [6], реализующих метод схемных определителей для произвольных линейных электрических цепей.

Выводы. Предложен символьный алгоритм на основе метода схемных определителей, позволяющий находить коэффициенты связи постоянных интегрирования различных переменных электрической цепи

без построения специальных схем замещения операторных сопротивлений и проводимостей при комплексных корнях характеристического уравнения.

Литература

1. Бычков Ю.А., Золотницкий В.М., Чернышев Э.П. Основы теории электрических цепей. Учебник для вузов.– СПб.: Лань, 2002.– 464 с.

2. Канов Л.Н., Костюков В.В. Метод моделирования нестационарных режимов электротехнических систем на основе схемных коэффициентов // Электротехника и электромеханика.– Запорожье (Украина).– 2007. – № 1. – С. 35–40.

3. Костюков В.В., Канов Л.Н. Численно-аналитическое моделирование переходных процессов в электротехнических системах методом схемных коэффициентов // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Труды междунар. конференции КЛИН-2007.– Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3. – С. 137–145.

4. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– № 5.– С. 43–52.

5. Вольнов В.Е., Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ сложных электрических цепей и сетей с помощью программы *CIRSYMD* // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. междунар. конф. КЛИН-2004.– Ульяновск: УлГТУ, 2004.– Т.4.– С.75–80.

6. Березуев Р.И., Курганов С.А., Филаретов В.В., Шеин Д.В. Компьютерная система *SCAD* символьного анализа и диагностики линейных электронных цепей// Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. междунар. конф. КЛИН-2005.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– Т. 3.– С. 3–10.

Дворянинов Константин Владимирович – студент 2-го курса Энергетического факультета Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ); e-mail: capitanromeo@mail.ru

Курганов Сергей Александрович – д.т.н., профессор кафедры «Электроснабжение» Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ). 432027, Ульяновск, ул. Северный Венец, 32, УлГТУ; служебный тел. 77-81-05; e-mail: sak@ulstu.ru.

ФОРМИРОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ СИМВОЛЬНЫХ СХЕМНЫХ ФУНКЦИЙ

Д. С. Курганов, С. А. Курганов, В. В. Филаретов

Предложены схемно-алгебраические формулы для построения символьных схемных функций (ССФ) электрических цепей с предельными бесконечно большими параметрами элементов. При этом не требуется трудоемкое формирование ССФ общего вида и последующее нахождение математического предела функции нескольких переменных. Изложен алгоритм построения предельных ССФ.

Предельная символьная схемная функция. Символьная схемная функция (ССФ) с предельными – бесконечно большими – значениями параметров элементов называется здесь предельной ССФ. Задача построения предельной ССФ возникает при исследовании электрических цепей с предельными бесконечно большими параметрами – коэффициентом усиления, входном сопротивлении или сопротивлении нагрузки. Идеализация схемы часто близка к реальности, например, современный операционный усилитель фактически является нулором. Во многих случаях такой подход позволяет выявить существенные связи исследуемой схемной реализации.

Предельная ССФ может быть найдена двумя способами. Первый способ – алгебраический – заключается в нахождении математического предела ССФ общего вида, где предельные параметры представлены, как и другие, символьными идентификаторами. Второй способ – схемный – основан на анализе предельной схемы замещения, которая получается из исходной схемы путем замены сопротивления, проводимости и УИ с предельными параметрами на разрыв, идеальный проводник и нулор соответственно [1].

Однако алгебраический способ является очень трудоемким, поскольку требует нахождения ССФ общего вида. Применить схемный способ при двух и более предельных параметрах часто не представляется возможным, поскольку предельная схема замещения является вырожденной.

Пример цепи с вырожденной предельной схемой замещения. Для схемы на рис. 1 требуется найти передаточную функцию при R_2 и $k \rightarrow \infty$. Для построения предельной схемы замещения такой цепи требуется удалить сопротивление R_2 и заменить генератор УИ нулором, в результате последний оказывается разомкнутым. Это означает, что схема вырождена и решение для нее не существует.

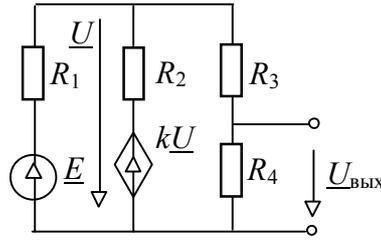


Рис. 1. Цепь, предельная схема замещения для которой вырождена при R_2 и $k \rightarrow \infty$

В то же время при использовании алгебраического способа предел функции может быть найден. Действительно, сформируем коэффициент передачи схемы в общем виде

$$K = \frac{U}{E} = \frac{R_4 R_2}{(R_3 + R_4)[R_1 + R_2 - k R_1] + R_1 R_2}. \quad (1)$$

Теперь находим предел полученной функции

$$K_{\text{пр}} = \lim(K, k \rightarrow \infty, R_2 \rightarrow \infty) = \frac{R_4}{(R_3 + R_4)[1 - R_1(\text{б/р})] + R_1}, \quad (2)$$

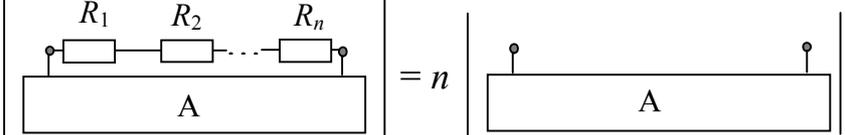
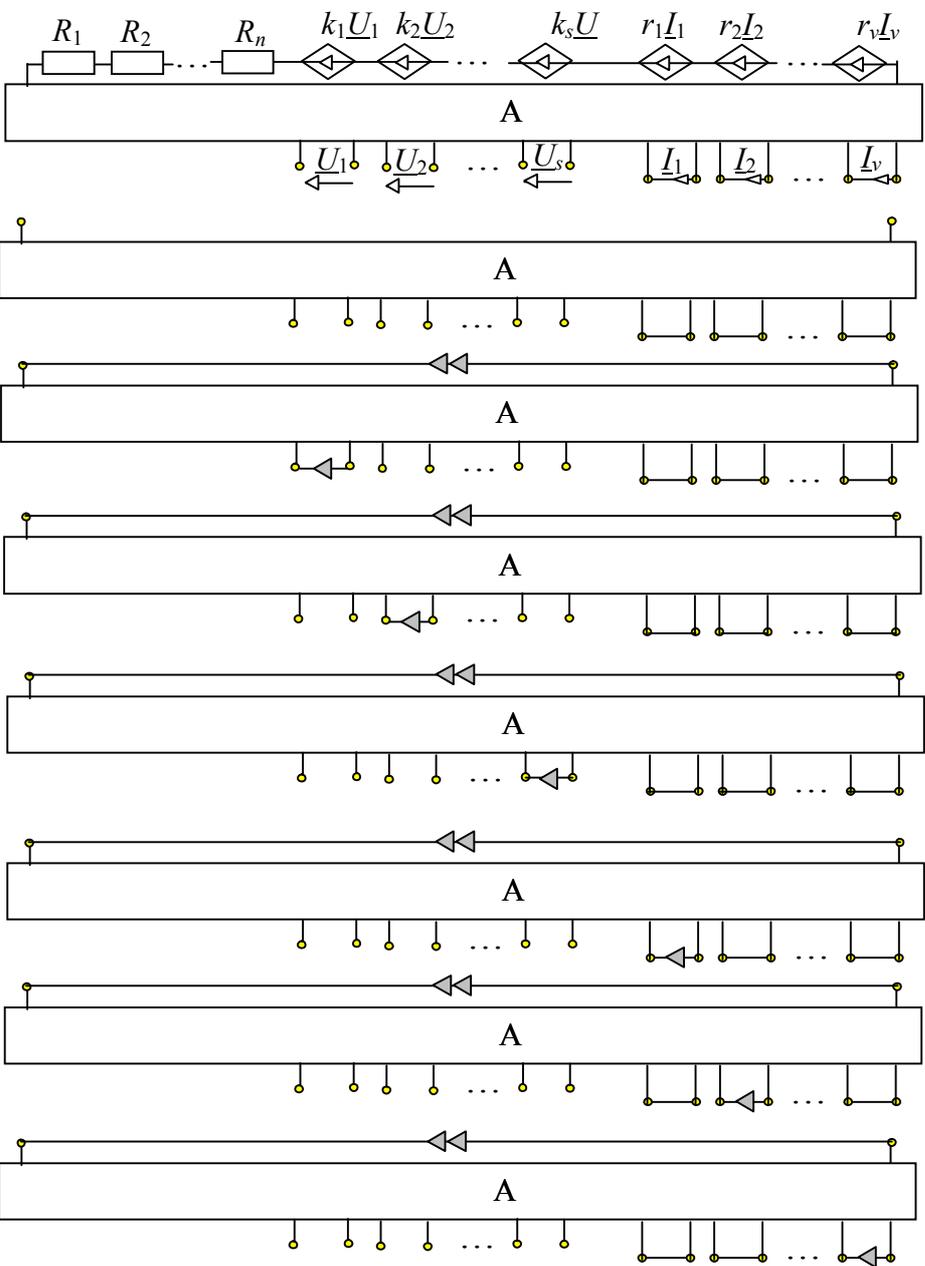
где $R_1(\text{б/р})$ – переменная, численно равная соответствующему сопротивлению, но не имеющая размерности.

Таким образом, алгебраический способ позволяет найти предельные ССФ и при вырожденных предельных схемах замещения. Однако он обладает, как уже отмечалось, излишней трудоемкостью – требует формирования ССФ общего вида – для произвольных значений предельных параметров и последующего нахождения предела функции нескольких переменных.

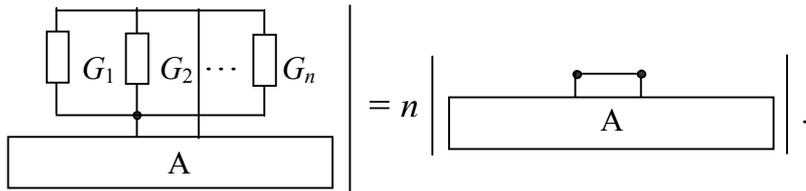
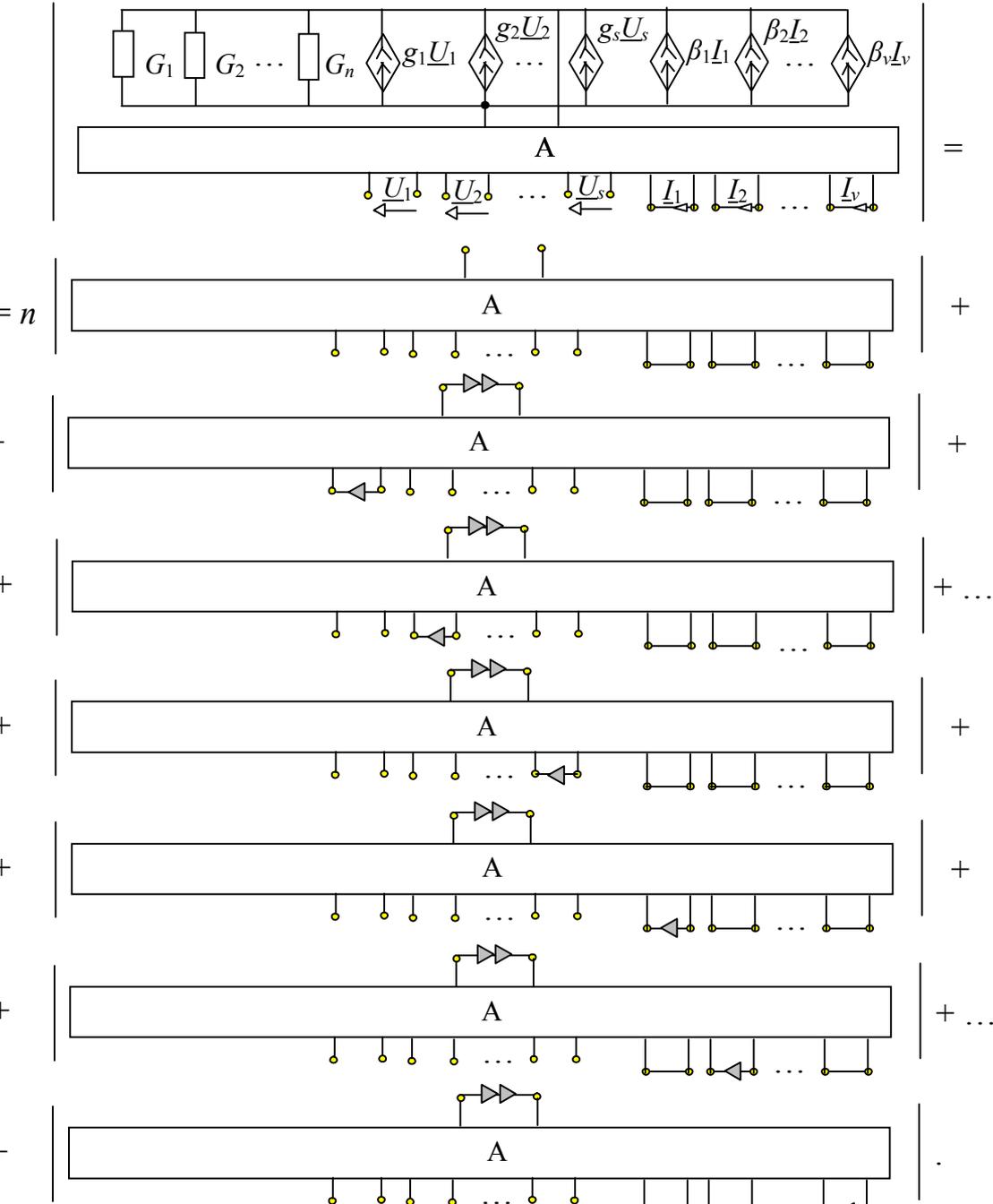
Снижение трудоемкости получения предельных ССФ может быть достигнуто с помощью предлагаемых в настоящем работе схемно-алгебраических формул (САФ) выделения предельных параметров элементов. САФ позволяют находить предельные схемные функции непосредственно – без промежуточных схемных функций общего вида и последующего нахождения предела функции нескольких переменных.

Схемно-алгебраические формулы выделения элементов с предельными параметрами. Специальные схемно-алгебраические формулы (САФ) для выделения предельных параметров необходимы в случае, если предельные схемы замещения являются вырожденными. Это имеет место при последовательном и параллельном соединении определенных элементов (табл. 1). САФ требуются, если определенные элементы образуют сечения и контуры (табл. 2). Предельные схемы замещения электрических цепей, приведенных в табл. 1 и 2, содержат или несвязную схему (например, схема в строке табл. 1) или контур из нораторов (нуллаторов) или другую вырожденную схему.

Таблица 1. САФ для выделения групп последовательных и параллельных соединений элементов с предельными параметрами

№	Группа элементов с предельными параметрами
1	САФ выделения группы элементов
1	<p style="text-align: center;">2</p> <p style="text-align: center;">Последовательное соединение сопротивлений</p>  <p>The diagram illustrates the decomposition of a series connection of resistors R_1, R_2, \dots, R_n into n parallel branches. On the left, a box labeled 'A' contains a series circuit of these resistors. This is shown to be equivalent to n parallel branches, each containing a single resistor R_i, also labeled 'A'.</p>
2	<p style="text-align: center;">Последовательное соединение сопротивлений и генераторов напряжения УИ</p>  <p>The diagram illustrates the decomposition of a series connection of resistors and voltage sources into n parallel branches. The top part shows a series circuit with resistors R_1, R_2, \dots, R_n and voltage sources $k_1 U_1, k_2 U_2, \dots, k_s U$ and current sources $r_1 I_1, r_2 I_2, \dots, r_v I_v$. This is shown to be equivalent to n parallel branches, each containing a resistor R_i and a voltage source U_i.</p>

Продолжение табл. 1

1	2
3	<p style="text-align: center;">Параллельное соединение проводимостей</p>  <p>The diagram illustrates the parallel connection of n conductances G_1, G_2, \dots, G_n. These are connected to a common terminal A. This is shown to be equivalent to a single conductance A connected to the same terminal A. The equation is written as $= n$ followed by a box containing A.</p>
4	<p style="text-align: center;">Параллельное соединение проводимостей и генераторов УИ тока</p>  <p>The diagram shows the parallel connection of n conductances G_1, G_2, \dots, G_n and v current sources. The current sources are represented by diamond symbols with arrows pointing up, labeled $g_1 U_1, g_2 U_2, \dots, g_s U_s, \beta_1 I_1, \beta_2 I_2, \dots, \beta_v I_v$. The entire network is connected to terminal A. This is shown to be equivalent to a conductance A in parallel with a series of current sources. The current sources are shown as a sequence of A boxes with current sources I_1, I_2, \dots, I_v connected to the terminals. The diagram uses '+' and '=' signs to indicate the equivalence and the decomposition of the network.</p>

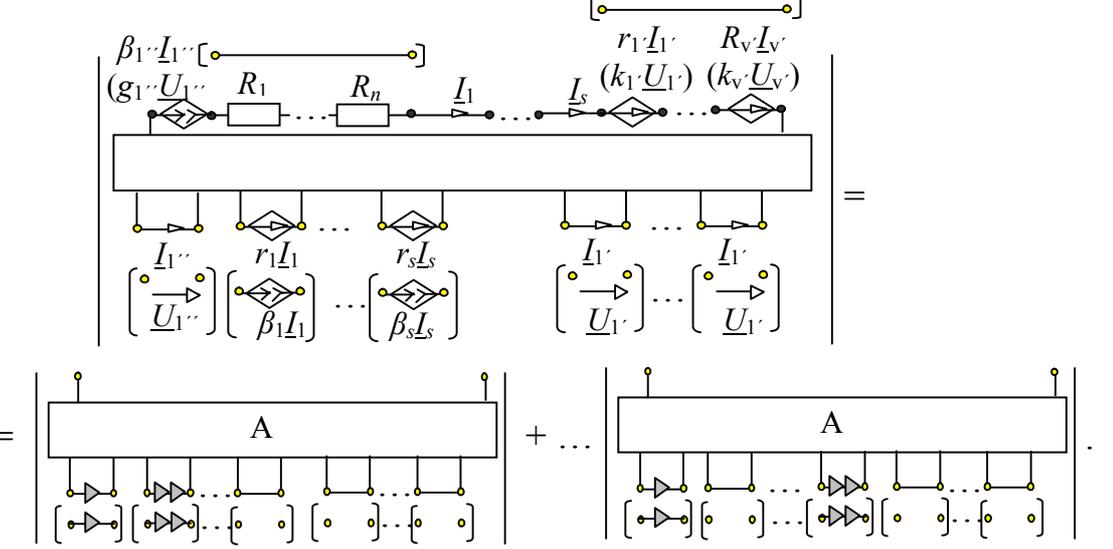
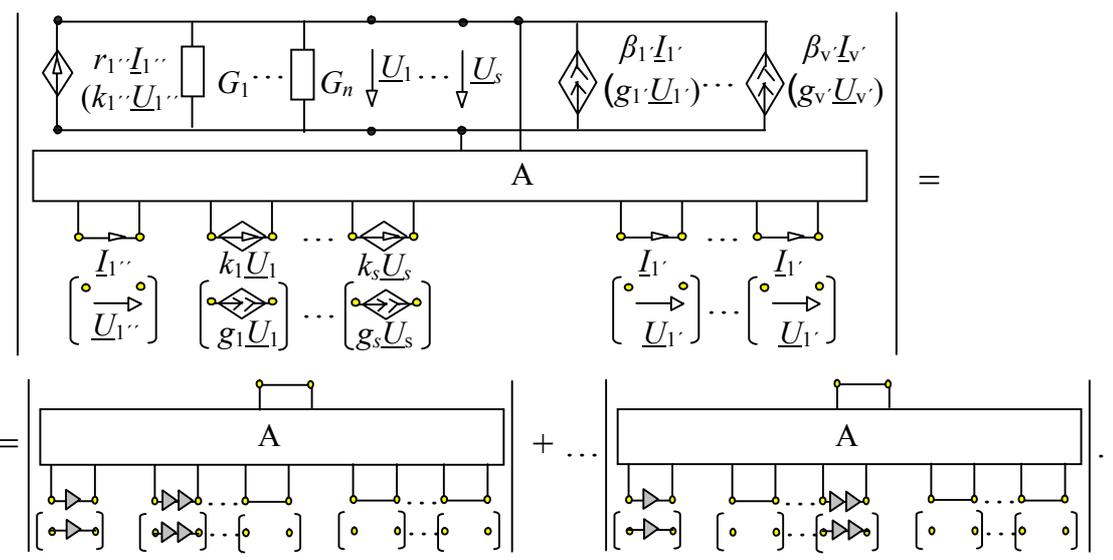
Продолжение табл. 1

1	2
5	<p style="text-align: center;">Последовательное соединение сопротивлений и приемников тока УИ</p> <p>The diagram illustrates the decomposition of a circuit with resistors R_1, R_2, \dots, R_n and current sources I_1, I_2, \dots, I_s into a sum of n circuits. Each circuit in the sum contains a current source $r_i I_i$ and a voltage source $\beta_i I_i$ in series with the network A.</p>
6	<p style="text-align: center;">Параллельное соединение проводимостей и приемников напряжения</p> <p>The diagram illustrates the decomposition of a circuit with conductances G_1, G_2, \dots, G_n and voltage sources U_1, U_2, \dots, U_s into a sum of n circuits. Each circuit in the sum contains a voltage source $k_i U_i$ and a current source $g_i U_i$ in parallel with the network A.</p>

Продолжение табл. 1

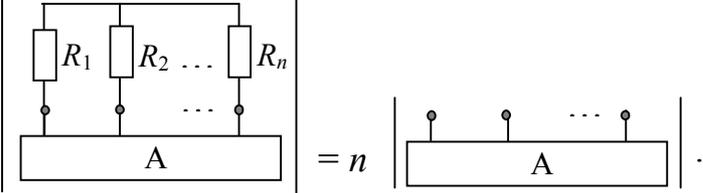
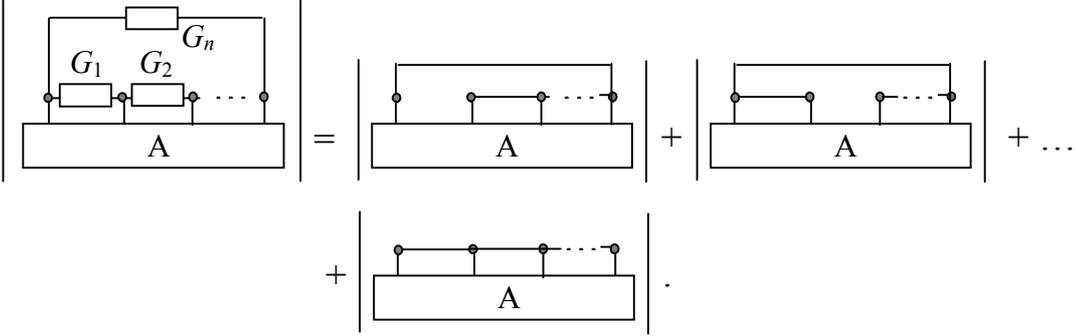
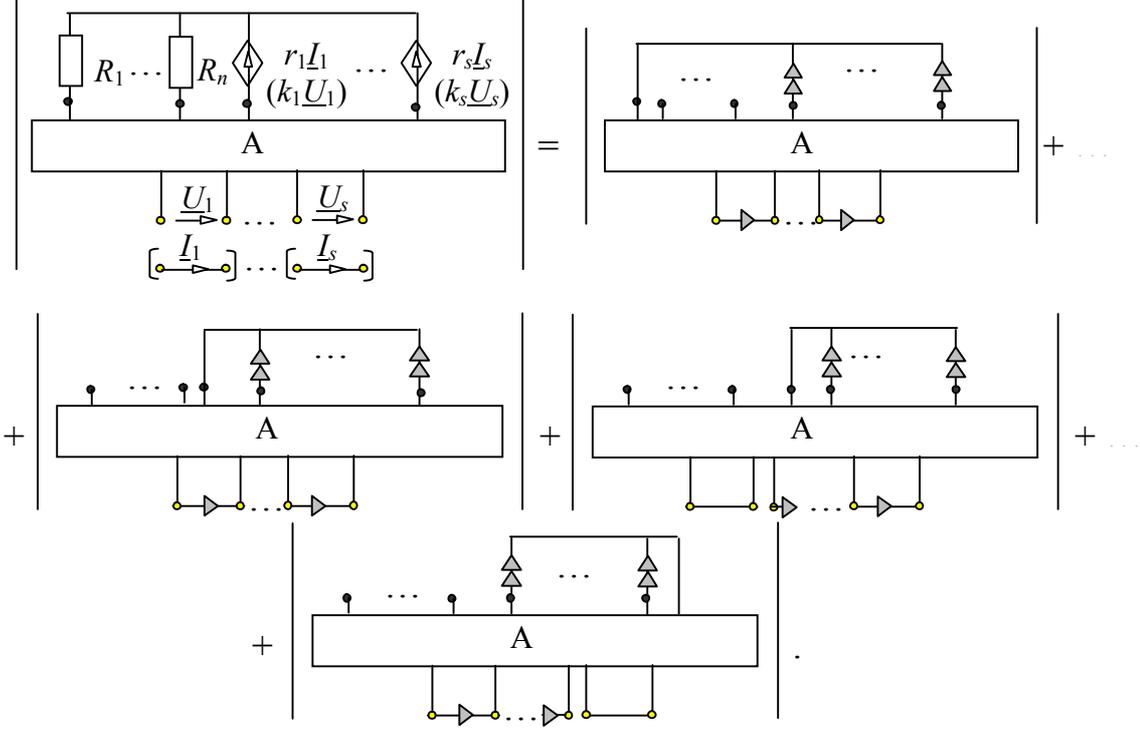
1	2
7	<p style="text-align: center;">Последовательное соединение сопротивлений, генераторов напряжения и приемников тока УИ</p>
8	<p style="text-align: center;">Параллельное соединение проводимостей, приемников напряжения и генераторов тока УИ</p>

Продолжение табл. 1

1	2
9	<p data-bbox="272 297 1385 365">Последовательное соединение генератора тока УИ, сопротивлений, генераторов напряжения и приемников тока УИ</p> 
10	<p data-bbox="272 947 1385 1014">Параллельное соединение генератора напряжения УИ, проводимостей, приемников напряжения и генераторов тока УИ</p> 

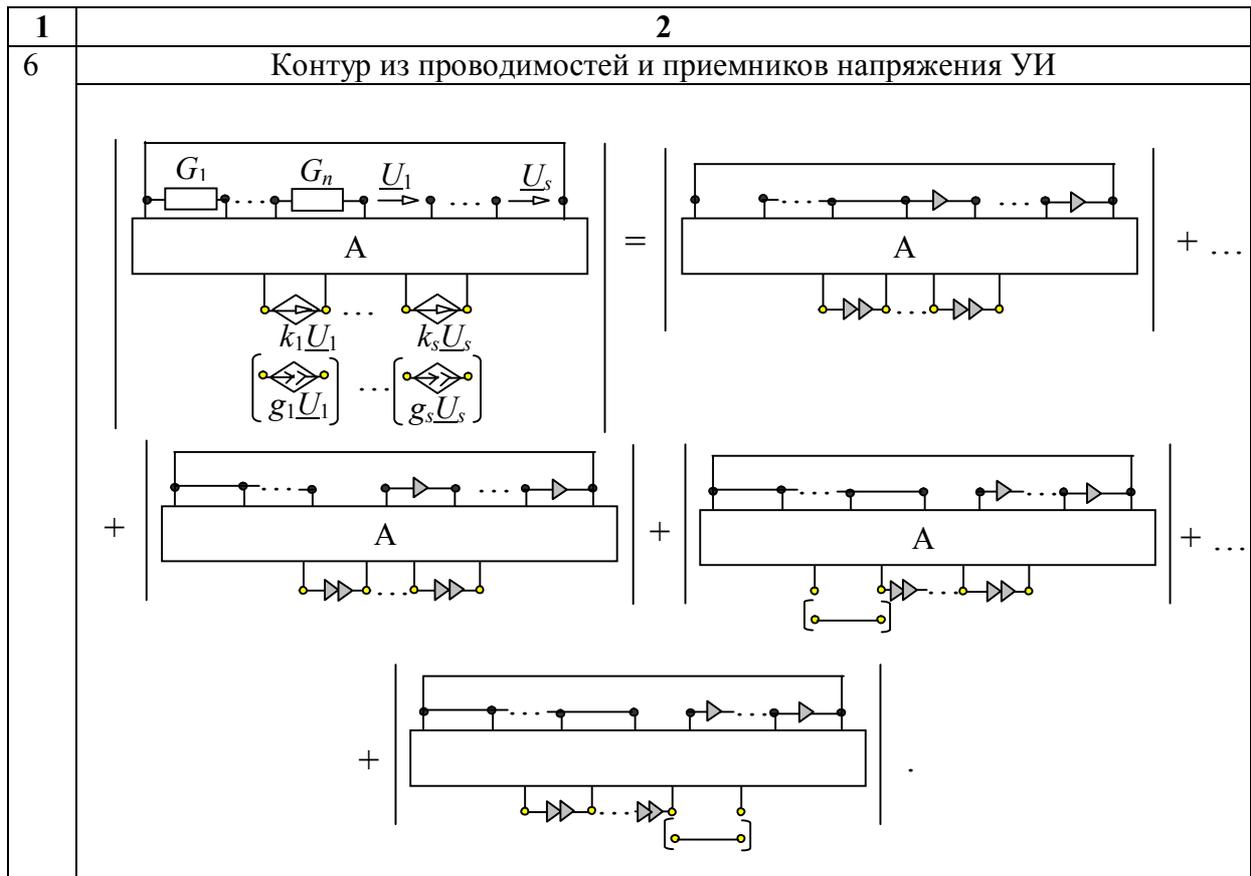
Доказательство САФ. Доказательство основано на использовании понятия определителя автономной подсхемы [2], что позволяет вывести единую формулу выделения групп элементов с предельными параметрами, справедливую как для числителя, так и для знаменателя. Формулы получаются путем последовательного выделения всех параметров рассматриваемой группы элементов. В результирующую формулу войдут в соответствии с правилом нахождения математического предела рациональных функций только те слагаемые, которые содержат максимальное число предельных параметров.

Таблица 2. САФ для выделения групп элементов (с предельными параметрами), составляющих сечения и контура

№	Группа элементов с предельными параметрами САФ выделения группы элементов
1	2
1	<p data-bbox="644 421 1015 454">Сечение из сопротивлений</p>  <p>The diagram shows a circuit with a horizontal busbar labeled 'A' at the bottom. Above it, there are n vertical branches, each containing a resistor labeled R_1, R_2, \dots, R_n. This is shown to be equivalent to n parallel branches, each represented by a single terminal connected to the busbar 'A'.</p>
2	<p data-bbox="644 678 1015 712">Контур из проводимостей</p>  <p>The diagram shows a circuit with a horizontal busbar labeled 'A' at the bottom. Above it, there are several conductance elements labeled G_1, G_2, \dots, G_n connected in parallel. This is shown to be equivalent to a sum of parallel branches, each containing one of the conductance elements connected to the busbar 'A'.</p>
3	<p data-bbox="427 1126 1232 1160">Сечение из сопротивлений и генераторов напряжения УИ</p>  <p>The diagram shows a circuit with a horizontal busbar labeled 'A' at the bottom. Above it, there are resistors R_1, \dots, R_n and voltage sources $(k_1 U_1), \dots, (k_s U_s)$ connected in parallel. Below the busbar, there are current sources I_1, \dots, I_s connected in parallel. This is shown to be equivalent to a sum of parallel branches, each containing a resistor and a voltage source connected to the busbar 'A'.</p>

1	2
4	<p style="text-align: center;">Контур из проводимостей и генераторов тока УИ</p>
5	<p style="text-align: center;">Сечение из сопротивлений и приемников тока УИ</p>

Продолжение табл. 2



Пример нахождения предельной ССФ для схемы с последовательным соединением сопротивления и генератора ИНУН. Для схемы на рис. 1 нельзя построить предельную схему замещения при k и $R_2 \rightarrow \infty$, поэтому для формирования предельной передаточной функции по напряжению применим формулу выделения последовательного соединения ИНУН и резистора (строка 2 в табл. 1). Запишем исходное схемно-алгебраическое выражение знаменателя и выделим в нем сумму сопротивлений R_3 и R_4

$$D = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \overline{U} \\ \downarrow \\ R_1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \overline{U} \\ \downarrow \\ R_2 \\ \downarrow \\ \triangle \\ k\overline{U} \\ \downarrow \\ R_4 \end{array} \quad \begin{array}{c} R_3 \\ \downarrow \\ R_4 \end{array} \\ \hline \end{array} \right| = (R_3 + R_4) \left| \begin{array}{c} \overline{U} \\ \downarrow \\ R_1 \\ \downarrow \\ E \\ \downarrow \\ \triangle \\ k\overline{U} \\ \downarrow \\ R_2 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \overline{U} \\ \downarrow \\ R_1 \\ \downarrow \\ \triangle \\ k\overline{U} \\ \downarrow \\ R_2 \end{array} \right|. \quad (3)$$

К каждому слагаемому (3) применим упомянутую выше формулу выделения предельных параметров R_2 и k , затем исключая вырожденные слагаемые, получим

$$D = (R_3 + R_4) \left(\left| \begin{array}{c} \boxed{R} \\ \hline \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \boxed{R_1} \\ \hline \end{array} \right| \right) + \left| \begin{array}{c} \boxed{R_1} \\ \hline \end{array} \right| = (R_3 + R_4)(1 - R_1(\delta/p)) + R_1. \quad (4)$$

Формула для знаменателя (4) совпадает с соответствующим выражением из (2). В то же время (4) получено без предварительного формирования общей формулы и выполнения последующего предельного перехода. Аналогично получается предельная формула для числителя, при этом схема числителя формируется как обычно – с использованием нуллора.

Пример нахождения предельной функции для схемы с последовательным соединением генераторов ИНУН. Рассмотрим схему на рис. 2 [3], необходимо найти передаточную функцию схемы от входа к нагрузке при предельных значениях параметров обоих УИ.

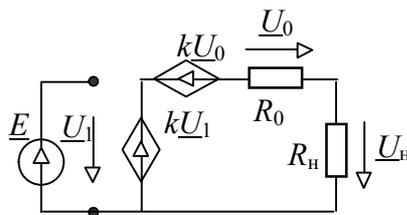
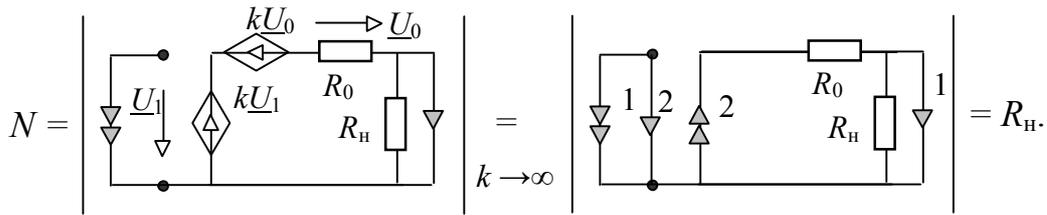


Рис. 2. Схема, моделирующая источник тока с помощью последовательного соединения генераторов ИНУН

Схема знаменателя передаточной функции будет содержать только один УИ, поскольку второй оказывается нейтрализованным вместе с независимым источником. В результате для полученной схемы может быть построена предельная схема замещения, и знаменатель искомой функции имеет вид

$$D = \left| \begin{array}{c} \boxed{kU_0} \\ \hline \end{array} \right| \begin{array}{c} \xrightarrow{U_0} \\ R_0 \\ \hline R_H \end{array} \Bigg|_{k \rightarrow \infty} = \left| \begin{array}{c} \boxed{} \\ \hline \end{array} \right| \begin{array}{c} \xrightarrow{U_0} \\ R_0 \\ \hline R_H \end{array} \Bigg| = R_0.$$

Для числителя предельная схема является вырожденной. Поэтому необходимо использовать САФ выделения группы последовательно соединенных генераторов напряжения УИ с предельными параметрами из строки 2 табл. 1. Из двух слагаемых, которые следуют из САФ, ненулевым будет только одно



Таким образом, предельный коэффициент схемы на рис. 2 имеет вид $K_{пр} = R_0/R_n$, что совпадает с формулой, полученной алгебраическим способом нахождения предельной функции.

Пример нахождения ССФ для схемы с последовательным соединением сопротивления и генератора ИНУТ. Рассмотрим схему на рис. 3 [3]. Требуется найти предельное передаточное сопротивление $Z_{пр} = \underline{U}_n/\underline{J}$ при Z_1 и $Z_0 \rightarrow \infty$.

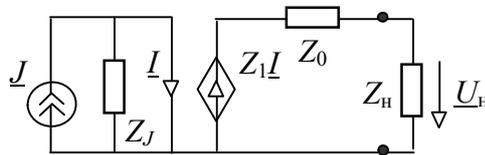


Рис. 5.4. Схема, моделирующая источник тока с помощью последовательного соединения сопротивления и генератора ИНУТ

В схеме знаменателя передаточной функции ИНУТ нейтрализуется, поэтому может быть получена предельная схема замещения, определитель которой имеет вид

$$D = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ Z_j \\ | \\ \text{---} \\ | \\ Z_n \\ | \\ \text{---} \end{array} \right| = Z_j.$$

Для числителя предельная схема является вырожденной. Поэтому необходимо использовать САФ выделения группы последовательно соединенных сопротивления и ИНУТ с предельными параметрами из строки 2 табл. 1. Из двух слагаемых, которые следуют из САФ, ненулевым будет только одно, в результате числитель имеет вид

$$N = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ Z_j \\ | \\ \text{---} \\ | \\ \text{---} \\ | \\ Z_0 \\ | \\ \text{---} \\ | \\ Z_n \\ | \\ \text{---} \end{array} \right| = Z_j Z_n.$$

Таким образом, предельное передаточное сопротивление схемы на рис. 3.3 определяется по формуле $Z_{пр} = Z_n$.

Алгоритм разложения определителя схемы с предельными параметрами. Применение САФ позволяет аналитически получить

предельную ССФ в случае вырождения предельной схемы замещения. Однако при реализации этого подхода возникает необходимость хранения большого числа САФ. Более экономичным в этом плане является предлагаемый ниже алгоритм первоочередного выделения предельных параметров по общим формулам, который позволяет получить предельную ССФ без САФ.

Алгоритм содержит следующие этапы.

А. Определяется максимальная степень бесконечной величины, которая имеет место при выделении предельных параметров из автономной схемы.

Б. В автономной схеме находится коэффициент перед бесконечностью максимальной степени в виде схемно-алгебраического выражения.

В. Формируется знаменатель предельной функции путем раскрытия определителя одноименной схемы, полученной путем нейтрализации независимого источника и приемника отклика из схемно-алгебраического выражения в п. **Б**.

Г. Формируется числитель предельной функции путем раскрытия определителя одноименной схемы, полученной путем замены на норатор и нуллятор независимого источника и приемника отклика из схемно-алгебраического выражения в п. **Б**.

Д. Сформированные символьные выражения числителя и знаменателя составляют искомую предельную функцию. В случае, если числитель или знаменатель оказывается равным нулю, то искомая функция равна нулю или бесконечности соответственно.

Этот алгоритм подобен алгоритму нахождения полиномиальных коэффициентов, где формируются коэффициенты перед степенями оператора p в числителе и знаменателе схемной функции [4]. Здесь находится коэффициент перед максимальной степенью бесконечности, причем в виде схемно-алгебраического выражения.

Максимальная степень бесконечности определяется по формуле

$$n_{\max} = n_{np} - n_{выр},$$

где n_{np} и $n_{выр}$ – число предельных параметров и число вырожденных сечений и контуров из элементов с предельными параметрами. Вырожденность контуров или сечений определяется по предельной схеме замещения.

Схемно-алгебраическое выражение перед максимальной степенью бесконечности находится путем первоочередного рекурсивного выделения предельных параметров. При этом степень бесконечности отсчитывается с помощью показателя степени скобок, а предельным параметрам присваивается значение, равное 1. Выражение в скобках с показателем

ниже максимального стирается, если оно не содержит элементов с предельными параметрами.

Выводы. **1.** Предложенные схемно-алгебраические формулы (САФ) для выделения предельных – бесконечно больших – параметров позволяют сформировать предельные символьные схемные функции (ССФ) в случае вырождения предельных схем замещения. **2.** Применение САФ существенно экономичнее алгебраического способа нахождения предельных функций, поскольку САФ не требуют трудоемкого формирования ССФ для схемы общего вида и последующего нахождения математического предела функции нескольких переменных. **3.** Изложенный алгоритм не требует хранения САФ и позволяет сформировать предельные ССФ, используя только формулы выделения параметров общего вида.

Литература

1. Курганов С. А., Филаретов В. В. Символьный анализ и диагностика линейных электрических цепей методом схемных определителей: Учебное пособие. – Ульяновск: УлГТУ, 2004. – 228 с.

2. Коротков А.С., Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ дискретно-аналоговых цепей с переключаемыми конденсаторами // Электричество.– 2009, № 4.– с. 37–47.

3. Денисенко В.В. Методы моделирования СБИС с использованием полунатурной модели МОП-транзистора: Автореф. дис. докт. техн. наук: 05.27.01 (Твердотельная электроника, радиоэлектронные компоненты, микро- и наноэлектроника, приборы на квантовых эффектах) / Таганрогский технологический ин-т Южного федерального ун-та.– Таганрог, 2010.– 32 с.

4. Курганов Д.С., Филаретов В. В. Алгоритм и программа формирования полиномиальных схемных функций электронных цепей // Международн. сб. научн. труд. / под ред. В. В. Филаретова. – Ульяновск : УлГТУ, 2008. – Вып. 6. – С. 152–165.

Курганов Дмитрий Сергеевич – аспирант кафедры «Электроснабжение» Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ); e-mail:kurganov_ds@mail.ru.

ПРИМЕНЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ ПРОЦЕДУР ПРИ ФОРМИРОВАНИИ КООРДИНАТНЫХ БАЗИСОВ МОДЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Г. А. Матросова

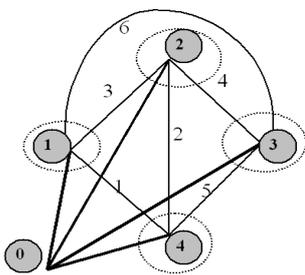
Формирование и анализ математических моделей электронных схем, как правило, ориентировано на матричные преобразования [1]. Настоящий подход возник благодаря возможностям языка программирования АНАЛИТИК. Система АНАЛИТИК была одной из первых систем компьютерной алгебры, реализованной на малых ЭВМ серии МИР в Институте Кибернетики АН УССР под руководством В.М.Глушкова. АНАЛИТИК позволяет работать с аналитическим выражением как элементом массива с буквенными коэффициентами и использовать формы равенств для преобразования выражений, в том числе исключения переменных, подстановки и приведения подобных членов [2].

Построение модели с использованием языка аналитических преобразований потребовало перестройки алгоритмов формирования с учетом языковых средств [3, 4]. Для удобства применения аналитических процедур к полной системе уравнений модели электронной схемы все переменные обозначены идентификатором x , а токи от напряжений отличаются индексами: $X = \{x_1, x_{l+2} \dots x_{2l}\}$ – множество переменных модели электронной схемы, отображающих токи и напряжения в l двухполюсниках; $X1 = \{x_1, x_2 \dots x_l\}$ – подмножество токов; $X2 = \{x_{l+1}, x_{l+2} \dots x_{2l}\}$ – подмножество напряжений; $X = X1 \cup X2 = \{x_1, x_2 \dots x_l, x_{l+1}, x_{l+2} \dots x_{2l}\}$.

Топологические законы в общем виде можно записать:

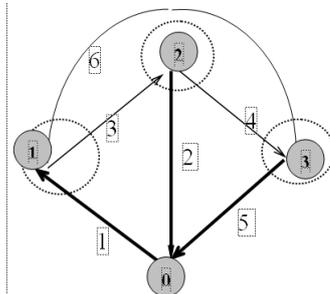
$$\text{в соответствии с 1-м законом Кирхгофа} \quad F1(X1) = 0, \quad (1)$$

$$\text{в соответствии с 2-м законом Кирхгофа} \quad F2(X2) = 0. \quad (2)$$



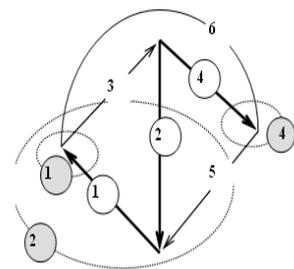
Каноническая система координат. Узловые напряжения измеряются от внешнего узла 0.

а



Частный случай: узловые напряжения совпадают с напряжениями ветвей схемы.

б



Ветви дерева являются базовыми для построения уравнений сечений; хорды - для построения уравнений контуров

в

Рис.1.

В силу дуальности, если схема содержит только z – ветви, то модель на основании (3), (4) и (6) имеет вид:

$$\begin{aligned} X1_{zT} + F1(X1_{zH}) &= 0 \\ V(X1_{zH}) + F2(V(X1_{zT})) &= 0 \end{aligned}$$

После исключения токов ветвей дерева: $x1_{zT} = -F1(X1_{zH})$, а затем подстановки и приведения подобных членов, получаем: **базис токов хорд**, в котором переменными являются токи (X1) z -ветвей хорд (H):

$$V(X1_{zH}) + F2(V(-F1(X1_{zH}))) = 0. \quad (8)$$

Базис (8) является **однородным базисом контурных токов**.

Запись выражений (7) и (8) в матричном виде позволяет сформулировать логический алгоритм заполнения матриц для метода узловых потенциалов и контурных токов.

Последовательность включения ветвей схемы в фундаментальное дерево (иерархия ветвей) и порядок исключения переменных влияет на вид математической модели и состав независимых переменных. Возникающие противоречия снимаются за счет расширения координатного базиса, либо путем ввода короткозамкнутых (разомкнутых) ветвей. Ниже приведены примеры формирования базисов сечений, контуров и базиса переменных состояния в соответствии с предложенным подходом.

Пример 1. Базис напряжений сечений.

Шаг 1: Формирование компонентных уравнений для иерархии ветвей $J, G2, G3, G4, G5, G6$:

№ и тип ветви	1(J)	2(G2)	3(G3)	4(G4)	5(G5)	6(G6)
Ток	$x_1 = J$	$x_2 = G2 * x_8$	$x_3 = G3 * x_9$	$x_4 = G4 * x_{10}$	$x_5 = G5 * x_{11}$	$X_6 = G6 * x_{12}$
Напряжение	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}

Шаг 2: Формирование топологических уравнений (рис.2).

Токи ветвей дерева $X_T = \{x_1, x_2, x_4\}$ входят однократно в уравнения сечений относительно токов:

$$\begin{aligned} x_1 - x_3 + x_6 &= 0 \\ x_2 - x_3 + x_5 + x_6 &= 0 \\ x_4 - x_5 - x_6 &= 0 \end{aligned}$$

Напряжения хорд $X_H = \{x_9, x_{11}, x_{12}\}$ входят однократно в уравнения хорд относительно напряжений:

$$\begin{aligned} x_9 + x_7 + x_8 &= 0 \\ x_{11} - x_8 + x_{10} &= 0 \\ x_{12} - x_7 - x_8 + x_{10} &= 0 \end{aligned}$$

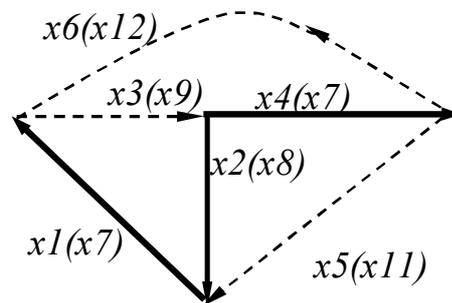


Рис.2

Шаг 3. Подстановка компонентных уравнений в топологические):

$$\begin{aligned}
J - G3 * x_9 + G6 * x_{12} &= 0 \\
G2 * x_8 - G3 * x_9 + G5 * x_{11} + G6 * x_{12} &= 0 \\
G4 * x_{10} - G5 * x_{11} - G6 * x_{12} &= 0 \\
x_9 + x_7 + x_8 &= 0 \\
x_{11} - x_8 + x_{10} &= 0 \\
x_{12} - x_7 - x_8 + x_{10} &= 0
\end{aligned}$$

Шаг 4. Исключение переменных (напряжений хорд)

$$\begin{aligned}
x_9 &= -x_7 - x_8 \\
x_{11} &= x_8 - x_{10} \\
x_{12} &= x_7 + x_8 - x_{10}
\end{aligned}$$

Шаг 5. Подстановка:

$$\begin{aligned}
J - G3 * (-x_7 - x_8) + G6 * (x_7 + x_8 - x_{10}) &= 0 \\
G2 * x_8 - G3 * (-x_7 - x_8) + G5 * (x_8 - x_{10}) + G6 * (x_7 + x_8 - x_{10}) &= 0 \\
G4 * x_{10} - G5 * (x_8 - x_{10}) - G6 * (x_7 + x_8 - x_{10}) &= 0
\end{aligned}$$

Шаг 6. Приведение подобных членов:

$$\begin{aligned}
(G3+G6) * x_7 + (G3+G6) * x_8 - G6 * x_{10} &= -J \\
(G3+G6) * x_7 + (G2+G3+G5+G6) * x_8 - (G5+G6) * x_{10} &= 0 \\
-G6 * x_7 - (G5+G6) * x_8 + (G4+G5+G6) * x_{10} &= 0
\end{aligned}$$

В матричной форме:

$G3+G6$	$G3+G6$	$-G6$
$G3+G6$	$G2+G3+G5+G6$	$-(G5+G6)$
$-G6$	$-(G5+G6)$	$G4+G5+G6$

$$* \begin{vmatrix} x_7 \\ x_8 \\ x_{10} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -J \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

или $Y * U = J$, где U - вектор узловых напряжений,
 Y - матрица проводимости,
 J - вектор задающих токов.

Как видно, диагональные элементы матрицы Y (собственные проводимости) равны сумме проводимостей ветвей, подходящих к каждому узлу. Остальные ячейки матрицы Y (взаимные проводимости) и равны сумме отрицательных значений проводимостей ветвей, включенных между соответствующими узлами схемы.

Пример 2. Базис сечений и контуров для модели с использованием комплексной переменной p

На рис. 3 показана схема, для которой иллюстрируется этот координатный базис.

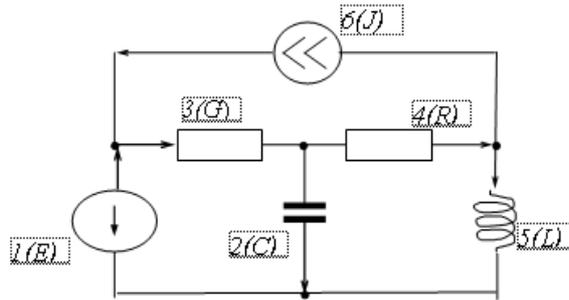


Рис 3

В таблице приведено описание компонентов и компонентные уравнения для схемы рис.3:

№ ветви	Компонент	Обозначение	Тип	Дерево (Т) Хорды (Н)	Ток	Напряжение
1	Задающий источник напряжения	E	Y	T	x_1	$x_7 = E$
2	Емкость	C	Y	T	$x_2 = p C * x_8$	x_8
3	Проводимость	G	Y	H	$x_3 = G * x_9$	x_9
4	Сопrotивление	R	Z	T	x_4	$x_{10} = R * x_4$
5	Индуктивность	L	Z	H	x_5	$x_{11} = pL * x_5$
6	Задающий источник тока	J	Z	H	$x_6 = J$	x_{12}

Последовательность исключения переменных, подстановки и приведения подобных членов для перехода к базису сечений и контуров показана на рис.4

Переход к базису сечений (С)

Переход к базису контуров (К)

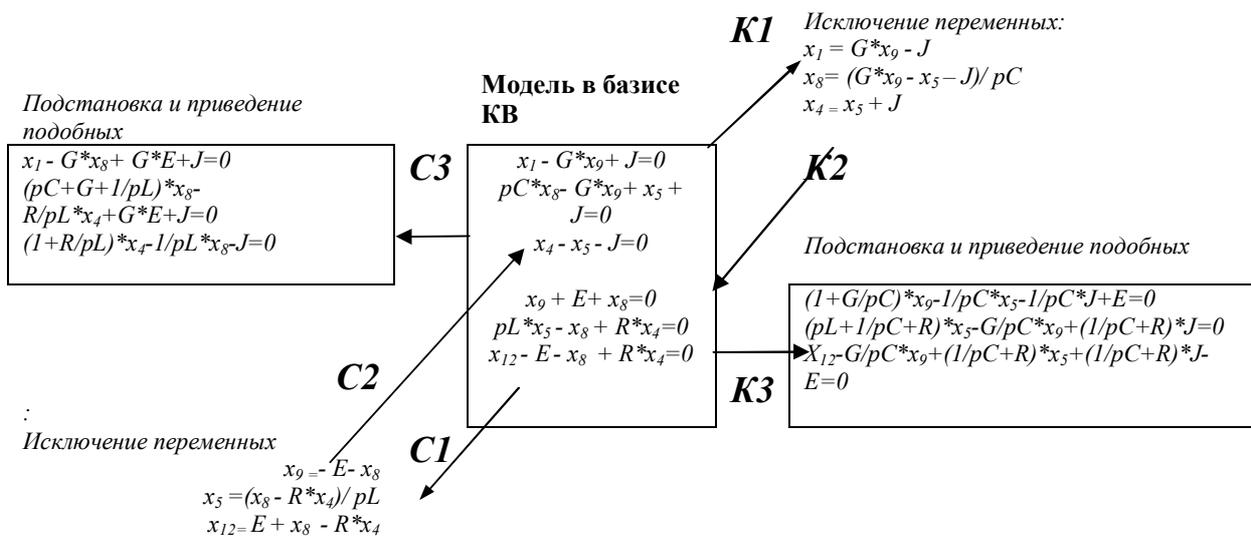


Рис.4

Пример 3. Базис переменных состояния

Если в схеме (рис.3) присутствуют реактивные компоненты C , L , можно построить математическую модель таким образом, что после преобразований она будет содержать дифференциальные уравнения первого порядка, относительно напряжений на емкостях и токов в индуктивностях. Для рассматриваемого примера это $X_{CL} = \{x_8, x_5\}$.

Исходная система содержит алгебраические и дифференциальные зависимости:

$$\begin{aligned}x_1 - G*x_9 + J &= 0 \\ C*dx_8/dt - G*x_9 + x_5 + J &= 0 \\ x_4 - x_5 - J &= 0 \\ x_9 + E + x_8 &= 0 \\ L* dx_5/dt - x_8 + R*x_4 &= 0 \\ x_{12} - E - x_8 + R*x_4 &= 0\end{aligned}$$

Если исключить из уравнений относительно напряжений переменные $X_H = \{x_9, x_{12}\}$

$$\begin{aligned}x_9 &= -E - x_8 \\ x_{12} &= E + x_8 - R*x_4\end{aligned}$$

получим:

$$\begin{aligned}x_1 + G*E + G*x_8 + J &= 0 \\ C*dx_8/dt + G*E + G*x_8 + x_5 + J &= 0 \\ x_4 - x_5 - J &= 0 \\ L* dx_5/dt - x_8 + R*x_4 &= 0\end{aligned}$$

Из уравнений относительно токов исключим переменные $X_T = \{x_1, x_4\}$:

$$\begin{aligned}x_1 &= -(G*E + G*x_8 + J) \\ x_4 &= x_5 + J\end{aligned}$$

После подстановки и приведения подобных членов получаем модель схемы в базисе переменных состояния:

$$\begin{aligned}C*dx_8/dt + G*E + G*x_8 + x_5 + J &= 0 \\ L* dx_5/dt - x_8 + R*x_5 + R*J &= 0\end{aligned}$$

или:

$$\begin{aligned}C*dU_C/dt + G*U_C + I_L &= -G*E - J \\ L* dI_L/dt - U_C + R*I_L &= -R*J\end{aligned}$$

В случае решения системы уравнений численными методами, когда для компонентных уравнений реактивных ветвей используют метод алгебраизации, а для нелинейных ветвей метод линеаризации, интересный результат [5] дает построение дерева при иерархии ветвей:

ID (зависимый источник тока), E, C, G, R, L, J, UD (зависимый источник напряжения). В этом случае схема исключения переменных позволяет выделить на каждой итерации решения нелинейной системы базис «независимых переменных зависимых источников» – для зависимого источника тока это его напряжение, а для зависимого источника напряжения – его ток.

Выводы. В аналитическом виде показано приведение модели электронной схемы к базису сечений, базису контуров и базису переменных состояния. Полученный результат позволяет глубже понять особенности построения моделей и систематизировать методы их построения.

Литература

1. Сигорский В.П., Петренко А.И. Алгоритмы анализа электронных схем. – Киев, Техника, 1970.– 396 с.
2. Матросова Г.А. Применение техники численно-аналитического программирования для построения математических моделей электронных схем // Тез. докл. VI Всесоюзной школы «Теория и практика программирования на ЭВМ серии МИР».– Владивосток, 1976.– С. 31.
3. Матросова Г.А. Математическое моделирование электронных схем с использованием аналитических преобразований на ЭВМ: Автореф. дис. канд. техн. наук.– 1981.– 27 с.
4. Матросова Г.А. Математическое моделирование электронных схем: Учебно-методическое пособие.– Киев: Изд-во Европейского ун-та, 2001.– 46 с.
5. Матросова Г.А. Гибридный координатный базис с выделением блока независимых переменных зависимых источников // Международный сб. трудов «Синтез, анализ и диагностика электронных цепей».– Ульяновск: УлГТУ, 2008.– С. 223–226.

Матросова Галина Алексеевна – к. т. н., доцент Европейского университета, Украина, 03115, Киев, Депутатская, 10а, кв.11. Тел.424-43-66.
E-mail: galina-matrosova_@mail.ru

НАЛОЖЕНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЙ АКТИВНЫХ КОНТУРОВ И СЕЧЕНИЙ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

В. В. Филаретов

Традиционный метод наложения предполагает запись выражения отклика, в котором каждое воздействие участвует единственный раз, то есть присутствует в явном виде. При этом символьный топологический анализ линейных электрических цепей с двумя и более независимыми источниками осуществляется с помощью принципа наложения

$$O_j = \sum_{i=1}^n N_{ji} x_i / D, \quad (1)$$

где O_j – искомый отклик напряжения или тока в j -й ветви, x_i – напряжение или ток i -го источника соответствующего воздействия (всего n источников), N_{ji} и D – числитель и знаменатель (определитель схемы) передаточной функции $F_{ji} = N_{ji} / D$ от ветви i к ветви j . Переменные O_j , x_i , N_{ji} , D представлены в комплексной или операторной форме для анализа цепи в установившемся гармоническом или переходном режимах соответственно.

Формула (1) позволяет получить символьные выражения отклика (СВО) в виде дробно-рационального выражения, числитель которого представляется многочленом канонической формы относительно воздействующих величин. При этом числитель каждой СФ N_{ji} строится отдельно. Такой подход, во-первых, требует топологического исследования n схем числителей СФ, что усложняет процесс анализа, а во-вторых, препятствует построению компактного СВО, экономичного по числу вычислительных операций [1]. Альтернативой традиционному подходу является формирование числителя СВО в виде определителя одной схемы, как это выполняется для знаменателя [2]. Единая схема числителя позволяет записать символьное выражение числителя в общем неканоническом виде, что обеспечивает уменьшение числа операций за счет выделения параметров по критерию максимального участия [3].

Для получения единой схемы числителя в [1] предлагается вместо каждого независимого источника ввести компенсирующий элемент – источник, который управляется ветвью единственного опорного источника. Поэтому в неявном методе наложения (НМН) параметры независимых источников могут выделяться в произвольном порядке, чем обеспечивается получение компактного выражения отклика по сравнению не только с развернутым выражением Кирхгофа, но и выражением, свернутым по явному методу наложения.

Однако в этом состоит лишь одна из форм реализации неявного принципа наложения, предложенная для повышения эффективности

символьного анализа и диагностики ЛЭЦ. При этом не учитывается «лежащая на поверхности» структурная природа процессов, которые происходят в электрической цепи. Ниже показано, как уменьшить сложность формируемых выражений, используя исторически первую, предложенную Кирхгофом, запись отклика в форме с неоднократным присутствием каждого воздействия, то есть также в неявной форме [4, 5].

Метод Кирхгофа предназначается для нахождения тока в I_λ в схеме с m узлами, образованной n сопротивлениями $w_1, w_2, \dots, w_\lambda, \dots, w_n$ и содержащей источник эдс E_1, E_2, \dots, E_n . Ключевой константой метода является число независимых контуров схемы, которое рассчитывается по формуле $\mu = n - m + 1$. Контур Кирхгоф называл «замкнутой фигурой». В оригинале [4] правила не нумеруются, но здесь нумерация необходима для обсуждения. Во избежание путаницы нумерация топологических правил будет продолжать нумерацию правил-законов [5, с. 171–178].

Правило 4 для числителя – неявный метод наложения. «Числитель величины I_λ равен сумме сочетаний из w_1, w_2, \dots, w_n по $\mu - 1$ элементов $w_{k_1}, w_{k_2}, \dots, w_{k_{\mu-1}}$, обладающих тем свойством, что после исключения проводников $k_1, k_2, \dots, k_{\mu-1}$ в них остается *одна замкнутая фигура*; каждое сочетание умножается на сумму электродвижущих сил, которые приложены к проводникам, образующим соответствующую замкнутую фигуру. При этом электродвижущие силы считаются положительными в том же направлении, что и I_λ .»

Неявная форма Кирхгофа отличается от современной версии НПН [1] тем, что параметры независимых источников или их сумма завершают слагаемые выражения в виде последних сомножителей. Этим не допускается произвольный порядок выделения источников и ограничивается качество свертки. Однако, как будет показано ниже, алгебраические суммы параметров источников в выражении отклика отражают физическую сторону процессов, происходящих в электрической цепи, что важно при ее исследовании и диагностике.

Очевидно, неслучайно Кирхгоф рассмотрел явную форму представления отклика лишь в конце своей знаменитой статьи [4]. Это «контурное» топологическое правило [5, с. 177], которое до сих пор остается неизвестным ряду исследователей [6–8], что порождает «открытие» «новых» методик [9–11].

Правило 5 для числителя – явный метод наложения. «Если упорядочить члены числителя величины I_λ по величинам E_1, E_2, \dots, E_n , то коэффициент при E_k окажется суммой взятых частью со знаком «плюс», частью со знаком «минус» сочетаний из w_1, w_2, \dots, w_n по $\mu - 1$ тех элементов, которые входят в знаменатель величин I , умноженные как на w_λ , так и на w_k . Именно эти сочетания $w_{k_1}, w_{k_2}, \dots, w_{k_{\mu-1}}$ обладают тем свойством, что после удаления проводников $k_1, k_2, \dots, k_{\mu-1}$ остается только одна замкнутая фигура, и что в эту фигуру входят и проводник λ , и

проводник k . Сочетание $w_{k_1}, w_{k_2}, \dots, w_{k_{\mu-1}}$ следует брать со знаком «плюс», если в остающейся фигуре положительное направление I_λ совпадает с направлением электродвижущей силы E_λ , и со знаком «минус» в противном случае.».

Компактные (неявная и явная) формы представления откликов. Свернутая форма обеспечивает многократное сокращение числа арифметических операций, требуемых для вычисления выражения. Например, для схемы Кирхгофа на рис. 1, числитель тока шестой ветви I_6 в неявной и явной форме, построенный путем первоочередного выделения сопротивлений и НИ соответственно, имеет вид (4.1) и (4.2)

$$N_{I_6} = R_2[(R_1 + R_3)(E_4 - E_5 + E_6) + R_5(E_1 + E_4 - E_3 + E_6)] + R_1[R_3(E_4 - E_5 + E_6) + (R_4 + R_5)(E_2 - E_3 + E_6)] + R_4[R_3(E_2 - E_1 - E_5 + E_6) + R_5(E_2 - E_3 + E_6)]; \quad (1)$$

$$N_{I_6} = [R_5(R_1 + R_4) + R_4(R_1 + R_3)]E_2 + (R_5R_2 - R_4R_3)E_1 + [R_2(R_1 + R_3 + R_5) + R_1R_3]E_4 - [R_5(R_2 + R_1 + R_4) + R_1R_4]E_3 - [R_3(R_2 + R_1 + R_4) + R_1R_2]E_5 + [(R_2 + R_4)(R_1 + R_3 + R_5) + R_1(R_3 + R_5)]E_6. \quad (2)$$

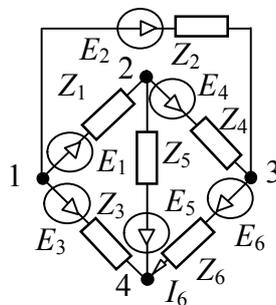


Рис. 1. Схема Кирхгофа

Выражения числителя в неявной (1) и явной (2) форме содержат 9 и 18 умножений, 21 и 23 аддитивных операции соответственно. Выражение (1) содержит в 2 раза меньше умножений – наиболее трудоемких операций. Аналогичные развернутые выражения в неявной (3) и явной (4) форме обладают существенно большей вычислительной сложностью. Ниже приводятся развернутые формулы числителя отклика для схемы на рис. 1, полученные с помощью правил 4 и 5 Кирхгофа

$$N_{16} = R_1 R_2 (E_4 - E_5 + E_6) + R_2 R_3 (E_4 - E_5 + E_6) + R_2 R_5 (E_1 + E_4 - E_3 + E_6) + R_1 R_4 (E_2 - E_3 + E_6) + R_1 R_3 (E_4 - E_5 + E_6) + R_1 R_5 (E_2 - E_3 + E_6) + R_3 R_4 (E_2 - E_1 - E_5 + E_6) + R_4 R_5 (E_2 - E_3 + E_6). \quad (3)$$

$$I_6 = [R_5 R_2 + R_5 R_3 + R_3 R_2 + R_3 R_4] E_1 + (R_5 R_1 - R_3 R_4) E_2 + [R_1 R_2 + R_1 R_4 + R_1 R_5 + R_2 R_4] E_3 + [R_5 R_1 + R_5 R_2 + R_5 R_3 + R_2 R_3] E_4 + [R_4 R_1 + R_4 R_2 + R_4 R_3 + R_1 R_2] E_5 - [R_1 R_2 + R_1 R_4 + R_1 R_5 + R_3 R_2 + R_3 R_4 + R_3 R_5 + R_2 R_4 + R_2 R_5] E_6. \quad (4)$$

Правила Кирхгофа и выявление резерва свертки. Рассмотрение выражений (1) и (2) показывает, что неявную форму (1) можно свернуть еще более компактно. Действительно, сомножители $E_4 - E_5 + E_6$ и $E_2 - E_3 + E_6$ участвуют в выражении более одного раза. Другие два сомножителя в виде алгебраической суммы источников: $E_1 + E_4 - E_3 + E_6$ и $E_2 - E_1 - E_5 + E_6$ встречаются по одному разу. Четыре вида сомножителей обусловлены тем, что в схеме на рис. существует четыре контура, проходящих через ветвь с искомым током. Далее потребуются оба правила Кирхгофа для нахождения числителя отклика.

Минимизация участия параметров независимых источников в выражении числителя требует, чтобы каждый контур учитывался в этом выражении не более одного раза. Однако контурное (пятое) правило Кирхгофа не предусматривает неявный учет НИ. На одновременном учете всех источников основано правило 4, использующее перебор ветвей схемы.

Избыточность правила 5 проявляется в том, что один и тот же контур может находиться несколько раз для получения отклика от нескольких источников. Это видно из выражения (4), например в нем контур без R_3 и R_4 повторяется (заново находится) четыре (!) раза, поскольку произведение $R_3 R_4$ учитывается в числе слагаемых при E_1 , E_2 , E_5 и E_6 .

Ниже обсуждаются усовершенствованные и обобщенные топологические правила, которые лишены указанных недостатков и вытекают из правил 4 и 5 Кирхгофа. Для общих формулировок целесообразно использовать идеальный элемент схемы, который отображает ветвь с искомым откликом и называется приемником тока или напряжения [2]. Напомним, что приемник тока является идеальным проводником, а приемник напряжения – разомкнутой ветвью. Напряжение на приемнике тока и ток через приемник напряжения равны нулю.

Итак, топологические правила предусматривают получение компактных выражений в результате суммировании вкладов независимых источников, образующих контура или сечения с искомым откликом. В

этом состоит физическая основа – равновесие в контуре и непрерывность в сечении – топологических правил Кирхгофа и Максвелла, а также их обобщений.

В предлагаемых ниже топологических формулах принцип наложения проявляется не традиционно (явно), когда результат представляет собой сумму вкладов от каждого независимого источника, когда параметры источников появляются один раз (то есть явно). При неявном наложении источников осуществляется учет воздействий, которые образуют контура или сечения с приемником тока или напряжения. Количество таких контуров и сечений определяется топологией схемы. Каждый контур или сечение обуславливает единственное слагаемое в числителе отклика.

По закону Кирхгофа для контура мы можем найти напряжение на приемнике. Если это напряжение падает на резисторе, то ток через него можно найти по закону Ома, следовательно, числитель отклика напряжения отличается от числителя отклика тока только множителем в виде параметра резистора. Контур касается нагрузочного резистора, поэтому этот резистор оказывается замкнутым при удалении ветвей контура и объединении его узлов. Поэтому в соответствии с МСО параметр нагрузочного резистора окажется общим множителем для определителя короткого замыкания этого контура. При нахождении тока, протекающего через нагрузочный резистор, он становится частью контура и удаление этого резистора невозможно, поэтому его параметр не учитывается в числителе выражения отклика.

С точки зрения второго закона Кирхгофа не вполне корректно включать в контур приемник тока. Однако в момент нахождения отклика приемник обладает аномальными свойствами, то есть свойствами нуллатора – приемника НУИ [2], являясь одновременно и приемником тока, и приемником напряжения. В этом случае существенен только способ включения приемника – последовательно с резистором (для нахождения тока) или параллельно (для нахождения напряжения). Сделанные замечания позволяют сформулировать алгоритм нахождения числителя.

Правило контуров для ZE-схемы. Заключается в выполнении следующих шагов.

1. В схеме перечисляются все контуры, содержащие источники напряжения и проходящие через выбранный приемник тока или напряжения. Для образования таких контуров может потребоваться стягивание ветвей. Вес контура равен сумме эдс, взятых с плюсом (минусом) при совпадении (несовпадении) их ориентации с током или напряжением приемника.

2. Для каждого контура находится определитель короткого замыкания, соответствующий схеме, полученной из исходной схемы в

результате: 1) удаления всех ветвей контура; 2) объединения его узлов в один узел; 3) нейтрализации источников эдс.

3. Находится числитель отклика как сумма произведений определителей короткого замыкания на соответствующие веса контуров.

Если для разложения определителей короткого замыкания контуров использовать формулы выделения параметров по методу схемных определителей [2], то по этому правилу получается следующая формула для числителя тока I_6 в схеме на рис. 1.

Для схемы на рис. 1 можно записать четыре уравнения по второму закону Кирхгофа, содержащих напряжение сопротивления ветви Z_6 : 1) $U_6 = E_4 - E_5 + E_6$; 2) $U_6 = E_2 - E_3 + E_6$; 3) $U_6 = E_1 - E_3 + E_4 + E_6$; 4) $U_6 = -E_1 + E_2 - E_5 + E_6$. Следовательно, существуют четыре «активных» контура. При нахождении тока I_6 необходимо включить приемник тока вместо стрелки тока у резистора Z_6 на рис. 1. Для образования первого контура следует стянуть резисторы Z_4, Z_5, Z_6 . Отсюда получаем вес этого контура: $(E_4 - E_5 + E_6)$. Третий контур получается при стягивании резисторов Z_1, Z_3, Z_4, Z_6 . Вес этого контура: $(E_1 - E_3 + E_4 + E_6)$. Аналогично получают веса второго и четвертого контуров: $(E_2 - E_3 + E_6)$ и $(-E_1 + E_2 - E_5 + E_6)$.

Определитель замыкания некоторого активного контура соответствует схеме, полученной в результате удаления ветвей контура и объединения его всех узлов в один узел, а также нейтрализации внешних по отношению к контуру источников. Для первого контура такая схема представляет собой параллельное соединение ветвей Z_1, Z_2, Z_3 (рис. 1). Его определитель: $Z_1(Z_2 + Z_3) + Z_2Z_3$. Для второго контура схемой, имеющей определитель замыкания, является параллельное соединение ветвей Z_1, Z_4, Z_5 (рис. 1). Определитель этой схемы: $Z_1(Z_4 + Z_5) + Z_4Z_5$.

Схемы замыкания для третьего и четвертого контуров, получаемые из схемы на рис. 1, состоят из двух замкнутых в одном узле резисторов: Z_2, Z_5 и Z_3, Z_4 соответственно. Определители этих схем равны Z_2Z_5 и Z_3Z_4 .

Отсюда получается искомый числитель для тока I_6 :

$$N_{I_6} = [Z_1(Z_2 + Z_3) + Z_2Z_3](E_4 - E_5 + E_6) + \\ + [Z_1(Z_4 + Z_5) + Z_4Z_5](E_2 - E_3 + E_6) + \\ + Z_2Z_5(E_1 - E_3 + E_4 + E_6) + \\ + Z_3Z_4(-E_1 + E_2 - E_5 + E_6). \quad (5)$$

При использовании программы CIRSYM получается эквивалентная формула для искомого числителя

$$N_{I_6} = \langle\langle R1 * ((R2 + R3) * (-E5) + E4 + E6) + (R4 + R5) * (-E3) + E2 + E6 \rangle\rangle \\ + R2 * (R5 * (-E3) + E1 + E4 + E6) + R3 * (-E5) + E4 + E6 \\ + R4 * (R3 * (-E5) - (E1) + E2 + E6) + R5 * (-E3) + E2 + E6 \rangle\rangle. \quad (6)$$

По структуре и числу операций формула (6) совпадает с формулой (1), полученной по НМН вручную.

Неявная формула (5) содержит 10 умножений и 17 аддитивных операций, что близко к характеристикам (9 и 21 операция соответственно) неявных формул (1) и (6), полученных на основе формул выделения параметров сопротивлений и источников напряжения. Обратим внимание на то, что формула (5) оказывается конкурентоспособной, несмотря на использование частной формы свертки – представление выражения в виде суммы произведений пар скобок.

Выражения вида (5) можно сформировать автоматически с помощью программы CIRSYM. Для этого не потребуются перечислять контуры, проходящие через ветвь с искомым откликом. Веса контуров будут образовываться по мере разложения определителя по формулам выделения. Для получения определителя короткого замыкания, умножаемого на вес очередного контура, необходимо убирать контура другого веса, а также подвыражения, умножаемые на эти контура. Таким образом, для получения одного отклика необходимо ρ раз вызвать программу CIRSYM, где ρ – число контуров, то есть получение формул вида (5) сопряжено с существенно большими вычислительными затратами.

Правило сечений для ZJ-схемы. В силу принципа дуальности [12] может быть сформулировано обобщенное топологическое правило для схем, содержащих источники тока. По закону Кирхгофа для сечения мы можем найти ток через приемник. Если этот ток, протекает через резистор, то напряжение на нем можно найти по закону Ома, следовательно, числитель отклика тока отличается от числителя отклика напряжения только сомножителем в виде параметра резистора. Подобно тому, как контур формально может включать как приемник напряжения, так и приемник тока, сечение может содержать как приемник тока, так и приемник напряжения. Физическое различие приемников проявляется только при нахождении знаменателя.

При размыкании сечения один из узлов нагрузочного резистора оказывается неподключенным, и его сопротивление (в соответствии с МСО) не окажется сомножителем в определителе размыкания для этого сечения. При нахождении напряжения, падающего на нагрузочном резисторе, этот резистор не войдет в сечение, то есть будет удален, поэтому его параметр появится в качестве множителя в числителе выражения отклика.

Главное заключается в том, что сечение из источников тока и приемника НУИ представляет собой особую подсхему. Во первых, при отсутствии приемника НУИ такое сечение вырождает схему. Во-вторых, источники тока имеют внутреннее сопротивление, стремящееся к бесконечности, поэтому сопротивления, соединяющие узлы ветвей

сечения и с той и с другой его стороны можно считать пренебрежимо малыми. Следовательно, каждое из рассматриваемых сечений представляет собой схему в виде параллельного соединения ветвей сечения в результате объединения соответствующих узлов внутри каждой из компонент, порожденных разрезанием схемы этим сечением.

Алгоритм разложения числителя по сечениям, дуальный контурному правилу, заключается в выполнении следующих шагов.

1. В схеме перечисляются все сечения с источниками тока, включающие ветвь с искомым током. Для образования таких сечений может потребоваться удаление ветвей. Вес сечения равен произведению сопротивлений ветвей, удаленных из схемы, и суммы источников тока, взятых с плюсом или минусом при совпадении или несовпадении их ориентации с током ветви.

2. Для каждого сечения находится определитель размыкания, соответствующий схеме, полученной из исходной схемы в результате: 1) удаления ветвей активного сечения; 2) удаления ветвей, не используемых на шаге 1 при образовании сечения; 3) нейтрализации источников тока, не входящих в активное сечение.

3. Находится числитель отклика как сумма произведений определителей размыкания на соответствующие веса сечений.

Дуальные различия обобщенных правил заключаются в том, что для обеспечения работоспособности контура ни одна из его ветвей не должна замыкаться, а для работы сечения, наоборот, необходимо замкнуть узлы его соединения со схемой. Поэтому в первом случае используется определитель короткого замыкания, а во втором – определитель размыкания.

Следует обратить внимание на то, что размыкание сечения, в отличие от короткого замыкания контура, может привести к получению несвязной схемы. Чтобы восстановить связность схемы следует объединить ее компоненты в одном из узлов. В частном случае, когда сечение охватывает один узел, при размыкании сечения также возникают две компоненты, одной из которых является изолированный узел. Им можно пренебречь, поскольку его добавление ко второй компоненте не изменяет схему. Если контур с независимыми источниками может включать другие ветви, то перечисление сечений выполняется без учета других ветвей схемы. Поэтому параметры сопротивлений, которые удалены для образования сечения должны включаться в вес сечения.

Для примера использования правила сечений рассмотрим схему Кирхгофа без источников (рис. 2). Между каждой парой ее узлов подключим источники тока, пронумерованные в соответствии с параллельными им ветвями: J_1, J_2, \dots, J_6 . (на рис. 1 они не показаны во избежание нагромождения). Направления всех источников тока выбрано от узла с меньшим номером к узлу с большим номером. Эти направления для

наглядности совпадают с условно положительными направлениями токов в ветвях.

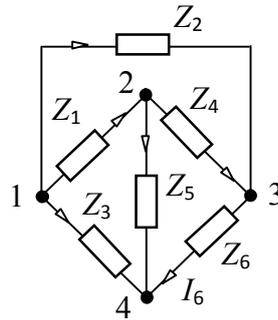


Рис. 2. Схема Кирхгофа без источников питания

Для этой схемы можно составить четыре уравнения по первому закону Кирхгофа относительно тока I_6 : 1) $I_6 = J_2 + J_4 - J_6$; 2) $I_6 = -J_3 - J_5 - J_6$; 3) $I_6 = J_1 + J_2 - J_5 - J_6$; 4) $I_6 = -J_1 - J_3 + J_4 - J_6$. Следовательно, существуют четыре «активных» сечения. Для образования первого сечения необходимо удалить резисторы Z_2 и Z_4 , а также стянуть резистор Z_6 . Отсюда получаем вес этого сечения: $Z_2 Z_4 (J_2 + J_4 - J_6)$. Третье сечение получается при стягивании резистора Z_6 и удалении резисторов Z_3 и Z_5 . Вес этого сечения $Z_1 Z_2 Z_5 (J_1 + J_2 - J_5 - J_6)$. Аналогично получаются веса второго и четвертого сечений: $Z_3 Z_5 (-J_3 - J_5 - J_6)$ и $Z_1 Z_3 Z_4 (-J_1 - J_3 + J_4 - J_6)$.

Определитель размыкания некоторого сечения соответствует схеме, полученной в результате удаления из исходной схемы как ветвей сечения, так и ветвей, использованных для образования сечения. Для первого сечения такая схема представляет собой треугольник ветвей Z_1, Z_3, Z_5 (рис. 2). Его определитель: $Z_1 + Z_3 + Z_5$. Для второго сечения схема с определителем размыкания является треугольником ветвей Z_1, Z_2, Z_4 (рис. 2). Определитель этой схемы: $Z_1 + Z_2 + Z_4$.

Схемы размыкания для третьего и четвертого сечений получаются из схемы на рис. 2 путем удаления резисторов Z_1, Z_2, Z_5, Z_6 и Z_1, Z_3, Z_4, Z_6 соответственно. Каждая из полученных схем состоит из двух изолированных друг от друга резисторов: Z_3, Z_4 и Z_2, Z_5 соответственно. Эти схемы несвязные, поэтому их компоненты следует соединить в одном из узлов (любом). Определители полученных схем тождественно равны единице.

Следует отметить, что в случае удаления первых двух сечений также получаются несвязные схемы, в которых одна из компонент является изолированным узлом.

Отсюда получается искомый числитель для тока I_6 :

$$N_{I_6} = (Z_1 + Z_3 + Z_5) Z_2 Z_4 (J_2 + J_4 - J_6) + (Z_1 + Z_2 + Z_4) Z_3 Z_5 (-J_3 - J_5 - J_6)$$

$$\begin{aligned}
&+ Z_1 Z_2 Z_5 (J_1 + J_2 - J_5 - J_6) \\
&+ Z_1 Z_3 Z_4 (-J_1 - J_3 + J_4 - J_6).
\end{aligned}$$

При использовании программы CIRSYM получается эквивалентная формула для искомого числителя:

$$\begin{aligned}
N_{I6} = \langle &R1 * (R2 * (R4 * (J2 + J4 - (J6)) + R5 * (J1 + J2 - (J5) - (J6))) + R3 * (R4 * (- (J1) - \\
&(J3) + J4 - (J6)) + R5 * (- (J3) - (J5) - (J6))) + \\
&R2 * (R3 * (R4 * (J2 + J4 - (J6)) + R5 * (- (J3) - (J5) - (J6))) + \\
&R5 * R4 * (J2 + J4 - (J6))) + R4 * R3 * R5 * (- (J3) - (J5) - (J6)) \rangle.
\end{aligned}$$

Представляет интерес рассмотрение аналогичных правил для *YZ*-схем.

Обобщения правил для *YZ*-схем. Правило контуров для *YZE*-схемы отличается от правила контуров для *ZE*-схемы только нахождением веса на первом шаге. Вес контура равен произведению проводимостей, входящих в контур, и суммы эдс, взятых с плюсом или минусом при совпадении или несовпадении их ориентации с током ветви.

Правило контуров для *YZJ*-схемы не отличается от правила контуров для *ZJ*-схемы, поскольку удаленные для образования сечения проводимости не учитываются в весе сечения.

Оба обобщения правил для однородного базиса вытекают из формул выделения сопротивления и проводимости. Шаги 2 и 3 не претерпевают изменений, поскольку предполагается, что определители короткого замыкания и размыкания получаются на основе формул Фойснера.

Поскольку в основе правила контуров лежит первый закон Кирхгофа, а в основе правила сечений – второй закон, то использование этих правил для анализа схем с источниками тока и источниками напряжения, соответственно, невозможно.

Обобщение предложенных топологических правил для анализа схем с УИ, по-видимому, не представляет практического интереса, поскольку потребуются трудоемкое нахождение цепей контуров передачи [13] и «цепей сечений передачи» (до сих пор не изученных).

Как видно, разложение числителя по контурам, которые могут содержать несколько независимых источников, обобщает разложение Фойснера [14, 15] (которое почти полвека приписывали Мейсону [16]). В разложении Фойснера генератор и приемник приобретают статус генератора и приемника НУИ. В МСО нахождение контуров не выполняется, а осуществляется выделение двухполюсных элементов до получения простейших контуров в виде параллельного (или последовательного) соединения генератора и приемника НУИ.

При наличии в схеме нескольких НИ можно поступить аналогично, в результате выделения двухполюсных элементов получится схема,

содержащая один из контуров, учитываемых в обобщенном разложении числителя.

Физические основы топологических правил – активные контуры и сечения. Последовательное соединение независимых источников напряжения и нуллатора образует многомерный источник напряжения, управляемый нуллатором [17, 18]. Дуальная схема-сечение в виде параллельного соединения независимых источников тока и нуллатора является многомерным источником тока, управляемым нуллатором. Определители многомерных источников равны весам соответствующих контура и сечения согласно второму шагу вышеприведенных правил.

Контур или сечение, образующие многомерные источники напряжения или тока, логично назвать *активными*, поскольку они могут существовать независимо от оставшейся части схемы. Ничего не оказывает влияния на контур, замыкающий оставшуюся часть схемы, или на сечение, размыкающее схему на несвязные части.

Фундаментальным является утверждение, что только активные контура и сечения схемы делают вклад в отклик. В этом заключается физический смысл топологических правил. Назначение оставшейся части схемы состоит в создании условий для образования активных контуров или сечений. Такие условия создаются удалением или стягиванием элементов в соответствии с формулами выделения. Для создания активного контура требуется стянуть входящие в него сопротивления и проводимости. При этом параметры проводимостей учитываются в весе контура в качестве множителей. Для образования активного сечения требуется удалить сопротивления и проводимости, участвующие в этом сечении. При этом в качестве сомножителей в весе сечения учитываются параметры сопротивлений.

С точки зрения физических основ суперпозиции явный принцип наложения представляется формальным и оторванным от реальной схемы, поскольку один из источников в действительности не может функционировать в отрыве от других источников схемы. Все источники работают совместно в рамках заданной схемы соединений, в которой пассивные элементы создают контура и сечения для прохождения тока. Таким образом, неявный принцип наложения отражает природу возникновения отклика и поэтому является более наглядным.

Наложение воздействий активных контуров и сечений. Введение понятий активных контуров и сечений позволяет сформулировать принцип наложения в виде

$$X = \sum_{k=1}^n \frac{\Delta_k \alpha_k}{\Delta} A_k, \quad (7)$$

где X – искомый отклик напряжения или тока, Δ – определитель схемы, A_k – вес k -го активного контура или сечения (сумма эдс контура или сумма

токов источников сечения); a_k – вес элементов, требующих исключения для образования k -го активного контура или сечения; определитель схемы, полученной в результате замыкания контура или размыкания сечения.

Как показывают рассмотренные выше примеры, сложность выражений, сформированных на основе наложения активных контуров и сечений, не столь существенно уступает выражениям, полученным при произвольном порядке выделения параметров независимых источников. Обсуждаемая форма НПН выгодно отличается как от ЯПН, так и НПН без выделения параметров активных контуров и сечений. Веса активных контуров или сечений A_k находятся выделением параметров многомерных источников напряжения или тока, которые управляются нуллатором, помещенным вместо интересующего отклика.

«Реконструкция» топологического метода Кирхгофа. Сейчас трудно сказать был ли Кирхгоф доволен своими доказательствами топологических правил [19]. Приоритетную статью Кирхгофа характеризуют как весьма запутанную и сложную для понимания [20]. Кирхгоф предложил использовать активные контура для нахождения числителя в самом конце статьи, поэтому правило 5 до сих пор обойдено вниманием исследователей [9–11].

Кирхгоф первым пришел к неявному принципу наложения, при котором для нахождения парциального вклада оставляется в схеме не один источник (остальные нейтрализуются), а столько источников, сколько входит в активный контур. При этом влияние оставшихся источников нейтрализуется не искусственно (принудительно), а естественно, поскольку активный контур является «сверхпроводящим», и поэтому не зависит от элементов схемы, не входящих в него.

Для создания активного контура необходимо придать его сопротивлениям значения, равные нулю, или установить бесконечно большие значения его проводимостям. Это можно интерпретировать с точки зрения закона Ома: ток равняется сумме эдс, деленной на сопротивление или ток равняется сумме эдс, умноженной на проводимость. Логично, что вес контура при сумме эдс в первом случае не имеет множителя, а во втором случае имеет множитель в виде произведения проводимостей.

Чтобы работа активного контура не нарушалась, его узлы не должны замыкаться накоротко другими ветвями схемы. Это значит, что оставшаяся часть схемы не может образовывать деревьев, поскольку в них имеются пути между каждой парой узлов. Поэтому сомножителем при весе некоторого контура является определитель схемы, полученной в результате короткого замыкания этого контура, то есть удаления его ветвей и объединения соответствующих узлов в один узел.

Число активных контуров равно числу составляющих отклика при неявном наложении источников напряжения и нахождение отклика начинается с перечисления активных контуров в схеме.

Для создания активного сечения необходимо установить его сопротивлениям бесконечно большие значения или придать значения его проводимостям, равные нулю. Это можно интерпретировать с точки зрения закона Ома: ток равняется сумме токов источников, умноженной на сопротивление, или ток равняется сумме токов источников, деленной на проводимость. Логично, что вес контура при сумме токов источников в первом случае имеет множитель в виде произведения проводимостей, а во втором случае не имеет множителя.

Чтобы работа активного сечения не нарушалась, его узлы должны замыкаться накоротко другими ветвями схемы. Это значит, что оставшаяся часть схемы должна образовывать деревья, поскольку в них имеются пути между каждой парой узлов. Поэтому сомножителем при весе некоторого сечения является определитель схемы, полученной в результате размыкания этого сечения, то есть удаления его ветвей и соединения компонент полученной несвязной схемы в одном из узлов (для получения связной схемы).

Число активных сечений равно числу составляющих отклика при неявном наложении источников тока и нахождение отклика начинается с перечисления активных сечений в схеме.

Независимость активного сечения от остальной части схемы проявляется в том, что относительно бесконечно большого внутреннего сопротивления источников тока сопротивления, соединяющие узлы сечения во внешней подсхеме имеют пренебрежимо малые значения. Следовательно, активное сечение вырождается в параллельное соединение источников тока и приемника НУИ (нуллатора), то есть не зависит от параметров других элементов схемы.

Выводы

1. Множители в виде дроби при параметрах A_k в выражении (7) отражают вклад того или иного активного контура или сечения в искомое значение, что может быть использовано для решения задач диагностики цепи, например, для выявления существенных или несущественных активных контуров и сечений.

2. Из преобладающих (доминирующих) слагаемых может быть сформировано упрощенное выражение, удобное для оценочных расчетов.

3. Выражение вида (7), как никакое другое выражение, позволяет наглядно представить работу электрической цепи или энергетической системы, обнаружить критические контура и сечения и сформулировать требования, выполнение которых обеспечивает повышение надежности системы.

Литература

1. Курганов С.А., Филаретов В.В. Неявный принцип наложения воздействий в линейных электрических цепях // Электричество.– 2005.– № 1.– С. 32–43.
2. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– № 5.– С. 43–52.
3. Филаретов В.В. Синтез оптимальных формул схемных функций электрических цепей // Электричество.– 1995.– № 4.– С. 36–43.
4. Kirchhoff G. R. Über die Auflösung der Gleichungen, auf welche man bei der Untersuchung der linearen Vertheilung galvanischer Ströme geführt wird // Annalen der Physik.– 1847.– Bd. 72.– S. 498–508.
5. Кирхгоф Г.Р. Избранные труды.– М.: Наука, 1988.– 428 с.
6. Королев, Ф. А., Филаретов В. В. О методе замещения управляемых источников независимыми источниками (по поводу статьи Г. А. Белова и В. Г. Захарова в журнале «Электричество») // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2006. – Ульяновск: УлГТУ, 2006. – Т. 3. – С. 220–230.
7. Королев Ф. А., Филаретов В. В. Сравнение методов получения схемных функций для электрических цепей с управляемыми источниками // Электричество.– 2008.– №5.– С. 42–53.
8. Миланцей Т., Филаретов В. В. Правило Кирхгофа для нахождения числителя и знаменателя схемной функции по ее знаменателю (по поводу статьи Г.А. Белова и В.Г. Захарова в журнале «Электричество») // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2005. – Ульяновск : УлГТУ, 2005. – Т. 3. – С. 217–220.
9. Белов Г.А., Захаров В.Г. Применение символьных схемных функций для расчета электрических цепей // Электричество.– 2003.– № 8.– С. 34–41.
10. Халютин С.П., Титов А.А. Метод предельных состояний для нахождения напряжения и тока в линейной электрической цепи // Информационно-измерительные и управляющие системы.– 2008.– №11.
11. Халютин С.П., Титов А.А. Метод предельных состояний: Символьный анализ электрических цепей: Учебное пособие под ред. С.П.Халютина.– М.: Военно-воздушная инженерная академии (ВВИА) им. Н.Е.Жуковского.– 2009.
12. Зелях Э. В. Основы общей теории линейных электрических схем. – М.: Изд-во АН СССР, 1951. – 336 с.
13. Беллерт С., Возняцки Г. Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел.– М.: Мир, 1972.– 334 с.
14. Feussner W. Ueber Stromverzweigung in netzformigen Leitern // Annalen der Physik.– 1902.– Bd 9, N 13.– S. 1304–1329.

15. Feussner W. Zur Berechnung der Stromstarke in netzformigen Leitern // Annalen der Physik.– 1904.– Bd 15, N 12.– S. 385–394.

16. Мэзон С., Циммерман Г. Электронные цепи, сигналы и системы.– М.: Изд-во иностранной лит., 1963.– 620 с.

17. Filaretov V.V., Korotkov A.S. Generalized parameter extraction method in case of multiple excitation // Proceedings of the 8–th international workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design.–Wroclaw (September 23–24).–2004.–P. 8–11.

18. Горшков К.С., Филаретов В.В. Схемно-символьный анализ электрических цепей с многомерными управляемыми источниками // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международ. сб. науч. тр. / Под ред. В.В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – Вып. 6. – С. 72–79.

19. Ерохов И.В. Реконструкция первого топологического метода расчета электрических цепей, созданного Г.Кирхгофом // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика : Тр. международ. конф. КЛИН–2006. – Ульяновск: УлГТУ, 2006. – Т. 3. – С. 76–83.

20. Ерохов И.В. Исследование начал теории электрических цепей.– Запорожье: Классический приватный ун-т, 2009.– 100 с.

Филаретов Владимир Валентинович – д.т.н., профессор кафедры «Электроснабжение» Ульяновского государственного технического университета. E-mail: vvfil@mail.ru

ДИАКОПТИКА ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ

КОРРЕКЦИЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ЕЁ СТРУКТУРЫ МЕТОДОМ СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ РЕДУКЦИИ

М. Н. Богряшов, С. А. Курганов

Для определения режима электроэнергетической системы при изменении её структуры предложено использовать метод схемно-алгебраической редукции, который позволяет получить результат путем корректировки докоммутационного режима. Корректировка выполняется путем изменения последовательной формулы – добавления или удаления символьных выражений. При этом допускается подключение или отключение как отдельных элементов, так и целых подсистем, содержащих внутренние узлы.

Электроэнергетические системы (ЭЭС) являются параметрическими системами – их структуры зависят от времени. Для определения режима таких систем наиболее экономичным является метод анализа режима путем коррекции узловых сопротивлений ЭЭС [1]. В то же время этот метод обладает ограниченными возможностями – позволяет подключать только ветви или подсхемы, все узлы которых являются узлами исходной ЭЭС, то есть не допускаются подсхемы с внутренними узлами.

Для исключения этого недостатка можно использовать методы анализа цепей по частям, например, метод многомерных эквивалентных генераторов, к которым преобразуются подсхемы после переноса отдельных ветвей [2]. Однако перенос ветвей осуществляется с помощью формул, включающих операции вычитания. В результате при анализе даже пассивной схемы используется множество операций вычитания, которые снижают точность вычислений [3]. Тем же недостатком обладает и блочно-матричный метод [4].

Отсутствует такой недостаток у диакоптических методов на основе схемных определителей – метода нулловых схем, метода схемных миноров и схемно-алгебраической редукции (САР) [5]. Наиболее экономичным из них является метод САР, требующий определения наименьшего числа схемных миноров. Поэтому в настоящей статье предлагается алгоритм коррекции ЭЭС методом САР.

Основы метода схемно-алгебраической редукции [5]. Метод САР состоит в разделении схемы на подсхемы, нахождении первичных

Схема знаменателя в формулах (2) – (4) одна и та же, и находится на основе неавтономного многополюсника, соответствующего исходной схеме. Схема числителя в (2)–(3) формируется на основе того же неавтономного многополюсника, в то же время схема числителя (4) – на основе исходного автономного многополюсника.

Алгоритм коррекции. Так как метод САР позволяет получить выражение отклика в виде последовательности формул, каждая из которых относится к определенной подсхеме, то выражение отклика при изменении состава подсхем можно корректировать, не проводя анализ схемы целиком. Коррекция последовательности формул выполняется путем изъятия формул, соответствующих отключенным подсхемам, и добавления формул для вновь подключенных подсхем. Может изменяться также число объединенных подсхем и формулы для некоторых объединенных подсхем в случае изменения числа их внешних полюсов.

Коррекция режима ЭЭС выполняется в следующем порядке.

1. Разделить схему на подсхемы с учетом изменения ее структуры в процессе работы. При этом узлы, к которым будут подключаться новые подсхемы должны сохраняться в течение всего анализа.

2. Найти символьные формулы для первичных параметров каждой части подсхемы по формулам (2)–(4).

3. Построить схему замещения исходной цепи.

4. Вычислить необходимый отклик в цепи.

5. Заменить подсхему, в которой произошли изменения, и найти первичные параметры только измененной подсхемы.

6. Заменить первичные параметры, относящиеся к измененной подсхеме, в пункте 4.

7. При необходимости коррекции подсхем несколько раз повторно выполнить пункты 5,6.

Корректировка режима ЭЭС при подключении подсхемы, все узлы которой внешние. Найдем установившийся режим ЭЭС на рис. 2,а с замкнутыми ключами путем коррекции установившегося режима той же ЭЭС с разомкнутыми ключами [1]. Требуется получить символьное выражение для напряжения \underline{U}_5 (рис. 2,а) до и после изменения структуры. Параметры элементов известны. Комплексные коэффициенты трансформации \dot{K}_{Ti} и \dot{K}_{Ti} ($i = 5, 6, 7$) взаимно сопряженные числа.

Поскольку исходная схема достаточно простая, то представим ее одной подсхемой с полюсами 0, 2 и 5, которая в соответствии с рис. 1,б содержит две разомкнутых ветви, соединенные в нулевом полюсе (рис. 3,а). Для нахождения параметров элементов используем формулы (2)–(4) и программу *CIRSYMD* [6]. Для этого сделаем замену параметров УИ на обозначения, которые используются в этой программе:

$$F1 = \dot{\kappa}_{T5}; K1 = \dot{K}_{T5}; F2 = \dot{\kappa}_{T6}; K2 = \dot{K}_{T6}; F3 = \dot{\kappa}_{T7}; K3 = \dot{K}_{T7}.$$

Находим выражение знаменателя искомых входных и передаточных сопротивлений и напряжений источников (записано в текстовом формате программы CIRSMD):

$$D = F1 * K1 * ((Z1 + Z3 + Z4) * (Z2 + Z7) + Z2 * Z7) - F1 * Z2 * K3 * Z1 - K1 * F3 * Z1 * Z2 + Z1 * F3 * K3 * (Z2 + Z3 + Z4) + ((Z8 + Z9) * F1 * K1 + Z5) * (Z1 + Z3 + Z4 + Z2) * F3 * K3. \quad (5)$$

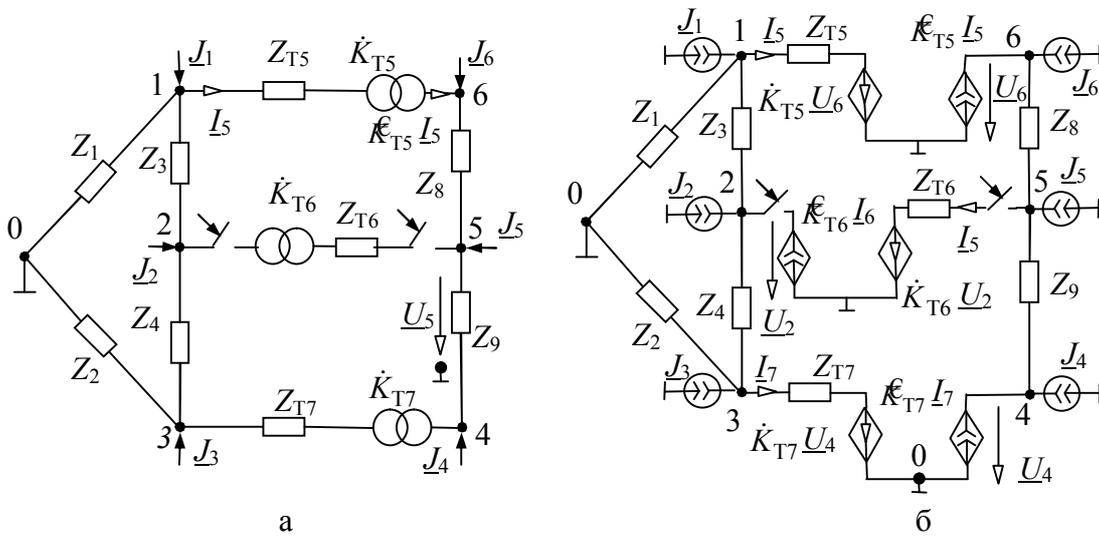


Рис. 2. Схемы ЭЭС: а – принципиальная схема, б – схема замещения.

Входные и передаточные сопротивления имеют вид:

$$Z22 = ((Z1 * (Z3 + Z5) + Z3 * Z5) * (Z2 + Z4) * F3 * K3 + (Z1 + Z3) * F1 * K1 * (Z2 * (Z4 + Z7) + Z4 * Z7 + (Z2 + Z4) * (Z8 + Z9) * F3 * K3)) / D; \quad (6)$$

$$Z55 = (Z1 * ((Z3 + Z4) * (Z2 + Z7) + Z2 * Z7) + (Z5 + Z8 * F1 * K1) * ((Z1 + Z3 + Z4) * (Z2 + Z7) + Z2 * Z7) + Z9 * Z1 * F3 * K3 * (Z2 + Z3 + Z4) + Z9 * (Z5 + Z8 * F1 * K1) * (Z1 + Z3 + Z4 + Z2) * F3 * K3) / D; \quad (7)$$

$$Z25 = (K3 * Z2 * (Z1 * (Z3 + Z5) + Z3 * Z5) + (Z2 * (Z4 + Z7) + Z4 * Z7 + (Z2 + Z4) * Z9 * F3 * K3) * K1 * Z1 + Z8 * K3 * Z2 * F1 * K1 * (Z1 + Z3)) / D; \quad (8)$$

$$Z52 = (F3 * Z2 * (Z1 * (Z3 + Z5) + Z3 * Z5) + (Z2 * (Z4 + Z7) + Z4 * Z7 + (Z2 + Z4) * Z9 * F3 * K3) * F1 * Z1 + Z2 * Z8 * F3 * F1 * K1 * (Z1 + Z3)) / D. \quad (9)$$

Напряжения источников ЭДС следующие:

$$E_{22} = (Z_3 * (Z_2 * (Z_4 * F_1 * K_1 * J_2 + Z_1 * (F_1 * K_3 * J_1 + J_2 * F_3 * K_3 + J_3 * F_3 * K_3 + K_3 * J_4 + K_3 * J_5 + K_3 * J_6) + Z_5 * (J_2 * F_3 * K_3 + J_3 * F_3 * K_3 + K_3 * J_4 + K_3 * J_5 + K_3 * J_6) + F_1 * K_1 * (Z_8 * (J_2 * F_3 * K_3 + J_3 * F_3 * K_3 + K_3 * J_4 + K_3 * J_5) + Z_7 * (J_2 + J_3) + Z_9 * (J_2 * F_3 * K_3 + J_3 * F_3 * K_3 + K_3 * J_4))) + Z_4 * (Z_1 * J_2 * F_3 * K_3 + Z_5 * J_2 * F_3 * K_3 + F_1 * K_1 * (Z_7 * J_2 + F_3 * K_3 * (Z_8 * J_2 + J_2 * Z_9)))) + Z_1 * (Z_4 * (Z_2 * (J_1 * F_1 * K_1 + F_1 * K_1 * J_2 + F_3 * K_1 * J_3 + K_1 * J_4 + K_1 * J_5 + K_1 * J_6) + Z_7 * (J_1 * F_1 * K_1 + F_1 * K_1 * J_2 + K_1 * J_4 + K_1 * J_5 + K_1 * J_6) + F_3 * K_3 * (Z_8 * (J_1 * F_1 * K_1 + F_1 * K_1 * J_2 + K_1 * J_6) + Z_5 * (J_1 + J_2) + Z_9 * (J_1 * F_1 * K_1 + F_1 * K_1 * J_2 + K_1 * J_5 + K_1 * J_6))) + Z_2 * (Z_5 * (J_1 * F_3 * K_3 + J_2 * F_3 * K_3 + J_3 * F_3 * K_3 + K_3 * J_4 + K_3 * J_5 + K_3 * J_6) + Z_8 * (J_1 * F_1 * F_3 * K_1 * K_3 + J_2 * F_1 * F_3 * K_1 * K_3 + J_3 * F_1 * F_3 * K_1 * K_3 + F_1 * K_3 * J_4 * K_1 + F_1 * K_3 * J_5 * K_1 + F_3 * K_3 * K_1 * J_6) + Z_7 * (J_1 * F_1 * K_1 + F_1 * K_1 * J_2 + J_3 * F_1 * K_1 + K_1 * J_4 + K_1 * J_5 + K_1 * J_6) + Z_9 * (J_1 * F_1 * F_3 * K_1 * K_3 + J_2 * F_1 * F_3 * K_1 * K_3 + J_3 * F_1 * F_3 * K_1 * K_3 + F_1 * K_3 * J_4 * K_1 + F_3 * K_3 * K_1 * J_5 + F_3 * K_3 * K_1 * J_6)))) / D; \quad (10)$$

$$E_{55} = (Z_1 * (Z_4 * (Z_2 * (J_1 * F_1 + J_2 * F_1 + J_3 * F_3 + J_4 + J_5 + J_6) + Z_7 * (J_1 * F_1 + J_2 * F_1 + J_4 + J_5 + J_6) + F_3 * K_3 * Z_9 * (J_1 * F_1 + J_2 * F_1 + J_5 + J_6)) + Z_3 * (Z_2 * (J_1 * F_1 + J_2 * F_3 + J_3 * F_3 + J_4 + J_5 + J_6) + Z_7 * (J_1 * F_1 + J_4 + J_5 + J_6) + F_3 * K_3 * Z_9 * (J_1 * F_1 + J_5 + J_6)) + F_1 * F_3 * K_1 * K_3 * J_5 * Z_8 * Z_9 + F_1 * F_3 * K_3 * Z_9 * Z_2 * (J_1 + J_2 + J_3) + F_1 * F_3 * K_1 * Z_8 * Z_2 * (J_1 + J_2 + J_3) + F_3 * K_3 * Z_2 * Z_9 * (J_5 + J_6) + F_3 * K_1 * Z_2 * J_6 * Z_8 + F_3 * Z_5 * K_3 * Z_9 * (J_5 + J_6) - F_3 * Z_5 * Z_2 * (-J_1 - J_2 - J_3) + F_1 * K_3 * Z_2 * J_4 * Z_9 + F_1 * K_1 * Z_2 * Z_8 * (J_4 + J_5) + F_1 * Z_7 * K_1 * Z_8 * (J_4 + J_5) + F_1 * Z_7 * Z_2 * (J_1 + J_2 + J_3) + (Z_5 + Z_7) * Z_2 * (J_4 + J_5 + J_6) + Z_5 * Z_7 * (J_4 + J_5 + J_6)) + Z_2 * (Z_3 * (Z_5 * (J_2 * F_3 + J_3 * F_3 + J_4 + J_5 + J_6) + F_1 * K_1 * Z_8 * (J_2 * F_3 + J_3 * F_3 + J_4 + J_5)) + F_1 * F_3 * K_1 * K_3 * J_5 * Z_8 * Z_9 + F_1 * F_3 * K_1 * Z_4 * Z_8 * J_3 + F_3 * Z_5 * K_3 * Z_9 * (J_5 + J_6) + F_3 * Z_5 * Z_4 * J_3 + F_1 * K_1 * (Z_4 + Z_7) * Z_8 * (J_4 + J_5) + Z_5 * (Z_4 + Z_7) * (J_4 + J_5 + J_6)) + (Z_3 + Z_4) * F_1 * F_3 * K_1 * K_3 * J_5 * Z_8 * Z_9 + (Z_3 + Z_4) * F_3 * Z_5 * K_3 * Z_9 * (J_5 + J_6) + (Z_3 + Z_4) * F_1 * K_1 * Z_7 * Z_8 * (J_4 + J_5) + (Z_3 + Z_4) * Z_5 * Z_7 * (J_4 + J_5 + J_6))) / D. \quad (11)$$

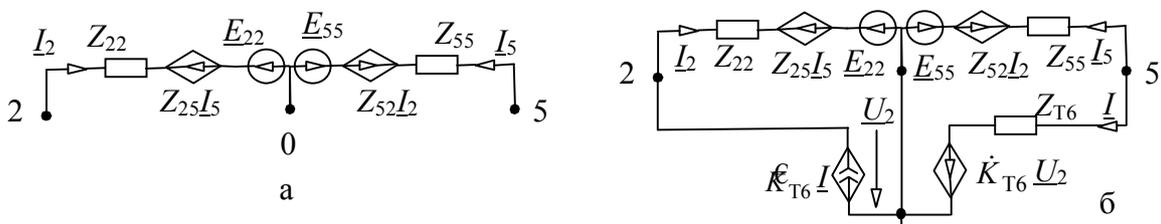


Рис. 3. Схема замещения ЭЭС на рис. 2: до (а) и после (б) коммутации

Поскольку ветви схемы замещения являются разомкнутыми (рис. 3,а), то искомое напряжение $\underline{U}_5 = \underline{E}_{55}$. Таким образом, для определения

напряжения \underline{U}_5 до коммутации достаточно найти только формулы (5) и (11).

Остальные формулы (6)–(10) нужны для определения послекоммутационного режима. Получим послекоммутационную схему на рис. 3,б путем подключения к схеме замещения исходной схемы на рис. 3,а новой подсхемы. По этой схеме находим искомое напряжение

$$U_5 = \frac{((Z_{22} * E_{55} - E_{22} * Z_{52}) * F_2 + Z_{55} * E_{22} - Z_{25} * E_{55}) * K_2 + Z_6 * E_{55}}{(Z_{22} * F_2 - Z_{25}) * K_2 - Z_{52} * F_2 + Z_6 + Z_{55}} \quad (12)$$

Для получения послекоммутационного напряжения понадобилось сформировать только одну формулу – (12). Остальные (5)–(11) были найдены до коммутации. Таким образом, проводить анализ всей схемы целиком не требуется, что уменьшает затраты на анализ ЭЭС.

Корректировка режима ЭЭС при подключении подсхемы, содержащей внутренние узлы. Подключим к схеме на рис. 2,а между узлами 0, 2, 5 подсхему, содержащую внутренние узлы 7 и 8 (рис.4). Найдем напряжение \underline{U}'_5 путем корректировки решения, полученного для схемы до коммутации на рис. 2,а.

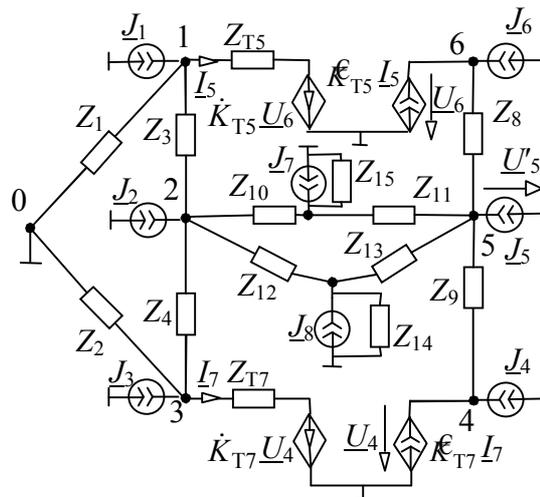


Рис. 4. Схема ЭЭС после подключения подсхемы с внутренними узлами

Как и в первом примере исходную схему до коммутации на рис. 2,а считаем первой подсхемой, а подключенную подсхему – второй. Параметры подсхемы 1 уже найдены при расчете докоммутационного режима и записаны в виде формул (5)–(11). Остается найти параметры второй подсхемы, чтобы отличать их от параметров подсхемы 1 обозначим их штрихом.

$$D' = (Z_{10} + Z_{12}) * (Z_{11} + Z_{13} + Z_{14} + Z_{15}) + (Z_{11} + Z_{13}) * (Z_{14} + Z_{15}); \quad (13)$$

$$Z'_{22} = (Z_{10} * ((Z_{11} + Z_{13} + Z_{15}) * (Z_{12} + Z_{14}) + Z_{12} * Z_{14}) + Z_{15} * ((Z_{11} + Z_{13}) * (Z_{12} + Z_{14}) + Z_{12} * Z_{14})) / D';$$

$$Z'55 = (Z11 * ((Z10 + Z12 + Z15) * (Z13 + Z14) + Z13 * Z14) + Z15 * ((Z10 + Z12) * (Z13 + Z14) + Z13 * Z14)) / D';$$

$$Z'25 = (Z10 * (Z11 + Z15) * Z14 + Z15 * (Z12 * (Z13 + Z14) + Z14 * (Z11 + Z13))) / D';$$

$$Z'52 = (Z10 * (Z14 * (Z11 + Z15)) + Z15 * (Z12 * (Z13 + Z14) + Z14 * (Z11 + Z13))) / D'; \quad (14)$$

$$E'22 = ((Z11 + Z13) * (Z10 * ((J8) * Z14) + Z15 * (Z12 * (J7) + Z14 * (J7 + J8))) + Z10 * (Z14 * Z15 * (J7 + J8)) + Z12 * Z14 * Z15 * (J7 + J8)) / D';$$

$$E'55 = ((Z10 + Z12) * (Z11 * ((J8) * Z14) + Z15 * (Z13 * (J7) + Z14 * (J7 + J8))) + Z11 * Z14 * Z15 * (J7 + J8) + Z13 * Z14 * Z15 * (J7 + J8)) / D'. \quad (15)$$

Схема замещения с использованием рассчитанных Z-параметров представлена на рис. 5.

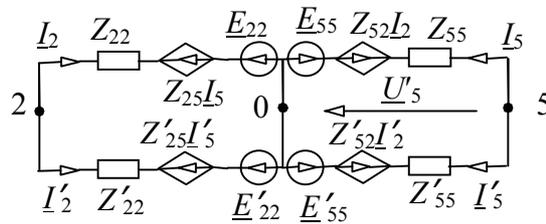


Рис. 5. Схема замещения ЭЭС на рис. 4

По этой схеме находим искомое напряжение:

$$U5' = (Z22 * (Z55 * E'55 + Z'55 * E55) + Z'22 * (Z55 * E'55) + Z'55 * E55) + Z55 * (Z'52 * E22 - Z'52 * E'22) + Z'55 * (-Z52 * (E22) + Z52 * (E'22)) + Z'52 * (-Z25 * E55) + (-Z'25 * Z'52) * E55 - E'55 * Z25 * Z52 - Z'25 * Z52 * (E'55)) / (Z22 * (Z55 + Z'55) + Z'22 * (Z55 + Z'55) - Z25 * Z'52 - Z25 * Z52 - Z'25 * Z52 - Z'25 * Z'52). \quad (16)$$

Последовательная формула для искомого напряжения в послекоммутационном режиме содержит формулы (5)–(11) и (13)–(16). Коррекция последовательной формулы докоммутационного режима для получения послекоммутационного режима состоит в нахождении Z-параметров подсхемы 2 и расчете полученной схемы замещения, которая несравнимо проще, чем послекоммутационная схема в целом на рис. 4.

Таким образом, коррекция с помощью САР позволяет получить искомые напряжения или токи в ЭЭС после подключения или отключения подсхем с внутренними узлами в отличие от метода коррекции матрицы узловых сопротивлений [1].

Для расчета более сложных схем целесообразно использовать программу REDSYM, которая является реализацией метода САР и позволяет автоматизированным путем объединять подсхемы [7].

Выводы. 1. Предложен алгоритм нахождения послекоммутационного режима линейных электроэнергетических систем с произвольным элементарным составом путем коррекции символьных формул для докоммутационного режима, что существенно уменьшает вычислительные затраты. 2. Алгоритм допускает подключение или отключение блоков и подсистем, содержащих внутренние узлы, и позволяет изменять параметры не только вновь подключаемых, но и докоммутационных блоков без пересчета режима системы в целом.

Литература

1. Хачатрян В. С., Бадалян Н. П., Хачатрян К. В. Метод построения и коррекции узловых сопротивлений при учете комплексных коэффициентов трансформации // *Электричество*. – 2009. – №8. – С. 27 – 32.
2. Шакиров М. А. Преобразования и диакоптика электрических цепей – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1980. – 196 с.
3. Лаксберг Э.А. Моделирование электронных цепей на основе схемной редукции.– Таллин: Валгус, 1990.– 159 с.
4. Идельчик В. И. Расчёты и оптимизация режимов электрических сетей и систем. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 288 с.
5. Курганов С. А., Филаретов В. В. Схемно-алгебраический анализ, диакоптика и диагностика линейных электрических цепей: учебное пособие. – Ульяновск : УлГТУ, 2005. – 320 с.
6. Вольнов В.Е., Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ сложных электрических цепей и сетей с помощью программы *CIRSYM* // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. междунар. конф. КЛИН-2004. Ульяновск: УлГТУ, 2004.– Т.4.– С.75 – 80.
7. Вольнов В.Е., Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ электронных цепей и электрических систем методом схемно-алгебраической редукции // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. межд. конф. КЛИН-2005.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– Т. 3.– С. 34–41.

Богряшов Михаил Николаевич – студент 2-го курса Энергетического факультета Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ); e-mail: mikhail-PC@yandex.ru

МАТРИЧНЫЕ НУЛЛОРНЫЕ СХЕМЫ АВТОНОМНЫХ ПОДСХЕМ

М. Н. Богряшов, С. А. Курганов

Метод матричных нулловых схем обобщен на автономные подсхемы, число полюсов которых меньше, чем у соответствующих неавтономных подсхем. Обобщенный метод уменьшает многократно число объединений нулловых схем. Однако формируемые символьные выражения, в отличие от выражений по методу базисных нулловых схем, могут содержать взаимно уничтожающиеся слагаемые.

О нулловых схемах. Метод нулловых схем позволяет выполнить символьный анализ произвольной линейной электрической цепи по частям и получить компактное выражение схемной функции и отклика [1, 2]. Метод основан на схемно-алгебраических формулах (САФ) определителей подсхем [3]. САФ подсхемы содержит сумму произведений определителей ее нулловых схем и соответствующих весовых коэффициентов. Нулловой схемой (НС) подсхемы называют схему, построенную на ее полюсах и содержащую нуллаторы, нораторы и идеальные проводники – параллельные соединения тех же нуллаторов и нораторов. Весовые коэффициенты – это рациональные выражения, содержащие параметры элементов подсхемы. САФ подсхемы получается путем выделения всех элементов при фиксированных полюсах.

САФ является базой для объединения подсхем. Объединение двух подсхем осуществляется путем проверки на совместимость каждой пары НС. Совместимая пара НС является нулловой схемой объединенной подсхемы. Ее весовой коэффициент равен произведению весовых коэффициентов НС подсхем. Объединение выполняется до тех пор, пока не образуется исходная схема и ее САФ, которая позволяет сформировать искомую схемную функцию или отклик цепи.

Для анализа используют неавтономные [1] и автономные [2] подсхемы. Автономные подсхемы обладают меньшим числом полюсов, чем соответствующие неавтономные подсхемы. У автономных подсхем также меньше число НС, несмотря на то, что неавтономные подсхемы, не имеющие управляющих связей с другими подсхемами, характеризуются только равновесными (с равным числом нораторов и нуллаторов) НС, а автономные подсхемы – как равновесными, так и неравновесными (с числом нораторов и нуллаторов, различающихся на единицу) НС. В результате автономные подсхемы требуют меньшего числа теоретико-множественных операций для объединения подсхем, чем неавтономные подсхемы [2].

В САФ подсхем используются два типа НС – базисные [4] и матричные [5]. Базисными НС называют множество невырожденных и взаимно неэквивалентных НС. Две НС взаимно неэквивалентны, если ни одна из них не может быть получена из другой с помощью эквивалентных преобразований: 1) одновременного изменения направления аномального элемента и знака весового коэффициента; 2) замены параллельного соединения норатора и нуллатора идеальным проводником; 3) удаления последовательного соединения норатора и нуллатора; 4) переноса полюса норатора (нуллатора) вдоль пути из нораторов (нуллаторов).

Матричными НС называют подмножество базисных НС, которое получается путем исключения из множества базисных НС зависимых схем с помощью схемно-алгебраических тождеств [6]. Например, тождество для произвольных (равновесных и неравновесных) НС с перемещающимся норатором имеет вид:

$$\left| \begin{array}{c} 1 \\ \text{[Diagram 1: A rectangular box with nodes on top and bottom. A double-headed arrow points from left to right between two nodes on the top line.]} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} 2 \\ \text{[Diagram 2: Similar to Diagram 1, but the arrow points from right to left.]} \end{array} \right| + \dots +$$

$$+ \left| \begin{array}{c} i \\ \text{[Diagram i: Similar to Diagram 1, but the arrow points from left to right between two nodes on the bottom line.]} \end{array} \right| + \dots + \left| \begin{array}{c} m \\ \text{[Diagram m: Similar to Diagram 1, but the arrow points from right to left between two nodes on the bottom line.]} \end{array} \right| = 0, \quad (1)$$

или кратко:

$$/1/ + /2/ + \dots + /i/ + \dots + /m/ = 0, \quad (2)$$

где прямоугольник содержит произвольное число нораторов и нуллаторов, подключенных к изображенным полюсам; $/i/$ – определитель i -ой НС.

Матричные НС разработаны применительно к неавтономным подсхемам, для которых их многократно меньше, чем базисных НС [5]. Применение матричных НС уменьшает число теоретико-множественных операций при объединении подсхем. Можно предположить, что матричных НС меньше и для автономных подсхем. Это подтверждается применением упомянутых тождеств для уменьшения числа неравновесных базисных НС четырехполюсной подсхемы [7].

Целью статьи является обобщение матричных НС на автономные подсхемы и применение их для диакоптического анализа сложных линейных электрических цепей.

Перечисление матричных нуллорных схем автономных подсхем. Матричные НС автономных подсхем включают, как и соответствующие базисные НС, равновесные и неравновесные НС. Причем матричные равновесные НС автономных подсхем совпадают с соответствующими НС неавтономных подсхем. *Матричные неравновесные НС* можно получить, как и матричные равновесные НС, путем исключения из множества

соответствующих базисных НС зависимых схем на основе схемно-алгебраических тождеств (1)–(2).

В то же время матричные НС автономных подсхем, как и неавтономных подсхем, можно получить прямым перечислением, минуя преобразование базисных НС. Первый способ перечисления равновесных и неравновесных НС повторяет способ перечисления соответствующих равновесных [8] и неравновесных [9] схемных миноров, которые совпадают с НС по структуре. Для этого используются двоичные вектора (ДВ) размерностью $2(n-1)$, где n – число полюсов подсхемы. При этом ДВ делится на две половины, в каждой из которых выполняется нумерация позиций: 1, 2, ..., $n-1$. Эта нумерация соответствует нумерации полюсов НС за исключением нуля, который присваивается общему узлу подсхемы.

Равновесные НС перечисляются путем перебора двоичных чисел размерностью $2(n-1)$, при этом пропускаются те, у которых количество единиц в первой половине позиций отличается от числа единиц во второй половине позиций. При нахождении множества неравновесных НС выбираются те двоичные числа, у которых единиц в первой половине разрядов на единицу больше или меньше, чем во второй половине. Единица в разряде из первой (второй) половины ДВ означает наличие в НС норатора (нуллатора), который подключается к соответствующему и общему полюсу.

Число неравновесных и равновесных матричных НС определяется, как и число соответствующих схемных миноров, по формуле [9]:

$$\Psi_n^\delta = \sum_{i=0}^{n-1} C_{n-1}^{i-\delta} C_{n-1}^i, \quad (3)$$

где $\delta = 1$ и $\delta = 0$ – для неравновесных и равновесных НС; i – индекс суммирования, равный числу нораторов (нуллаторов), если их больше, чем нуллаторов (нораторов); $C_{n-1}^{i-\delta}$, C_{n-1}^i – число сочетаний из $n-1$ по $(i-\delta)$ и из $n-1$ по i соответственно.

Второй способ перечисления матричных НС – путем попарного сочетания нораторных и нуллаторных подсхем – основан на том, что произвольная НС – равновесная или неравновесная – состоит из двух подсхем – нуллаторной и нораторной. Нораторная (нуллаторная) подсхема содержит все полюсы n -полюсника и $k = 0, 1, \dots, (n-1)$ нораторов (нуллаторов). Генерация нораторных (нуллаторных) подсхем основана, как и в первом способе, на перечислении двоичных чисел, но размерностью в 2 раза меньшей – $(n-1)$. Построение нораторных и нуллаторных подсхем осуществляется независимо друг от друга. НС получаются путем попарного сочетания нораторных и нуллаторных подсхем. Таким же образом находятся и базисные НС [4]. Поэтому этот способ позволяет находить уравнения связи между матричными и базисными НС в процессе их построения без последующего преобразования.

В табл. 1 приведено число матричных НС, рассчитанное по формуле (3) и совпадающее, как уже отмечалось, с числом схемных миноров. Для сравнения в той же табл. 1 приведено число базисных НС, которое получено по программе [10]. Как видно, число матричных НС автономной подсхемы многократно меньше числа базисных НС.

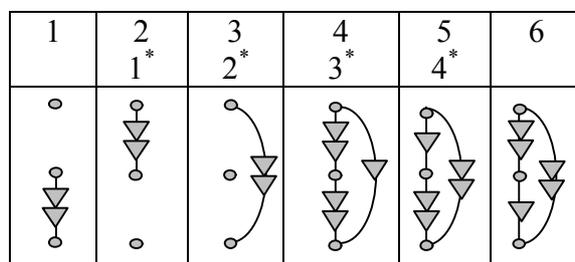
Таблица 1. Максимальное число матричных и базисных НС автономной подсхемы с числом полюсов n

n	3	4	5	6	7	8	9	10
Матричные НС								
равновесные	6	20	70	252	924	3432	12870	48620
неравновесные	4	15	56	210	792	3003	11440	43758
всего	10	35	126	462	1716	6435	24310	92378
Базисные НС								
равновесные	11	87	952	13513	237113	5016728	125121009	$3,615 \cdot 10^9$
неравновесные	6	55	650	9661	176337	3838801	97916616	$2,882 \cdot 10^9$
Всего	17	142	1602	23174	413450	8855529	223037625	$6,497 \cdot 10^9$

Трех- и четырехполюсные матричные неравновесные НС автономной подсхемы. Здесь в отличие от [7] удалось сократить число трёхполюсных базисных неравновесных НС и получить 4 матричные неравновесные НС (столбец 2 в табл. 1). Они приведены в табл. 2. В этой же таблице для сравнения даны базисные неравновесные НС. НС с номерами 3* и 4* приводятся к схемам с общим полюсом с помощью упомянутых выше эквивалентных преобразований. Зависимые базисные НС находятся через матричные НС по формулам

$$/1/ = /2^* / - /1^* / \text{ и } /6/ = /3^* / - /4^* /. \quad (4)$$

Таблица 2. Базисные (с номерами 1...6) и матричные (1*...4*) неравновесные НС трехполюсной автономной подсхемы



Четырехполюсная подсхема обладает 15-ю матричными неравновесными НС (столбец 3 в табл. 1), что значительно меньше 28-ми минимизированных НС [7]. Эти матричные НС приведены в одной таблице (табл. 3) с базисными НС [4].

Таблица 3. Базисные (с номерами 1...55) и матричные (1*...15*) неравновесные НС автономного четырехполюсника

1 1*	2 2*	3 3*	4
5 	6 	7 4*	8 5*
9 6*	10 	11 	12
13 7*	14 8*	15 9*	16
17 	18 	19 10*	20 11*
21 12*	22 	23 	24
25 	26 	27 	28
29 	30 	31 	32
33 	34 	35 	36
37 	38 	39 	40
41 	42 	43 	44
45 	46 	47 	48
49 13*	50 14*	51 15*	52
53 	54 	55 	

Матричные НС в табл. 3, не имеющие общего полюса, могут быть преобразованы к соответствующему виду, как и трехполюсные НС, с помощью эквивалентных операций. Определители базисных НС из табл. 3 получаются через определители матричных НС по формулам из табл. 4.

Таблица 4. Зависимость базисных НС четырехполюсной подсхемы от матричных НС (табл. 3)

Определитель базисной НС	Формула
1	2
/1/	/1*
/2/	/2*
/3/	/3*
/4/	/2*/-1*
/5/	/3*/-1*
/6/	/3*/-2*
/7/	/4*
/8/	/5*
/9/	/6*
/10/	/5*/-4*
/11/	/6*/-4*
/12/	/6*/-5*
/13/	/7*
/14/	/8*
/15/	/9*
/16/	/8*/-7*
/17/	/9*/-7*
/18/	/9*/-8*
/19/	/10*
/20/	/11*
/21/	/12*
/22/	/11*/-10*
/23/	/12*/-10*
/24/	/12*/-11*
/25/	/10*/-7*/+4*
/26/	/11*/-8*/+5*
/27/	/12*/-9*/+6*

Продолжение табл. 4

1	2
/28/	/11*/-8*/+5*/- /10*/+7*/-4/
/29/	/12*/-9*/+6*/- /11*/+8*/-5*/
/30/	/12*/-9*/+6*/- /11*/+8*/-5*/
/31/	/7*/-4*/
/32/	/8*/-5*/
/33/	/9*/-6*/
/34/	/8*/-5*/-7*/+4*/
/35/	/9*/-6*/-7*/+4*/
/36/	/9*/-6*/-8*/+5*/
/37/	/4*/+10*/
/38/	/5*/+11*/
/39/	/6*/+12*/
/40/	/5*/+11*/-4*/-10*/
/41/	/6*/+12*/-4*/-10*/
/42/	/6*/+12*/-5*/-11*/
/43/	/10*/-7*/
/44/	/11*/-8*/
/45/	/12*/-9*/
/46/	/11*/-8*/-10*/+7*/
/47/	/12*/-9*/-10*/+7*/
/48/	/12*/-9*/-11*/+8*/
/49/	/13*
/50/	/14*
/51/	/15*
/52/	/15*/-14*/+13*/
/53/	/14*/-13*/
/54/	/13*/+15*/
/55/	/15*/-14*/

Формирование САФ автономных подсхем на основе матричных НС. САФ на матричных, как и на базисных НС, формируются путем выделения всех элементов подсхемы, в том числе, независимых источников, ветвей тока и напряжения [2]. Получающиеся при этом равновесные и неравновесные НС приводятся с помощью операций

эквивалентного преобразования к базисным НС. Преобразование базисных НС к матричным НС осуществляется с помощью формул, аналогичных выражениям из табл. 4.

Для минимизации затрат на объединение подсхем целесообразно применять *комбинированный подход при получении САФ подсхем*, поскольку для конкретной подсхемы – исходной или объединенной – число базисных НС может оказаться меньше числа матричных НС. Следует использовать тот тип НС, число которых меньше. Реализацию этого критерия можно выполнить с помощью следующего условия, которое проверяется для каждой подсхемы: если число базисных НС больше максимального количества матричных НС (табл. 1), то следует перейти к матричным НС, иначе для построения САФ использовать базисные НС.

В отдельных случаях, число матричных НС может быть меньше числа базисных НС даже при невыполнении выше приведенного условия. Это выявляется по наличию в базисных НС контура с перемещающимся норатором или нуллатором, подобного в формуле (1).

Объединение автономных подсхем на основе матричных НС. Алгоритм объединения автономных подсхем на основе матричных НС совпадает с соответствующим алгоритмом на основе базисных НС [2]. При этом количество объединений НС существенно сократится, поскольку оно определяется произведением чисел равновесных и неравновесных НС, которых для матричных НС многократно меньше (табл. 1).

В табл. 5 приведено число проверок пар НС при объединении двух n -полюсных подсхем, одна содержит независимые источники, а вторая – ветвь искомого тока или напряжения. Проверка выполняется для пар одноименных – равновесных и неравновесных НС. Как видно, многократно выгоднее применять матричные НС по сравнению с базисными НС. При возрастании числа полюсов подсхемы эффект от матричных НС усиливается.

Таблица 5. Сравнение предельных чисел N_b и N_m проверок пар НС на совместимость при объединении двух автономных подсхем на основе базисных и матричных НС

n	3	4	5	6	7	8	9	10
N_b	157	$1.1 \cdot 10^4$	$1.3 \cdot 10^6$	$2.7 \cdot 10^8$	$8.7 \cdot 10^{10}$	$3.9 \cdot 10^{13}$	$2.5 \cdot 10^{16}$	$2.1 \cdot 10^{19}$
N_m	52	625	$8.0 \cdot 10^3$	$1.0 \cdot 10^5$	$1.4 \cdot 10^6$	$2.0 \cdot 10^7$	$2.9 \cdot 10^8$	$4.2 \cdot 10^9$
N_b/N_m	3.0	17	165	$2.5 \cdot 10^3$	$5.9 \cdot 10^4$	$1.9 \cdot 10^6$	$8.5 \cdot 10^7$	$5.0 \cdot 10^9$

Анализ синхронного генератора с нагрузкой с помощью матричных НС автономных подсхем. Требуется найти ток I_1 в нагрузке несимметричного синхронного генератора на рис. 1,а [2], схема замещения которого дана на рис. 1,б [11]. Параметры всех элементов известны.

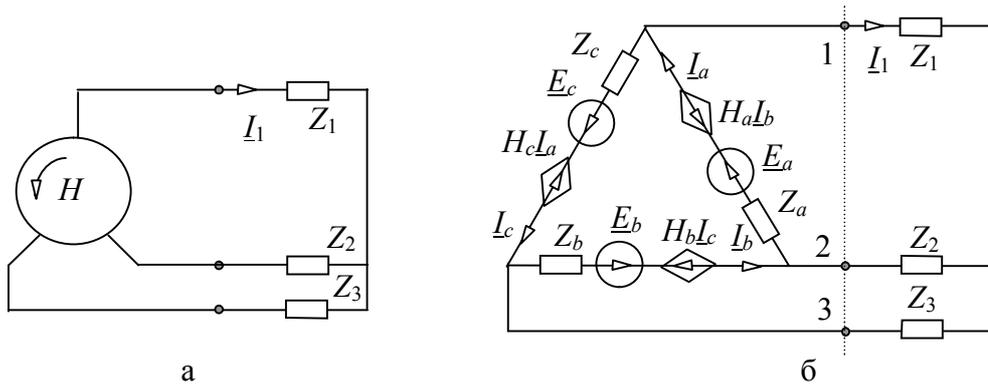


Рис. 1. Синхронный генератор с нагрузкой: исходная схема (а); схема замещения (б)

Равновесная САФ первой подсхемы (слева на рис. 1,б) содержит 11 базисных НС [2]. Поскольку их больше максимального числа матричных НС (6 в строке и столбце 2 из табл. 1), то в соответствии с предложенным комбинированным подходом следует перейти с помощью формул [5] к САФ на основе матричных НС

$$D_1 = (H_a H_b H_c + Z_a Z_b Z_c) \begin{vmatrix} 1 & & \\ & 2 & \\ & & 3 \end{vmatrix} + (H_a H_b + Z_a H_b + Z_c H_a + Z_a Z_c) \begin{vmatrix} \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\ \leftarrow & & \end{vmatrix} + \\ + (Z_b H_c + H_a H_c + H_c H_b - Z_a Z_c) \begin{vmatrix} \leftarrow & \leftarrow & \leftarrow \\ & & \end{vmatrix} + (Z_a Z_b - H_a H_c + Z_a H_b + Z_a Z_c) \begin{vmatrix} \leftarrow & \circ & \leftarrow \\ & & \end{vmatrix} + \\ + (Z_b Z_c - H_c H_b + Z_c H_a + Z_a Z_c) \begin{vmatrix} \leftarrow & \circ & \circ \\ & & \end{vmatrix} + (H_a + H_b + H_c + Z_a + Z_b + Z_c) \begin{vmatrix} \circ & \circ & \circ \\ & & \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Неравновесная САФ первой подсхемы содержит 6 базисных НС [2], которых также больше максимального числа соответствующих матричных НС (4 в столбце 2 и строке 3 из табл. 1). Поэтому с помощью формулы (4) сформируется САФ на основе матричных НС

$$N_1 = [Z_b(Z_a \underline{E}_c - H_c \underline{E}_a) + H_a H_c \underline{E}_b - Z_a(Z_c \underline{E}_b - H_b \underline{E}_c) + H_b H_c \underline{E}_a] \begin{vmatrix} \leftarrow & \leftarrow & \leftarrow \\ & 2 & 3 \end{vmatrix} + \\ + [Z_c(Z_b \underline{E}_a - H_a \underline{E}_b) + H_a H_b \underline{E}_c - Z_a(Z_c \underline{E}_b - H_b \underline{E}_c) + H_b H_c \underline{E}_a] \begin{vmatrix} \circ & \rightarrow & \circ \\ & & \end{vmatrix} + \\ + [\underline{E}_b(Z_a + H_a) - \underline{E}_a(Z_b + H_b) - \underline{E}_a(Z_c + H_c) - \underline{E}_c(Z_a + H_a)] \begin{vmatrix} \leftarrow & \circ & \leftarrow \\ & & \end{vmatrix} + \\ + [\underline{E}_c(Z_b + H_b) - \underline{E}_b(Z_c + H_c) - \underline{E}_a(Z_c + H_c) - \underline{E}_c(Z_a + H_a)] \begin{vmatrix} \leftarrow & \circ & \leftarrow \\ & & \end{vmatrix}. \quad (6)$$

САФ второй (справа на рис. 1,б) подсхемы строится на базисных НС, поскольку их число меньше, чем матричных, и нет зависимостей, аналогичных приведенной в формуле (1):

$$D_2 = [Z_1(Z_2 + Z_3) + Z_2 Z_3] \begin{vmatrix} \circ & \circ & \circ \\ & & \end{vmatrix} + Z_1 \begin{vmatrix} \circ & \circ & \circ \\ & & \end{vmatrix} + Z_2 \begin{vmatrix} \circ & \circ & \circ \\ & & \end{vmatrix} + Z_3 \begin{vmatrix} \circ & \circ & \circ \\ & & \end{vmatrix} + \\ + \begin{vmatrix} \circ & \circ & \circ \\ & & \end{vmatrix}; \quad (7)$$

$$N_2 = Z_2 \begin{vmatrix} \circ & \circ & \circ \\ & & \end{vmatrix} + Z_3 \begin{vmatrix} \circ & \circ & \circ \\ & & \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \circ & \circ & \circ \\ & & \end{vmatrix}. \quad (8)$$

Знаменатель функции тока находится объединением равновесных нулловых схем в (5) и (7). Совместными оказываются 8 пар нулловых схем: 1–5; 2–2; 3–2; 4–2; 4–4; 5–2; 5–3 и 6–1, причем весовой коэффициент пары НС 2–2 имеет знак минус. Нумерация нулловых схем в (5) и (7) осуществляется по порядку от начала к концу формул. После группировки искомым знаменатель имеет вид

$$D = (H_a H_b H_c + Z_a Z_b Z_c) - (H_a H_b + Z_a H_b + Z_c H_a + Z_a Z_c) Z_1 + (Z_b H_c + H_a H_c + H_c H_b - Z_a Z_c) Z_1 + (Z_a Z_b - H_a H_c + Z_a H_b + Z_a Z_c) Z_1 + (Z_a Z_b - H_a H_c + Z_a H_b + Z_a Z_c) Z_3 + (Z_b Z_c - H_c H_b + Z_c H_a + Z_a Z_c) Z_1 + (Z_b Z_c - H_c H_b + Z_c H_a + Z_a Z_c) Z_2 + (H_a + H_b + H_c + Z_a + Z_b + Z_c) (Z_1 (Z_2 + Z_3) + Z_2 Z_3). \quad (9)$$

Числитель искомой функции тока I_1 находится путем объединения неравновесных нулловых схем из (6) и (8). Совместными оказываются 4 пары НС: 1–3; 2–3; 3–2 и 4–1. Произведение весовых коэффициентов первой, третьей и четвертой пар НС имеют знак минус. В результате группировки слагаемых получается числитель функции тока

$$N = - [Z_b (Z_a \underline{E}_c - H_c \underline{E}_a) + H_a H_c \underline{E}_b - Z_a (Z_c \underline{E}_b - H_b \underline{E}_c) - H_b H_c \underline{E}_a] + [Z_c (Z_b \underline{E}_a - H_a \underline{E}_b) + H_a H_b \underline{E}_c - Z_a (Z_c \underline{E}_b - H_b \underline{E}_c) - H_b H_c \underline{E}_a] - [\underline{E}_b (Z_a + H_a) - \underline{E}_a (Z_b + H_b) - \underline{E}_a (Z_c + H_c) + \underline{E}_c (Z_a + H_a)] Z_3 - [\underline{E}_c (Z_b + H_b) - \underline{E}_b (Z_c + H_c) - \underline{E}_a (Z_c + H_c) + \underline{E}_c (Z_a + H_a)] Z_2. \quad (10)$$

Для сравнения приведем знаменатель и числитель тождественного символического выражения, полученного по методу базисных НС [2]

$$D_6 = (H_a + H_b + H_c + Z_a + Z_b + Z_c) [Z_1 (Z_2 + Z_3) + Z_2 Z_3] - H_a H_b Z_1 + Z_b H_c Z_1 + Z_a Z_b Z_1 + Z_b Z_c Z_1 - H_c H_b Z_2 + Z_c H_a Z_2 + Z_a Z_c Z_2 + Z_b Z_c Z_2 - H_a H_c Z_3 + Z_a H_b Z_3 + Z_a Z_b Z_3 + Z_a Z_c Z_3 + H_a H_b H_c + Z_a Z_b Z_c; \quad (11)$$

$$N_6 = - [Z_b (Z_a \underline{E}_c - H_c \underline{E}_a) + H_a H_c \underline{E}_b] + [Z_c (Z_b \underline{E}_a - H_a \underline{E}_b) + H_a H_b \underline{E}_c] - [\underline{E}_b (Z_a + H_a) - \underline{E}_a (Z_b + H_b)] Z_3 - [\underline{E}_c (Z_b + H_b) - \underline{E}_b (Z_c + H_c)] Z_2 + [\underline{E}_a (Z_c + H_c) - \underline{E}_c (Z_a + H_a)] Z_2 + [\underline{E}_a (Z_c + H_c) - \underline{E}_c (Z_a + H_a)] Z_3. \quad (12)$$

Для построения формул (9) и (10) по методу матричных НС потребовалось 42 операции проверки пар НС на совместимость, а для выражений (11) и (12) – 73, что значительно больше. В то же время символические выражения (11)–(12) по методу базисных НС не содержат избыточных взаимно уничтожающихся слагаемых, а формулы (9) и (10) – 12 и 6 таких слагаемых. Символическое выражение по методу базисных НС является также более компактным – содержит 53 умножения и 43 аддитивные операции, по методу матричных НС – 67 и 62 соответствующих операций. Это объясняется появлением в формулах (9)–(10) большего числа повторяющихся выражений.

Выводы. 1. Матричные нулловые схемы (НС), число которых многократно меньше базисных НС, обобщены для автономных подсхем. 2. Обобщенный метод НС позволяет существенно уменьшить число операций при объединении подсхем. 3. Символьные выражения по предлагаемому методу, в отличие от выражений по методу базисных НС, менее компактны и могут содержать взаимно уничтожающиеся слагаемые.

Литература

1. Королев Ф.А., Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ линейных электрических цепей методом объединения схемно-алгебраических формул // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. междунар. конф. КЛИН–2006. – Ульяновск: УлГТУ, 2006. – Т. 3. – С. 98–115.

2. Курганов С. А., Филаретов В. В. Нулловые схемы автономных подсхем // Синтез, анализ и диагностика электрических цепей: Международный сборник научных трудов / под ред. В. В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2009. – Вып. 7. – С. 163–171.

3. Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ линейных электронных цепей на основе схемно-алгебраических формул выделения параметров многополюсников // Электричество.– 2003.– № 6.– С. 52–65.

4. Курганов С. А., Филаретов В. В. Неравновесные нулловые схемы для символьного анализа цепей методом объединения подсхем // Синтез, анализ и диагностика электрических цепей: Международный сборник научных трудов / под ред. В. В. Филаретова.– Ульяновск: УлГТУ, 2008.– Вып. 6. – С. 202–210.

5. Королев Ф.А., Филаретов В.В. Иерархический метод матричных нулловых схем // Электроника и связь (тематич. вып. «Электроника и нанотехнологии»). Ч. 1. – Киев, 2009. – С. 124–129.

6. Курганов С.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраические тождества топологических функций для линейных электрических цепей//Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. между. конф. КЛИН-2005.– Ульяновск: УлГТУ,2005.–Т.3.– С.95–105.

7. Королев Ф. А. Сокращение неравновесного нуллового инварианта подсхем для символьного анализа электрических цепей по частям // Синтез, анализ и диагностика электрических цепей: Международный сборник научн. трудов / под ред. В. В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2009. – Вып. 7. – С. 139–155.

8. Филаретов В. В. Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям // Электричество.– 2001.– №8.–С.33–42.

9. Курганов С.А., Филаретов В.В. Формирование передаточных функций электронных цепей по частям методом неравновесных двоичных

векторов // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. междунаrod. конф. КЛИН–2005.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– Т. 3.– С.106–116.

10. Курганов С.А., Трофимов Д.С. Программа для расчета числа нулловых схем // Тезисы докладов 44-й научно-технической конференции УлГТУ «Вузовская наука в современных условиях» (1–7 февраля 2010 г.).– Ульяновск: УлГТУ.– С. 81.

11. Шакиров М.А. Теоретические основы электротехники: Новые идеи и принципы: Схеманализ и диакоптика.–СПб.:Изд. СПбГТУ,2001.– 212с.

Богряшов Михаил Николаевич – студент 2-го курса Энергетического факультета Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ); e-mail: mikhail-PC@yandex.ru

ПРОГРАММА РАСЧЕТА ЧИСЛА БАЗИСНЫХ НУЛЛОВЫХ СХЕМ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПОДСХЕМЫ

С. А. Курганов, Д. С. Трофимов

Разработана программа для расчета максимального числа базисных нулловых схем как неавтономной, так и автономной подсхемы. Это число необходимо для оценки трудоемкости символьного анализа линейных электрических цепей по частям.

Назначение нулловых схем. Нулловая схема (НС) подсхемы строится на ее полюсах и содержит только нулловы и идеальные проводники [1]. Базисными НС подсхемы называют множество невырожденных и взаимно неэквивалентных НС. Неэквивалентные НС – это НС, которые не могут быть получены друг из друга с помощью эквивалентных преобразований: 1) одновременного изменения направления аномального элемента и знака весового коэффициента; 2) замены параллельного соединения норатора и нуллатора идеальным проводником; 3) удаления последовательного соединения норатора и нуллатора; 4) переноса полюса норатора (нуллатора) вдоль пути из нораторов (нуллаторов) [2].

Множество базисных НС подсхемы с соответствующими весовыми коэффициентами составляет схемно-алгебраическую формулу (САФ) определителя, которая используется для объединения ее с другими

подсхемами. С помощью многократного попарного объединения подсхем формируется САФ исходной схемы. Из этой САФ получается последовательное символьное выражение искомого отклика, которое не содержит избыточных взаимно уничтожающихся слагаемых [1].

Количество НС конкретной подсхемы много меньше максимального числа базисных НС, которые может содержать произвольная подсхема с тем же числом полюсов. В то же время максимальное число базисных НС позволяет оценить трудоемкость метода независимо от типа подсхем. Нахождение этого числа для неавтономных подсхем осуществляется с помощью программы [3].

Однако метод нулловых схем позволяет проводить анализ цепей и с автономными подсхемами, которые имеют меньшее число полюсов, чем соответствующие неавтономные подсхемы. При этом требуется многократно меньшее число теоретико-множественных операций [4].

Целью настоящей работы является разработка программы, позволяющей рассчитать максимальное число базисных НС не только неавтономной, но и автономной подсхемы.

Программа расчета числа НС неавтономной и автономной подсхемы. Программа использует алгоритм отдельной генерации нулловых и нораторных подсхем [1, 2] и реализована в среде *SciLab* 5.1. Нораторная (нулловая) подсхема содержит все полюсы n -полюсника и число нораторов (нулловых) $k = 0, 1, \dots, n-1$. НС получаются путем попарного сочетания нораторных и нулловых подсхем.

Ниже приводится алгоритм и основные фрагменты программной реализации (табл. 1). Для краткости упоминаются только нораторные подсхемы, число нулловых подсхем находится аналогично.

1. Для $k = 0$ количество нораторных подсхем $T_0 = 1$.
2. Для нахождения нораторных подсхем, содержащих $k = 1, 2, \dots, (n-1)$ нораторов выполнить п. 3–6.
3. Получить все λ разбиений числа k (строки 1–32 в табл. 1).
4. Для разбиения с номером $i = 1, 2, \dots, \lambda$ выполнить п. 5–6.
5. Если композиция с номером i содержит r чисел v_1, v_2, \dots, v_r , из которых s чисел характеризуется повторяемостью p_1, p_2, \dots, p_s , то соответствующие ей нораторные подсхемы содержат r компонент и их количество (строки 33–77)

$$t_i = \frac{C_n^{v_1+1} C_{n-v_1-1}^{v_2+1} C_{n-v_1-1-v_2-1}^{v_3+1} \dots C_{n-v_1-1-v_2-1-\dots-v_{r-1}-1}^{v_r+1}}{p_1! p_2! \dots p_s!}.$$

6. Найти число нораторных подсхем, содержащих k нораторов (строки 66–83)

$$T_k = \sum_{i=1}^{\lambda} t_i.$$

7. Число равновесных нулляторных схем находится по формуле (строки 111–122)

$$S = \sum_{k=0}^{n-1} T_k^2,$$

поскольку множество равновесных нулляторных схем получается попарным объединением множеств нораторных и нулляторных подсхем с равным количеством нораторов и нулляторов. Эта формула имеет вид

$$M = \sum_{k=0}^{n-1} R_k \times L_k,$$

где R_k и L_k – множества нораторных и нулляторных подсхем, содержащих k нораторов и нулляторов соответственно.

8. Количество неравновесных НС, в которых число нораторов и нулляторов отличается на δ , находится по формуле (те же строки 111–122)

$$S_\delta = \sum_{k=0}^{n-1} T_k T_{k-\delta},$$

поскольку множество этих НС получается также с помощью операции декартова произведения, но при этом нораторные подсхемы содержат число нораторов на δ больше, чем нулляторов в соответствующих подсхемах.

9. Максимальное значение НС автономных многополюсников равно сумме числа равновесных и неравновесных НС (строка 123).

10. Отношение числа равновесных и неравновесных НС рассчитывается в строках 124–125.

В программе используются следующие идентификаторы переменных: n – число полюсов; b – разница между числом нулляторов и нораторов; X – двумерная матрица разбиений числа n , в которой каждая строка содержит числа из одного из разбиений этого числа; p – одномерная матрица, содержащая количество повторений каждого числа в одном отдельном разбиении; t – результат расчета дроби из шага 5 алгоритма; T – число нораторных (нулляторных) подсхем; Tb – число нораторных (нулляторных) подсхем; S – число равновесных НС неавтономной подсхемы; Nn – число НС пассивной подсхемы; Na – число НС автономной подсхемы; Sb – число неравновесных схем, а также – пользовательские функции: *razb* – создание разбиений числа; *povt* – создание матрицы, содержащей количество повторений; *comp* – расчет числа композиций, *chisl*, *znam* – расчет числителя и знаменателя дроби из шага 5 алгоритма *ras* – расчет числа равновесных нораторных (нулляторных) подсхем, *rasb* – расчет числа неравновесных нораторных (нулляторных) подсхем.

Таблица 1. Текст программы

№	Оператор
1	2
1	<i>function</i> $X=razb(n)$
2	$x=ones(1,n);$
3	$k=n;$
4	$y=1;$
5	$X(y,:)=x;$
6	<i>while</i> $k<>1$
7	$y=y+1;$
8	$s=k-1;$
9	<i>if</i> $s>1$
10	<i>while</i> $x(s-1)<=x(s)$
11	<i>if</i> $s==2$
12	$s=1;$
13	<i>break</i>
14	<i>end</i>
15	$s=s-1;$
16	<i>end</i>
17	<i>end</i>
18	$x(s)=x(s)+1;$
19	$summ=0;$
20	<i>for</i> $i=s+1:k$
21	$summ=summ+x(i);$
22	<i>end;</i>
23	<i>for</i> $i=1:(summ-1)$
24	$x(s+i)=1;$
25	<i>end</i>
26	<i>for</i> $i=summ:k-1$
27	$x(s+i)=0;$
28	<i>end</i>
29	$k=s+summ-1;$
30	$X(y,:)=x;$
31	<i>end</i>
32	<i>endfunction</i>
33	<i>function</i> $x=povt(Z)$
34	<i>for</i> $i=1:max(Z)$
35	$x(i)=length(find(Z==i));$
36	<i>end</i>
37	$x=x(find(x<>0));$
38	<i>endfunction</i>
39	<i>function</i> $c=compo(m,n)$
40	$c=factorial(n)/(factorial(m)*factorial(n-m));$
41	<i>endfunction</i>
42	<i>function</i> $ch=chisl(Z,N)$

Продолжение табл. 1

1	2
43	$ch=1;$
44	<i>for</i> $i=1:length(Z)$
45	$niz=N;$
46	<i>if</i> $i>1$
47	<i>for</i> $j=1:(i-1)$
48	$niz=niz-Z(j)-1;$
49	<i>end</i>
50	<i>end</i>
51	$verh=Z(i)+1;$
52	<i>if</i> $niz>verh$ $niz==verh$
53	$C=compo(verh,niz);$
54	<i>else</i>
55	$C=0;$
56	<i>end</i>
57	$ch=ch*C;$
58	<i>end</i>
59	<i>endfunction</i>
60	<i>function</i> $zn=znam(p)$
61	$zn=1;$
62	<i>for</i> $i=1:length(p)$
63	$zn=zn*factorial(p(i));$
64	<i>end</i>
65	<i>endfunction</i>
66	<i>function</i> $T=ras(N)$
67	<i>for</i> $i1=1:(N-1)$
68	$X=[];$
69	$X=razb(i1);$
70	$T(i1)=0;$
71	<i>for</i> $i2=1:size(X,1)$
72	$Z=X(i2,:);$
73	$Z=Z(find(Z<>0));$
74	$p=povt(Z);$
75	$ch=chisl(Z,N);$
76	$zn=znam(p);$
77	$t(i2)=ch/zn;$
78	<i>end</i>
79	<i>for</i> $i3=1:length(t)$
80	$T(i1)=T(i1)+t(i3);$
81	<i>end</i>
82	<i>end</i>
83	<i>endfunction</i>
84	<i>function</i> $T=rasb(N,b)$
85	<i>for</i> $i1=1:(N-1-b)$

Окончание табл. 1

1	2
86	$X=[];$
87	$X=razb(i1);$
88	$T(i1)=0;$
89	<i>for</i> $i2=1:size(X,1)$
90	$Z=X(i2,:);$
91	$Z=Z(find(Z<>0));$
92	$p=povt(Z);$
93	$ch=chisl(Z,N);$
94	$zn=znam(p);$
95	$t(i2)=ch/zn;$
96	<i>end</i>
97	<i>for</i> $i3=1:length(t)$
98	$T(i1)=T(i1)+t(i3);$
99	<i>end</i>
100	<i>end</i>
101	<i>endfunction</i>
102	$S=0;$
103	$T=0;$
104	$Nn=0;$
105	<i>if</i> $N<>1 \mid b<>0$
106	$T=ras(N);$
107	$T=[1;T];$
108	<i>elseif</i> $N==1 \ \& \ b==0$
109	$T=T+1;$
110	<i>end</i>
111	$Sb=0;$
112	$Tb=rasb(N,b);$
113	$Tb=[zeros(b,1);$ $1;Tb];$
114	$Sbb=0;$
115	$Tbb=rasb(N,1);$
116	$Tbb=[zeros(1,1);$ $1;Tbb];$
117	<i>for</i> $i1=1:length(T)$
118	$S=S+T(i1)^2;$
119	$Nn=Nn+T(i1);$
120	$Sb=Sb+T(i1)*Tb(i1);$
121	$Sbb=Sbb+T(i1)*$ $Tbb(i1);$
122	<i>end</i>
123	$Na=S+Sbb;$
124	<i>if</i> $N<>1 \ \& \ b<>0$
125	$otn=S/Sb;$
126	<i>End</i>

Программа апробирована на подсхемах с $n = 2, 3, \dots, 19$. В табл. 2 приведено число НС для $n = 7, 8, \dots, 14$. Проверка полученных результатов проводилась путем сравнения с ручными расчетами при $n = 3, \dots, 8$ [1–3]. При $n \geq 16$ возникают ошибки – нули в последних разрядах чисел, не связанные с алгоритмом программы. Их можно объяснить превышением возможностей системы *SciLab 5.1*. Вероятно, что от них можно избавиться, реализовав программу на алгоритмическом языке общего назначения.

Таблица 2. Число равновесных при $b = 0$ и неравновесных при $b \neq 0$ НС неавтономной подсхемы и число НС автономной подсхемы (АП)

Разность нораторов нулаторов b	числа и	Число полюсов n		
		7	8	9
0		237113	5016728	125121009
1		176337	3838801	97916616
2		71981	1713425	46877650
3		15841	440685	13627047
4		1764	63581	2365902
5		84	4788	237126
6		1	155	12667
7			1	291
8				1
Число НС АП		413450	8855529	223037625

Продолжение табл. 2.

Разность нораторов нулаторов b	числа и	Число полюсов n		
		10	11	12
0		3615047527	119384499720	4455637803543
1		2882667646	96687688515	3656245196275
2		1460142670	51335790341	2020194622919
3		468204535	17836205827	750934257986
4		94082724	4033974340	187266659690
5		11602257	586320955	31106623669
6		843085	53398862	3388495572
7		33075	2906750	235021248
8		556	85921	9834627
9		1	1078	223333
10			1	2113
11				1
Число НС АП		6497715173	216072188235	8111882999818

Окончание табл. 2.

Разность нораторов нуллаторов и b	Число полюсов n	
	13	14
0	186152008588691	8636436319397292
1	154497714880483	7239032860222983
2	88332713395719	4263787940558237
3	34787594833134	1765342603078418
4	9424224909385	513626705417826
5	1749229186133	104791824188051
6	220417023255	14910909897741
7	18514028247	1463277214828
8	1002451593	96994288755
9	32933550	4184085178
10	583466	109833178
11	4173	1537718
12	1	8282
13		1
Число НС АП	340649723469174	15875469179620276

Выводы. 1. В среде *SciLab* 5.1 разработана программа для расчета максимального числа нулловых схем произвольной – неавтономной и автономной – подсхемы. 2. Программа работает безошибочно при числе полюсов подсхемы 2, 3, ...15.

Литература

1. Королев Ф.А., Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ линейных электрических цепей методом объединения схемно-алгебраических формул // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН-2006. – Ульяновск: УлГТУ, 2006. – Т.3 – С. 98-115.

2. Курганов С.А., Филаретов В.В. Неравновесные нулловые схемы для символьного анализа цепей методом объединения подсхем // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2008. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – Вып. 6. – С. 202–210.

3. Курганов С.А., Трофимов Д.С. Программа для расчета числа нулловых схем // Тезисы докладов 44-й научно-технической конференции УлГТУ «Вузовская наука в современных условиях» (1–7 февраля 2010 г.). – Ульяновск: УлГТУ. – С.81.

4. Курганов С. А., Филаретов В. В. Нулловые схемы автономных подсхем // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международ. сборник научн. трудов / под ред. В.В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2009.– Вып.7.– С. 163–171.

Трофимов Денис Сергеевич – студент 2-го курса Энергетического факультета Ульяновского государственного технического университета; e-mail: dent111@mail.ru.

СИМВОЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПО ЧАСТЯМ МЕТОДОМ СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ РЕДУКЦИИ

С.А. Курганов, В.В. Филаретов

Метод схемно-алгебраической редукции обобщен на подсхемы с произвольными, в том числе, цепными параметрами. Приведены формулы для нахождения этих параметров и топологические условия их существования. Разработан иерархический алгоритм анализа сложных электрических цепей, который позволяет получить компактные символьные или численно-символьные выражения, экономичные при многократном расчете откликов или значений характеристического полинома.

Символьный или численно-символьный анализ эффективен при параметрическом исследовании сложных электроэнергетических и радиоэлектронных систем, когда требуется многократный расчет режима или характеристик системы. Так, при исследовании устойчивости системы с помощью собственных значений [1] или путем их локализации [2] необходимо многократное вычисление характеристического полинома. Многократный расчет режима требуется при изменении параметров и структуры электрической сети [3].

Для сложных систем эти задачи решаются по частям с помощью: 1) матричного исключения переменных подсхем в системе уравнений блочно-диагонального вида с двухсторонним окаймлением (БДДО) [1]; 2) исключения внутренних переменных подсхемы и формирования ее уравнений с гибридными и цепными параметрами относительно внешних переменных [4]; 3) приведения подсхемы к эквивалентному многомерному генератору (ЭМГ) с однородными или гибридными параметрами путем переноса элементов через сечение или по контуру [5].

В то же время метод переноса элементов [5] создает в формируемых символьных выражениях многочисленные операции вычитания даже для пассивных RLC -цепей без управляемых источников, что приводит к снижению точности расчета при большом разбросе параметров элементов исходной или производной схемы. Другим недостатком этого метода является излишняя трудоемкость, поскольку формирование параметров ЭМГ осуществляется через построение диэквивалентного генератора, внутренние ветви которого при объединении подсхем отбрасываются.

Матричные методы [1, 4] образуют при исключении внутренних переменных подсхем взаимно уничтожающиеся слагаемые с противоположными знаками, поскольку матрица параметров является избыточной – один и тот же параметр содержится в нескольких ячейках.

Недостатком метода [1] является также наличие специального алгоритма построения системы уравнений БДДО, при котором увеличивается значительно (в примере [1] в 2 раза) размерность этой системы.

Не требует построения систем уравнений и не образует избыточных отрицательных слагаемых метод схемно-алгебраической редукции (САР) [6], основанный на схемно-алгебраических формулах (САФ) и формулах выделения элементов. Однако этот метод, как и метод ЭМГ [5], разработан применительно к однородным и гибридным параметрам многополюсников и не допускает подсхемы с цепными параметрами, которые используются для описания длинных линий, линий задержки и электрических фильтров, а также подсхем с нуллорами [7].

Целью настоящей статьи является обобщение метода САР на подсхемы с произвольными, в том числе, цепными параметрами.

Схемно-алгебраические формулы (САФ) для нахождения параметров многополюсника. САФ для однородных и гибридных параметров многополюсников представляются в виде отношения схемных определителей [6]. САФ для произвольных, в том числе, цепных параметров могут быть найдены с помощью схемы на рис. 1 [4], где стороны многополюсника разделены на четыре типа: 1) с задающим током и зависимым напряжением (тип α); 2) с задающим напряжением и зависимым током (β); 3) с зависимыми током и напряжением (λ); 4) с задающими током и напряжением (θ). Уравнение такого многополюсника имеет вид

$$\begin{array}{|c|} \hline U^\alpha \\ \hline I^\beta \\ \hline U^\lambda \\ \hline I^\lambda \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline Z^{\alpha\alpha} & K^{\alpha\beta} & K^{\alpha\theta} & Z^{\alpha\theta} \\ \hline B^{\beta\alpha} & Y^{\beta\beta} & Y^{\beta\theta} & B^{\beta\theta} \\ \hline Z^{\lambda\alpha} & K^{\lambda\beta} & K^{\lambda\theta} & Z^{\lambda\theta} \\ \hline B^{\lambda\alpha} & Y^{\lambda\beta} & Y^{\lambda\theta} & B^{\lambda\theta} \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline I^\alpha \\ \hline U^\beta \\ \hline U^\theta \\ \hline I^\theta \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline E^\alpha \\ \hline J^\beta \\ \hline E^\lambda \\ \hline J^\lambda \\ \hline \end{array}, \quad (1)$$

где $U^\alpha = [\underline{U}_1^\alpha, \dots, \underline{U}_i^\alpha, \dots, \underline{U}_j^\alpha, \dots, \underline{U}_n^\alpha]^T$; $U^\beta = [\underline{U}_1^\beta, \dots, \underline{U}_k^\beta, \dots, \underline{U}_l^\beta, \dots, \underline{U}_p^\beta]^T$;

$U^\lambda = [\underline{U}_1^\lambda, \dots, \underline{U}_r^\lambda, \dots, \underline{U}_s^\lambda, \dots, \underline{U}_v^\lambda]^T$; $U^\theta = [\underline{U}_1^\theta, \dots, \underline{U}_r^\theta, \dots, \underline{U}_s^\theta, \dots, \underline{U}_v^\theta]^T$;

$I^\alpha = [\underline{I}_1^\alpha, \dots, \underline{I}_i^\alpha, \dots, \underline{I}_j^\alpha, \dots, \underline{I}_n^\alpha]^T$; $I^\beta = [\underline{I}_1^\beta, \dots, \underline{I}_k^\beta, \dots, \underline{I}_l^\beta, \dots, \underline{I}_p^\beta]^T$;

$I^\lambda = [\underline{I}_1^\lambda, \dots, \underline{I}_r^\lambda, \dots, \underline{I}_s^\lambda, \dots, \underline{I}_v^\lambda]^T$; $I^\theta = [\underline{I}_1^\theta, \dots, \underline{I}_r^\theta, \dots, \underline{I}_s^\theta, \dots, \underline{I}_v^\theta]^T$ – векторы

комплексных или операторных напряжений и токов сторон многополюсника (рис. 1); $Z^{\alpha\alpha}$, $Z^{\alpha\theta}$, $Z^{\lambda\alpha}$, $Z^{\lambda\theta}$ и $Y^{\beta\beta}$, $Y^{\beta\theta}$, $Y^{\lambda\beta}$, $Y^{\lambda\theta}$ – матрицы передаточных сопротивлений и проводимостей между указанными в индексах типами сторон многополюсника; $K^{\alpha\beta}$, $K^{\alpha\theta}$, $K^{\lambda\beta}$, $K^{\lambda\theta}$ и $B^{\beta\alpha}$, $B^{\beta\theta}$, $B^{\lambda\alpha}$, $B^{\lambda\theta}$ – матрицы коэффициентов передачи напряжения и тока; T – знак транспонирования.

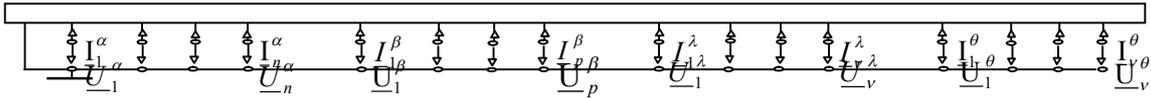


Рис. 1. Автономный многополюсник со сторонами α, β, λ и θ типа: символы токов и напряжений сторон с номерами $i, j, k, l, r, s, \delta = r$ и $\eta = s$ не показаны; задающие переменные сторон выделены здесь прямым шрифтом

Вывод САФ для параметров из формулы (1) аналогичен выводу формул для многополюсника, содержащего стороны только с одной задающей переменной (α и β типа) и характеризуемого однородными или гибридными параметрами [6]. Отличие состоит в том, что требуемое здесь равенство нулю двух задающих переменных (тока и напряжения) одной стороны нельзя обеспечить с помощью опытов холостого хода и короткого замыкания. В [4] эта задача решается путем проведения серии опытов с последующим решением дополнительной системы уравнений.

Здесь предлагается *обобщить в одном опыте свойства режимов холостого хода и короткого замыкания* с помощью направленных нуллов. При этом нуллаторы, ток и напряжение которых равны нулю, подключаются к сторонам θ с двумя задающими (известными) переменными, а соответствующие им нораторы – к сторонам, токи и напряжения которых являются зависимыми (не известными). Полученная схема обеспечивает требуемый режим многополюсника по аналогии с нулловым представлением базисной задачи диагностики [8], где нуллатор включается в ветвь, ток и напряжение которой известны, а норатор – в ветвь, параметр которой не известен.

Так расчетная схема (рис. 2) для формирования САФ передаточного сопротивления от j -й к i -й стороне многополюсника (рис. 1) получается подключением нуллаторов (обозначены одинарной укрупненной стрелкой) к сторонам θ , а соответствующих им нораторов (показаны двойной стрелкой) – к сторонам λ . При этом многополюсник считается неавтономным и выполняются следующие условия: $\underline{I}_q^\alpha = 0; q = 1, 2, \dots, n; q \neq j; \underline{U}_\mu^\beta = 0; \mu = 1, 2, \dots, p; \underline{U}_s^\theta = 0; \underline{I}_s^\theta = 0; s = 1, 2, \dots, v$, необходимые для получения искомой передаточной функции в виде

$$Z_{ij}^{\alpha\alpha} = \underline{U}_i^\alpha / \underline{I}_j^\alpha. \tag{2}$$

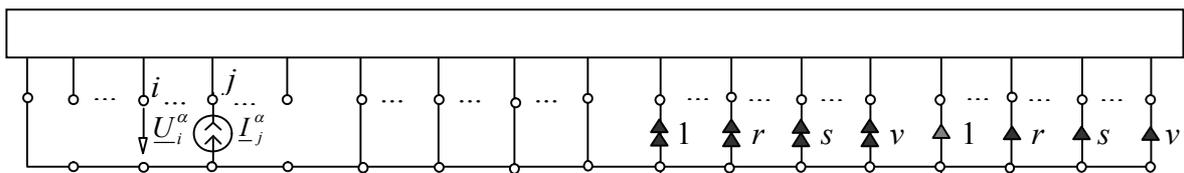


Рис. 2. Схема для нахождения передаточного сопротивления $Z_{ij}^{\alpha\alpha}$: парные нуллаторы и нораторы обозначены символами соответствующих сторон типа λ

параллельно или последовательно с нуллатором и норатором сторон θ и λ . Эти параллельные и последовательные соединения заменяются идеальным проводником и разрывом соответственно. В результате передаточные сопротивления и проводимости, коэффициенты передачи напряжения и тока для сторон r и η имеют вид соответственно

$$Z_{r\eta}^{\lambda\theta} = \frac{\left[\text{Circuit diagram for } Z_{r\eta}^{\lambda\theta} \right]}{D} \quad (8)$$

$$Y_{r\eta}^{\lambda\theta} = \frac{\left[\text{Circuit diagram for } Y_{r\eta}^{\lambda\theta} \right]}{D} \quad ; (9)$$

$$K_{r\eta}^{\lambda\theta} = \frac{\left[\text{Circuit diagram for } K_{r\eta}^{\lambda\theta} \right]}{D} \quad ; (10)$$

$$B_{r\eta}^{\lambda\theta} = \frac{\left[\text{Circuit diagram for } B_{r\eta}^{\lambda\theta} \right]}{D} \quad (11)$$

Как видно, схемы числителей передаточных функций (8)–(11) отличаются состоянием сторон r и η . Для передаточного сопротивления и проводимости они замкнуты и разомкнуты соответственно, а для коэффициента передачи напряжения (тока) сторона r замкнута (разомкнута), а η разомкнута (замкнута).

САФ для параметров эквивалентных источников эдс и тока E^{α} , E^{λ} и J^{β} , J^{λ} из формулы (1) находятся с помощью определителя схемы с независимыми источниками (НИ) – автономного многополюсника [9]. Схема такого определителя получается подключением нуллатора к стороне многополюсника, для которой требуется найти параметр эквивалентного источника, и помещается в числитель САФ для искомого параметра. В такой схеме отсутствует парный норатор, который появляется при выделении НИ [9]. В знаменатель САФ помещается тот же определитель

многополюсников в (12)–(15) требуются также формулы выделения независимых источников эдс и тока [9].

Топологические условия существования параметров многополюсников. Достаточным условием существования параметров многополюсника является невырожденность (отличие от нуля) определителя многополюсника D в формуле (4). Необходимые топологические условия состоят в том, что: 1) стороны β (рис. 1) с задающим напряжением не должны входить в контуры, содержащие только источники напряжения (независимые и управляемые) и нораторы, или только ветви тока и нулаторы [5]; 2) сечения вокруг полюсов, образующих стороны α с задающим током, не должны содержать только источники тока (независимые и управляемые) и нораторы или только ветви напряжения и нулаторы [5]; 3) стороны θ с двумя задающими переменными не должны входить в контуры, содержащие только ветви тока и нулаторы, а соответствующие этим сторонам полюса не должны образовывать сечения, содержащие только ветви напряжения и нулаторы; 4) стороны λ без задающих переменных (с зависимыми переменными) не должны входить в контуры, содержащие только источники напряжения и нораторы, а соответствующие этим сторонам полюса не должны образовывать сечения, содержащие только источники тока и нораторы.

Перечисленные здесь контуры и сечения вырождают многополюсник (его определитель равен нулю) и найти его параметры при данных типах сторон невозможно. Правила изменения типов сторон, вырождающих многополюсник, состоят в следующем: 1) если сторона с одной задающей переменной, то необходимо изменить тип задающей переменной этой стороны; 2) если сторона с двумя задающими (зависимыми) переменными, то сменить тип необходимо у двух сторон – у вырождающей стороны и любой стороны с двумя зависимыми (задающими) переменными. При необходимости можно сменить тип у двух сторон (одной из которых является вырождающая сторона) и получить пару сторон θ и λ . После изменения типа сторон необходимо вновь проверить многополюсник на выполнение топологических условий.

Схема замещения многополюсника. Нахождение параметров многополюсника равносильно исключению (редуцированию) в нем всех внутренних узлов. В результате исходный многополюсник на рис. 1 представляется более простой схемой замещения, содержащей только внешние узлы – полюсы. Такие схемы замещения сторон с одной задающей переменной детально известны [5].

Схемы замещения для сторон λ и θ формируются с помощью нулаторов подобно схеме замещения четырехполюсника с цепными параметрами [10]. На рис. 3 приведены схемы замещения таких сторон с номерами r и δ (рис. 1). Управляющими переменными для зависимых

источников в этих схемах являются переменные соответствующих сторон многополюсника на рис. 1.

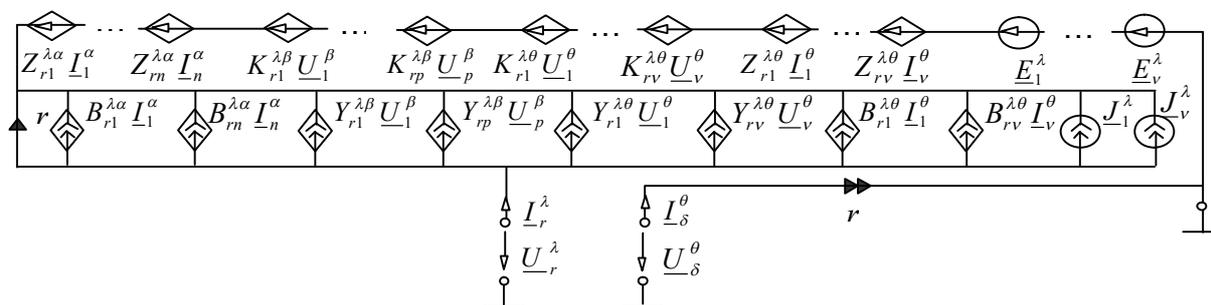


Рис. 3. Схема замещения сторон типа λ и θ с номерами r и δ (рис. 1)

Алгоритм иерархической схемно-алгебраической редукции. Для сложных схем, содержащих сотни элементов, схемы вида рис. 3 и формулы (4)–(14) и применяются многократно для анализа их по частям путем попарного объединения подсхем. Объединение осуществляется до тех пор, пока не образуется исходная схема. Такой метод получил название иерархической схемно-алгебраической редукции [5]. При этом искомый отклик формируется в виде последовательного выражения.

Алгоритм содержит следующие операции: 1) разделение схемы на n частей, содержащих 15–20 элементов; 2) определение типа сторон каждой подсхемы из п. 1 с последующей проверкой топологических и достаточных условий существования параметров; 3) нахождение символьных выражений параметров каждой подсхемы из п. 1 по формулам (4)–(14); 4) присвоение номера объединенной подсхеме (паре объединяемых подсхем) $k = 1$; 5) объединение схем замещения подсхем из пары с номером k и получение параметров объединенной подсхемы по формулам (4)–(14); 6) присвоение номера следующей объединенной подсхеме $k = k + 1$, если $k < (n - 1)$, то перейти к п. 4, иначе параметры исходной схемы, представленной в виде многополюсника с внешними полюсами, найдены; 7) нахождение отклика по формулам, аналогичным (11)–(14), в которых нуллятор подключается к полюсам искомого отклика.

Из альтернативных вариантов деления схемы на части выбирают вариант подсхем с наименьшим числом полюсов, что уменьшает трудоемкость анализа. Изложенный алгоритм реализован В.В. Филаретовым в программе REDSYM [6]. Программа позволяет получить символьные выражения для параметров подсхем, содержащих многие сотни элементов и узлов. С помощью этой программы проанализирована схема трехфазной электроэнергетической системы [11], содержащей 4 генераторные станции с трансформаторами и 2 линии передачи электроэнергии.

Метод САР позволяет анализировать более сложные схемы, чем метод схемных миноров [6] и метод нулловых схем [12], поскольку число параметров многополюсника значительно меньше, чем схемных миноров и нулловых схем. Особенно это проявляется при большом числе полюсов у подсхем – 6...10 и более [6], что характерно для электроэнергетических систем. Меньшими возможностями обладают и математические системы общего назначения, которые формируют выражения для электрических цепей сложностью 10–15 узлов [12].

Пример анализа схемы синхронного генератора с длинной линией и трехфазной нагрузкой (рис. 4). Параметры всех элементов известны. Синхронный генератор – подсхема 1 – представлен системной схемой замещения [11]. Подсхема 2 – длинная линия – задана волновыми параметрами [13]. Требуется найти символьные выражения характеристического полинома Δ и напряжения \underline{U}_4 на сопротивлении нагрузки.

Решение задачи осуществляется в соответствии с приведенным алгоритмом. Разбиение на подсхемы выполнено на рис. 4.

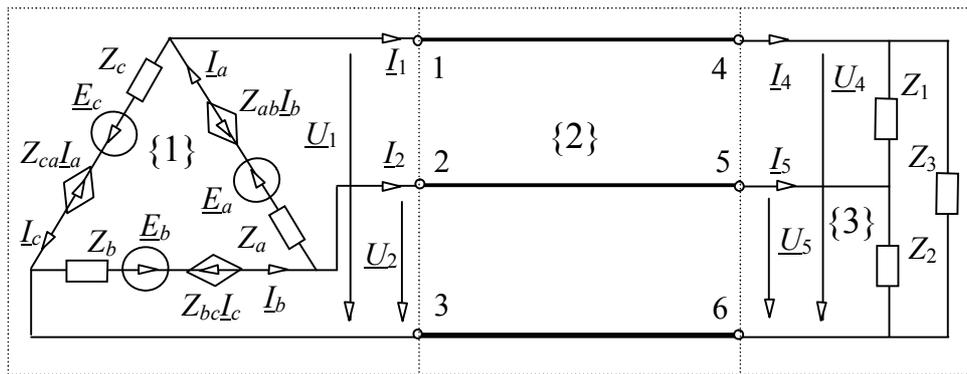


Рис. 4. Синхронный генератор с длинной линией и нагрузкой:
{1}, {2}, {3} – номера подсхем

Анализ подсхем. Подсхема 1 (рис. 4) содержит две стороны: 1–3 и 2–3, которые в дальнейшем обозначаются номерами 1 и 2. Для такой подсхемы наиболее компактными являются Z -параметры, поскольку она задана в базисе сопротивлений. Определитель подсхемы (знаменатель Z -параметров) в соответствии с формулой (4) имеет вид

$$D^1 = \begin{vmatrix} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram of subcircuit 1} \end{array} \end{vmatrix} = Z_a + Z_b + Z_c + Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}, \quad (16)$$

здесь и далее верхний индекс у символа D определителя подсхемы означает ее номер. При нахождении выражения (16) управляемые источники были эквивалентным образом заменены сопротивлениями, а определитель контура из сопротивлений равен их сумме [6]. Числители находятся аналогично по формуле (3). В результате искомые параметры имеют вид

$$\begin{aligned} Z_{11} &= [(Z_a + Z_b + Z_{ab})Z_c - Z_{bc}Z_{ca}] / D^1; & Z_{12} &= [(Z_b + Z_{ab})(Z_c + Z_{ca})] / D^1; \\ Z_{21} &= [Z_cZ_b - Z_{bc}(Z_a + Z_{ca} + Z_{ab})] / D^1; & Z_{22} &= [(Z_a + Z_c + Z_{ca})Z_b - Z_{ab}Z_{bc}] / D^1. \end{aligned} \quad (17)$$

Параметры эквивалентных источников эдс находятся аналогично по формуле (12)

$$\begin{aligned} \underline{E}_1 &= [(\underline{E}_a + \underline{E}_b)(Z_c + Z_{ca}) - \underline{E}_c(Z_a + Z_b + Z_{ab} + Z_{bc})] / D^1; \\ \underline{E}_2 &= [\underline{E}_b(Z_a + Z_c + Z_{ab} + Z_{ca}) - (\underline{E}_a + \underline{E}_c)(Z_b + Z_{bc})] / D^1. \end{aligned} \quad (18)$$

Подсхема 2 содержит 4 стороны с номерами 1, 2, 4, 5 (по номерам токов и напряжений на рис. 4) и характеризуется цепными параметрами, которые образуют следующую систему уравнений [13]

$$\begin{array}{|c|} \hline \underline{U}_1 \\ \hline \underline{U}_2 \\ \hline \underline{I}_1 \\ \hline \underline{I}_2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline K_{14} & K_{15} & Z_{14} & Z_{15} \\ \hline K_{24} & K_{25} & Z_{24} & Z_{25} \\ \hline Y_{14} & Y_{15} & B_{14} & B_{15} \\ \hline Y_{24} & Y_{25} & B_{24} & B_{25} \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline \underline{U}_4 \\ \hline \underline{U}_5 \\ \hline \underline{I}_4 \\ \hline \underline{I}_5 \\ \hline \end{array},$$

где обозначения напряжений и токов сторон, а также передаточных функций соответствуют системе (1), при этом тип сторон λ и θ у переменных $\underline{U}_1, \underline{U}_2, \underline{I}_1, \underline{I}_2$ и $\underline{U}_4, \underline{U}_5, \underline{I}_4, \underline{I}_5$ не указан.

Подсхема 3 анализируется аналогично подсхеме 1 и характеризуется следующими параметрами

$$Z_{44} = Z_3(Z_1 + Z_2) / D^3; \quad Z_{55} = Z_2(Z_1 + Z_3) / D^3; \quad Z_{45} = Z_{54} = Z_2Z_3 / D^3, \quad (19)$$

где $D^3 = Z_1 + Z_2 + Z_3$ – определитель подсхемы.

Объединение подсхем 1 и 2. Сначала объединяются подсхемы 1 и 2 в подсхему с номером 4 на рис. 5,а. При ее построении используются схемы замещения сторон типа λ и θ на рис. 3. При таком порядке объединения число сторон у подсхем как до, так и после объединения является минимальным.

В подсхеме 4 внешними являются две стороны с номерами 4 и 5 (рис. 5,а), для которых и находятся Z -параметры (рис. 5,б). Соответствующий определитель подсхемы имеет вид

$$D^4 = [(Y_{54}Y_{45} - Y_{44}Y_{55})Z_{12} + K_{44}Y_{45} - K_{45}Y_{44}]Z_{21} + (K_{55}Y_{54} - K_{54}Y_{55})Z_{12} + \\ + [(Y_{44}Y_{55} - Y_{45}Y_{54})Z_{11} + Y_{55}K_{44} - Y_{54}K_{45}]Z_{22} + (Y_{44}K_{55} - Y_{45}K_{54})Z_{11} - K_{54}K_{45} + K_{55}K_{44}. \quad (20)$$

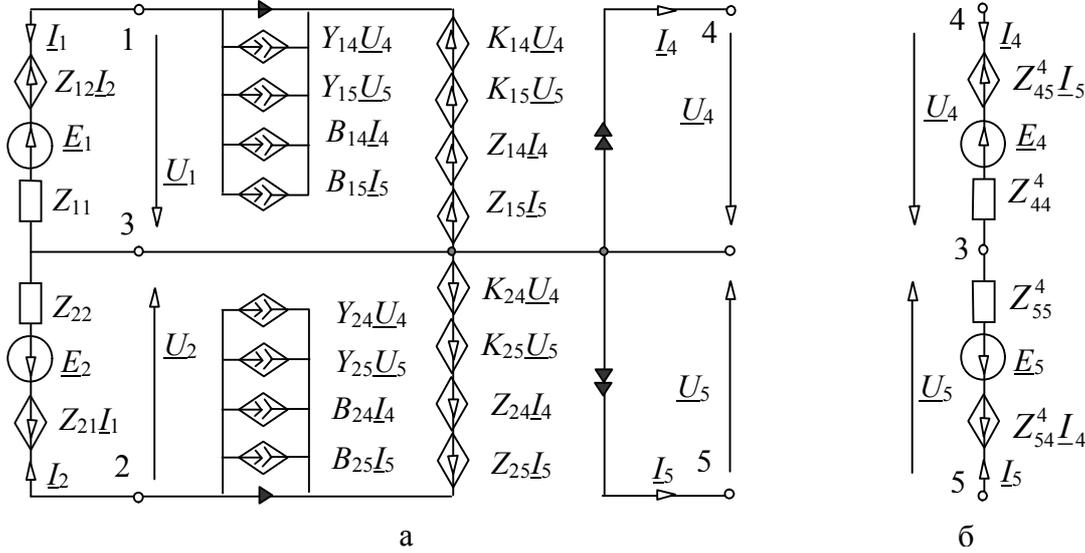


Рис. 5. Объединенная подсьема 4 (а), и ее схема замещения как многополюсника с двумя сторонами 4 и 5 (б)

Используя формулу (20), записываем Z -параметры подсьемы 4

$$Z_{44}^4 = \{[(Y_{45}B_{54} - B_{44}Y_{55})Z_{12} - B_{44}K_{45} + Y_{45}Z_{44}]Z_{21} + (B_{54}K_{55} - Z_{54}Y_{55})Z_{12} + [(B_{44}Y_{55} - Y_{45}B_{54})Z_{11} + \\ + Y_{55}Z_{44} - B_{54}K_{45}]Z_{22} + (B_{44}K_{55} - Y_{45}Z_{54})Z_{11} + K_{55}Z_{44} - Z_{54}K_{45}\} / D^4; \\ Z_{55}^4 = \{[(Y_{54}B_{45} - B_{55}Y_{44})Z_{12} + B_{45}K_{44} - Y_{44}Z_{45}]Z_{21} + (Y_{54}Z_{55} - B_{55}K_{54})Z_{12} + [(Y_{44}B_{55} - Y_{54}B_{45})Z_{11} + \\ + B_{55}K_{44} - Y_{54}Z_{45}]Z_{22} + (Y_{44}Z_{55} - B_{45}K_{54})Z_{11} - K_{54}Z_{45} + Z_{55}K_{44}\} / D^4; \\ Z_{45}^4 = \{[(Y_{45}B_{55} - B_{45}Y_{55})Z_{12} - B_{45}K_{45} + Z_{45}Y_{45}]Z_{21} + (B_{55}K_{55} - Y_{55}Z_{55})Z_{12} + [(B_{45}Y_{55} - Y_{45}B_{55})Z_{11} + \\ + Y_{55}Z_{45} - B_{55}K_{45}]Z_{22} + (B_{45}K_{55} - Y_{45}Z_{55})Z_{11} + K_{55}Z_{45} - Z_{55}K_{45}\} / D^4; \\ Z_{54}^4 = \{[(Y_{54}B_{44} - B_{54}Y_{44})Z_{12} + B_{44}K_{44} - Z_{44}Y_{44}]Z_{21} + (Y_{54}Z_{54} - B_{54}K_{54})Z_{12} + [(Y_{44}B_{54} - B_{44}Y_{54})Z_{11} + \\ + B_{54}K_{44} - Y_{54}Z_{44}]Z_{22} + (Y_{44}Z_{54} - B_{44}K_{54})Z_{11} - K_{54}Z_{44} + Z_{54}K_{44}\} / D^4; \\ E_4 = [(Z_{22}Y_{55} + K_{55} + Z_{21}Y_{45})E_1 - (Y_{45}Z_{11} + Y_{44}Z_{12} + K_{45})E_2] / D^4; \\ E_5 = [-(Z_{22}Y_{54} + K_{54} + Z_{21}Y_{44})E_1 + (Y_{44}Z_{11} + Y_{54}Z_{12} + K_{44})E_2] / D^4, \quad (21)$$

где верхний индекс у Z -параметров, обозначающий номер подсьемы, как и у символа определителя D , необходим, чтобы отличить их от одноименных параметров подсьемы 3 в формуле (19).

Объединение подсьем 4 и 3. Объединенная исходная подсьема 5 строится аналогично подсьеме 4 на рис. 5,а. Она содержит одну внешнюю

сторону с номером 4. Соответствующие Z -параметры находятся аналогично ранее рассмотренным подсхемам

$$\begin{aligned} Z_{44}^5 &= \{[(Z_{55}^4 + Z_{55})Z_{44} - Z_{45}Z_{54}]Z_{44}^4 - Z_{44}Z_{45}^4Z_{54}^4\} / D^5; \\ \underline{E}_4^5 &= \{[(Z_{55}^4 + Z_{55})Z_{44} - (Z_{54}^4 + Z_{54})Z_{45}]E_4 + (Z_{45}Z_{44}^4 - Z_{44}Z_{45}^4)E_5\} / D^5; \\ D^5 &= (Z_{55}^4 + Z_{55})(Z_{44}^4 + Z_{44}) - (Z_{45}^4 + Z_{45})(Z_{54}^4 + Z_{54}). \end{aligned} \quad (22)$$

Из (22) находятся искомый характеристический полином схемы $\Delta = D_5$ и напряжение $\underline{U}_4 = \underline{E}_4^5$, которые являются последовательными выражениями, включающими формулы (16)–(22). Формула для сопротивления Z_{44}^5 из (22) необходима, если к схеме подключаются другие подсхемы, кроме подсхем, изображенных на рис. 4. Анализ продолжается по рассмотренному здесь алгоритму, при этом используются формулы (16)–(22). Фактически выполняется корректировка полученного решения, из которого удаляются ненужные и добавляются новые выражения. Причем в схему могут добавляться (удаляться) не только ветви, как в [3], но и целые подсхемы.

Сравнение формулы по САР с формулами, полученными другими методами. Для этого приведем в строках 1, 2 и 3 табл. 1 число арифметических операций в формулах, полученных здесь методом САР, решением системы уравнений по законам Кирхгофа с матрицей в БДДО [1] и с помощью символьного блока системы *Maple* [12] соответственно. Матрица в БДДО размерностью 13 (строк и столбцов) содержит две квадратные диагональные подматрицы размерностью 5 и 8.

Таблица 1. Число арифметических операций в формулах для напряжения на нагрузке

№	Метод построения формул	Операции			
		*	+	–	/
1	Метод САР	159	85	69	16
2	Блочно-матричное исключение	332	209	151	15
3	По Maple операторами <code>linsolve</code> и <code>simplify (size)</code>	514	362	270	2

Как видно из табл. 1, число арифметических операций в формуле по методу САР в 2 и 3 раза меньше, чем в тождественных формулах, полученных блочно-матричным исключением и с помощью системы *Maple*. Сравнительные характеристики формул по методу САР будут улучшаться по мере роста сложности анализируемой схемы, поскольку при этом растет и число избыточных элементов в ее матрице.

При решении этой задачи методом переноса элементов [5] требуются дополнительные затраты для перехода от цепных параметров длинной линии к однородным или гибридным параметрам. При этом должно выполняться условие существования параметров. В рассматриваемом примере при переходе от цепных к Z -параметрам искомая формула увеличивается на 55 умножений, 22 сложения и 23 вычитания. В общем случае подсхема может не иметь других параметров, кроме цепных, например, при наличии в схеме аномальных элементов [7].

Выводы. 1. Выведены схемно-алгебраические формулы (САФ) для произвольных, в том числе, цепных параметров линейной подсхемы путем использования нуллора, объединяющего в одном опыте режимы холостого хода и короткого замыкания. Приведены обобщенные топологические условия существования параметров подсхем. САФ позволяют получить символьные выражения без взаимно уничтожающихся слагаемых.

2. Для символьного анализа сложных линейных электрических цепей разработан диакоптический (по частям) алгоритм иерархической схемно-алгебраической редукции, позволяющий многократно уменьшить число арифметических операций в символьных выражениях для откликов и характеристического полинома.

3. Метод схемно-алгебраической редукции позволяет корректировать полученное символьное выражение при подключении к системе дополнительных подсхем и элементов или при их отключении. Это осуществляется путем удаления из последовательного выражения ненужных подформул и добавления новых.

Литература

1. Михайлов В.Б. Спектральные методы расчета радиоэлектронных схем // Электричество, 2009, № 7.– С. 46–55.
2. Андреюк В.А. Метод локализации собственных значений и критерий статической устойчивости энергосистемы // Электричество, 2006, № 4.– С. 2–4.
3. Хачатрян В.С., Бадалян Н.П., Хачатрян К.В. Метод построения и коррекции узловых сопротивлений при учете комплексных коэффициентов трансформации // Электричество, 2009, № 8.– С. 27–32.
4. Шакиров М. А. Преобразования и диакоптика электрических цепей.– Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1980.– 196 с.
5. Курганов С.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ, диакоптика и диагностика линейных электрических цепей: Учебное пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– 320 с.
6. Чуа Л. О., Лин П. М. Машинный анализ электронных схем: Алгоритмы и вычислительные методы.– М.: Энергия, 1980.– 640 с.
7. Курганов С. А. Символьный подход к решению задачи диагностики электрических цепей // Электричество.– 2002.– № 8.– С. 49–52.

8. Коротков А.С., Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ дискретно-аналоговых цепей с переключаемыми конденсаторами.– Электричество.– 2009, № 4.– С. 37–47.

9. Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ линейных электронных цепей на основе схемно-алгебраических формул выделения параметров многополюсников // Электричество.– 2003, № 6.– С. 52–65.

10. Королёв Ф.А., Курганов С.А., Филаретов В.В. Сравнение методов анализа электрических цепей по частям в символьном виде // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3. – С. 91–104.

11. Шакиров М. А. Системные схемы замещения трехфазных машин и их применение для расчета несимметричных режимов электрических систем // Электротехника. – 2003. – № 3. – С. 26–35.

12. Каганов З.Г. Электрические цепи с распределенными параметрами и цепные схемы.– М.: Энергоатомиздат, 1990.– 248 с.

13. Дьяконов В.П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании.– М.: СОЛОН=Пресс, 2006.– 720 с.

ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

ХАРАКТЕРИСТИКИ ВХОДНЫХ СИГНАЛОВ СИСТЕМ РЕЛЕЙНОЙ ЗАЩИТЫ И ТРЕБОВАНИЯ К ПЕРВИЧНЫМ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯМ

А.В.Булычев

Новый исторический этап развития релейной защиты и автоматики электроэнергетических систем характеризуется широким применением цифровых технических средств, обладающих, практически, неисчерпаемыми вычислительными возможностями. В условиях, когда создаются интеллектуальные сети (Smart Grid), «цифровые подстанции» и цифровые средства релейной защиты нового поколения становится особенно актуальной задача обеспечения цифровых средств достоверной информацией о первичных контролируемых ими процессах. Поэтому исследования характеристик сигналов, используемых релейной защитой, и свойств первичных преобразователей, должны стать научно-технической основой создания первичных преобразователей нового поколения.

Обобщенные входные сигналы релейной защиты. Входными сигналами устройств релейной защиты и автоматики, как правило, служат токи в линиях электропередачи, обмотках генераторов, трансформаторов и других электрических машин, а также напряжение на зажимах этих элементов и шинах электрических систем. Принципы действия большинства устройств защиты таковы, что они должны реагировать на токи и напряжения, возникающие в защищаемых электрических цепях при повреждениях и аномальных режимах работы, сопровождающихся переходными процессами. Наиболее интенсивные переходные процессы вызывают короткие замыкания (КЗ).

Ток КЗ изменяется по сложному закону, определяемому многими факторами: мощностью источника питания, параметрами цепи КЗ, наличием автоматических регуляторов возбуждения на генераторах и др.

Напряжения в точках присоединения защит при КЗ также могут иметь весьма сложную форму.

Ток в цепи короткого замыкания, как правило, содержит апериодические составляющие, периодическую составляющую промышленной частоты, ряд составляющих высших гармоник и свободные колебательные составляющие, частота которых определяется параметрами цепи КЗ.

В большинстве случаев, применительно к релейной защите, можно не учитывать некоторые апериодические и свободные колебательные составляющие и представить ток КЗ в виде следующей суммы:

$$i_K(t) = I_a e^{-\frac{t}{\tau}} + I_{(1)} \cos(\omega t - \psi_1) + \\ + I_{(2)} \cos(2\omega t - \psi_2) + I_{(3)} \cos(3\omega t - \psi_3) + \dots,$$

где I_a – начальное значение основной апериодической составляющей тока КЗ; $\tau = \frac{L_K}{R_K}$ – постоянная времени цепи КЗ; L_K и R_K – индуктивность и активное сопротивление цепи КЗ; $I_{(1)}$, $I_{(2)}$, $I_{(3)}$ – амплитуды периодических составляющих тока КЗ первой, второй и третьей гармоник; ω – угловая частота периодической составляющей тока первой гармоники; ψ_1, ψ_2, ψ_3 – углы, характеризующие фазы соответствующих составляющих тока в момент возникновения КЗ.

Напряжение в месте установки защиты, так же как и ток в цепи КЗ, может содержать апериодические составляющие и ряд периодических и свободных колебательных составляющих с различными частотами.

Приняв во внимание все изложенное выше, можно составить обобщенную математическую модель входных сигналов устройств релейной защиты. Ей может служить математическое выражение следующего вида:

Приняв во внимание все изложенное выше, можно составить обобщенную математическую модель входных сигналов устройств релейной защиты. Ей может служить математическое выражение следующего вида:

$$x(t) = X_0 e^{-\beta_0 t} + \sum_{k=1}^n X_{mk} \cos(\omega_k t - \psi_k),$$

где X_0, β_0 – соответственно, начальное значение и коэффициент затухания основной апериодической составляющей сигнала; X_{mk}, ψ_k, ω_k – амплитуда, начальная фаза и частота k -той составляющей сигнала.

Представление об амплитудных значениях периодических и начальных уровнях апериодических составляющих входных сигналов устройств защиты можно получить на основе следующих рассуждений.

В большинстве случаев защиты контролируют токи защищаемых объектов от максимального тока холостого хода (обычно принимается равным 0.1 номинального тока), до максимально возможного ударного тока КЗ [1, 2]. Установившееся значение тока внешнего короткого замыкания современных генераторов обычно превышает номинальный ток в 6 – 7 раз, а ударный ток при наличии в нем апериодической составляющей может превышать номинальный в 10 – 15 раз. Учитывая возможность насыщения магнитопроводов [3], следует ориентироваться на изменение тока в защищаемых цепях в 150 – 200 раз.

Напряжение, как правило, контролируется защитами в более узком диапазоне. В электрических сетях обычно не допускается повышение

напряжения выше 1.4 номинального. Минимальное контролируемое напряжение в большинстве случаев составляет 0.05 номинального значения. Таким образом, динамический диапазон изменения напряжения составляет 25 – 30. Следует отметить, что некоторые переходные процессы сопровождаются значительно большими всплесками напряжения до 3-4 кратных значений относительно номинального, но они, как правило, имеют кратковременный характер и для их контроля применяются специальные преобразователи напряжения.

Входные сигналы релейной защиты в частотной области. В принципе существует два способа описания произвольного сигнала. Первый способ основан на математическом представлении сигнала в виде $y=x(t)$, где независимая переменная t – время. Этот подход был использован выше. Математическое представление сигнала по второму способу имеет вид $y=x(\omega)$, где независимая переменная ω – частота. Эти две формы представления сигнала связаны друг с другом преобразованием Фурье [4, 5].

Сигнал произвольной формы $x(t)$ представляется в частотной области в виде спектра, определяемого прямым преобразованием Фурье:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt .$$

Обратное преобразование Фурье позволяет преобразовать функцию частоты $X(\omega)$ в функцию времени:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega)e^{-j\omega t} d\omega .$$

Следует отметить, что преобразование Фурье применимо только к функциям $x(t)$, удовлетворяющим условиям Дирихле и абсолютно интегрируемым в бесконечных пределах.

Произвольный сигнал $x(t)$ в частотной области представляет собой совокупность бесконечной суммы гармонических колебаний, бесконечно близких по частоте и с бесконечно малыми амплитудами $\frac{X(j\omega)d\omega}{2\pi}$ во всем диапазоне частот от $-\infty$ до $+\infty$.

При решении практических задач функция времени $x(t)$ обычно бывает определена только при $t>0$. При $t<0$ принимают $x(t)=0$. Спектр сигнала в этом случае находится с помощью одностороннего преобразования Фурье:

$$X(j\omega) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt .$$

Спектры некоторых сигналов релейной защиты. Можно определить спектры некоторых распространенных сигналов, пользуясь преобразованием Фурье [1, 4].

Пусть имеется экспоненциальный сигнал:

$$x(t) = \begin{cases} e^{-\beta t} & \text{при } t \geq 0; \\ 0 & \text{при } t < 0, \end{cases}$$

где β – коэффициент затухания.

Тогда:

$$X(j\omega) = \int_0^{\infty} e^{-\beta t} \cdot e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{\beta + j\omega}.$$

Модуль и аргумент этой функции дают, соответственно, спектр амплитуд и спектр фаз сигнала (рис.1):

$$S(\omega) = |X(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\beta^2 + \omega^2}};$$

$$\theta(\omega) = -\text{arctg} \frac{\omega}{\beta}.$$

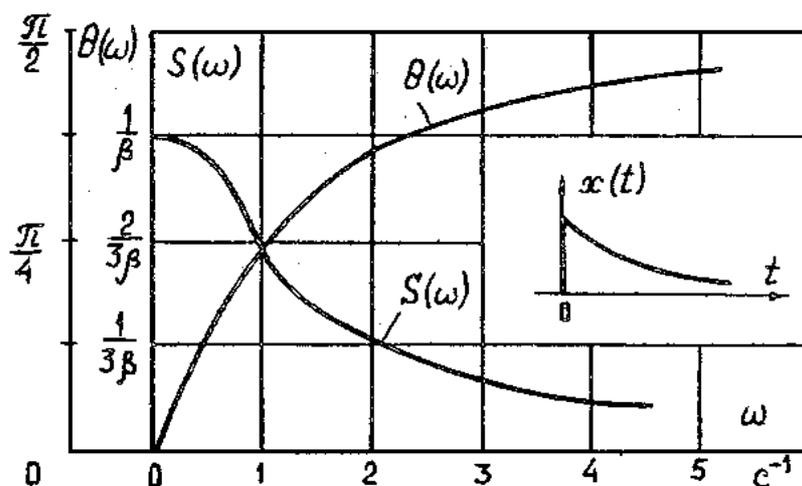


Рис. 1. Спектр амплитуд и спектр фаз сигнала

Как видно, амплитудный спектр имеет вид убывающей функции, максимальное значение которой соответствует нулевой частоте. Это означает, что большая часть энергии сигнала, несущей информацию о процессе, сосредоточена в частотном диапазоне вблизи нулевой частоты.

Прямоугольный импульс во временной области:

$$x(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 < t < t_1; \\ 0 & \text{при } t > 0 \text{ и } t > t_1. \end{cases}$$

В частотной области будем иметь:

$$X(j\omega) = \int_0^{t_1} e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{j\omega} (1 - e^{-j\omega t_1}) = \left[\frac{2}{\omega} \sin \frac{\omega t_1}{2} \right] e^{-j \frac{\omega t_1}{2}}.$$

Амплитудный спектр равен:

$$S(\omega) = \left| \frac{2}{\omega} \sin \frac{\omega t_1}{2} \right|.$$

Фазовый спектр определяется следующим образом:

$$\theta(\omega) = \frac{\omega t_1}{2} \text{ при } 0 < \omega < \frac{2\pi}{t_1};$$

$$\theta(\omega) = \frac{\omega t_1}{2} - \pi \text{ при } \frac{2\pi}{t_1} < \omega < \frac{4\pi}{t_1}$$

и т.д.

На рис.2 показаны спектры прямоугольного импульса конечной длительности.

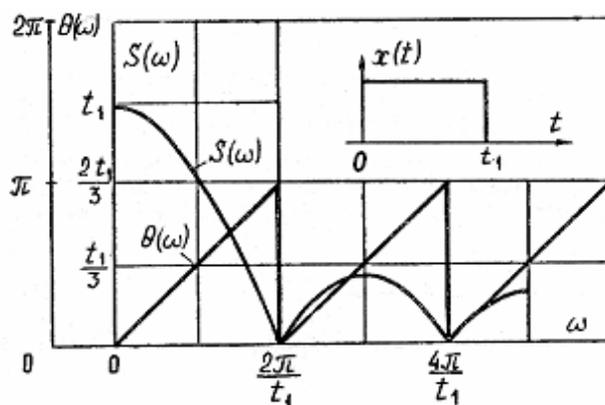


Рис. 2. Спектры прямоугольного импульса конечной длительности

С увеличением длительности импульса его амплитудный спектр группируется все в более узкой области вблизи нулевой частоты, а его значение возрастает, стремясь в пределе к бесконечности.

В пределе при $t \rightarrow 0$ прямоугольный импульс конечной продолжительности превращается в единичную импульсную функцию. В этом случае спектр равен:

$$X(j\omega) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{\omega t_1}{2}}{\frac{\omega t_1}{2}} e^{-j \frac{\omega t_1}{2}} = 1.$$

Это означает, что единичная импульсная функция имеет сплошной спектр, который выражается постоянной величиной и, следовательно, простирается до бесконечности по всей шкале частот без затухания.

Впрочем, по условиям работы защиты наблюдение за реальным процессом в контролируемой цепи ведется на протяжении определенного промежутка времени с момента появления сигнала до текущего момента τ . В этом случае спектр сигнала вычисляется так:

$$X(j\omega) = \int_0^{\tau} x(t)e^{-j\omega t} dt.$$

Практический интерес вызывает вычисление спектра сигнала, представляющего собой сумму ряда составляющих. Учитывая линейность преобразования Фурье, спектр этого сигнала можно определить как сумму спектров его отдельных составляющих. Поэтому, в соответствии с изложенным подходом, можно определить спектры отрезков экспоненциальной и косинусоидальной функций, а затем – совокупный спектр.

Сигнал экспоненциальной формы

$$x(t) = \begin{cases} e^{-\beta t} \text{ при } 0 \leq t \leq \tau; \\ 0 \text{ при } t < 0 \text{ и } t > \tau. \end{cases}$$

имеет сплошной спектр:

$$X(j\omega) = \frac{1 - e^{(\beta + j\omega)\tau}}{\beta + j\omega} = G + jQ.$$

Для амплитудного и фазового спектров имеем:

$$S(\omega) = \sqrt{G^2 + Q^2}; \quad \Theta(\omega) = \arctg \frac{Q}{G},$$

где

$$G = \frac{\beta(1 - e^{-\beta\tau} \cos \omega\tau) + \beta e^{-\beta\tau} \sin \omega\tau}{\beta^2 + \omega^2};$$

$$Q = \frac{\omega(1 - e^{-\beta\tau} \cos \omega\tau) - \omega e^{-\beta\tau} \sin \omega\tau}{\beta^2 + \omega^2}.$$

При наиболее вероятных значениях β ($5\text{с}^{-1} < \beta < 50\text{с}^{-1}$) амплитудный спектр, практически, не изменяется при изменении времени наблюдения (обычно $\tau > 0.01$ с) и определяется, главным образом, коэффициентом затухания β .

Можно определить спектр сигнала в виде отрезка косинусоиды, амплитуда которой равна 1:

$$x(t) = \begin{cases} \cos \Omega t \text{ при } 0 \leq t \leq \tau; \\ 0 \text{ при } t < 0 \text{ и } t > \tau, \end{cases}$$

где Ω – частота сигнала.

Наблюдая за сигналом целое число периодов колебаний, будем иметь следующий спектр:

$$X(j\omega) = \frac{j\omega}{\Omega^2 - \omega^2} \left(1 - e^{-\frac{j\omega}{\Omega} 2\pi n} \right),$$

где n – целое число периодов косинусоиды, наблюдаемое за время τ .

Амплитудный спектр этого сигнала равен:

$$S(\omega) = \left| \frac{\omega}{\Omega^2 - \omega^2} 2 \sin\left(\frac{\omega}{\Omega} \pi n\right) \right|.$$

Амплитудный спектр сигнала в виде отрезка косинусоиды существенно зависит от времени наблюдения и по мере увеличения n группируется все в более узкой области частот вблизи Ω .

Передача и преобразование сигналов информации связаны с передачей и преобразованием энергии. Поэтому для количественной оценки параметров сигналов можно установить частотный диапазон, в котором сконцентрирована основная часть энергии сигнала.

В соответствии с теоремой Релея [4] каждому участку амплитудного спектра сигнала присуща определенная плотность энергии, пропорциональная $|S(\omega)|$. Следовательно, по виду функции $|S(\omega)|$, не вычисляя строго энергию сигнала, можно приближенно судить о ее распределении в частотной области. Так, подавляющая часть энергии сигналов, наиболее близких по форме к реальным, сосредоточена в диапазоне частот от 0 до 500 Гц (рис.3).

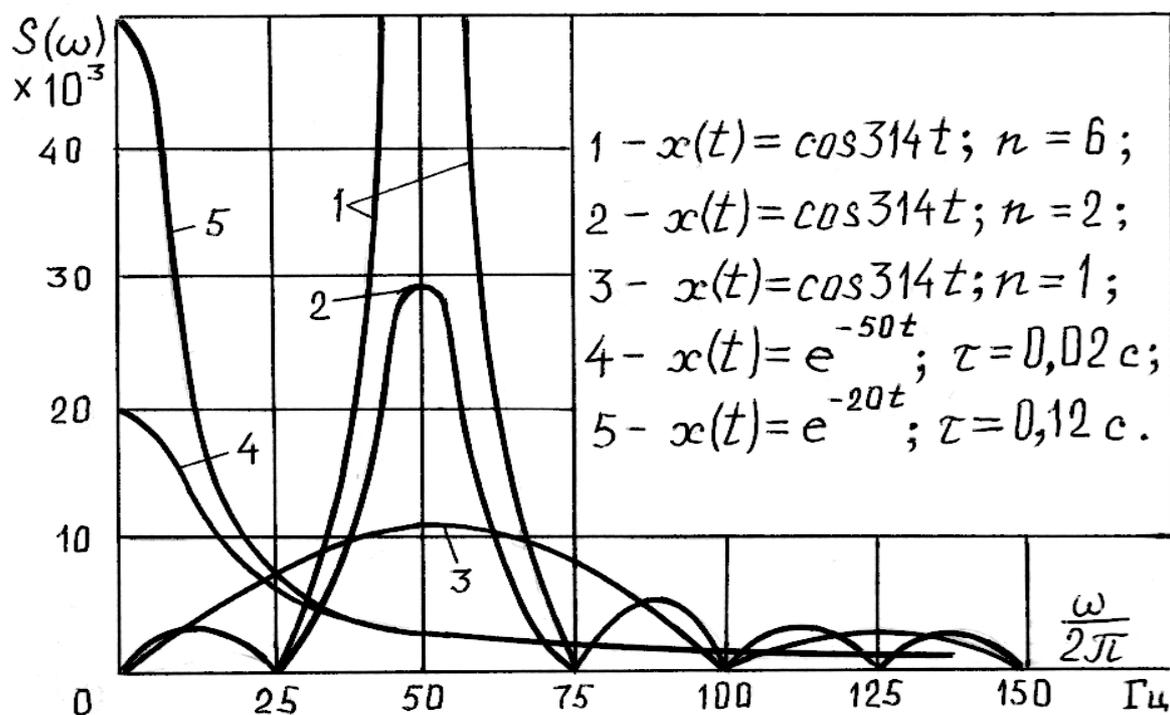


Рис. 3. График функции $|S(\omega)|$

Однако следует заметить, что с уменьшением времени наблюдения за сигналом, что соответствует повышению быстродействия защит, его амплитудный спектр расширяется и становится более однородным. Следовательно, для более быстродействующих защит, которые, несомненно, появятся в будущем, необходимы первичные преобразователи сигналов с еще более широким рабочим частотным диапазоном, обеспечивающим неискажающую передачу сигналов.

Все это необходимо учитывать при выборе преобразователей информации в системах защиты. Например, передача и преобразование сигналов в быстродействующих защитах будут осуществляться с минимальными потерями информации, если в них будут использованы элементы, рабочий диапазон которых включает в себя частоты от 0 до 500 Гц. Для защит, реагирующих только на периодическую составляющую сигнала и действующих с выдержкой времени, можно использовать преобразователи информации с более узким рабочим частотным диапазоном.

Прохождение сигналов релейной защиты через первичные преобразователи. Можно привести наглядные примеры прохождения сигналов релейной защиты через наиболее распространенные в настоящее время электромагнитные трансформаторы тока (ТТ) с линейными свойствами и различными частотными характеристиками [6].

Путем математического и физического моделирования одиночных электромагнитных ТТ установлено, что их преобразовательные свойства в линейных режимах работы при использовании в системах релейной защиты достаточно точно отображаются передаточной функцией [1,7]:

$$H_{\text{ТТ}}(p) = \frac{I_2(p)}{I_1'(p)} = \frac{bp}{a_2p^2 + a_1p + a_0},$$

где $I_2(p)$ и $I_1'(p)$ – изображения по Лапласу вторичного и приведенного ко вторичной цепи первичного токов; $a_0 - a_2$, b – постоянные коэффициенты, определяемые параметрами обмоток и сердечника ТТ.

В соответствии с Г-образной схемой замещения ТТ (рис. 4): $a_0 = R_{\Pi}R_2$; $a_1 = R_{\Pi}(L + L_2) + LR_2$; $a_2 = LL_2$; $b = R_{\Pi}L$; $R_2 = r_2 + R_{\text{Н}}$; $L_2 = L_{\text{д2}} + L_{\text{Н}}$; L и R_{Π} – приведенные ко вторичной обмотке индуктивность намагничивания и активное сопротивление потерь ТТ; $L_{\text{д2}}$ и r_2 – индуктивность рассеяния и активное сопротивление вторичной обмотки ТТ; $L_{\text{Н}}$ и $R_{\text{Н}}$ – индуктивность и активное сопротивление нагрузки ТТ.

Пусть на вход ТТ на временном интервале от 0 до τ воздействует сигнал $x(t)$ синусоидальной формы:

$$x(t) = \begin{cases} \sin \omega_0 t & \text{при } 0 \leq t \leq \tau; \\ 0 & \text{при } t < 0, t > \tau. \end{cases}$$

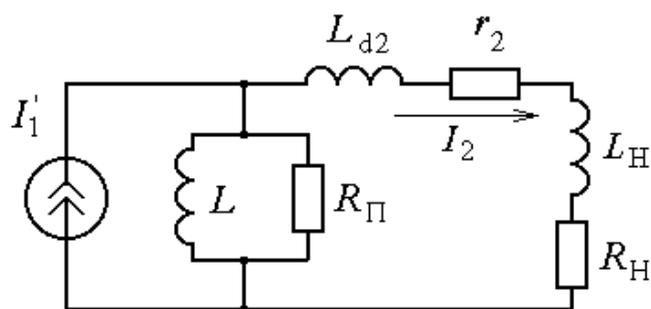


Рис. 4. Схема замещения ТТ

Задача прохождения отрезка сигнала синусоидальной формы через ТТ во временной области приводит к дифференциальному уравнению Абеля, аналитическое решение которого громоздко и его трудно использовать для дальнейшего анализа [8]. Поэтому, с целью упрощения процедуры анализа и получения наглядных зависимостей, входной сигнал можно представить в виде разности двух сигналов (рис. 5):

$$x(t) = x_1(t) - x_2(t).$$

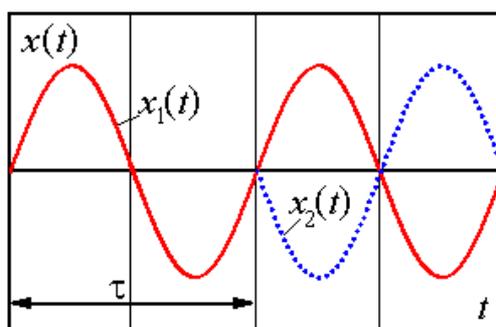


Рис. 5. Представление входного сигнала в виде разности двух сигналов

Здесь:

$$x_1(t) = \begin{cases} \sin \omega_0 t & \text{при } t \geq 0; \\ 0 & \text{при } t < 0. \end{cases}$$

$$x_2(t) = \begin{cases} (-1)^n \sin \omega_0 (t - \tau) & \text{при } t - \tau \geq 0; \\ 0 & \text{при } t - \tau < 0, \end{cases}$$

где $\tau = \pi \cdot n / \omega_0$; n – целое число полупериодов сигнала; ω_0 – угловая частота входного сигнала.

Реакция ТТ на входной сигнал $x(t)$ представляет собой разность двух сигналов:

$$y(t) = y_1(t) - y_2(t),$$

где $y_1(t)$ – реакция ТТ на сигнал $x_1(t)$; $y_2(t)$ – реакция ТТ на сигнал $x_2(t)$.

При воздействии на вход ТТ сигнала $x_1(t)$ изображение по Лапласу выходного сигнала определяется так:

$$y_1(p) = x_1(p) \cdot H_{\text{ТТ}}(p).$$

Здесь $x_1(p) = \frac{\omega_0}{p^2 + \omega_0^2}$ – изображение по Лапласу входного сигнала $x_1(t)$.

Тогда

$$y_1(p) = \frac{\omega_0}{\omega_0^2 \left(\frac{1}{\omega_0^2} p^2 + 1 \right)} \frac{bp}{a_0 \left(\frac{a_2}{a_0} p^2 + \frac{a_1}{a_0} p + 1 \right)}.$$

Или

$$y_1(p) = \frac{T_0}{T_0^2 p^2 + 1} \frac{b_1 p}{d_2 p^2 + d_1 p + 1},$$

где

$$T_0 = \frac{1}{\omega_0}; \quad b_1 = \frac{b}{a_0} = \frac{L}{R_2}; \quad d_2 = \frac{a_2}{a_0} = \frac{LL_2}{R_{\text{П}}R_2};$$

$$d_1 = \frac{a_1}{a_0} = \frac{R_{\text{П}}(L + L_2) + LR_2}{R_{\text{П}}R_2} = \frac{L + L_2}{R_2} + \frac{L}{R_{\text{П}}}.$$

Изображение выходного сигнала можно представить так:

$$y_1(p) = \frac{T_0 b_1 p}{(T_0^2 p^2 + 1)(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}.$$

Оригинал реакции ТТ на входной сигнал x_1 имеет следующий вид [9]:

$$y_1(t) = T_0 b_1 [-C \sin(\omega_0 t + \theta) + C_1 e^{-\alpha_1 t} + C_2 e^{-\alpha_2 t}].$$

Здесь: $C, C_1, C_2, \alpha_1, \alpha_2, \theta$ – постоянные коэффициенты, значения которых определяются параметрами ТТ.

Аналогично решению для $y_1(t)$ определяется реакция:

$$y_2(\delta) = (-1)^n [-C \sin(\omega_0 \delta + \theta) + C_1 e^{-\alpha_1 \delta} + C_2 e^{-\alpha_2 \delta}] T_0 B_1,$$

Поскольку на выходе ТТ важно иметь точные мгновенные значения сигналов, то качество преобразования сигналов ТТ следует характеризовать абсолютной погрешностью преобразования мгновенных значений сигнала, т.е. разностью [10]:

$$\varepsilon(t) = K_{\text{ТТ}} x(t) - y(t),$$

где $K_{\text{ТТ}}$ – идеальный коэффициент передачи ТТ; $x(t)$ и $y(t)$ – входной и выходной, соответственно, сигналы ТТ.

Для удобства анализа можно принять $K_{\text{ТТ}} = 1$. Тогда

$$\varepsilon(t) = x(t) - y(t).$$

На временном интервале от 0 до τ будем иметь:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t);$$

$$\varepsilon_1(t) = \sin \omega_0 t + K_1 \sin(\omega_0 t + \Theta);$$

$$\varepsilon_2(t) = T_0 b_1 C_1 e^{-\alpha_1 t} - T_0 b_1 C_2 e^{-\alpha_2 t};$$

где $K_1 = T_0 b_1 C$.

Связь погрешностей ТТ с его параметрами можно установить используя граничные параметры частотных характеристик ТТ [1,7]:

$$f_H = \frac{A_H}{\sqrt{1-A_H^2}} \frac{R_2}{2\pi L} = \frac{A_H}{\sqrt{1-A_H^2}} \frac{1}{2\pi\tau_{\text{ТТ}}} \quad \text{или} \quad f_H = \frac{1}{2\pi\tau_{\text{ТТ}} \text{tg}\varphi_H}.$$

Здесь: f_H – нижняя граничная частота ТТ; A_H и φ_H – допустимый относительный уровень амплитудной характеристики и допустимый фазовый сдвиг на нижней границе полосы пропускания ТТ; $\tau_{\text{ТТ}}$ – постоянная времени ТТ.

Учитывая реальные соотношения параметров ТТ можно принять:

$$\tau_{\text{ТТ}} = \frac{L}{R_2} = T_1.$$

Как видно, увеличение $\tau_{\text{ТТ}}$, т.е. T_1 соответствует снижению нижней граничной частоты ТТ.

Учитывая принятое допущение: $T_1 = \frac{L}{R_2}$ и то, что $T_2 \ll T_0$, получим:

$$K_1 = \frac{T_1}{\sqrt{T_0^2 + T_1^2}};$$

$$\lim_{T_1 \rightarrow \infty} K_1 = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{T_1}{\sqrt{T_0^2 + T_1^2}} = 1.$$

$$\theta = -\text{arctg} \frac{T_1}{T_0} - \text{arctg} \frac{T_2}{T_0} - 90^\circ.$$

Можно принять $\frac{T_2}{T_0} = 0$, тогда

$$\lim_{T_1 \rightarrow \infty} \theta = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \left(-\text{arctg} \frac{T_1}{T_0} \right) - \frac{\pi}{2} = -\pi.$$

Таким образом, увеличение T_1 вызывает снижение периодической составляющей погрешности ТТ ε_1 :

$$\lim_{T_1 \rightarrow \infty} \varepsilon_1 = 0.$$

Следовательно, можно констатировать, что расширение полосы рабочих частот ТТ в область нижних частот так же вызывает снижение периодической составляющей погрешности ТТ.

С учетом допущений, принятых ранее, для апериодической составляющей погрешности имеем:

$$\varepsilon_2 = \frac{T_0 T_1}{T_0^2 + T_1^2} e^{-\alpha_1 t} - \frac{T_2}{T_0} e^{-\alpha_2 t}.$$

При реальных параметрах ТТ $\alpha_2 \gg \alpha_1$. Поэтому вторая экспонента затухает значительно быстрее и погрешность ε_2 через несколько десятков микросекунд после начала процесса определяется, в основном, экспонентой: $K_2 e^{-\alpha_1 t}$, где

$$K_2 = \frac{T_1 T_0}{T_1^2 + T_0^2};$$

$$\lim_{T_1 \rightarrow \infty} K_2 = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{T_0}{2T_1} = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{0}{2} = 0.$$

Как видно, увеличение T_1 (что эквивалентно снижению нижней граничной частоты ТТ) вызывает уменьшение начального значения первой экспоненциальной составляющей погрешности. Характер второй экспоненциальной составляющей погрешности определяется, в основном, величиной T_2 и, практически, не зависит от T_1 .

После исчезновения входного сигнала при $t \geq \tau$ сигнал на выходе ТТ не исчезает мгновенно. Это вызывает возникновение погрешности преобразования еще и при $t > \tau$:

$$\varepsilon_\tau = -T_0 b_1 C_1 e^{-\alpha_1 t} - T_0 b_1 C_1 e^{-\alpha_1 \delta} + T_0 b_1 C_2 e^{-\alpha_2 \delta}.$$

Зависимость ε_τ от T_1 аналогична зависимости ε_2 от T_1 , т.е. чем больше T_1 , тем меньше начальное значение экспоненты.

На рис.6 показана зависимость погрешности преобразования ТТ сигнала в виде отрезка синусоидальной функции с частотой $\omega_0 = 314 \text{ с}^{-1}$ и длительностью 3 полупериода от постоянной T_1 (нижней граничной частоты f_H) и текущего времени t в виде поверхности в трехмерном пространстве.

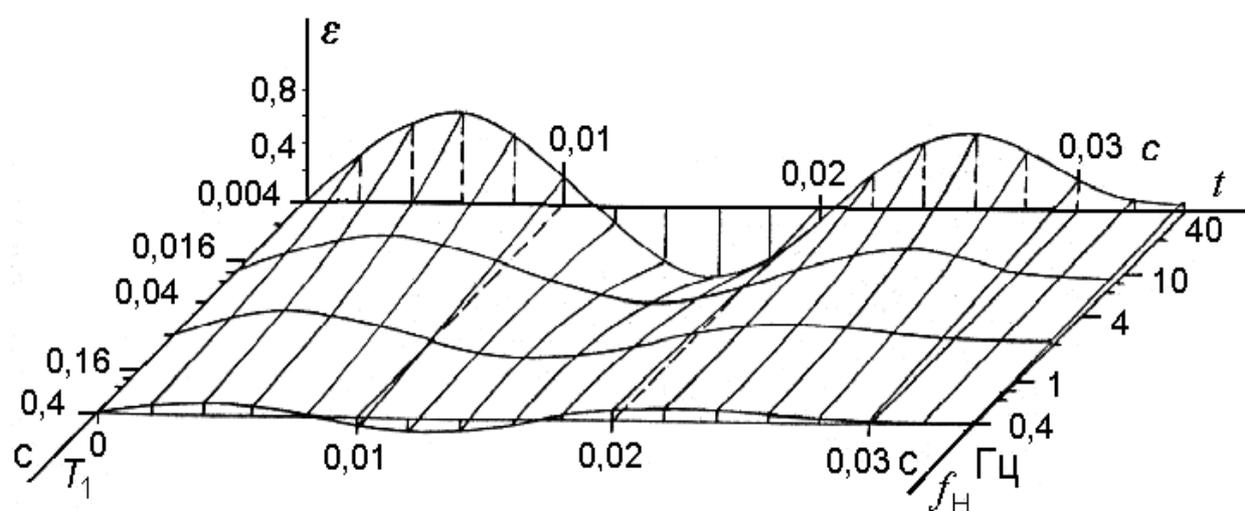


Рис. 6. Зависимость погрешности преобразования ТТ от частоты f_H

Адекватность математической модели изучаемому процессу подтверждена результатами исследований на физических моделях трансформаторов тока.

Картины переходных процессов, полученные при физическом моделировании прохождения сигналов в виде отрезков функций синусоидальной формы через трансформаторы тока с различными постоянными времени T_1 (нижними граничными частотами) показаны на рис. 7 и рис. 8. Здесь $x(t)$ и $y(t)$ – первичный и вторичный, соответственно, токи ТТ.

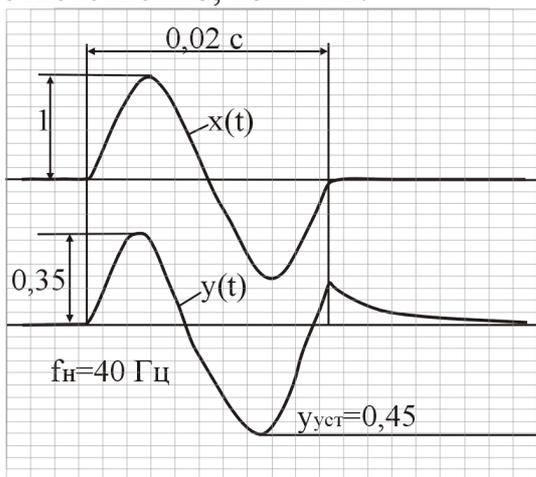


Рис. 7.

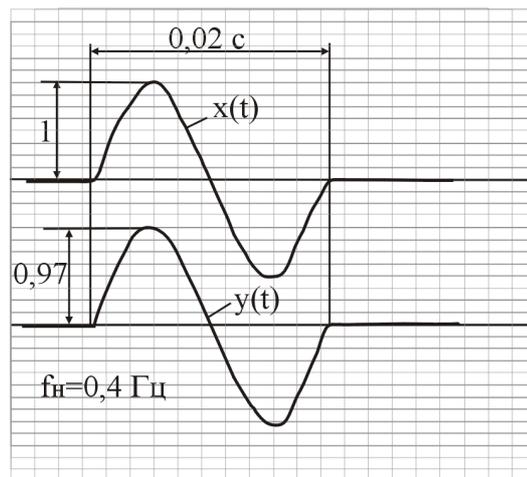


Рис. 8

Выходной сигнал ТТ $y(t)$, для которого $T_1 = 0,004$ с (нижняя граничная частота равна 37 Гц), как видно (см. рис.7) значительно отличается от входного сигнала $x(t)$ по относительному значению амплитуды и фазы. Кроме того, видно, что сигнал на выходе ТТ при $t > \tau$, как отмечалось и выше, отличается от нуля.

Трансформатор тока, для которого $T_1 = 0,4$ с, преобразует входной сигнал с более высокой точностью (рис.8). Его погрешность не превышает 5%.

Сравнительный анализ результатов математического и физического моделирования позволил установить, что использованные математические модели сигналов и первичных преобразователей в достаточной степени адекватны исследуемым процессам, а принятые при теоретическом анализе допущения правомерны.

Выводы: 1. Для вновь создаваемой релейной защиты нового поколения необходимы первичные преобразователи тока и напряжения, обеспечивающие неискажающую передачу сигналов релейной защиты. 2. Динамический диапазон линейной работы преобразователей тока и неискажающего преобразования первичного тока для релейной защиты должен составлять не менее 200. Для первичных преобразователей напряжения этот диапазон должен быть не менее 30. 3. По предварительным (приближенным) оценкам для реализации новой

концепции построения систем релейной защиты необходимо иметь первичные преобразователи тока и напряжения с рабочим частотным диапазоном от 0 до 500 Гц. Причем, предельно допустимые погрешности (искажения) преобразования на границах частотного диапазона и допустимая степень искажения сигналов в переходных режимах должны быть определены путем углубленного строгого научного обоснования.

4. Исследовано влияние частотных характеристик электромагнитных ТТ на точность их работы. Установлено, что погрешности связаны с параметрами ТТ экспоненциальными функциями, убывающими при снижении нижней граничной частоты ТТ. Показано, что ТТ с нижней граничной частотой полосы пропускания менее 0,1 Гц, как правило, имеют достаточно хорошие метрологические показатели. Характеристики ТТ с нижней граничной частотой более 0,1 Гц не удовлетворяют требованиям современных систем защиты по неискажающей передаче сигналов, и требуется улучшение их характеристик.

5. Показано, что сужение полосы пропускания первичных преобразователей тока (особенно в области нижних частот) приводит к искажениям выходного сигнала в переходных режимах в наиболее ответственных ситуациях при передаче характерных для релейной защиты сигналов. Это служит весомым обоснованием необходимости расширения рабочего частотного диапазона первичных преобразователей в область нижних частот.

Литература

1. Ванин В.К., Павлов Г.М. Релейная защита на элементах вычислительной техники.– Л.: Энергоатомиздат, 1991.–336 с.
2. Ульянов С.А. Электромагнитные переходные процессы в электрических системах. – М.-Л.: Энергия. 1964. – 704 с.
3. Смоловик С.В. Влияние насыщения сердечников на параметры и переходные процессы мощных синхронных генераторов // Электроэнергетика. Сборник научных трудов. – СПб.: СПбГТУ, 1996 г.– С. 72–88.
4. Харкевич А.А. Спектры и анализ. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. – 236 с.
5. Атабеков Г.И. Основы теории цепей. – М.: Энергия, 1969. – 76 с.
6. Алюнов А.Н., Булычев А.В., Гуляев В.А. Прохождение сигналов релейной защиты через электромагнитные трансформаторы тока // Электричество.– 2004 г.– №7.– С. 29–33.
7. Булычев А.В., Ванин В.К. Исследование частотных характеристик трансформаторов тока // Энергетика (Изв. высш. учеб. заведений).– 1987.– №8.– С. 16–21.
8. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1976. – 576 с.

9. Макаров И.М., Менский Б.Б. Линейные автоматические системы. – М.: Машиностроение, 1982. – 504 с.

10. Стогний Б.С. Теория высоковольтных измерительных преобразователей переменного тока и напряжения. – Киев: Наукова думка, 1984. – 272 с.

Александр Витальевич Булычев – д.т.н., профессор кафедры Электроснабжение Вологодского государственного технического университета, заместитель генерального директора ОАО «Всероссийский научно-исследовательский, проектно-конструкторский и технологический институт релестроения с опытным производством» по науке, e-mail: bulychev@vniir.ru

КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ТРЕХ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ

А. А. Гришкевич, А. Е. Бурмутаев

В [1] разработан метод оценки структурной надежности схем сложных электрических систем, который основан на приближенных формулах для учета вклада одно-, двух- и трехэлементных сечений (совокупностей элементов системы, одновременный отказ которых приводит к отказу всей системы, а отказ любого непустого подмножества этой совокупности к отказу системы не приводит) в результирующие показатели надежности. Ниже рассматривается построение компьютерных моделей (в форме текста на алгоритмическом языке) функционирования трех элементов системы. (Ранее были построены модели функционирования одного [2] и двух [3] элементов.) Вычисления в рамках предложенных моделей позволят уточнить приближенные формулы при различных предположениях относительно проведения аварийных и профилактических ремонтов.

Марковская модель функционирования одного элемента электрической системы с точки зрения надежности [1,4] представлена на рис. 1.

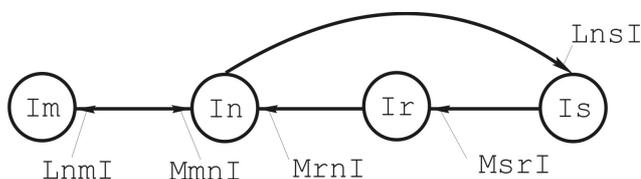


Рис.1. Марковская модель функционирования одного элемента

Каждый элемент I электрической системы может находиться в одном из четырех состояний m, n, r, s , где n – состояние нормальной работы элемента, s – состояние между отказом элемента и завершением оперативных переключений (отказ типа «короткое замыкание»), r – состояние аварийного ремонта элемента (отказ типа «обрыв цепи»), m – состояние профилактического ремонта (преднамеренного отключения) элемента. Для элемента I будем использовать обозначения: $LnsI, LnmI$ – интенсивность отказов и предупредительных ремонтов элемента I соответственно; $MsrI, MrnI, MmnI$ – интенсивность аварийных переключений, аварийных и профилактических ремонтов элемента I соответственно; $TsrI$ ($TsrI=1/MsrI$), $TrnI$ ($TrnI=1/MrnI$), $TmnI$ ($TmnI=1/MmnI$) – среднее время переключений, аварийного и профилактического ремонтов элемента I соответственно. Для иных элементов системы обозначения аналогичны.

Выбор подобной модели позволяет использовать данные [5].

Математическая модель функционирования элементов электрической системы с точки зрения надежности. Процесс одновременного функционирования нескольких элементов электрической системы с точки зрения надежности рассмотрим как однородный процесс Маркова [4]. При этом асимптотические (стационарные) значения вероятностей состояний удовлетворяют системе линейных уравнений $AP=O$, где P – вектор-столбец стационарных значений вероятностей состояний, O – вектор-столбец из нулей, A – матрица интенсивностей переходов. В матрице A в строке i и столбце $j \neq i$ стоит суммарная интенсивность всех потоков ведущих из состояния j в состояние i , а в строке i и столбце $j=i$ стоит суммарная интенсивность всех потоков, выводящих систему из состояния i , со знаком минус [6].

Таким образом, под математической моделью будем понимать матрицу интенсивностей переходов A .

Язык описания модели. Математический язык, например формулы, хорошо воспринимаются человеком. Предложения обычного языка вполне могут служить для описания алгоритма. Однако непосредственно указанные конструкции компьютером не воспринимаются. Для интерфейса с компьютерами разработаны специальные формальные алгоритмические языки.

Достоинством использования алгоритмического языка является возможность непосредственного перенесения текста описания в транслятор с целью получения исполняемого компьютерного кода. В этом случае возможно использование фрагментов программ (основанных на трудной в понимании теории, изоощренной технике алгоритмической реализации, трудоемких процедурах формирования данных, ...), которые не содержат ошибок и не требуют отладки. Кроме этого задается

однозначная смысловая трактовка выражений, что весьма важно при проведении научных исследований и интерпретации представленных результатов.

В качестве языка описания выбран язык программирования C++ [7]. Этот язык обладает широкими возможностями по проектированию и созданию программного обеспечения. Для данного языка в сети Internet доступно большое количество бесплатных трансляторов и разнообразных библиотек программ (например, многоязыковая коллекция алгоритмов для решения проблем в области численного анализа и обработки данных [8], библиотеки интервального анализа [9,10]), распространяемых, в частности, под Открытым лицензионным соглашением GNU GPL [11]. Это соглашение предоставляет пользователю право копировать, модифицировать и распространять программы, а также гарантировать, что и пользователи всех производных программ получают вышеперечисленные права.

В настоящее время язык программирования C++ является одним из стандартов для записи алгоритмов. Это один из нескольких современных языков программирования, на котором в последние годы осуществляется систематическая публикация текстов различных алгоритмов.

Символика переменных и матриц должна быть реализована в текстовом формате с использованием стандартного набора символов. Указанное позволяет обеспечить наиболее широкие возможности по просмотру, редактированию и преобразованиям модели, например, при помощи средств компьютерной алгебры [12]. Сложность выбора символических обозначений при этих требованиях заключается в сохранении понятности и наглядности для человека.

Текстовый формат, например, не позволяет использовать индексы в привычном математическом обозначении. Стандартный способ обращения к элементу массива a в языке программирования C++ выглядит $a[x][y]$. Однако в пакетах ALGLIB [8], PROFIL/BIAS [9] и Int4Sci [10] используются не квадратные скобки, а круглые. Т.е. для обращения к элементам массива используется перегруженный оператор $()$. Код, обращающийся к элементу матрицы с индексами i, j будет выглядеть как $a(i, j)$. Соответственно, для матрицы интенсивностей переходов A элементы обозначаются $a(i-w, j-w)$; $i, j=1, 2, \dots, n$. Здесь i есть номер строки (номер уравнения), j – номер столбца (номер переменной), n – порядок системы уравнений. Придание значения $w=1$ ($w=0$) позволяет получить систему, нумерация элементов которой начинается с 0 (1).

Пространство состояний трехэлементной модели построим на основе модели функционирования одного элемента с точки зрения надежности. При этом будем считать, что состояние системы определяется состоянием каждого элемента системы.

Преднамеренный вывод одного элемента в профилактический ремонт снижает надежность сечения, содержащего этот элемент. Однако профилактические ремонты необходимы. Одновременный же вывод в ремонт двух и более элементов сечения, еще более снижающий надежность, не является неизбежным, поскольку ремонт следующего элемента сечения можно провести после окончания ремонта предыдущего элемента сечения.

Предположение 1. Запрещены состояния с двойными и тройными профилактическими ремонтами.

Каждый элемент трехэлементной модели может находиться в 4 состояниях s, r, n, m . Итого $4^3 = 64$ состояния. Запрещение состояний с двойными ($3+3+3=9$) и тройными (1) профилактическими ремонтами дает $64-9-1=54$ состояния. Таким образом, пространство состояний для трехэлементной модели насчитывает 54 состояния.

Нумерация состояний трехэлементной модели, используемая при дальнейшем изложении, приведена в табл. 1, столбец 2. Соответствующий номер указан в скобках после состояния. Так, состоянию $IsKmOs$ присвоен номер 1.

Таблица 1

Матрица интенсивностей переходов трехэлементной модели при предположениях 1–3

Состояние →	Состояние →	Состояние	Ненулевые элементы матрицы $a(,)$
1	2	3	4
$InKmOs$ (3) $LnsI$ $IsKmOn$ (31) $LnsO$ $IsKmOs$ (4)	$IsKmOs$ (1)	$IrKmOs$ (2) $MsrI$ $IsKnOs$ (4) $MmnK$ (п4) $IsKmOr$ (16) $MsrO$	$a(1-w, 1-w) = (-MmnK - MsrI - MsrO)$; $a(1-w, 3-w) = LnsI$; $a(1-w, 31-w) = LnsO$;
$IsKmOs$ (1) $MsrI$ $IrKmOn$ (32) $LnsO$ $IrKmOs$ (5)	$IrKmOs$ (2)	$InKmOs$ (3) $MrnI$ (п4) $IrKnOs$ (5) $MmnK$ (п4) $IrKmOr$ (17) $MsrO$	$a(2-w, 1-w) = MsrI$; $a(2-w, 2-w) = (-MrnI - MmnK - MsrO)$; $a(2-w, 32-w) = LnsO$;
$IrKmOs$ (2) $MrnI$ (п4) $InKnOs$ (6) $LnmK$ (п4) (п5) $InKmOn$ (33) $LnsO$ $ImKmOs$ (→)	$InKmOs$ (3)	$IsKmOs$ (1) $LnsI$ $InKnOs$ (6) $MmnK$ (п4) $InKmOr$ (18) $MsrO$ $ImKmOs$ (→)	$a(3-w, 2-w) = MrnI$; $a(3-w, 3-w) = (-LnsI - MsrO - MmnK)$; $a(3-w, 6-w) = LnmK$; $a(3-w, 33-w) = LnsO$;
$IsKmOs$ (1) $MmnK$ (п4) $InKnOs$ (6) $LnsI$ $IsKrOs$ (8) $MrnK$ (п4) $IsKnOn$ (34) $LnsO$	$IsKnOs$ (4)	$IrKnOs$ (5) $MsrI$ $IsKsOs$ (12) $LnsK$ $IsKnOr$ (19) $MsrO$ $IsKmOs$ (→)	$a(4-w, 1-w) = MmnK$; $a(4-w, 4-w) = (-MsrI - LnsK - MsrO)$; $a(4-w, 6-w) = LnsI$; $a(4-w, 8-w) = MrnK$; $a(4-w, 34-w) = LnsO$;
$IrKmOs$ (2) $MmnK$ (п4) $IsKnOs$ (4) $MsrI$ $IrKrOs$ (9) $MrnK$ (п4) $IrKnOn$ (35) $LnsO$	$IrKnOs$ (5)	$InKnOs$ (6) $MrnI$ (п4) $IrKsOs$ (13) $LnsK$ $IrKnOr$ (20) $MsrO$ $IrKmOs$ (→)	$a(5-w, 2-w) = MmnK$; $a(5-w, 4-w) = MsrI$; $a(5-w, 5-w) = (-MrnI - LnsK - MsrO)$; $a(5-w, 9-w) = MrnK$; $a(5-w, 35-w) = LnsO$;
$InKmOs$ (3) $MmnK$ (п4) $IrKnOs$ (5) $MrnI$ (п4) $ImKnOs$ (7) $MmnI$ (п4) $InKrOs$ (10) $MrnK$ (п4) $InKnOn$ (36) $LnsO$	$InKnOs$ (6)	$IsKnOs$ (4) $LnsI$ $ImKnOs$ (7) $LnmI$ (п4) (п5) $InKsOs$ (14) $LnsK$ $InKmOs$ (3) $LnmK$ (п4) (п5) $InKnOr$ (21) $MsrO$	$a(6-w, 3-w) = MmnK$; $a(6-w, 5-w) = MrnI$; $a(6-w, 6-w) = (-LnsI - LnsK - MsrO - LnmK - LnmI)$; $a(6-w, 7-w) = MmnI$; $a(6-w, 10-w) = MrnK$; $a(6-w, 36-w) = LnsO$;
$InKnOs$ (6) $LnmI$ (п4) (п5) $ImKrOs$ (11) $MrnK$ (п4) $ImKnOn$ (37) $LnsO$ $ImKmOs$ (→)	$ImKnOs$ (7)	$InKnOs$ (6) $MmnI$ (п4) $ImKsOs$ (15) $LnsK$ $ImKnOr$ (22) $MsrO$ $ImKmOs$ (→)	$a(7-w, 6-w) = LnmI$; $a(7-w, 7-w) = (-MmnI - LnsK - MsrO)$; $a(7-w, 11-w) = MrnK$; $a(7-w, 37-w) = LnsO$;
$InKrOs$ (10) $LnsI$ $IsKsOs$ (12) $MsrK$	$IsKrOs$ (8)	$IrKrOs$ (9) $MsrI$ $IsKnOs$ (4) $MrnK$ (п4) $IsKrOr$ (23) $MsrO$	$a(8-w, 8-w) = (-MrnK - MsrI - MsrO)$; $a(8-w, 10-w) = LnsI$; $a(8-w, 12-w) = MsrK$;

IsKrOn (38) LnsO			$a(8-w, 38-w) = \text{LnsO};$
IsKroOs (8) MsrI IrKsOs (13) MsrK IrKrOn (39) LnsO	IrKroOs (9)	InKroOs (10) MrnI (n4) IrKnOs (5) MrnK (n4) IrKroOr (24) MsrO	$a(9-w, 8-w) = \text{MsrI};$ $a(9-w, 9-w) = (-\text{MrnI} - \text{MrnK} - \text{MsrO});$ $a(9-w, 13-w) = \text{MsrK};$ $a(9-w, 39-w) = \text{LnsO};$
IrKroOs (9) MrnI (n4) ImKroOs (11) MmnI (n4) InKsOs (14) MsrK InKrOn (40) LnsO	InKroOs (10)	IsKroOs (8) LnsI InKnOs (6) MrnK (n4) InKroOr (25) MsrO ImKroOs (11)	$a(10-w, 9-w) = \text{MrnI};$ $a(10-w, 10-w) = (-\text{MrnK} - \text{LnsI} - \text{MsrO});$ $a(10-w, 11-w) = \text{MmnI};$ $a(10-w, 14-w) = \text{MsrK};$ $a(10-w, 40-w) = \text{LnsO};$
ImKsOs (15) MsrK ImKrOn (41) LnsO ImKroOs (10)	ImKroOs (11)	InKroOs (10) MmnI (n4) ImKnOs (7) MrnK (n4) ImKroOr (26) MsrO	$a(11-w, 11-w) = (-\text{MrnK} - \text{MmnI} - \text{MsrO});$ $a(11-w, 15-w) = \text{MsrK};$ $a(11-w, 41-w) = \text{LnsO};$
IsKnOs (4) LnsK InKsOs (14) LnsI IsKsOn (42) LnsO	IsKsOs (12)	IrKsOs (13) MsrI IsKroOs (8) MsrK IsKsOr (27) MsrO	$a(12-w, 4-w) = \text{LnsK};$ $a(12-w, 12-w) = (-\text{MsrK} - \text{MsrI} - \text{MsrO});$ $a(12-w, 14-w) = \text{LnsI};$ $a(12-w, 42-w) = \text{LnsO};$
IrKnOs (5) LnsK IsKsOs (12) MsrI IrKsOn (43) LnsO	IrKsOs (13)	InKsOs (14) MrnI (n4) IrKroOs (9) MsrK IrKsOr (28) MsrO	$a(13-w, 5-w) = \text{LnsK};$ $a(13-w, 12-w) = \text{MsrI};$ $a(13-w, 13-w) = (-\text{MrnI} - \text{MsrK} - \text{MsrO});$ $a(13-w, 43-w) = \text{LnsO};$
InKnOs (6) LnsK IrKsOs (13) MrnI (n4) ImKsOs (15) MmnI (n4) InKsOn (44) LnsO	InKsOs (14)	IsKsOs (12) LnsI InKroOs (10) MsrK InKsOr (29) MsrO ImKsOs (15)	$a(14-w, 6-w) = \text{LnsK};$ $a(14-w, 13-w) = \text{MrnI};$ $a(14-w, 14-w) = (-\text{LnsI} - \text{MsrK} - \text{MsrO});$ $a(14-w, 15-w) = \text{MmnI};$ $a(14-w, 44-w) = \text{LnsO};$
ImKnOs (7) LnsK ImKsOn (45) LnsO ImKsOs (14)	ImKsOs (15)	InKsOs (14) MmnI (n4) ImKroOs (11) MsrK ImKsOr (30) MsrO	$a(15-w, 7-w) = \text{LnsK};$ $a(15-w, 15-w) = (-\text{MmnI} - \text{MsrK} - \text{MsrO});$ $a(15-w, 45-w) = \text{LnsO};$
IsKmOs (1) MsrO InKmOr (18) LnsI IsKmOr (19)	IsKmOr (16)	IrKmOr (17) MsrI IsKnOr (19) MmnK (n4) IsKmOn (31) MrnO (n4)	$a(16-w, 1-w) = \text{MsrO};$ $a(16-w, 16-w) = (-\text{MmnK} - \text{MrnO} - \text{MsrI});$ $a(16-w, 18-w) = \text{LnsI};$
IrKmOs (2) MsrO IsKmOr (16) MsrI IrKnOr (20)	IrKmOr (17)	InKmOr (18) MrnI IrKnOr (20) MmnK IrKmOn (32) MrnO	$a(17-w, 2-w) = \text{MsrO};$ $a(17-w, 16-w) = \text{MsrI};$ $a(17-w, 17-w) = (-\text{MmnK} - \text{MrnO} - \text{MrnI});$
InKmOs (3) MsrO IrKmOr (17) MrnI InKnOr (21) LnmK (n5) ImKmOr (-)	InKmOr (18)	IsKmOr (16) LnsI InKnOr (21) MmnK InKmOn (33) MrnO ImKmOr (-)	$a(18-w, 3-w) = \text{MsrO};$ $a(18-w, 17-w) = \text{MrnI};$ $a(18-w, 18-w) = (-\text{MrnO} - \text{MmnK} - \text{LnsI});$ $a(18-w, 21-w) = \text{LnmK};$
IsKnOs (4) MsrO IsKmOr (16) MmnK (n4) InKnOr (21) LnsI IsKroOr (23) MrnK (n4)	IsKnOr (19)	IrKnOr (20) MsrI IsKsOr (27) LnsK IsKnOn (34) MrnO (n4) IsKmOr (16)	$a(19-w, 4-w) = \text{MsrO};$ $a(19-w, 16-w) = \text{MmnK};$ $a(19-w, 19-w) = (-\text{LnsK} - \text{MsrI} - \text{MrnO});$ $a(19-w, 21-w) = \text{LnsI};$ $a(19-w, 23-w) = \text{MrnK};$
IrKnOs (5) MsrO IrKmOr (17) MmnK IsKnOr (19) MsrI IrKroOr (24) MrnK	IrKnOr (20)	InKnOr (21) MrnI IrKsOr (28) LnsK IrKnOn (35) MrnO IrKmOr (17)	$a(20-w, 5-w) = \text{MsrO};$ $a(20-w, 17-w) = \text{MmnK};$ $a(20-w, 19-w) = \text{MsrI};$ $a(20-w, 20-w) = (-\text{LnsK} - \text{MrnO} - \text{MrnI});$ $a(20-w, 24-w) = \text{MrnK};$
InKnOs (6) MsrO InKmOr (18) MmnK IrKnOr (20) MrnI ImKnOr (22) MmnI InKroOr (25) MrnK	InKnOr (21)	IsKnOr (19) LnsI ImKnOr (22) LnmI (n5) InKsOr (29) LnsK InKmOr (18) LnmK (n5) InKnOn (36) MrnO	$a(21-w, 6-w) = \text{MsrO};$ $a(21-w, 18-w) = \text{MmnK};$ $a(21-w, 20-w) = \text{MrnI};$ $a(21-w, 21-w) = (-\text{LnmK} - \text{LnmI} - \text{MrnO} - \text{LnsK} - \text{LnsI});$ $a(21-w, 22-w) = \text{MmnI};$ $a(21-w, 25-w) = \text{MrnK};$
ImKnOs (7) MsrO InKnOr (21) LnmI (n5) ImKroOr (26) MrnK ImKmOr (-)	ImKnOr (22)	InKnOr (21) MmnI ImKsOr (30) LnsK ImKnOn (37) MrnO ImKmOr (-)	$a(22-w, 7-w) = \text{MsrO};$ $a(22-w, 21-w) = \text{LnmI};$ $a(22-w, 22-w) = (-\text{MmnI} - \text{LnsK} - \text{MrnO});$ $a(22-w, 26-w) = \text{MrnK};$
IsKroOs (8) MsrO InKroOr (25) LnsI IsKsOr (27) MsrK	IsKroOr (23)	IrKroOr (24) MsrI IsKnOr (19) MrnK (n4) IsKroOn (38) MrnO (n4)	$a(23-w, 8-w) = \text{MsrO};$ $a(23-w, 23-w) = (-\text{MrnK} - \text{MsrI} - \text{MrnO});$ $a(23-w, 25-w) = \text{LnsI};$ $a(23-w, 27-w) = \text{MsrK};$
IrKroOs (9) MsrO IsKroOr (23) MsrI IrKsOr (28) MsrK	IrKroOr (24)	InKroOr (25) MrnI IrKnOr (20) MrnK IrKroOn (39) MrnO	$a(24-w, 9-w) = \text{MsrO};$ $a(24-w, 23-w) = \text{MsrI};$ $a(24-w, 24-w) = (-\text{MrnK} - \text{MrnI} - \text{MrnO});$ $a(24-w, 28-w) = \text{MsrK};$
InKroOs (10) MsrO	InKroOr (25)	IsKroOr (23) LnsI	$a(25-w, 10-w) = \text{MsrO};$

IrKrOr (24) MrnI ImKrOr (26) MmnI InKsOr (29) MsrK		InKnOr (21) MrnK InKrOr (40) MrnO ImKrOr (26)	a (25-w, 24-w) = MrnI; a (25-w, 25-w) = (-MrnK-LnsI-MrnO); a (25-w, 26-w) = MmnI; a (25-w, 29-w) = MsrK;
ImKrOs (11) MsrO ImKsOr (30) MsrK ImKrOr (25)	ImKrOr (26)	InKrOr (25) MmnI ImKnOr (22) MrnK ImKrOn (41) MrnO	a (26-w, 11-w) = MsrO; a (26-w, 26-w) = (-MrnK-MmnI-MrnO); a (26-w, 30-w) = MsrK;
IsKsOs (12) MsrO IsKnOr (19) LnsK InKsOr (29) LnsI	IsKsOr (27)	IrKsOr (28) MsrI IsKrOr (23) MsrK IsKsOn (42) MrnO (π4)	a (27-w, 12-w) = MsrO; a (27-w, 19-w) = LnsK; a (27-w, 27-w) = (-MsrK-MsrI-MrnO); a (27-w, 29-w) = LnsI;
IrKsOs (13) MsrO IrKnOr (20) LnsK IsKsOr (27) MsrI	IrKsOr (28)	InKsOr (29) MrnI (π4) IrKrOr (24) MsrK IrKsOn (43) MrnO (π4)	a (28-w, 13-w) = MsrO; a (28-w, 20-w) = LnsK; a (28-w, 27-w) = MsrI; a (28-w, 28-w) = (-MsrK-MrnI-MrnO);
InKsOs (14) MsrO InKnOr (21) LnsK IrKsOr (28) MrnI (π4) ImKsOr (30) MmnI (π4)	InKsOr (29)	IsKsOr (27) LnsI InKrOr (25) MsrK InKsOn (44) MrnO (π4) ImKsOr (30)	a (29-w, 14-w) = MsrO; a (29-w, 21-w) = LnsK; a (29-w, 28-w) = MrnI; a (29-w, 29-w) = (-LnsI-MsrK-MrnO); a (29-w, 30-w) = MmnI;
ImKsOs (15) MsrO ImKnOr (22) LnsK ImKsOr (29) IsKmOr (16) MrnO (π4) InKmOn (33) LnsI IsKmOn (34) LnmK (π4) (π5)	ImKsOr (30)	InKsOr (29) MmnI (π4) ImKrOr (26) MsrK ImKsOn (45) MrnO (π4)	a (30-w, 15-w) = MsrO; a (30-w, 22-w) = LnsK; a (30-w, 30-w) = (-MmnI-MsrK-MrnO);
IrKmOr (17) MrnO IsKmOn (31) MsrI IrKnOn (35) LnmK (π5) IrKmOn (-)	IrKmOn (31)	IrKmOn (32) MsrI IsKnOn (34) MmnK (π4) IsKmOs (1) LnsO IsKmOn (-)	a (31-w, 16-w) = MrnO; a (31-w, 31-w) = (-MmnK-MsrI-LnsO); a (31-w, 33-w) = LnsI; a (31-w, 34-w) = LnmK;
IrKmOr (17) MrnO IsKmOn (31) MsrI IrKnOn (35) LnmK (π5) IrKmOn (-)	IrKmOn (32)	InKmOn (33) MrnI IrKnOn (35) MmnK IrKmOs (2) LnsO IrKmOn (-)	a (32-w, 17-w) = MrnO; a (32-w, 31-w) = MsrI; a (32-w, 32-w) = (-MmnK-MrnI-LnsO); a (32-w, 35-w) = LnmK;
InKmOr (18) MrnO IrKmOn (32) MrnI InKnOn (36) LnmK InKmOn (-) ImKmOn (-) IsKnOr (19) MrnO (π4) IsKmOn (31) MmnK (π4) InKnOn (36) LnsI IsKrOn (38) MrnK (π4) IsKnOm (46) MmnO (π4)	InKmOn (33)	IsKmOn (31) LnsI InKnOn (36) MmnK InKmOs (3) LnsO ImKmOn (-) InKmOn (-)	a (33-w, 18-w) = MrnO; a (33-w, 32-w) = MrnI; a (33-w, 33-w) = (-MmnK-LnsO-LnsI); a (33-w, 36-w) = LnmK;
IsKnOr (19) MrnO (π4) IsKmOn (31) MmnK (π4) InKnOn (36) LnsI IsKrOn (38) MrnK (π4) IsKnOm (46) MmnO (π4)	IsKnOn (34)	IrKnOn (35) MsrI IsKsOn (42) LnsK IsKmOn (31) LnmK (π4) (π5) IsKnOs (4) LnsO IsKnOm (46) LnmO (π4) (π5)	a (34-w, 19-w) = MrnO; a (34-w, 31-w) = MmnK; a (34-w, 34-w) = (-LnsO-LnsK-LnmO-MsrI-LnmK); a (34-w, 36-w) = LnsI; a (34-w, 38-w) = MrnK; a (34-w, 46-w) = MmnO;
IrKnOr (20) MrnO IrKmOn (32) MmnK IsKnOn (34) MsrI IrKrOn (39) MrnK IrKnOm (47) MmnO	IrKnOn (35)	InKnOn (36) MrnI IrKsOn (43) LnsK IrKmOn (32) LnmK (π5) IrKnOs (5) LnsO IrKnOm (47) LnmO (π5)	a (35-w, 20-w) = MrnO; a (35-w, 32-w) = MmnK; a (35-w, 34-w) = MsrI; a (35-w, 35-w) = (-LnsO-LnsK-LnmO-MrnI-LnmK); a (35-w, 39-w) = MrnK; a (35-w, 47-w) = MmnO;
InKnOn (21) MrnO InKnOr (33) MmnK IrKnOn (35) MrnI ImKnOn (37) MmnI InKrOn (40) MrnK InKnOm (48) MmnO	InKnOn (36)	IsKnOn (34) LnsI ImKnOn (37) LnmI InKsOn (44) LnsK InKmOn (33) LnmK InKnOs (6) LnsO InKnOm (48) LnmO	a (36-w, 21-w) = MrnO; a (36-w, 33-w) = MmnK; a (36-w, 35-w) = MrnI; a (36-w, 36-w) = (-LnsI-LnsK-LnmO-LnmI-LnmK-LnsO); a (36-w, 37-w) = MmnI; a (36-w, 40-w) = MrnK; a (36-w, 48-w) = MmnO;
ImKnOr (22) MrnO InKnOn (36) LnmI ImKrOn (41) MrnK ImKmOn (-) ImKnOm (-)	ImKnOn (37)	InKnOn (36) MmnI ImKsOn (45) LnsK ImKnOs (7) LnsO ImKmOn (-) ImKnOm (-)	a (37-w, 22-w) = MrnO; a (37-w, 36-w) = LnmI; a (37-w, 37-w) = (-LnsO-LnsK-MmnI); a (37-w, 41-w) = MrnK;
IsKrOr (23) MrnK (π4) InKrOn (40) LnsI IsKsOn (42) MsrK IsKrOm (49) MmnO (π4)	IsKrOn (38)	IrKrOn (39) MsrI IsKnOn (34) MrnK (π4) IsKsOs (8) LnsO IsKrOm (49)	a (38-w, 23-w) = MrnK; a (38-w, 38-w) = (-MsrI-MrnK-LnsO); a (38-w, 40-w) = LnsI; a (38-w, 42-w) = MsrK; a (38-w, 49-w) = MmnO;
IrKrOr (24) MrnO IsKrOn (38) MsrI	IrKrOn (39)	InKrOn (40) MrnI IrKnOn (35) MrnK IrKrOs (9) LnsO	a (39-w, 24-w) = MrnO; a (39-w, 38-w) = MsrI; a (39-w, 39-w) = (-MrnI-MrnK-LnsO);

IrKsOn (43) MsrK IrKrOm (50) MmnO		IrKrOm (50)	a (39-w, 43-w) = MsrK; a (39-w, 50-w) = MmnO;
InKrOr (25) MrnO IrKrOn (39) MrnI ImKrOn (41) MmnI InKsOn (44) MsrK InKrOm (51) MmnO	InKrOn (40)	IsKrOn (38) LnsI ImKrOn (41) LnmI (π5) InKnOn (36) MrnK InKrOs (10) LnsO InKrOm (51) LnmO (π5)	a (40-w, 25-w) = MrnO; a (40-w, 39-w) = MrnI; a (40-w, 40-w) = (-LnsI - LnmO - LnmI - MrnK - LnsO); a (40-w, 41-w) = MmnI; a (40-w, 44-w) = MsrK; a (40-w, 51-w) = MmnO;
ImKrOr (26) MrnO InKrOn (40) LnmI (π5) ImKsOn (45) MsrK ImKrOm (-)	ImKrOn (41)	InKrOn (40) MmnI ImKnOn (37) MrnK ImKrOs (11) LnsO ImKrOm (-)	a (41-w, 26-w) = MrnO; a (41-w, 40-w) = LnmI ; a (41-w, 41-w) = (-MmnI - MrnK - LnsO); a (41-w, 45-w) = MsrK;
IsKsOr (27) MrnO (π4) IsKnOn (34) LnsK InKsOn (44) LnsI IsKsOm (52) MmnO (π4)	IsKsOn (42)	IrKsOn (43) MsrI IsKrOn (38) MsrK IsKsOs (12) LnsO IsKsOm (52)	a (42-w, 27-w) = MrnO ; a (42-w, 34-w) = LnsK; a (42-w, 42-w) = (-LnsO - MsrI - MsrK); a (42-w, 44-w) = LnsI; a (42-w, 52-w) = MmnO ;
IrKsOr (28) MrnO (π4) IrKnOn (35) LnsK IsKsOn (42) MsrI IrKsOm (53) MmnO (π4)	IrKsOn (43)	InKsOn (44) MrnI (π4) IrKrOn (39) MsrK IrKsOs (13) LnsO IrKsOm (53)	a (43-w, 28-w) = MrnO ; a (43-w, 35-w) = LnsK; a (43-w, 42-w) = MsrI; a (43-w, 43-w) = (-LnsO - MrnI - MsrK); a (43-w, 53-w) = MmnO ;
InKsOr (29) MrnO (π4) InKnOn (36) LnsK IrKsOn (43) MrnI (π4) ImKsOn (45) MmnI (π4) InKsOm (54) MmnO (π4)	InKsOn (44)	IsKsOn (42) LnsI ImKsOn (45) LnmI (π4) (π5) InKrOn (40) MsrK InKsOs (14) LnsO InKsOm (54) LnmO (π4) (π5)	a (44-w, 29-w) = MrnO ; a (44-w, 36-w) = LnsK; a (44-w, 43-w) = MrnI ; a (44-w, 44-w) = (-LnsO - LnsI - LnmO - MsrK - LnmI); a (44-w, 45-w) = MmnI; a (44-w, 54-w) = MmnO;
ImKsOr (30) MrnO (π4) ImKnOn (37) LnsK InKsOn (44) LnmI (π4) ImKsOm (-)	ImKsOn (45)	InKsOn (44) MmnI (π4) ImKrOn (41) MsrK ImKsOs (15) LnsO ImKsOm (-)	a (45-w, 30-w) = MrnO ; a (45-w, 37-w) = LnsK; a (45-w, 44-w) = LnmI ; a (45-w, 45-w) = (-MmnI - MsrK - LnsO);
IsKnOn (34) LnmO (π4) (π5) InKnOm (48) LnsI IsKrOm (49) MrnK (π4) IsKnOm (-)	IsKnOm (46)	IrKnOm (47) MsrI IsKsOm (52) LnsK IsKnOn (34) MmnO (π4) IsKnOm (-)	a (46-w, 34-w) = LnmO ; a (46-w, 46-w) = (-MmnO - MsrI - LnsK); a (46-w, 48-w) = LnsI; a (46-w, 49-w) = MrnK ;
IrKnOn (35) LnmO (π5) IsKnOm (46) MsrI IrKrOm (50) MrnK IrKnOm (-)	IrKnOm (47)	InKnOm (48) MrnI IrKsOm (53) LnsK IrKnOn (35) MmnO IrKnOm (-)	a (47-w, 35-w) = LnmO ; a (47-w, 46-w) = MsrI; a (47-w, 47-w) = (-MmnO - MrnI - LnsK); a (47-w, 50-w) = MrnK;
InKnOn (36) LnmO IrKnOm (47) MrnI InKrOm (51) MrnK ImKnOm (-) InKnOm (-)	InKnOm (48)	IsKnOm (46) LnsI InKsOm (54) LnsK InKnOn (36) MmnO ImKnOm (-) InKnOm (-)	a (48-w, 36-w) = LnmO; a (48-w, 47-w) = MrnI; a (48-w, 48-w) = (-MmnO - LnsK - LnsI); a (48-w, 51-w) = MrnK;
InKrOm (51) LnsI IsKsOm (52) MsrK IsKrOm (38)	IsKrOm (49)	IrKrOm (50) MsrI IsKnOm (46) MrnK (π4) IsKrOm (38) MmnO (π4)	a (49-w, 49-w) = (-MmnO - MsrI - MrnK); a (49-w, 51-w) = LnsI; a (49-w, 52-w) = MsrK;
IsKrOm (49) MsrI IrKsOm (53) MsrK IrKrOm (39)	IrKrOm (50)	InKrOm (51) MrnI IrKnOm (47) MrnK IrKrOn (39) MmnO	a (50-w, 49-w) = MsrI; a (50-w, 50-w) = (-MmnO - MrnI - MrnK); a (50-w, 53-w) = MsrK;
InKrOn (40) LnmO (π5) IrKrOm (50) MrnI InKsOm (54) MsrK ImKrOm (-)	InKrOm (51)	IsKrOm (49) LnsI InKnOm (48) MrnK InKrOn (40) MmnO ImKrOm (-)	a (51-w, 40-w) = LnmO ; a (51-w, 50-w) = MrnI; a (51-w, 51-w) = (-MmnO - MrnK - LnsI); a (51-w, 54-w) = MsrK;
IsKnOm (46) LnsK InKsOm (54) LnsI IsKsOm (42)	IsKsOm (52)	IrKsOm (53) MsrI IsKrOm (49) MsrK IsKsOn (42) MmnO (π4)	a (52-w, 46-w) = LnsK; a (52-w, 52-w) = (-MmnO - MsrI - MsrK); a (52-w, 54-w) = LnsI;
IsKsOm (52) MsrI IrKnOm (47) LnsK IrKsOm (43)	IrKsOm (53)	InKsOm (54) MrnI (π4) IrKrOm (50) MsrK IrKsOn (43) MmnO (π4)	a (53-w, 47-w) = LnsK; a (53-w, 52-w) = MsrI; a (53-w, 53-w) = (-MrnI - MsrK - MmnO);
InKsOn (44) LnmO (π4) (π5) InKnOm (48) LnsK IrKsOm (53) MrnI (π4) ImKsOm (-)	InKsOm (54)	IsKsOm (52) LnsI InKrOm (51) MsrK InKsOn (44) MmnO (π4) ImKsOm (-)	a (54-w, 44-w) = LnmO ; a (54-w, 48-w) = LnsK; a (54-w, 53-w) = MrnI ; a (54-w, 54-w) = (-LnsI - MsrK - MmnO);

Формирование трехэлементной марковской модели заключается в построении диаграммы переходов между состояниями и указании (нахождении) интенсивностей соответствующих переходов.

Переходы между состояниями системы обусловлены дополнительными предположениями относительно совместного функционирования элементов.

Предположение 2. При нескольких отказавших элементах (состояния элементов s, r, m) в сечении (системе) возможен переход любого отказавшего элемента сечения (системы) из состояния «более тяжелого отказа» в состояние «менее тяжелого отказа», т.е. разрешены переходы $s \rightarrow r, r \rightarrow n, m \rightarrow n$ (если это не противоречит иным предположениям). Нет приоритетов в обслуживании отказавших элементов сечения (системы) в разных состояниях отказа.

Предположение 3 (табл. 2). Предупредительный ремонт элемента сечения (системы) не может быть начат, если в сечении (системе) имеются отказы или производится ремонт других элементов сечения (системы), так что вывод из работы рассматриваемого элемента приведет к отказу сечения (системы) [4].

Таблица 2

Запрещенные переходы трехэлементной модели в соответствии с предположением 3

Состояние S	Состояние	Состояние S	Состояние
IsKnOs (4)	IsKmOs (1)	InKrOr (25)	ImKrOr (26)
IrKnOs (5)	IrKmOs (2)	InKsOr (29)	ImKsOr (30)
InKrOs (10)	ImKrOs (11)	IsKrOn (38)	IsKrOm (49)
InKsOs (14)	ImKsOs (15)	IrKrOn (39)	IrKrOm (50)
IsKnOr (19)	IsKmOr (16)	IsKsOn (42)	IsKsOm (52)
IrKnOr (20)	IrKmOr (17)	IrKsOn (43)	IrKsOm (53)

Рассмотрим в качестве примера построение переходов для состояния IrKsOm, которое имеет номер 53.

Выход из состояния IrKsOm (53) (табл. 1, столбцы 2–3). Для элемента I, находящегося в состоянии r (рис. 1), возможен переход в состояние n с интенсивностью $M_{rn}I$ ($IrKsOm \rightarrow InKsOm, Ir \rightarrow In$); для элемента K, находящегося в состоянии s (рис. 1), возможен переход в состояние r с интенсивностью $M_{sr}K$ ($IrKsOm \rightarrow IrKrOm, Ks \rightarrow Kr$); для элемента O, находящегося в состоянии m (рис. 1), возможен переход в состояние n с интенсивностью $M_{mn}O$ ($IrKsOm \rightarrow IrKsOn, Om \rightarrow On$). Непосредственный переход в иные состояния невозможен (в предположении, что элементы не одновременно меняют свое состояние). Соответственно, суммарная интенсивность выхода из рассмотренного состояния ($M_{rn}I + M_{sr}K + M_{mn}O$).

Попадание в состояние IrKsOm (53) (табл. 1, столбцы 1–2). В состояние IrKsOm можно попасть из состояния IrKnOm (47) ($IrKnOm \rightarrow IrKsOm, Kn \rightarrow Ks$) с интенсивностью $L_{ns}K$; из состояния

$IrKnOm$ (52) ($IsKsOm \rightarrow IrKsOm$, $Is \rightarrow Ir$) с интенсивностью $MsrI$; из состояния $IrKsOn$ (43) ($IrKsOn \rightarrow IrKsOm$, $On \rightarrow Om$) с интенсивностью $MnmO$. Однако последний переход соответствует началу профилактического ремонта элемента O при отказе элементов I (Ir), K (Ks) в трехэлементном сечении I, K, O . Указанное противоречит предположению 3 о профилактических ремонтах элементов (начало профилактического ремонта не должно приводить к отказу системы). Поэтому такой переход невозможен, и соответствующее состояние в табл. 1 столбец 1 зачеркнуто. Непосредственный переход в состояние $IrKsOm$ (53) из иных состояний невозможен (в предположении, что элементы не одновременно меняют свое состояние).

Полностью диаграмма переходов между состояниями приведена в табл. 1 столбцы 1–3. Для некоторого состояния системы (столбец 2) приводятся состояния, из которых можно непосредственно попасть в данное состояние (столбец 1), и состояния, в которые непосредственно можно попасть из данного состояния (столбец 3). Справа, после номера состояния, указаны соответствующие интенсивности переходов. Запрещенные для переходов состояния зачеркнуты.

Формирование уравнений для состояний системы осуществляется на основе известных переходов между состояниями и их интенсивностях (табл. 1, столбцы 1–3).

Состоянию $IrKsOm$ (53), например, согласно правилам [6] и рассуждениям, приведенным выше, соответствует уравнение

$$P_{IrKnOm} \cdot L_{ns} + P_{IsKsO} \cdot M_s + P_{IrKsOm} \cdot (-M_{rnI} - M_{srK} - M_{mnO}) = 0,$$

* K
m * rI
* MmnO
=

состояние 47 52 53

где P_ω – вероятность состояния ω . Формирование остальных уравнений происходит аналогично.

Матрица интенсивностей переходов является разреженной, поэтому естественно находить только ненулевых элементов этой матрицы.

Уравнение для состояния $IrKsOm$ (53) поясняет получение ненулевых элементов 53 строки матрицы интенсивностей переходов. Соответственно элементы

$$a(53-w, 47-w) = L_{nsK};$$

$$a(53-w, 52-w) = M_{srI};$$

$$a(53-w, 53-w) = (-M_{rnI} - M_{srK} - M_{mnO}).$$

В действительности, формирование элементов матрицы A осуществляется весьма формальным образом на основе знания столбцов 1–3 табл. 1.

Полностью матрица интенсивностей переходов $A_{54 \times 54}$ трехэлементной модели при предположениях 1–3 в форме текста на языке C++ приводится в столбце 4 табл. 1.

Обоснование использования существующей классификации сечений для модифицированных диаграмм переходов. Классификация сечений [1] получена на основе представленной диаграммы переходов между состояниями (табл. 1, или предположения 1–3). Модификации представленной диаграммы переходов заключаются в запрещении некоторых переходов между состояниями.

МС-состояние отказа (состояние отказа с минимальными сечениями) [4] относительно исходной диаграммы переходов, останется таковым и относительно модифицированной диаграммы. Действительно, требования успешной работы некоторых состояний исходной модели (переходы в которые в модифицированной модели исключены) окажутся избыточными для модифицированной модели. МС-состояние отказа модифицированной модели может не являться таковым для исходной модели; МС-состояние отказа исходной модели обязано быть таковым и для модифицированной модели. Таким образом, использование алгоритма классификации [1] допустимо и для модифицированных моделей функционирования элементов.

Модификации трехэлементной модели рассмотрим на основе двух предположений.

Состояние элемента s (из четырех возможных состояний элемента) является самым тяжелым для системы электроснабжения – нахождение элемента системы в состоянии s соответствует пребыванию системы в ненормальном, аварийном режиме. В момент возникновения аварии [13] от оперативного персонала, обеспечивающего отключение, вывод в аварийный ремонт и дальнейшую ликвидацию аварийных последствий, требуется повышенное внимание к сложившейся обстановке, быстрая, четкая и слаженная координация действий, во избежание развития аварии и ошибочных действий. Решение второстепенных вопросов, связанных с текущей эксплуатацией, выводом в профилактический ремонт какого-либо элемента электрической системы, при ранее одобренной заявке, будет отложено.

Предположение 4 (табл. 3). При одновременном наличии в сечении (системе) элементов в различных состояниях отказа m, r, s возможны переходы только $s \rightarrow r$ для элементов сечения (системы) в состоянии s . Недопустимы переходы $r \rightarrow n, m \rightarrow n, n \rightarrow m$ для любых элементов сечения (системы) при наличии хотя бы одного элемента в состоянии s в сечении (системе).

В табл.1 соответствующие запрещенные переходы помечены (п4).

Особое внимание необходимо уделить переходу элемента системы из состояния n в состояние m для трехэлементного сечения с одним отказавшим элементом (предположение 2). Данные переходы возможны, поскольку они не приведут к отказу системы в целом [14]. Однако вывод

работоспособного элемента в профилактический ремонт (преднамеренное отключение) одновременно с отказавшим элементом резко снижает надежность (сечения) системы электроснабжения, что в общем-то нежелательно.

Таблица 3
Запрещенные переходы трехэлементной модели в соответствии с предположением 4

состояние \bar{S}	состояние	состояние \bar{S}	состояние	состояние \bar{S}	состояние
IsKmOs (1)	IsKnOs (4)	IrKsOs (13)	InKsOs (14)	IsKnOn (34)	IsKmOn (31) IsKnOm (46)
IrKmOs (2)	IrKnOs (5) InKmOs (3)	ImKsOs (15)	InKsOs (14)	IsKrOn (38)	IsKnOn (34)
InKmOs (3)	InKnOs (6)	IsKmOr (16)	IsKnOr (19) IsKmOn (31)	IrKsOn (43)	InKsOn (44)
IrKnOs (5)	InKnOs (6)	IsKnOr (19)	IsKnOn (34)	InKsOn (44)	ImKsOn (45) InKsOm (54)
InKnOs (6)	InKmOs (3) ImKnOs (7)	IsKrOr (23)	IsKnOr (19) IsKrOn (38)	ImKsOn (45)	InKsOn (44)
ImKnOs (7)	InKnOs (6)	IsKsOr (27)	IsKsOn (42)	IsKnOm (46)	IsKnOn (34)
IsKrOs (8)	IsKnOs (4)	IrKsOr (28)	InKsOr (29) IrKsOn (43)	IsKrOm (49)	IsKnOm (46) IsKrOn (38)
IrKrOs (9)	IrKnOs (5) InKrOs (10)	InKsOr (29)	InKsOn (44)	IsKsOm (52)	IsKsOn (42)
InKrOs (10)	InKnOs (6)	ImKsOr (30)	InKsOr (29) ImKsOn (45)	IrKsOm (53)	InKsOm (54) IrKsOn (43)
ImKrOs (11)	ImKnOs (7) InKrOs (10)	IsKmOn (31)	IsKnOn (34)	InKsOm (54)	InKsOn (44)

Предположение 5 (табл. 4). *Запрещен переход из состояния n в состояние m для любых элементов сечения (системы) при наличии в сечении (системе) элементов в состоянии отказа.*

Таблица 4
Запрещенные переходы трехэлементной модели в соответствии с предположением 5

Состояние \bar{S}	Состояние	Состояние \bar{S}	Состояние	Состояние \bar{S}	Состояние
InKnOs (6)	ImKnOs (7) InKmOs (3)	IsKnOn (34)	IsKmOn (31) IsKnOm (46)	InKrOn (40)	ImKrOn (41) InKrOm (51)
InKnOr (21)	ImKnOr (22) InKmOr (18)	IrKnOn (35)	IrKmOn (32) IrKnOm (47)	InKsOn (44)	ImKsOn (45) InKsOm (54)

В табл.1 соответствующие запрещенные переходы помечены (п5).

Трехэлементная марковская модель (табл.1, столбец 4) может быть модифицирована путем удаления (обнуления) из нее членов, соответствующих запрещенным переходам или согласно предположению 4, или – предположению 5, или – предположению 4 совместно с предположением 5. Следовательно, могут быть дополнительно сформированы три модифицированных трехэлементных модели.

Вывод. Сформированы четыре математических модели функционирования трех элементов электрической системы в форме матрицы интенсивностей переходов при различных предположениях относительно проведения аварийных и профилактических ремонтов.

Литература

1. Гришкевич А.А. Комбинаторные методы исследования экстремальных структур математических моделей электрических цепей и систем. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2004. – 258 с.
2. Гришкевич А.А., Бурмутаев А.В. Учет вклада состояний отказа в результирующие показатели надежности на основе решения уравнений Колмогорова для предельных вероятностей состояний // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2009. – Том 16. – Вып. 1. – С. 111–112.
3. Гришкевич А.А., Бурмутаев А.Е. Аналитические формулы для вычисления вклада сечений в результирующие показатели надежности // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов. – Ульяновск: УлГТУ, 2009. – Вып. 7. с. 113–117.
4. Эндрени Дж. Моделирование при расчетах надежности в электроэнергетических системах. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 336 с.
5. Электротехнический справочник. В 4 т. Т 3. Производство, передача и распределение электрической энергии / Под общ. ред профессоров МЭИ В.Г.Герасимова и др. (гл. ред. А.И.Попов). – М.: Издательский дом МЭИ, 2009. – 964 с.
6. Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Исследование операций в экономике – М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997. – 407 с.
7. Страуструп Б. Язык программирования C++. Специальное издание. – Бинум, Невский Диалект, 2004. – 1104 с.
8. ALGLIB (многоязыковая коллекция алгоритмов численного анализа и обработки данных). <http://alglib.sources.ru/>
9. Knüppel O. PROFIL/BIAS (Programmer's Runtime Optimized Fast Interval Library / Basic Interval Arithmetic Subroutines). http://www.ti3.tu-harburg.de/knueppel/profil/index_e.html; <http://www.ma.is.saga-u.ac.jp/minamoto/profil/PROFILEnglish.html>
10. Int4Sci (A Scilab Interface for Interval Analysis). <http://www-sop.inria.fr/coprin/logiciels/Int4Sci/>
11. http://ru.wikipedia.org/wiki/GNU_General_Public_License
12. Филаретов В.В. Символьный схемно-матричный процессор и интерпретатор. <http://astrometric.sai.msu.ru/~symbol/>
13. СО 153-34.20.561-2003 Инструкция по предотвращению и ликвидации аварий в электрической части энергосистем (взамен РД 153-34.0-20.561-2002, РД 34.20.561-92) (РД 153-34.0-20.561-2002 «Типовая инструкция по предотвращению и ликвидации аварий в электрической части энергосистем»).
14. Инструкция по переключениям в электроустановках. – М.: НЦ ЭНАС, 2007. – 96 с.

Гришкевич Андрей Александрович – д.т.н., профессор Ченстоховского политехнического института; Polska, 42-200, Czestochowa, Al. Armii Krajowej, 17, Politechnika Czestochowska (Czestochowa university of technology)); e-mail: a.grischkevich@el.pcz.czest.pl; grishkev_ramb@rambler.ru

Бурмутаев Андрей Евгеньевич – аспирант Тольяттинского государственного университета; Россия, 445667, Тольятти, Самарская обл., ул. Белорусская, 14; e-mail: a.burmutaev@mail.ru

ЦИФРОВАЯ ЭЛЕКТРОНИКА

ДЕКОМПОЗИЦИЯ НЕЙРОННОЙ МОДЕЛИ КОМПЕНСАТОРА ДЛЯ ЛИНЕАРИЗАЦИИ УСИЛИТЕЛЯ МОЩНОСТИ

Е. Б. Соловьева

В последние годы развитие методов нелинейной компенсации становится актуальной задачей для повышения качества обработки сигналов в телекоммуникационных системах. Важной частью таких систем является усилитель мощности (УМ), который порождает нелинейные искажения сигналов при работе с широкополосными колебаниями в режиме, близком к насыщению.

В многополосных системах передачи динамические амплитудные и фазовые искажения сигналов, обусловленные нелинейностью УМ, приводят к появлению помех в виде интермодуляционных составляющих, проникающих в смежные каналы связи.

Эффективным способом линейаризации УМ является цифровая предкомпенсация, выполняемая по соотношению вход-выход с применением вычисленных или измеренных множеств входных и выходных сигналов УМ. Для синтеза предкомпенсатора (ПК) на практике используются обратная и прямая адаптивные структуры [1], изображенные на рис. 1, а, б соответственно. Здесь Power Amplifier – усилитель мощности, Predistorter – предкомпенсатор.

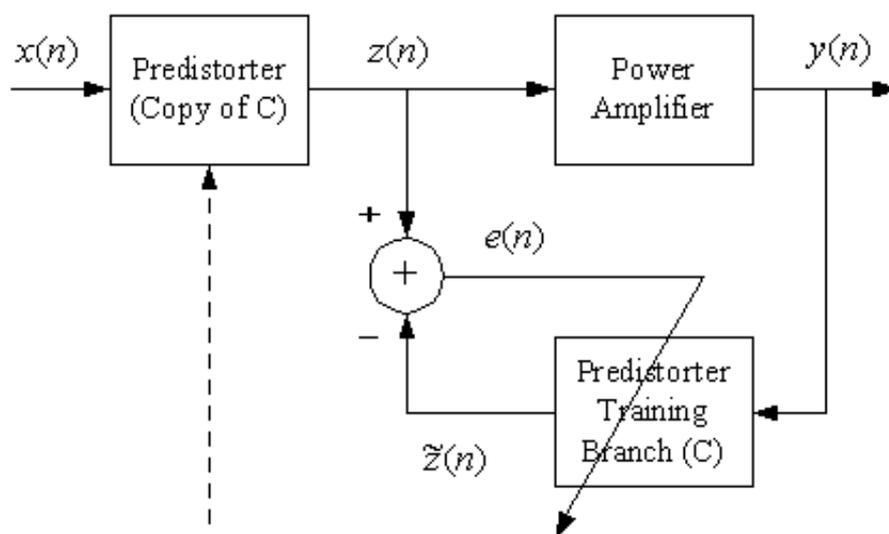
Полиномиальная модель ПК может быть представлена в одной из форм: 1) обобщенный полином с памятью [2]; 2) динамическая модификация ряда Вольтерры [3]; 3) декомпозиционная модификация ряда Вольтерры [4]; 4) нелинейная авторегрессионная модель [5]; 4) динамическая нейронная цепь, работающая как с комплексными, так и с вещественными сигналами [6, 7].

В данной работе предлагается использовать в качестве модели предкомпенсатора декомпозиционную динамическую нейронную цепь, построенную на классе вещественных сигналов. Предлагаемая модель формируется согласно описанным ниже свойствам.

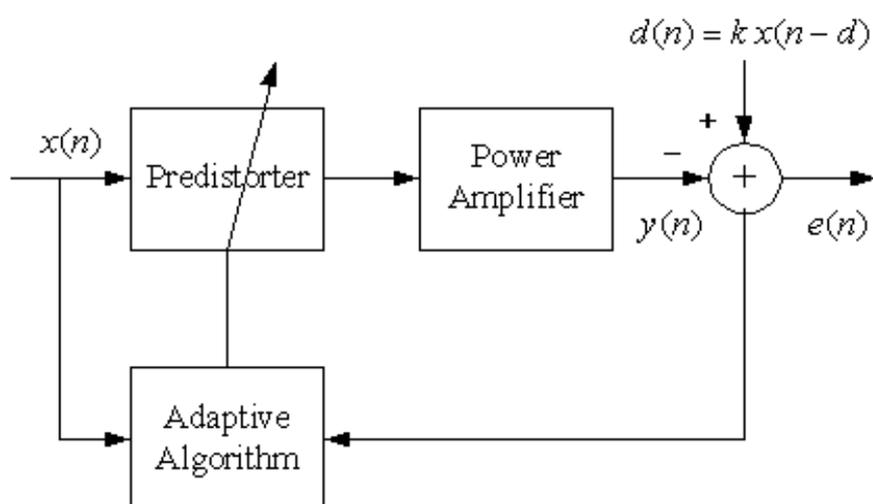
1. Входной комплексный сигнал предкомпенсатора разбивается на несколько подсигналов, расположенных в разных зонах. Зоны ограничены порогами

$$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_S, \lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_S,$$

задаваемыми пропорционально максимальной амплитуде воздействия.



a



б

Рис. 1. Обратная (а) и прямая (б) адаптивные структуры синтеза предкомпенсатора

Пороги – радиусы окружностей на комплексной плоскости, показанной на рис. 2. Значения $x(1)$, $x(2)$ – отсчеты входного сигнала ПК.

Подсигналы формируются согласно правилу, гарантирующему свойство непрерывности:

$$x_s(n) = \begin{cases} 0, & |x(n)| \leq \lambda_{s-1} \\ |x(n) - \lambda_{s-1}| \exp(j \cdot \arg(x(n))), & \lambda_{s-1} < |x(n)| \leq \lambda_s \\ |\lambda_s - \lambda_{s-1}| \exp(j \cdot \arg(x(n))), & |x(n)| > \lambda_s. \end{cases}$$

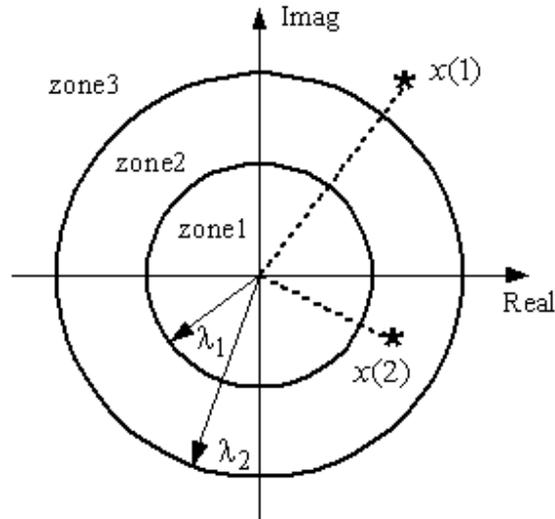


Рис. 2. Комплексная плоскость

2. В каждой зоне комплексные подсигналы разделяются на вещественную и мнимую части, которые проходят через линии задержки. В результате формируется векторный сигнал $\bar{x}(n) = [\bar{x}_1(n), \bar{x}_2(n), \dots, \bar{x}_{S+1}(n)]$,

где

$$\bar{x}_1(n) = [xi_1(n), xi_1(n-1), \dots, xi_1(n-m), xr_1(n), xr_1(n-1), \dots, xr_1(n-m)],$$

$$\bar{x}_2(n) = [xi_2(n), xi_2(n-1), \dots, xi_2(n-m), xr_2(n), xr_2(n-1), \dots, xr_2(n-m)],$$

...

$$\bar{x}_{S+1}(n) = [xi_{S+1}(n), xi_{S+1}(n-1), \dots, xi_{S+1}(n-m), xr_{S+1}(n), xr_{S+1}(n-1), \dots, xr_{S+1}(n-m)],$$

m – длина памяти линии задержки, $xi_s(\cdot)$, $xr_s(\cdot)$ – вещественная и мнимая части комплексного подсигнала $x_s(\cdot)$ соответственно, $s = 1, 2, \dots, S+1$.

Векторный сигнал $\bar{x}(n)$ поступает на многослойную нейронную цепь с вещественными весами и сигмоидальными функциями активации (в форме гиперболического тангенса).

Рассматриваемая нейронная цепь изображена на рис. 3. Выходной сигнал слоя l определяется из выражения

$$o_j^l(n) = f(\text{net}_j^l(n)),$$

где

$$\text{net}_j^l(n) = \sum_{i=1}^q w_{ji}^l x_i^{l-1}(n) + b_j^l,$$

j – номер нейрона в слое l , i – i -й входной сигнал нейрона j .

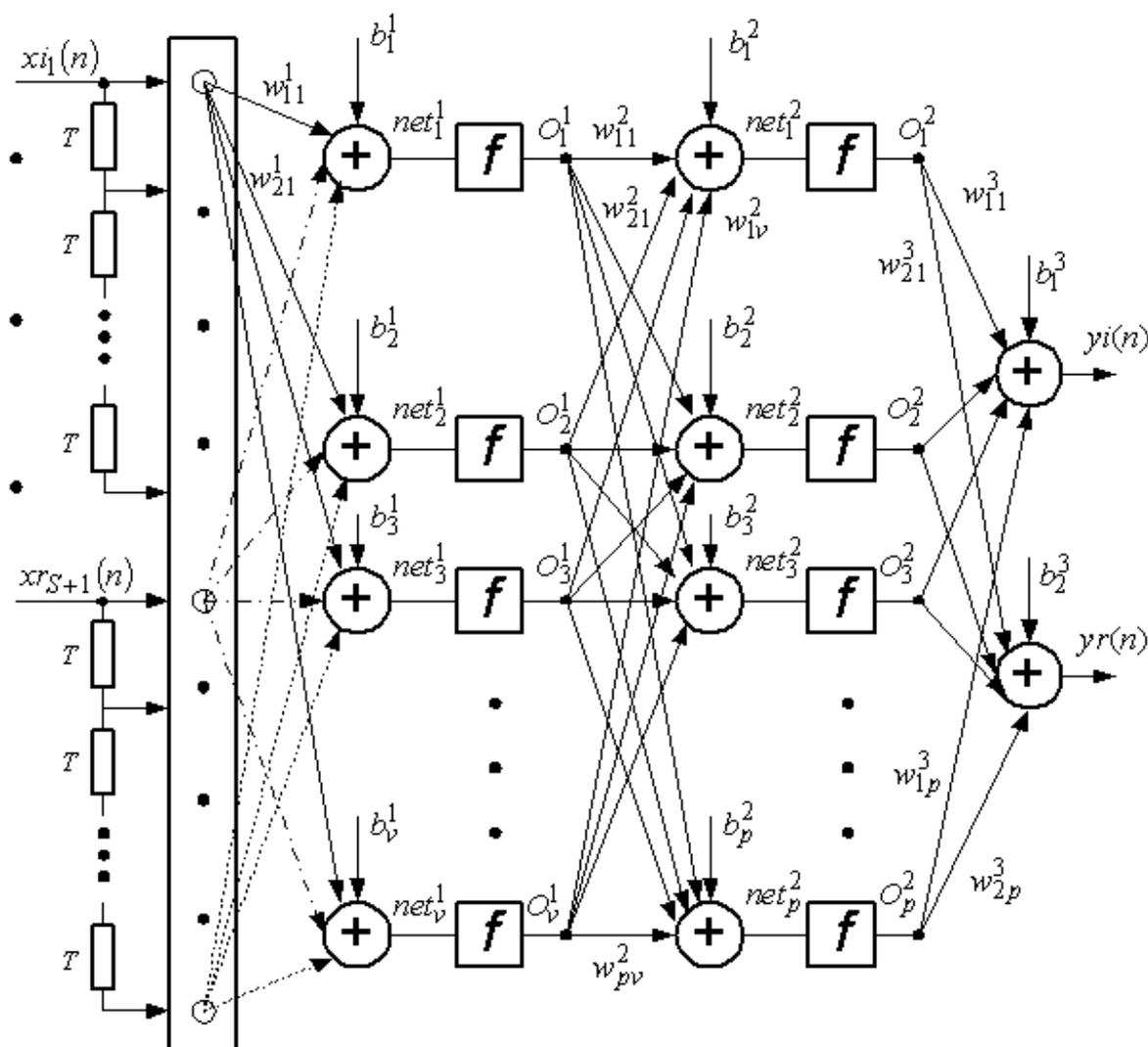


Рис. 3. Нейронная цепь

На выходе нейронной цепи формируются сигналы $yi(n)$ and $yr(n)$, являющиеся соответственно мнимой и вещественной частью комплексного выходного сигнала $y(n)$ модели ПК.

Обучение нейронной цепи может быть выполнено на основе алгоритма обратного распространения ошибки при оценке весовой функции

$$E = \frac{1}{2N} \sum_{n=1}^N \left[\left(yi^o(n) - yi(n) \right)^2 + \left(yr^o(n) - yr(n) \right)^2 \right],$$

где $yi^o(n)$, $yr^o(n)$ – желаемые мнимая и вещественная части выходного сигнала ПК, N – число отсчетов сигналов, используемых для обучения нейронной цепи.

Достоинства декомпозиционной многослойной нейронной цепи, построенной на классе вещественных сигналов, заключаются в следующем: 1) степень нелинейности и длина памяти составляющих нейронной модели в разных зонах подсигналов воздействия могут быть различны, что придает гибкость нелинейной модели ПК, обеспечивая ее адаптацию к характеристике УМ; 2) отсутствие взаимосвязи между частями модели, описывающими поведение ПК в разных зонах, ведет к упрощению нелинейной модели; 3) для обучения нейронной модели (решения оптимизационной задачи) на классе вещественных сигналов можно использовать богатую библиотеку адаптивных алгоритмов пакета программ MATLAB.

Литература

1. Zhou D., DeBrunner V.E. Novel adaptive nonlinear predistorters based on the direct learning algorithm // *IEEE Trans. Signal Processing.*– 2007.– Vol. 55.– № 1.– P. 120-133.
2. Kim J., Konstantinou K. Digital predistortion of wideband signals based on power amplifier model with memory // *Electron. Lett.*– 2001.– Vol. 37.– № 23.– P. 1417–1418.
3. Zhu A., Pedro J.C., Brazil T.J. Dynamic deviation reduction-based Volterra behavioral modeling of RF power amplifiers // *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques.*– 2006.– Vol. 54.– № 12.– P. 4323 – 4332.
4. Zhu A., Draxler P.J., Hsia C., Brazil T.J., Kimball D.F., Asbeck P.M. Digital predistortion for envelope-tracking power amplifiers using decomposed piecewise Volterra series // *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques.*– 2008.– Vol. 56.– № 10.– P. 2237– 2247.
5. Montoro G., Gilabert P.L., Bertran E., Cesari A., Silveira D.D. A new digital predictive predistorter for behavioral power amplifier linearization // *IEEE Microwave and wireless components letters.*– 2007.– Vol. 17.– № 6.– P. 448–450.
6. Naskas N., Papananos Y. Neural-network-based adaptive baseband predistortion method for RF power amplifiers // *IEEE Trans. Circuits and Systems II: Express Briefs.*– 2004.– Vol. 51.– № 11.– P. 619–623.
7. Liu T., Boumaiza S., Ghannouchi F.M. Dynamic behavioral modeling of 3G power amplifiers using real-valued time-delay neural networks // *IEEE Trans. Microw. Theory Technol.*– 2004.– Vol. 52.– № 3.– P. 1025–1033.

Соловьева Елена Борисовна – д.т.н., профессор, зав. кафедрой ТОЭ Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета
 Адрес: 197376, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, д. 5, СПбГЭТУ, каф. ТОЭ. Тел.: (812) 346-17- 96. E-mail: selenab@hotmail.ru

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

ВОЛНОВОЙ АНАЛИЗ УРАВНЕНИЙ ПОЛЯ

Е. Н. Меньшов, П. В. Бочкарев

В традиционной классической электродинамике общим решением однородного волнового уравнения по методу *Даламбера* есть совокупность двух стационарных волн – прямой и обратной, которые задаются произвольными функциями от так называемых запаздывающих аргументов. Применим принцип *Даламбера* к однородному волновому уравнению, например, для векторного потенциала на основе модифицированных уравнений Максвелла [1],

$$-\tau^2 \partial^2(\Delta A)/\partial t^2 + \Delta A - c^{-2} \partial^2 \varphi/\partial t^2 = 0. \quad (1)$$

Для одномерного приближения (вдоль оси z) решение будем искать в следующем виде

$$A = D_1(z-vt) + D_2(z+vt), \quad (2)$$

где v – фазовая скорость электромагнитной волны.

Найдем условия, при которых правомерно выражение (2). Для этого подставляем каждое слагаемое (2) в (1) и получаем в одномерном приближении следующее дифференциальное уравнение

$$\tau^2 v^2 d^4 D_{1,2}/d\xi^4 + (v^2 c^{-2} - 1) d^2 D_{1,2}/d\xi^2 = 0, \quad (3)$$

где $\xi = (z \pm vt)$.

Общим решением (3) является выражение

$$D_1 = -k^{-2} \{ C_1 e^{ik(z-vt)} + C_2 e^{-ik(z-vt)} \} + C_3. \quad (4)$$

Здесь k – есть модуль коэффициента распространения волны

$$k = (v^2 - c^2)^{0.5} / \tau v c, \quad (5)$$

тогда произведение фазовой скорости на модуль коэффициента распространения должно соответствовать угловой частоте колебаний

$$\omega = vk = (v^2 - c^2)^{0.5} / \tau c.$$

Отсюда следуют дисперсионные формулы фазовой скорости и коэффициента распространения соответственно

$$v = \omega/k = c \sqrt{1 + (\omega\tau)^2}, \quad k = \frac{\omega}{c \sqrt{1 + \tau^2 \omega^2}}. \quad (6)$$

Накладывая на (4) условия вещественности векторного потенциала и

отсутствия постоянных составляющих, приходим к окончательному выражению

$$D_1 = -k^{-2}C_{10}\cos(kz-\omega t) = k^{-2}C_{10}\cos(\omega t - kz). \quad (7)$$

С учетом (7) решение (2) по методу *Даламбера* примет следующий вид

$$A = k^{-2}(C_{10}\cos(\omega t - kz) + C_{20}\cos(\omega t + kz)), \quad (8)$$

которое состоит из двух гармонических волн (прямой волны и обратной волны).

Таким образом, если в традиционной электродинамике принцип *Даламбера* допускает волну произвольной формы, то в модифицированной электродинамике – только монохроматическую волну гармонической формы. Такая волна при частотах $\omega < 1/\tau$ ведет себя также как в традиционной электродинамике, но при частотах $\omega > 1/\tau$ волновой вектор ограничен сверху значением $k_{\text{мак}} = 1/\tau c$. Действительно, если в области частот $\omega \gg 1/\tau$ взять две гармонические волны с близкими частотами, то можно положить $k_1 \approx k_2 \approx k_{\text{мак}}$. Тогда сумму этих волн можно представить следующим образом

$$\begin{aligned} A(z,t) &= A_m \cos(\omega_1 t - kz) + A_m \cos(\omega_2 t - kz) = \\ &= 2 A_m \cos((\omega_1 - \omega_2)t) \cos((\omega_1 + \omega_2)t/2 - kz). \end{aligned}$$

Несущая колеблется со средней частотой $\omega_{\text{ср}} = (\omega_1 + \omega_2)$, а огибающая представляет собой стоячую волну.

Итак для области частот $\omega \geq 1/\tau$ понятие групповой скорости неприемлемо. Здесь уместна оценка скорости переноса энергии по формуле

$$v_g = \langle \Pi \rangle / \langle w \rangle, \quad (9)$$

где $\langle \Pi \rangle$ – среднее значение за период вектора *Пойтинга*, $\langle w \rangle$ – среднее значение за период объемной плотности электромагнитной энергии. Ниже приводим вычисление скорости v_g для плоской одиночной волны в пустоте.

Воспользуемся условием, которое применял *Ландау* при анализе электромагнитной волны в пустоте [2]: в силу того, что потенциалы определяются с точностью до постоянной величины, то выберем их так, чтобы скалярный потенциал был равен нулю $\phi = 0$.

Тогда из [1] следует:

$$\tau \partial \mathbf{E} / \partial t + \mathbf{E} = - \partial \mathbf{A} / \partial t, \quad \mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}. \quad (10)$$

Подставляя векторный потенциал $\mathbf{A}(z,t) = e_x A_m \cos(\omega t - kz)$ в (9), где e_x - единичный направляющий вектор оси Ox , имеем

$$\mathbf{B}(z,t) = e_y k A_m \sin(\omega t - kz), \quad \mathbf{E}(z,t) = e_x [\omega A_m \sin(\omega t - kz - \arctg \tau \omega) / \sqrt{1 + (\omega \tau)^2}].$$

Среднее за период значение вектора *Пойтинга*:

$$\langle \Pi \rangle = \langle [\mathbf{E}\mathbf{H}] \rangle = \frac{\omega k A_m^2}{\mu_0 \sqrt{(1+\tau^2\omega^2)}} \langle \sin(\omega t - kz) \sin(\omega t - kz - \arctg\tau\omega) \rangle = \frac{\omega^2 A_m^2}{2c\mu_0 (1+\tau^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Среднее значение за период объемной плотности электромагнитной энергии:

$$\begin{aligned} \langle w \rangle &= \left\langle \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu_0 H^2}{2} \right\rangle = \frac{\omega^2 A_m^2}{2\mu_0 c^2 (1+\tau^2\omega^2)} \left[\langle \sin^2(\omega t - kz - \arctg\tau\omega) \rangle + \langle \sin^2(\omega t - kz) \rangle \right] = \\ &= \frac{\omega^2 A_m^2}{2\mu_0 c^2 (1+\tau^2\omega^2)}. \end{aligned}$$

Подставляя $\langle \Pi \rangle$ и $\langle w \rangle$ в (9), получаем формулу скорости переноса энергии

$$v_3 = \frac{c}{\sqrt{(1+\tau^2\omega^2)}}$$

Таким образом, скорость переноса энергии плоской волной в вакууме соответствует скорости света при частотах $\omega < 1/\tau$ и уменьшается по закону обратно пропорциональному частоте в области частот $\omega > 1/\tau$. Физически такие свойства определяются тем, что мгновенное значение вектора *Пойтинга* состоит из двух составляющих – из пульсирующей и колебательной, обусловленных сдвигом фазы между \mathbf{E} и \mathbf{H} .

$$\Pi(z,t) = \frac{\omega^2 A_m^2}{c\mu_0 (1+\tau^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}} \left[\cos^2(\omega t - kz) + \frac{\tau\omega \sin(2(\omega t - kz))}{2} \right] \mathbf{e}_z.$$

При $\omega < 1/\tau$ колебательная составляющая незначительная и процесс переноса энергии играет доминирующую роль. При $\omega > 1/\tau$ колебательная составляющая преобладает и процесс обмена энергии доминирует над её переносом, поэтому скорость v_3 падает.

Литература

1. Меньшов Е.Н. Математическое моделирование электромагнитного поля: Деп. в ВИНТИ от 25.10.2002, №1842 – В2002. – 9 с.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля (Теоретическая физика), том.2.– М.: Наука, 1973.– 504 с.

Меньшов Евгений Николаевич – к.т.н., доцент кафедры «Электроснабжение» УлГТУ, e-mail: men@ulstu.ru.

Бочкарев Павел Вячеславович – студент третьего курса Энергетического Факультета УлГТУ.

УРАВНЕНИЯ НЕПРЕРЫВНОСТИ ТОКА В МОДИФИЦИРОВАННОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

Е. Н. Меньшов, Д. В. Шуреков

В работах [1–5] предложена модификация уравнений *Максвелла*, которая отличается добавлением в левые части уравнений дополнительных динамических членов. Тогда каждое уравнение, в котором присутствует источник поля стало удовлетворять требованиям, предъявляемым к математическим моделям, описывающим динамические системы:

$$-\tau \partial(\operatorname{rot} \mathbf{H})/\partial t + \operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j}_3 + \partial \mathbf{D}/\partial t, \quad (1)$$

$$\tau \partial(\operatorname{rot} \mathbf{E})/\partial t + \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B}/\partial t, \quad (2)$$

$$\tau \partial(\operatorname{div} \mathbf{D})/\partial t + \operatorname{div} \mathbf{D} = \rho, \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad (4)$$

где \mathbf{j}_3 – некоторая плотность тока, ρ – мгновенная объемная плотность электрического заряда, τ – постоянная времени, характеризующая явление локального запаздывания возбуждения поля произвольным источником возбуждения (полем или динамическим зарядом). Физически это означает то, что модифицированная электродинамика учитывает не только конечную скорость распространения электромагнитного взаимодействия между двумя бесконечно близко расположенными точками, но и инерционность возбуждения поля его источником в каждой точке.

Уравнение непрерывности тока является следствием уравнений (1) и (3) модифицированной электродинамики, которые для краткости назовем М-М уравнениями. В результате имеем

$$(1 + \tau \partial/\partial t) \operatorname{div} \mathbf{j}_3 = -\partial \rho/\partial t; \quad (5)$$

Для определения физического смысла плотности тока \mathbf{j}_3 запишем уравнение (3) в следующей форме

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho_3. \quad (6)$$

Здесь ρ_3 – эффективная объемная плотность заряда, которая связана с мгновенной объемной плотностью заряда ρ уравнением

$$(1 + \tau \partial/\partial t) \rho_3 = \rho. \quad (7)$$

Подставляя (7) в уравнение (5) будем иметь уравнение непрерывности для М-М электродинамики в следующей форме

$$\operatorname{div} \mathbf{j}_3 = -\partial \rho_3 / \partial t. \quad (8)$$

В традиционной теории под плотностью тока понимается скорость переноса заряда через нормальную поверхность единичной площади. Рассмотрим ток переноса, мгновенная плотность которого \mathbf{j} связана с мгновенной объемной плотностью заряда ρ формулой

$$\mathbf{j} = \rho \mathbf{v}, \quad (9)$$

где \mathbf{v} – скорость движения заряда. Тогда аналогичным образом с эффективной плотностью заряда ρ_3 будет связана соответствующая, т.е. эффективная плотность тока \mathbf{j}_3 :

$$\mathbf{j}_3 = \rho_3 \mathbf{v}. \quad (10)$$

Поэтому в уравнении непрерывности (8), в силу вхождения заряда ρ_3 , присутствует плотность тока \mathbf{j}_3 . При этом уравнение (5) принимает традиционный вид

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = -\partial \rho / \partial t, \quad (11)$$

когда мгновенная плотность тока \mathbf{j} будет связана с эффективной плотностью тока \mathbf{j}_3 следующим уравнением

$$(1 + \tau \partial / \partial t) \mathbf{j}_3 = \mathbf{j}. \quad (12)$$

Таким образом, в первое М-М уравнение (1) входит эффективная плотность тока (10).

Эффективная плотность заряда ρ_3 есть интегральная характеристика, она связана с мгновенной плотностью заряда посредством решения дифференциального уравнения (7)

$$\rho_3 = (1 + \tau \partial / \partial t)^{-1} \rho = \frac{1}{\tau} \left(\int_{-\infty}^t e^{-\frac{(\xi-t)}{\tau}} \rho(\xi) d\xi \right). \quad (13)$$

Аналогично представляется эффективная плотность тока \mathbf{j}_3 , как решение дифференциального уравнения (12)

$$\mathbf{j}_3 = (1 + \tau \partial / \partial t)^{-1} \mathbf{j} = \frac{1}{\tau} \left(\int_{-\infty}^t e^{-\frac{(\xi-t)}{\tau}} \mathbf{j}(\xi) d\xi \right). \quad (14)$$

Выражение (13) получено методом вариации произвольной постоянной общего решения дифференциального уравнения (7). При этом интегрирование проведено только по «собственному» заряду, при нижнем бесконечном пределе интервала интегрирования, включающем полную предысторию состояния заряда – источника электрического поля. Для определения обратного оператора $(1 + \tau \partial / \partial t)^{-1}$ руководствовались принципом, что метод задачи Коши не подходит, потому что искомым

оператор должен устанавливать связь между конкретным зарядом и его полем, тогда как начальные условия в задаче Коши допускают произвольное поле (от других зарядов, не связанных с оператором).

Проиллюстрируем правомерность уравнения непрерывности (8) и его согласованность с формулой (10) на примере движения точечного заряда, мгновенная объемная плотность заряда и мгновенная плотность тока соответственно представляются традиционным образом:

$$\rho = q\delta(R) = q\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t)), \quad \mathbf{j} = q\mathbf{v}\delta(R) = q\mathbf{v}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t)), \quad (15)$$

где $\delta(R)$ – функция Дирака, $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t)|$ – расстояние от заряда, находящегося в точке $\mathbf{r}_0(t)$, до наблюдателя, находящегося в точке \mathbf{r} ; $\mathbf{v} = \partial\mathbf{r}_0(t)/\partial t$ – скорость переноса.

Подставляя (15) в формулы (13) и (14) соответственно, получаем:

$$\partial\rho_3/\partial t = -\frac{1}{\tau} \left(\int_{-\infty}^t e^{-\frac{t-\xi}{\tau}} (\mathbf{v}\mathbf{e}_R) \delta'(R) d\xi \right),$$

$$\text{div}\mathbf{j}_3 = \frac{1}{\tau} \left(\int_{-\infty}^t e^{-\frac{t-\xi}{\tau}} (\mathbf{v}\mathbf{e}_R) \delta'(R) d\xi \right),$$

которые удовлетворяют уравнению (8). Здесь использовали следующие математические равенства:

$$\frac{1}{\tau} \left(\int_{-\infty}^t e^{-\frac{t-\xi}{\tau}} \frac{\partial\rho}{\partial\xi} d\xi \right) = \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{\tau} \left(\int_{-\infty}^t e^{-\frac{t-\xi}{\tau}} \rho(\xi) d\xi \right) = \partial\rho_3/\partial t;$$

$$\partial R/\partial t = -(\mathbf{v}\mathbf{e}_R), \quad \text{grad} R = \mathbf{e}_R, \quad \text{div}(\rho\mathbf{v}) = (\partial\rho/\partial R)(\mathbf{v}\text{grad}R) \quad (16)$$

где \mathbf{e}_R – единичный вектор-орт, указывающий направление отрезка R .

Таким образом, сводная система дополнительных уравнений для модифицированной электродинамики имеет вид:

$$\rho_3 + \tau\partial\rho_3/\partial t = \rho, \quad \mathbf{j}_3 + \tau\partial\mathbf{j}_3/\partial t = \mathbf{j},$$

$$\text{div}\mathbf{D} = \rho_3, \quad (17)$$

$$\text{div}\mathbf{j}_3 = -\partial\rho_3/\partial t, \quad \text{div}\mathbf{j} = -\partial\rho/\partial t.$$

Для установления физического смысла ρ_3 , обратимся к уравнению (3) и учтем, что $\partial\mathbf{D}/\partial t = \mathbf{j}_{\text{см}}$ – есть плотность тока смещения, тогда уравнение (3) можно записать в следующем виде

$$\text{div}\mathbf{D} = \rho - \tau\text{div}\mathbf{j}_{\text{см}}.$$

Сопоставляя записанное уравнение с уравнением (6), приходим к следующему тождеству

$$\rho_э = \rho - \tau \operatorname{div} \mathbf{j}_{см},$$

которое показывает, что электрически активный эквивалент $\rho_э$ объемной плотности заряда меньше мгновенной объемной плотности заряда ρ за счет влияния токов смещения на величину, пропорциональную расходимости плотности токов смещения (вследствие инерционности возбуждения электрического поля). Однако ток смещения будет присутствовать не только в областях нахождения заряда ρ , но и во всех произвольных точках пространства, тогда как эквивалентная плотность заряда $\rho_э$ локализована только на траектории движения заряда ρ на интервале времени $(-\infty, t)$.

Из изложенного вытекают следующие научные положения.

1. В новой электродинамике остался правомерным классический закон сохранения для мгновенного заряда (11) и добавился закон сохранения для эффективного заряда – уравнение (8).

2. Источником электрического поля является эффективный заряд – формула (6), а источником магнитного поля есть эффективный ток – (1).

Литература

1. Меньшов Е.Н. Математическое моделирование электромагнитного поля: Деп. в ВИНТИ от 25.10.2002, №1842 – В2002. – 9 с.

2. Меньшов Е.Н. Математическая модель электромагнитного поля // Вестник УлГТУ. – 2002. – №3. – С.64–71.

3. Меньшов Е.Н. Моделирование уравнений классического электромагнитного поля// Научно-техн. калейдоскоп, сер. Электро- и теплоэнергетика. – Ульяновск: УлГТУ, 2002.–№3.– С.52-60.

4. Меньшов Е.Н. Несоответствие уравнений Максвелла требованиям, предъявляемым к динамическим моделям типа «вход-выход»: Схемно-топологические модели активных электрических цепей (синтез и анализ): Тр. межд. конф. «КЛИН-2003» (г.Ульяновск, 13-15 мая 2003 г.)/ Под общей ред Л.И. Волгина.–Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Том 4.– С.75-78.

5. Меньшов Е.Н. Новые уравнения Максвелла: преодоление внутреннего противоречия в классической электродинамике// Современные наукоемкие технологии. (материалы заочн. электрон. конф. РАЕ, 20-25 ноябр., 2004 г.) – 2005. – №1.– С.89-90.

Меньшов Евгений Николаевич – к.т.н., доцент кафедры «Электроснабжение» УлГТУ, e-mail: men@ulstu.ru.

Шуреков Дмитрий Владимирович – студент третьего курса Энергетического факультета УлГТУ.

ФОРМУЛЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КООРДИНАТ В МОДИФИЦИРОВАННОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

Е. Н. Меньшов, А. В. Долгополов

1. Метод преобразования. В работе [1] на основе предложенного операторного метода анализа уравнений Максвелла выводятся строгие формулы, описывающие ЭМП равномерно движущегося заряда со скоростью v :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_\varphi - c^{-2} \mathbf{v}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}_\varphi), \quad \mathbf{B} = c^{-2} [\mathbf{v} \mathbf{E}_\varphi], \quad (1)$$

$$\mathbf{E}_\varphi = - \operatorname{grad} \varphi, \quad (2)$$

$$\square \varphi = - \rho / \epsilon_0, \quad (3)$$

где ρ – объемная плотность заряда; $R = |\mathbf{r} - \mathbf{v}t|$ – расстояние между зарядом и точкой, описываемой радиус-вектором \mathbf{r} , в которой наблюдается ЭМП; $\square = \Delta - c^{-2} \partial^2 / \partial t^2$ – волновой оператор Даламбера; Δ – лапласиан.

В той же работе, последовательно применяя к (1) оператор div и \square , уравнение (1) преобразуется к следующему виду

$$\square \rho = \Delta \rho - c^{-2} ((\mathbf{v} \nabla)^2 \rho). \quad (4)$$

Из (4) получается, что это уравнение характеризует преобразование оператора Даламбера

$$\square = \Delta - c^{-2} (\mathbf{v} \nabla)^2. \quad (5)$$

Уравнением движения заряда относительно неподвижного наблюдателя есть выражение $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{v}t = (x - v_x t) \mathbf{e}_x + (y - v_y t) \mathbf{e}_y + (z - v_z t) \mathbf{e}_z = X \mathbf{e}_x + Y \mathbf{e}_y + Z \mathbf{e}_z$. Тогда правила преобразования производных по времени следующие:

$$\partial^2 / \partial t^2 = (\mathbf{v} \nabla)^2, \quad \partial / \partial t = -(\mathbf{v} \nabla) = -(v_x \partial / \partial X + v_y \partial / \partial Y + v_z \partial / \partial Z), \quad (6)$$

где $v_x = \partial X / \partial t$, $v_y = \partial Y / \partial t$, $v_z = \partial Z / \partial t$.

Учитывая следующие равенства $\partial X / \partial x = 1$, $\partial Y / \partial y = 1$, $\partial Z / \partial z = 1$, получаем то, что уравнение движения заряда, заданное относительно произвольного центра отсчета, преобразуется к мгновенной, но неподвижной, системе координат XYZ с началом отсчета, совмещенном с центром движущегося заряда. Таким образом, преобразования (5) означает переход к мгновенной системе координат XUZ .

Если вектор скорости ориентирован в одном из характерных направлений, например, вдоль оси OX ($\mathbf{v} = v \mathbf{e}_x$), тогда в координатной форме

$$\Delta - c^{-2}(\mathbf{v}\nabla)^2 = \{1 - (vc^{-1})^2\} \partial^2 / \partial X^2 + \partial^2 / \partial Y^2 + \partial^2 / \partial Z^2.$$

и, заменяя координаты X, Y, Z новыми координатами x', y', z' ,

$$x' = X / \{1 - (vc^{-1})^2\}^{1/2} = (x - vt) / \{1 - (vc^{-1})^2\}^{1/2}, \quad (7)$$

$$y' = Y = y, \quad z' = Z = z,$$

приходим к известному преобразованию *Лоренца*. При этом оператор *Даламбера* \square в подвижной системе координат $X'Y'Z'$ (в которой заряд неподвижен) переходит в оператор *Лапласа*

$$\Delta' = \partial^2 / \partial x'^2 + \partial^2 / \partial y'^2 + \partial^2 / \partial z'^2, \quad (8)$$

которому соответствует картина электростатического поля. При этом уравнение (4) примет вид

$$\square \rho = \Delta' \rho(x - vt, y, z) = \partial^2 \rho / \partial x'^2 + \partial^2 \rho / \partial y'^2 + \partial^2 \rho / \partial z'^2. \quad (9)$$

Уравнение (9) не позволяет определить преобразование объемной плотности заряда. Поэтому для реализации такого преобразования обратимся к выражению объемной плотности точечного заряда со значением q через дельта-функцию *Дирака*: $\rho = q\delta(x - vt)\delta(y)\delta(z)$. Подставляя преобразования координат (7) и применяя соответствующие преобразования обобщенных функций [2], имеем

$$\rho = q\delta(x' \{1 - (vc^{-1})^2\}^{1/2})\delta(y')\delta(z') = q\delta(x')\delta(y')\delta(z')\{1 - (vc^{-1})^2\}^{-1/2}. \quad (10)$$

Таким образом, приходим к известному преобразованию объемной плотности заряда

$$\rho(x, y, z) = \rho'(x', y', z')\{1 - (vc^{-1})^2\}^{-1/2}.$$

Изложенную методику положим в основу реализации преобразования координат в модифицированной электродинамике.

2. Реализация преобразования. В [3]–[4] обоснованы следующие волновые уравнения для силовых характеристик ЭМП:

$$\tau^2 \partial^2 (\Delta \mathbf{B}) / \partial t^2 + \Delta \mathbf{B} - c^{-2} \partial^2 \mathbf{B} / \partial t^2 = -\mu_0 (\tau \partial (\text{rot} \mathbf{j}_3) / \partial t + \text{rot} \mathbf{j}_3). \quad (11)$$

$$-\tau^2 \partial^2 (\Delta \mathbf{E}) / \partial t^2 + \Delta \mathbf{E} - c^{-2} \partial^2 \mathbf{E} / \partial t^2 = \mu_0 \partial \mathbf{j}_3 / \partial t + (-\tau \partial (\text{grad} \rho) / \partial t + \text{grad} \rho) / \varepsilon_0$$

Представим эти уравнения в операторной форме

$$LH = -(1+\tau\partial/\partial t)\text{rot}\mathbf{j}_3, \quad LE = \mu_0\partial\mathbf{j}_3/\partial t + (1-\tau\partial/\partial t)\text{grad}\rho/\varepsilon_0. \quad (12)$$

Здесь: $L = (1 - \tau^2\partial^2/\partial t^2) \Delta - c^{-2}\partial^2/\partial t^2$ – волновой оператор; ρ – мгновенная объемная плотность электрических зарядов; \mathbf{j}_3 – эффективная плотность тока. Введем обратный оператор L^{-1} , обозначающий частные решения неоднородных волновых уравнений (11)-(12). Поскольку оператор L линейный, то и обратный оператор L^{-1} тоже линейный оператор. Ввиду линейности и скалярности операторов L и L^{-1} правомерны следующие свойства [1]:

$$\begin{aligned} L^{-1}L = \mathbf{1}, LL^{-1} = \mathbf{1}, \text{grad}L = L\text{grad}, \text{div}L = L\text{div}; \text{rot}L = L\text{rot}; \partial^2/\partial t^2 L = L\partial^2/\partial t^2, \\ L^{-1}\text{grad} = \text{grad}L^{-1}; L^{-1}\text{div} = \text{div}L^{-1}; \text{rot}L^{-1} = L^{-1}\text{rot}; \\ L^{-1}\partial/\partial t = \partial/\partial t L^{-1}; L^{-1}\partial^2/\partial t^2 = \partial^2/\partial t^2 L^{-1}, \end{aligned} \quad (13)$$

где $\mathbf{1}$ – есть тождественный оператор. Применяя к (11)-(12) оператор L^{-1} и исходя из линейности волновых операторов и свойств (13), имеем: соответственно

$$\mathbf{H} = -(1+\tau\partial/\partial t)L^{-1}\text{rot}\mathbf{j}_3, \quad (14)$$

$$\mathbf{E} = \mu_0(L^{-1}\partial\mathbf{j}_3/\partial t) + \text{grad}(L^{-1}\rho/\varepsilon_0) - \tau\text{grad}(L^{-1}\partial\rho/\partial t)/\varepsilon_0. \quad (15)$$

Выражаем

$$L^{-1}\text{rot}\mathbf{j}_3 = L^{-1}\text{rot}(\mathbf{v}\rho_3) = -[\mathbf{v}\text{grad}(L^{-1}\rho_3)]. \quad (16)$$

Подставляя (16) в (14) и учитывая уравнение $(1+\tau\partial/\partial t)\rho_3 = \rho$, получаем конечное выражение для напряженности магнитного поля

$$\mathbf{H} = [\mathbf{v}\text{grad}(L^{-1}\rho)] = \varepsilon_0[\mathbf{v}\mathbf{E}_{\varphi_0}], \quad (17)$$

где \mathbf{E}_{φ_0} – есть напряженность некоторого расчетного потенциального электрического поля, которая удовлетворяет волновому уравнению

$$L\mathbf{E}_{\varphi_0} = \text{grad}\rho/\varepsilon_0 = -L\text{grad}\varphi_0, \quad L\varphi_0 = -\rho/\varepsilon_0. \quad (18)$$

Здесь φ_0 скалярный потенциал, соответствующий \mathbf{E}_{φ_0} :

Выразим:

$$\begin{aligned} \partial\mathbf{j}_3/\partial t = \mathbf{v}\partial\rho_3/\partial t = -\mathbf{v}\text{div}(\rho_3\mathbf{v}) = -\mathbf{v}(\mathbf{v}\text{grad}\rho_3), \\ \partial\rho/\partial t = (1+\tau\partial/\partial t)\partial\rho_3/\partial t = -(1+\tau\partial/\partial t)(\mathbf{v}\text{grad}\rho_3) = -(\mathbf{v}\text{grad}(1+\tau\partial/\partial t)\rho_3) = - \\ (\mathbf{v}\text{grad}\rho). \end{aligned} \quad (19)$$

Подставляя (19) во второе уравнение (12) и учитывая линейность оператора L^{-1} , получаем

$$\mathbf{E} = \text{grad}(L^{-1}\rho/\varepsilon_0) - \mu_0\mathbf{v}(\mathbf{v}\text{grad}(L^{-1}\rho_3)) + \tau\text{grad}(\mathbf{v}\text{grad}(L^{-1}\rho/\varepsilon_0)). \quad (20)$$

Представляя градиент от скалярного произведения известной формулой из векторного анализа, имеем

$$\text{grad}(\mathbf{v}\text{grad}(L^{-1}\rho/\varepsilon_0)) = (\mathbf{v}\text{grad})\text{grad}(L^{-1}\rho/\varepsilon_0) = (\mathbf{v}\nabla)\text{grad}(L^{-1}\rho/\varepsilon_0). \quad (21)$$

Подставляя $\mathbf{E}_{\varphi_0} = \text{grad}(L^{-1}\rho/\varepsilon_0)$ в (20) и учитывая (21), получаем конечное выражение для \mathbf{E}

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\varphi_0} - c^{-2}\mathbf{v}(\mathbf{v}\mathbf{E}_{\varphi_0}) + \tau(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{E}_{\varphi_0}. \quad (22)$$

Величина E_{φ_3} удовлетворяет уравнению

$$LE_{\varphi_3} = \text{grad}\rho_3/\varepsilon_0. \quad (23)$$

Применяем к (22) последовательно операторы div и L , и, учитывая третье уравнение новой электродинамики $\text{div}\mathbf{D}=\rho_3$ и уравнения (18) и (23), получаем

$$(L\rho_3/\varepsilon_0) = \Delta(\rho/\varepsilon_0) - c^{-2}(\mathbf{v}\nabla)^2(\rho_3/\varepsilon_0) + \tau(\mathbf{v}\nabla)\Delta\rho. \quad (22a)$$

Выражаем

$$\rho = \rho_3 + \tau\partial\rho_3/\partial t = \rho_3 - \tau(\mathbf{v}\text{grad}\rho_3)$$

и приводим (22a) к виду

$$L\rho = \Delta\rho - c^{-2}(\mathbf{v}\nabla)^2\rho - \tau^2(\mathbf{v}\nabla)^2\Delta\rho. \quad (24)$$

Из (24) следует, что это уравнение характеризует преобразование волнового оператора L

$$L = \Delta - c^{-2}(\mathbf{v}\nabla)^2 - \tau^2(\mathbf{v}\nabla)^2\Delta. \quad (25)$$

Для свертывания уравнения (24) к виду $\Delta'\rho(x-vt, y, z)$ воспользуемся методом преобразования М-М волновых уравнений, разработанным в работах [5]-[6]. Таким образом, преобразования бесконечно малых отрезков принимают вид

$$dx' = dX/\{a\}^{1/2} = (dx - vdt)/\{a\}^{1/2}, \quad dy' = dY = dy, \quad dz' = dZ = dz, \quad (26)$$

где

$$a = \sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} - \tau^2 v^2 \frac{\partial^2 \rho}{\rho \partial X^2}\right) / \left(1 - \tau^2 v^2 \frac{\partial^2 \rho}{\rho \partial X^2}\right)},$$

и преобразования координат соответственно

$$x' = \int \frac{dX}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} - \tau^2 v^2 \frac{\partial^2 \rho}{\rho \partial X^2}\right) / \left(1 - \tau^2 v^2 \frac{\partial^2 \rho}{\rho \partial X^2}\right)}}, \quad X = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z.$$

Для дальнейшего анализа выберем точечный заряд, объемная плотность которого выражается через дельта-функцию Дирака $\delta(R)$:

$$\rho = q\delta(R) = q\delta(X)\delta(y)\delta(z),$$

где, $R = |\mathbf{r} - \mathbf{vt}|$ – расстояние от заряда, находящегося в точке $\mathbf{r}_0(t) = \mathbf{vt}$, до наблюдателя, находящегося в точке \mathbf{r} . При этом вторая производная от объемной плотности заряда будет $\partial^2 \rho / \partial X^2 = q\delta''(X)\delta(y)\delta(z) = 2q\delta(X)\delta(y)\delta(z)/X^2$, [2]. Подставляя её в (26), имеем

$$dx' = \alpha_p \sqrt{\frac{(X^2 - 2\tau^2 v^2)}{(X^2 - 2\alpha_p^2 \tau^2 v^2)}} dX, \quad \alpha_p = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (27)$$

Из (27) следует то, что соответствующие преобразования имеют смысл только для тех точек, которые находятся на удалении $X > X_{\text{кр}} = (\alpha_p \tau v)$

от точечного заряда вдоль его направления движения, а при $X \gg X_{кр}$ преобразования (27) сводятся к лоренцевым преобразованиям (7).

Выводы: 1. Вблизи заряда преобразования координат зависят не только от скорости движения, но и от местоположения координаты относительно заряда в направлении движения. Эта зависимость обусловлена влиянием градиента поля, который возрастает до бесконечности в точке местоположения точечного заряда. 2. Модифицированная электродинамика описывает преобразование координат в тех точках, расстояние которых от местоположения заряда по направлению движения превышает критическое значение $X_{кр}$, которое возрастает с увеличением скорости его движения. Это ограничение связано с использованием сингулярной модели пространственного распределения заряда – сосредоточением его в точке. 3. Вдали от заряда действуют преобразования Лоренца.

Литература

1. Меньшов Е.Н. Метод анализа ЭМП равномерно движущегося заряда на основе модели Максвелла // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. междунар. конф. «КЛИН-2004». – Ульяновск: УлГТУ, 2004. – Том 4. – С.97–102.

2. Владимиров В.С. Обобщенные функции в математической физике. – М.: Наука, 1976. – 280 с.

3. Меньшов Е.Н. Математическая модель электромагнитного поля // Вестник УлГТУ. – 2002. – №3. – С.64–71.

4. Меньшов Е.Н. Моделирование уравнений классического электромагнитного поля // Научно-техн. калейдоскоп, сер. Электро- и теплоэнергетика. – Ульяновск: УлГТУ, 2002. – №3. – С.52–60.

5. Меньшов Е.Н. Силы взаимодействия зарядов в классической электродинамике // Синтез, анализ, и диагностика электронных цепей: Тр. междунар. конф. «КЛИН-2007». – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Том 3. – С.163–167.

6. Меньшов Е.Н. К вопросу преобразования координат в новой электродинамике // Успехи современного естествознания. – 2007. – №12. – С.95–96.

Меньшов Евгений Николаевич – к.т.н., доцент кафедры «Электроснабжение» УлГТУ, e-mail: men@ulstu.ru.

Долгополов Александр Владимирович – студент третьего курса Энергетического факультета УлГТУ.

ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ

АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ СИМВОЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ МНИМОЙ И ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ ЧАСТЕЙ СХЕМНОГО ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ

В. И. Гордеев, С. А. Курганов

Алгоритм основан на методе схемных определителей и обеспечивает получение компактных выражений мнимой и действительной частей схемного определителя без трудоемкого развертывания и сортировки слагаемых.

Символьные выражения действительной и мнимой частей числителя и знаменателя схемной функции (СФ) необходимы для построения символьных выражений амплитудно- и фазо-частотной характеристик. На основе действительной и мнимой частей определителя составляются символьные или численно-символьные уравнения баланса амплитуд и фаз для определения условий и параметров стационарных колебаний автогенератора [1]. Составные части схемного определителя необходимы также для исследования цепи на устойчивость с помощью годографа Михайлова [2].

Мнимая и действительная части комплексного выражения находятся с помощью символьного выражения определителя и последующей трудоемкой сортировки слагаемых по признаку наличия или отсутствия в них мнимой единицы [3]. При этом выражение определителя находится с помощью дифференциальных уравнений [2] или путем разложения определителя операторной матрицы узловых проводимостей [1]. Недостатками обоих методов являются их трудоемкость, обусловленная составлением уравнений, и наличие избыточных, взаимно уничтожающихся слагаемых, возникающих из-за повторения одного и того же параметра в элементах матрицы.

Избежать указанных недостатков можно, используя метод схемных определителей (МСО) для нахождения символьного определителя [4], исключая появление избыточных слагаемых, и применяя алгоритм, программно формализующий нахождение порядка сложности произвольной активной электрической цепи [5] и алгоритм построения полиномиальных схемных функций электронных цепей [6]. В последнем алгоритме полиномиальные коэффициенты должны находиться не по порядку номеров, а отдельно – сначала для четных, а затем нечетных

степеней оператора p . Эти коэффициенты образуют действительную и мнимую части определителя соответственно.

Нахождение порядка сложности произвольной активной электрической цепи состоит из двух этапов [5]. Первым этапом является определение максимальной и минимальной степеней оператора по следующим формулам

$$n_{max} = n_C + n_L - n_{SL} - n_{KC}, \quad (1)$$

$$n_{min} = n_{SC} + n_{KL} \quad (2)$$

где n_C, n_L – число конденсаторов и катушек индуктивности; n_{SL}, n_{KC} – число обобщённых индуктивных сечений и ёмкостных контуров соответственно, а n_{SC} и n_{KL} – соответственно число обобщённых ёмкостных сечений и индуктивных контуров. Вторым этапом является проверка невырожденности коэффициентов степеней, полученных на первом этапе и окончательное заключение о порядке сложности цепи. Проверка заключается в поиске хотя бы одного производного схемного определителя без вырожденных сечений и контуров.

Алгоритм формирования полиномиальных схемных функций электронных цепей позволяет находить коэффициенты с учетом правил оптимального построения выражений, при этом в первую очередь учитываются элементы, подлежащие нейтрализации или выделению по частным формулам (содержащим одно из двух слагаемых). «Степень слагаемых определителя контролируется неявным образом – без развертывания выражений – на основе показателя степени, который присваивается каждой паре скобок. Она появляется после выделения любого элемента» [6, с. 155]. При выделении реактивных элементов вновь образующейся паре скобок присваивается показатель степени на единицу больший, чем у ближайшей внешней пары скобок, а при выделении неактивных элементов, показатель степени будет такой же. Если показатель степени скобок превышает степень искомого коэффициента, то эта пара скобок с соответствующим фрагментом формулы стирается. Стирается также выражение, из которого заведомо невозможно получить искомую степень. Оставшиеся безреактивные схемные определители в скобках с искомым показателем степени преобразуются к символьным выражениям.

Предлагаемый здесь алгоритм предусматривает поэлементное нахождение мнимой и действительной частей символьного определителя независимо друг от друга на основе одной и той же схемы числителя или знаменателя схемной функции. Схема числителя получается из исходной с помощью замены независимого источника норатором, а приемника отклика нуллатором. Схема знаменателя – путем нейтрализации независимого источника и приемника отклика [4].

Главными этапами формирования частей определителя является нахождение максимальной и минимальной степеней полинома и, собственно, нахождение полиномиального коэффициента заданной степени оператора p по алгоритму [5]. Определение порядка сложности электрической цепи необходимо для исключения затрат на вычисление заведомо вырожденных определителей. Для действительной и мнимой составляющих необходимо отдельно находить четные и нечетные степени оператора p соответственно.

Алгоритм нахождения вещественной части символьного определителя.

1. Найти исходную схему числителя или знаменателя по выше изложенным правилам.

2. По алгоритму [5] сформировать диапазон значений коэффициента $k = n_{min} \dots n_{max}$.

3. По алгоритму [6] найти выражения коэффициентов полинома для каждого чётного значения степени k из диапазона в п. 2.

4. Умножить каждое выражение коэффициента полинома на переменный множитель $j^k \omega^k$, где j и ω – мнимая единица и циклическая частота соответственно.

5. Сумма выражений, сформированных в п. 4, является вещественной частью символьного определителя.

Для нахождения мнимой части определителя необходимо в п.3 вместо чётных значений степени k использовать нечётные, а в п.4 умножать выражения из предыдущего пункта на переменный множитель $-j^{k+1} \omega^k$.

Таким образом, трудоёмкая сортировка символьных слагаемых при нахождении частей комплексного выражения заменяется непосредственным формированием коэффициентов для чётных и нечётных степеней оператора p .

Пример нахождения мнимой и вещественной частей определителя.

Формирование частей комплексного определителя рассмотрим на примере схемы, приведённой на рис. 1. Она представляет собой схему замещения транзисторного автогенератора [3].

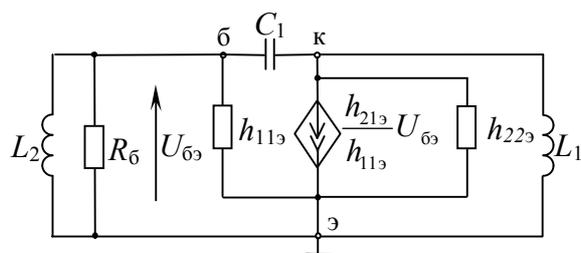


Рис. 1. Схема замещения LC -генератора с индуктивной трёхточкой на биполярном транзисторе с общим эмиттером

Найдём сначала мнимую составляющую определителя по предложенному алгоритму.

1. Схема определителя совпадает со схемой, изображённой на рис. 1.

2. Максимальную степень полинома найдём, учитывая, что в исходной схеме нет ни обобщённых индуктивных сечений, ни обобщённых ёмкостных контуров, то есть $n_{max} = n_C + n_L = 3$. Минимальная степень ввиду отсутствия обобщённых ёмкостных сечений и индуктивных контуров $n_{min} = 0$.

Проверим на вырождение схемно-алгебраическое выражение (САВ) коэффициента полинома

$$b_0 = \left| \begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} R_6 \\ U_{63} \\ h_{113} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} h_{213} U_{63} \\ h_{113} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} h_{223} \end{array} \right] \end{array} \right] \end{array} \right| ,$$

которое получается из схемы на рис. 1 путем замены конденсатора разрывом, а катушек индуктивности проводником. Как видно, схема не содержит вырожденных сечений или контуров, поэтому $n_{min} = 0$.

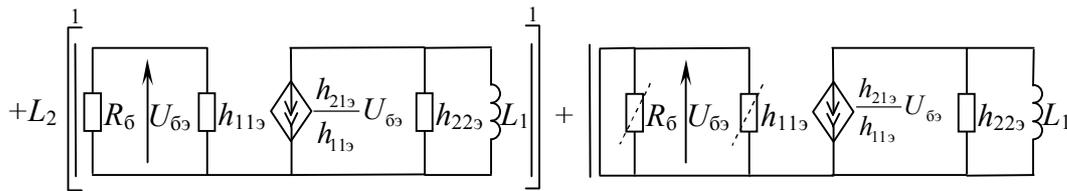
Аналогично, проверяя САВ коэффициента полинома b_3 , установим $n_{max} = 3$. Таким образом, диапазон значений коэффициента $k = 0..3$.

3. Теперь найдём выражения полиномов для каждого нечётного значения степени k . Вначале сформируем коэффициент b_1 . Для этого из исходной схемы выделим проводимость конденсатора C_1 , в результате определитель имеет вид

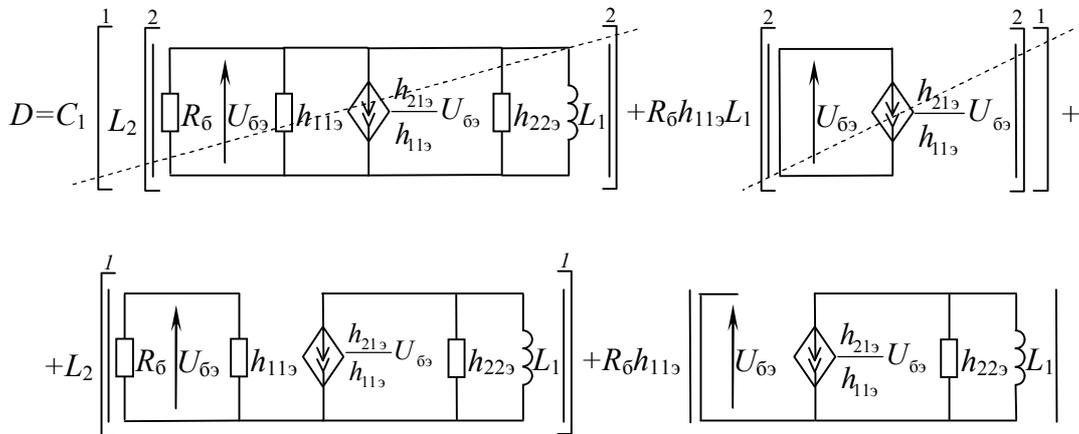
$$D = C_1 \left[\begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} L_2 \\ \left[\begin{array}{c} R_6 \\ U_{63} \\ h_{113} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} h_{213} U_{63} \\ h_{113} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} h_{223} \end{array} \right] \\ L_1 \end{array} \right] \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} L_2 \\ \left[\begin{array}{c} R_6 \\ U_{63} \\ h_{113} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} h_{213} U_{63} \\ h_{113} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} h_{223} \end{array} \right] \\ L_1 \end{array} \right] \end{array} \right]$$

Обе схемы содержат количество реактивных элементов больше $k = 1$, а показатели степени скобки не превышают $k = 1$, следовательно, выделяем далее сопротивление катушки L_2 из обеих схем

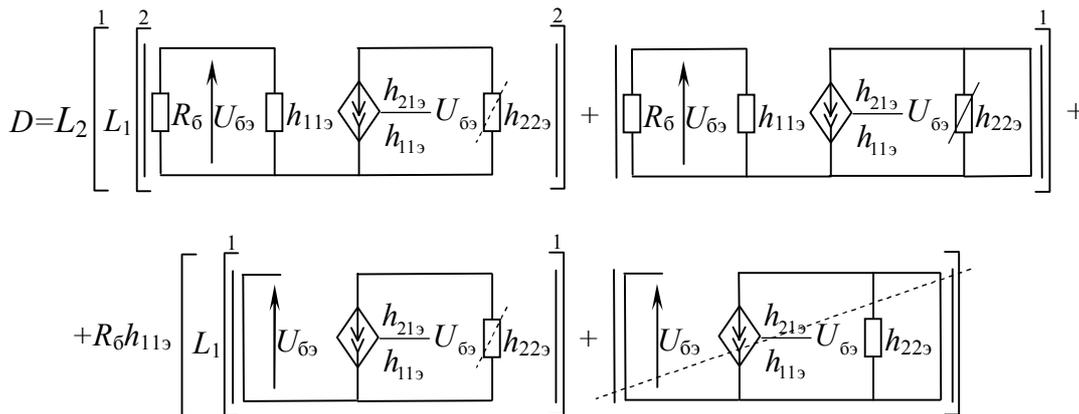
$$D = C_1 \left[\begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} L_2 \\ \left[\begin{array}{c} R_6 \\ U_{63} \\ h_{113} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} h_{213} U_{63} \\ h_{113} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} h_{223} \end{array} \right] \\ L_1 \end{array} \right] \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} R_6 \\ U_{63} \\ h_{113} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} h_{213} U_{63} \\ h_{113} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} h_{223} \end{array} \right] \\ L_1 \end{array} \right] +$$



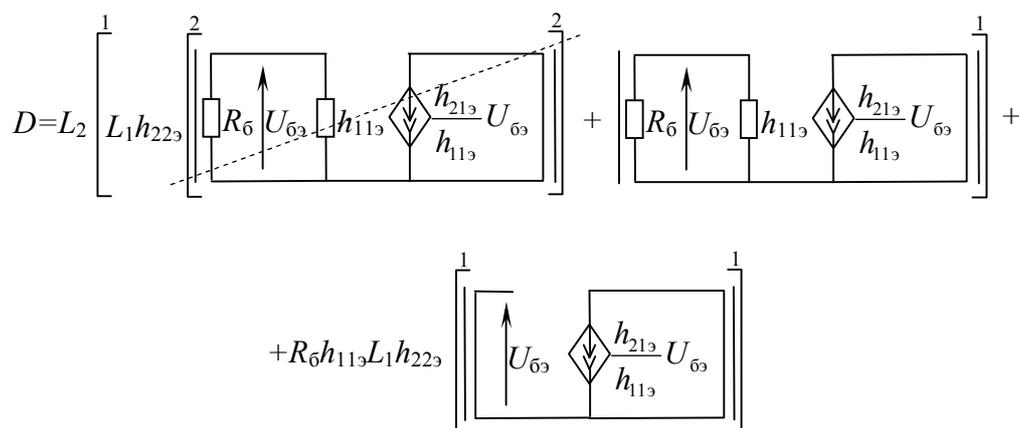
В соответствии с частными формулами удаления и выделения элементов, содержащими одно из двух слагаемых [4], преобразуем САВ к виду



Здесь первые две схемы вычеркнем, так как показатели степени скобок у них превышают $k = 1$. Теперь выделим L_1 из последних двух схем, в результате получим



Последний определитель вычеркнут, так как он не позволяет получить заданную степень полинома. Запишем полученную САВ с учётом выделения и удаления элементов по частным формулам



Проверив показатели степени скобок на предмет превышения $k = 1$, удалим первое САВ. Раскроем оставшиеся определители, в результате чего получим

$$b_1 = L_2 \left[\begin{array}{c} \left| \begin{array}{cc} \frac{h_{21}}{h_{11}} & R_6 \\ R_6 & h_{11} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{cc} R_6 & h_{11} \end{array} \right| + R_6 h_{11} L_1 h_{22} \left[\begin{array}{c} \left| \begin{array}{cc} \frac{h_{21}}{h_{11}} & U_6 \\ U_6 & h_{11} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \frac{h_{21}}{h_{11}} \\ U_6 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} U_6 \\ h_{11} \end{array} \right| \end{array} \right] \end{array} \right]$$

Таким образом, искомый коэффициент полинома имеет вид

$$b_1 = L_2 (R_6 + h_{11}) + R_6 h_{11} L_1 h_{22}.$$

Коэффициент полинома степени $k = 3$ найдём аналогично

$$b_3 = C_1 L_2 L_1 (-R_6 (h_{21} + h_{11} h_{22}) + 1) + h_{11}.$$

4. Умножим b_1 и b_3 на переменный множитель $(-j^{k+1} \omega^k)$. Сложив полученные выражения, получим искомую мнимую часть:

$$Im(\Delta) = (L_2 (R_6 + h_{11}) + R_6 h_{11} L_1 h_{22}) \omega - C_1 L_2 L_1 (-h_{21} R_6 + R_6 h_{11} h_{22} + R_6 + h_{11}) \omega^3. \quad (3)$$

Построение вещественной части символьного определителя осуществляется на основе коэффициентов при четных степенях оператора p . В результате она имеет вид:

$$Re(\Delta) = R_6 h_{11} - (C_1 R_6 h_{11} (L_1 + L_2) - L_2 L_1 h_{22} (R_6 + h_{11})) \omega^2. \quad (4)$$

В работе [3] выражения, эквивалентные (3) и (4), получены из узлового символьного определителя с помощью трудоемких операций

развертывания и сортировки слагаемых. При этом возникают избыточные взаимно уничтожающиеся слагаемые, а результирующие выражения не являются рациональными (содержат отрицательные степени параметров), что осложняет аналитическое исследование символьного выражения.

Вывод. Предложен алгоритм построения рациональных выражений мнимой и действительной частей символьного определителя, не требующий трудоемких операций развёртывания, сортировки и исключения избыточных слагаемых.

Литература

1. Сигорский В.П., Петренко А.И. Основы теории электронных схем.– Киев: Техника, 1967.– 609 с.

2. Бесекаерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. – М.: Профессия, 2003. – 752 с.

3. Чайковский А.С., Иванова В.Н. Анализ LC – генераторов гармонических колебаний // Электроника и связь 5'. Вып. «Электроника и нанотехнологии».– Киев: 2010.– С. 72–78.

4. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– №5. – С. 43-52.

5. Курганов Д.С., Курганов С.А., Филаретов В.В. Нахождение порядка сложности произвольной активной электрической цепи методом схемных определителей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов. / Под ред. В.В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – Вып. 6. – 364 с.

6. Курганов Д.С., Филаретов В.В. Алгоритм и программа формирования полиномиальных схемных функций электронных цепей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов. / Под ред. В.В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – Вып. 6. – 364 с.

Гордеев Владислав Игоревич – студент Энергетического факультета Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ). E-mail: vgcor@rambler.ru.

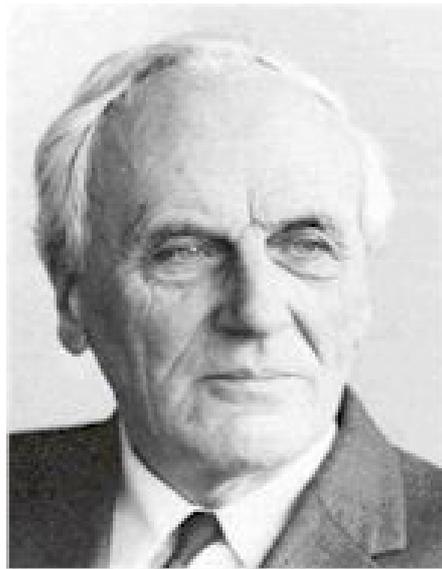
Курганов Сергей Александрович – д.т.н., профессор кафедры «Электроснабжение» Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ). 432027, Ульяновск, ул. Северный Венец, 32, УлГТУ; служебный тел. 77-81-05; e-mail: sak@ulstu.ru.

ИЗ ИСТОРИИ ОТКРЫТИЙ

ТЕЛЛЕГЕН: ГИРАТОР, НУЛЛОР И ТЕОРЕМА О ВИРТУАЛЬНОМ БАЛАНСЕ

И. В. Ерохов, В. В. Филаретов

Бернард Теллеген родился 24 июня 1900 года в городе Винсхотен (Winschoten), Голландия. Получил высшее образование в университете города Делфт (Delft). После окончания учебы в университете с 1923 года работал в лаборатории фирмы Филипс, город Эйндховен (Philips Research Laboratories in Eindhoven). В 1926 году ему удалось сконструировать пентод – вакуумную электронную лампу. Теллеген вводит в теорию электрических цепей новые идеальные элементы – гиратор (1948г.) и нулор (1954г.), а в 1952 году формулирует главную теорему теории цепей (Tellegen's theorem). В период с 1946 по 1966гг. занимает должность ассистента профессора теории цепей (adjunct professor of circuit theory) в университете города Делфт. В 1970 году ему присуждают ученую степень почетного доктора наук (doctor honoris causa). В 1973 году Теллегена награждают медалью Эдисона (IEEE Edison Medal). Закончил свой жизненный путь Бернард Теллеген 30 августа 1990 года и похоронен в городе Эйндховен.



Бернард Теллеген – Bernard D.H. Tellegen
(24.06.1900 – 30.08.1990)

Гиратор. Рассмотрим вклад ученого в теорию электрических цепей более подробно и начнем с идеального элемента «гиратор». Конечно, не только хронология обуславливает такой порядок, лаборатория фирмы Филипс осуществила репринтное издание оригинальной статьи ученого и она доступна в Интернет [1]. Ниже мы приводим название работы в оригинале и выражаем удивление, что репринта статьи 1952 года в архиве Интернет и библиотеке университета г.Делфт мы не нашли (рис. 1).

Copyright © 1948 by Philips Research Laboratories, The Netherlands

Reprinted from *Philips Res. Rept.*, 3, 81–101 (Apr. 1948)

THE GYRATOR, A NEW ELECTRIC NETWORK ELEMENT

by B. D. H. TELLEGEN

538.55:621.392

Рис. 1. Статья Б.Теллегена «Гиратор – новый элемент электрической цепи»

Определение идеального гиратора даем в соответствии с оригиналом (рис. 2).

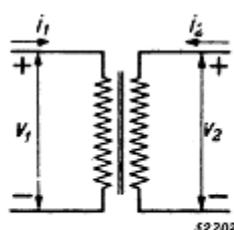


Fig. 5.
Ideal transformer.

From the system of two coupled coils a more radical development started. By making the coupling coefficient M^2/L_1L_2 as nearly as possible equal to 1, the transformer was created, whose properties in the ideal state are described by

$$\begin{aligned} i_1 &= -ui_2, \\ v_2 &= uv_1. \end{aligned} \quad (5)$$

The coefficient u is called the *transformation ratio*.

Рис. 2. Фрагмент статьи [1].

Б.Теллеген рассматривает трансформатор как четырехполюсник и записывает уравнения (5) на рис. 2, которые можно получить из A -системы уравнений четырехполюсника (системы передачи) в предположении режимов «короткого замыкания» и «холостого хода».

Отметим, что понятие четырехполюсника было введено в 1921 году Ф.Брайсигом (Franz Breisig) и развивалось многими электротехниками начала 20-го века, например, Р.Фельдткеллером (Richard Feldtkeller) [2]. Б.Теллеген, без сомнения, знал работы пионеров теории четырехполюсника, о чем свидетельствует хотя бы ориентация стрелок токов на входе и выходе (рис.5, вставка) трансформатора. Направление токов внутрь четырехполюсника теперь является традиционным.

Опишем четырехполюсник с помощью системы уравнений передачи:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2 \end{cases}, \quad (1)$$

где коэффициент B имеет размерность [Ом], а коэффициент C – [Ом⁻¹].

Первый коэффициент имеет название «переходное сопротивление», второй – «переходная проводимость». Очевидно, что эти коэффициенты определяют потери в трансформаторе, поэтому у идеального элемента теории электрических цепей их не должно быть. Тогда система уравнений (1) получит следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A\dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 = D\dot{I}_2 \end{cases}. \quad (2)$$

Приведем систему уравнений (2) к виду, который она имеет в оригинальной работе Б.Теллегена:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = D\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = \frac{1}{A}\dot{U}_1 \end{cases}. \quad (3)$$

Достаточно принять условие $A = D$ и учесть знак тока I_2 (четыреполюсник становится «проходным»), и полное соответствие уравнения (3) с равенствам (5) из оригинальной работы станет очевидным.

Рихард Фельдткеллер (Richard Feldtkeller) приводит схему замещения четырехполюсника [2], представленную на рис. 3.

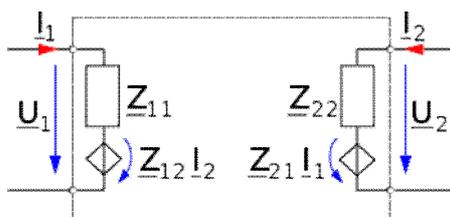


Рис.3. Схема замещения четырехполюсника.

Как видно из рис. 3, четырехполюсник описан системой уравнений с применением Z -параметров. Очевидно, что эту схему замещения нельзя

преобразовать в изображение идеального гиратора, так как надо будет отказаться от всех параметров модели, представленной на рис.2. Теллеген предлагает другую схему замещения

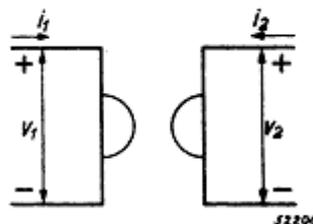


Fig. 9. Proposed symbol for the ideal gyrator.

Рис. 4. Обозначение гиратора, предложенное Б.Теллегеном.

нестандартного четырехполюсника. Позднее возникли другие графические изображения идеального гиратора.

Введенный идеальный элемент теории электрических цепей автор назвал – «идеальным преобразователем», надо полагать преобразователем и тока, и напряжения, и энергии. Название получилось громоздким, поэтому, вероятно, по аналогии с коробкой передач автомобиля, элемент был назван гиратором, хотя передача момента от двигателя к колесам автомобиля осуществляется только с потерей энергии. Идеальный статус гиратора автор подтверждает уравнением [1]:

$$i_1 v_1 + i_2 v_2 = 0 .$$

В обозначениях системы уравнений (1) это равенство будет иметь вид:

$$i_1 \tilde{U}_1 = i_2 \tilde{U}_2 . \quad (4)$$

Отметим, что преобразования системы уравнений (1) можно продолжить. Удалять коэффициенты можно не только по два, но и по три, получая различные идеальные четырехполюсники: 1) источник напряжения, управляемый напряжением (параметр А); 2) источник напряжения, управляемый током (параметр В); 3) источник тока, управляемый напряжением (параметр С); 4) источник тока, управляемый током (параметр D).

Вернемся к попарному удалению коэффициентов. В системе уравнений оставим те коэффициенты системы (1), которые были удалены при получении уравнений (2). В результате такого преобразования уравнений (1) получается идеальный четырехполюсник, получивший название конвертора отрицательного сопротивления (КОС):

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = B \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = C \dot{U}_2 \end{cases} . \quad (5)$$

Комплексные коэффициенты уравнений (5) могут изменять фазу переменных на любое значение. При разности фаз между током и напряжением равной значению 180° получаем идеальный преобразователь – конвертор отрицательного сопротивления (КОС). Существуют две разновидности преобразователя – КОСТ и КОСН.

Итак, в любой электрической цепи, преобразующей напряжение (ток) или энергию сигнала, можно выделить идеальный гиратор. В статье [1] таким цепям отведен отдельный раздел (рис. 5).

4. Networks with ideal gyrators

If ideal gyrators were available we could investigate anew all network problems arising in engineering, and since the extension of the system of four network elements to five is a relatively large one, we may expect considerably improved solutions to be possible for most network problems. As an example we may mention the system of two equal, critically

Рис. 5. Начало раздела «Цепи с идеальными гираторами» статьи [1]

Существует преобразование, которое позволяет выделить из матрицы с комплексными элементами математическое описание реального гиратора [3]. В своих лекциях профессор Львовского политехнического института Ю.Т.Величко приводил такой алгоритм:

$$\begin{aligned} [\dot{V}] &= \frac{[\dot{V}] + [\dot{V}]^t}{2} + \frac{[\dot{V}] - [\dot{V}]^t}{2}, \\ [\dot{V}] &= \frac{[\dot{V}] + [\dot{V}]^t}{2} + \frac{[\dot{V}] - [\dot{V}]^t}{2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Пусть матрица комплексных элементов уравнения (6) представляет линейную модель транзистора (справочники больших фирм-производителей предоставляют такие коэффициенты).

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{cc} & \dot{V}_{cb} & \dot{V}_{ce} \\ \dot{V}_{bc} & \dot{V}_{bb} & \dot{V}_{be} \\ \dot{V}_{ec} & \dot{V}_{eb} & \dot{V}_{ee} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Тогда в результате преобразования (7) получаем математическое описание реального гиратора (с частью описания, которое определяет потери). Рис.6 представляет результат преобразования, где идеальный гиратор изображен в виде полного графа с направленными сторонами, что символизирует замкнутый контур циркуляции части энергии.

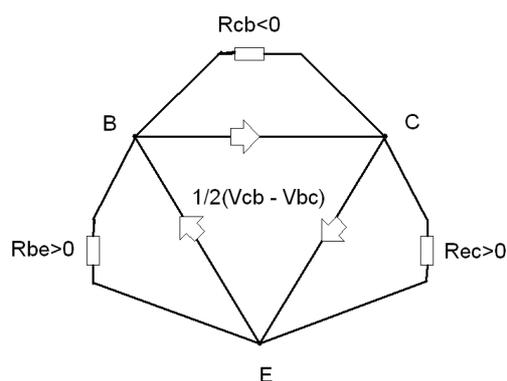


Рис. 6. Представление реального гиратора.

Идеальный гиратор как элемент электрической цепи используется в теории электрических цепей не только при анализе, но и при синтезе схем.

Аномальный схемный элемент – нуллок. Спектр приложений и значение нуллора – идеального усилителя Теллегена [4, 5] – отражает список публикаций из 355 наименований [6]. Этот элемент был введен в теорию цепей Теллегеном в 1954 году как управляемый источник (УИ), параметр которого (коэффициент передачи напряжения или передаточная проводимость) стремится к бесконечности [4]. При этом входное напряжение и ток УИ становятся равными нулю.

Четырехполюсный элемент нуллок образован двумя аномальными двухполюсниками: норатором (управляемой ветвью, генератором) и нуллатором (управляющей ветвью, приемником). Напряжение на нораторе и ток через него не определены, точнее, определяются схемой, к которой подключен этот элемент.

Для символично-топологического анализа электрических цепей Браун в 1966 году вводит понятие направленного нумерованного нуллора, отличающееся от классического нуллора Теллегена указанием ориентации и нумерации. На рис. 7 показаны идеальные операционные усилители и их замещение ориентированным нуллокром.

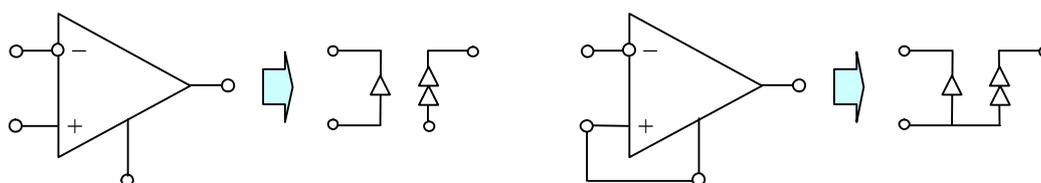


Рис. 7

Ориентированный нуллок позволяет, используя метод выделения элементов, сформировать определитель схемы и его алгебраические

дополнения без построения уравнений. Для построения схемы числителя нуллов включается в исходную схему следующим образом: нуллятор заменяет приемник напряжения или тока, сохраняя их направление, а наторатор подсоединяется взамен источника эдс E или тока J и ориентируется противоположно их направлениям. Таким образом, числители всех передаточных функций для заданных источника и приемника одинаковы. Эти передаточные функции различаются только знаменателями – характеристическим полиномом.

Управляемые источники и формулы выделения их параметров. В практических схемах обычно используются четыре типа управляемых источников (УИ): 1) источник напряжения, управляемый напряжением (ИНУН); 2) источник тока, управляемый током (ИТУТ); 3) источник напряжения, управляемый током (ИНУТ); 4) источник тока, управляемый напряжением (ИТУН).

В 1996 году В. В. Филаретовым обобщается нуллятор Брауна путем введения понятия ориентированного взвешенного нуллора, названного неудаляемым управляемым источником (НУИ) [7, 8]. НУИ в отличие от ориентированного нуллора Брауна имеет параметр χ , который может принимать любое конечное значение, например равное параметру выделяемого УИ или единице. В последнем случае взвешенный нуллятор – НУИ становится ориентированным нуллором Брауна.

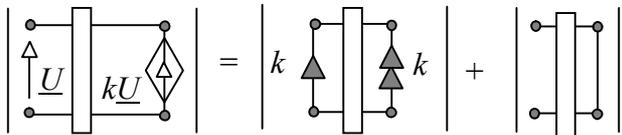
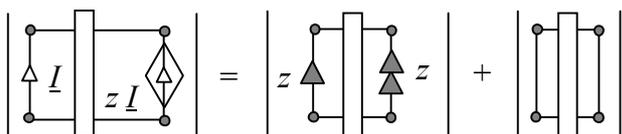
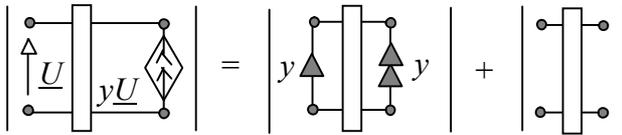
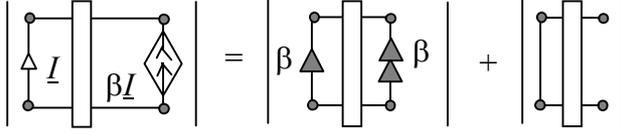
Определитель схемы получается рекурсивным применением формулы выделения УИ [8]

$$\Delta = \Delta(\chi \Rightarrow \text{НУИ}) + \Delta(\chi = 0), \quad (8)$$

где χ – параметр УИ; $\Delta(\chi \Rightarrow \text{НУИ})$ – определитель исходной схемы, в которой УИ заменен на НУИ, причем генератор УИ – на генератор НУИ, а приемник УИ – на приемник НУИ; $\Delta(\chi=0)$ – определитель исходной схемы, в которой нейтрализован УИ.

Схемно-алгебраические выражения (САВ), иллюстрирующие формулу (8) для различных типов УИ, приводятся в табл. 1. На основе этих САВ могут быть получены САВ для нахождения схемных функций соответствующих типов. В этом случае числителем (знаменателем) схемной функции является первое (второе) слагаемое левой части САВ из табл. 1. Например, передаточная функция по напряжению находится с помощью первой строки табл. 1. Благодаря формуле (8), в основе которой лежит понятие идеального усилителя Теллегена, метод схемных определителей приобрел самостоятельное значение при решении задач символического анализа, диагностики и структурного синтеза электрических цепей [9].

Таблица 1. Формулы выделения параметров управляемых источников

№ п/п	Тип управляемого источника	Схемно-алгебраическое выражение
1	ИНУН	
2	ИНУТ	
3	ИТУН	
4	ИТУТ	

Теорема Теллегена. В статье [10], увидевшей свет в 1952 году, автор приводит доказательство общей (general) теоремы теории электрических цепей, с помощью которой, как он отмечает, можно установить справедливость уравнения баланса мощностей, теоремы взаимности и других известных соотношений.

Статья [10] начинается с комментария: «Рассуждения, ведущие к этой теореме, обязательно присутствуют в различных исследованиях цепей, но сама теорема, насколько это известно автору, никогда не была сформулирована явно».

Теорема. Пусть в цепи существует множество токов ветвей $\{I_n^b\}$, для величин которых выполняется уравнение $\sum I^b = 0$ в каждом узле. Пусть существует также множество напряжений ветвей $\{U_n^b\}$, для величин которых выполняется уравнение $\sum U^b = 0$ в каждом контуре. Кроме того, положительное направление для тока ветвей, от (+) к (-), согласовано с положительным направлением напряжений ветвей, как это показано на рис.8. Тогда при этих условиях **всегда будет справедливо** соотношение $\sum_{i=1}^n I_i^b U_i^b = 0$, где суммирование проводится по всем ветвям цепи.

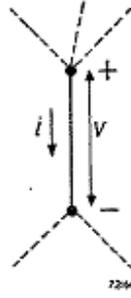


Рис. 8. Положительное направление тока и напряжения ветви

Как можно видеть на рис.2, Теллеген предполагал разную ориентацию стрелки напряжения по отношению к стрелке тока, т.е. считал обязательным присутствие в цепи ветвей с источником энергии. Следующие ниже рассуждения представляют ход доказательства теоремы, приведенный Б.Теллегеном в работе [10].

Доказательство. Обозначим узлы ветви индексами k и l , тогда напряжение этой ветви находим по формуле $U_{kl}^b = \varphi_k - \varphi_l$. Ток той же ветви I_{kl}^b обозначим аналогично напряжению, тогда слагаемое баланса мощностей запишется следующим образом

$$I_{kl}^b U_{kl}^b = I_{kl}^b (\varphi_k - \varphi_l) = I_{kl}^b \varphi_k - I_{kl}^b \varphi_l. \quad (9)$$

Применим преобразование (9) ко всем ветвям электрической цепи, тогда слагаемых в выражении $\sum_{i=1}^n I_i^b U_i^b = 0$ станет в два раза больше.

Сгруппируем слагаемые вокруг каждого из потенциалов узлов цепи, сомножителем в каждой группе будет сумма токов узла. По первому закону Кирхгофа эта сумма равна нулю, а, следовательно, баланс мощностей будет равен нулю.

$$\sum_{i=1}^n I_i^b U_i^b = 0 \quad (10)$$

Как видно, тождество (10) доказано исключительно с помощью законов Кирхгофа (второй закон Кирхгофа используется в выражении (9)).

Вместе с тем читая формулировку теоремы Теллегена, например, по источнику [11, 12], невольно сравниваешь ее с определением баланса электрической цепи, приведенное Э.В.Зеляхом в монографии [13]: «сумма мгновенных мощностей, доставляемых действующими в схеме источниками, равна сумме мгновенных мощностей, потребляемых или запасаемых остальными элементами схем».

Мгновенная мощность включает в себя мгновенные напряжения и токи (вектора чисел), значения которых соответствуют законам Кирхгофа. Такие вектора можно определить как для линейных, так и нелинейных

(взаимных и невзаимных) цепей. Отметим, что для схем, представляемых численными векторами переменных, существует даже вариант принципа суперпозиции [14].

В общедоступном источнике [15] доказательство теоремы приводится, именно, со ссылкой на книгу [11], а само доказательство сводится к краткой записи, которая приводится ниже:

$$\begin{aligned} [\bar{U}^b]^t [\bar{I}^b] &= ([A]^t [\bar{\varphi}])^t [\bar{I}^b] = ([\bar{\varphi}]^t [A]) [\bar{I}^b] = \\ & [\bar{\varphi}]^t [A] [\bar{I}^b] = 0; [A] [\bar{I}^b] = [\bar{0}] \Rightarrow (KCL). \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь $[\bar{U}^b]$ – вектор-столбец напряжений ветвей, а $[\bar{I}^b]$ – такой же вектор токов ветвей. Матрица $[A]$ фиксирует соответствия узел-ветвь, т.е. является матрицей узловых инцидентий, а вектор-столбец $[\bar{\varphi}]$ содержит все потенциалы независимых узлов электрической цепи. Аббревиатура (*KCL*) в переводе означает (Кирхгофа-токов-правило).

Ход доказательства в (11) фактически повторяет выкладки Э.В.Зеляха, приведенные в монографии [13], которая опубликована годом раньше статьи Б.Теллегена [10]. Однако Э.В.Зелях не сделал последнего шага к выражению (10), ограничившись записью

$$[\bar{I}^b]^t [\bar{E}] = [\bar{I}^b]^t [\bar{U}]. \quad (12)$$

Оригинальный результат Теллегена (10) не обременен реальностью в виде параметров источников и явным родством с законом сохранения энергии, что непосредственно подвело к понятию «псевдомощность». Это дало жизнь многочисленным интерпретациям и формулировкам, которые часто называют «теоремами Теллегена», хотя это обобщения теоремы (10) [11, 12, 16]. Вокруг ученого создан ореол непререкаемого метра теории электрических цепей, поэтому многим кажется, что его жизнь проходила в далеком прошлом. Но это не так, Теллегену просто повезло стать классиком еще при жизни. Считается, что для классика характерна некоторая незаконченность высказываний, математических выкладок, чтобы последователям оставалась возможность приобщиться к его делу.

По-видимому, наиболее точно отражает существо теоремы Теллегена ее именование «виртуальным балансом сил» [17]. При этом подчеркивается, что доказательство теоремы Теллегена проводится путем простого замещения индексов матриц. Понятие «виртуальный» (или кажущийся) соответствует тому, что токи и напряжения могут быть взяты как от одной схемы (обычный баланс), так и от различных схем, но имеющих один и тот же граф (виртуальный баланс). В этом заключается

«отрыв от реальности» – развитие результата, принадлежащего Э.В.Зеляху. Так, для двух различных электрических схем a и b с l ветвями и одинаковой структурой может быть составлены следующие виртуальные балансы:

$$\sum_{k=1}^l v_k^a i_k^a = \sum_{k=1}^l v_k^b i_k^b = 0, \quad (13)$$

$$\sum_{k=1}^l v_k^a i_k^b = \sum_{k=1}^l v_k^b i_k^a = 0, \quad (14)$$

где верхние индексы при напряжениях и токах указывают на их принадлежность к одной из схем a или b .

Теорема о псевдомощностях (обобщение теоремы Зеляха–Теллегена) рассматривалась сначала как некоторое соотношение, связывающее данные, измеренные в разные моменты времени на одной и той же схеме. Потом было осознано, что это могут быть разные схемы, объединенные единым графом, другими словами, одной схемой соединения элементов в электрическую цепь.

Выводы. Бернарду Теллегену было суждено внести неоценимый вклад в фундамент современной теории электрических цепей. Его научные результаты в виде идеальных элементов – гиратора и нуллора – составили основу теории активных электрических цепей. Теллеген, как достойный преемник Кирхгофа, установил, что геометрическая информация о схеме является инвариантной составляющей математической модели, поэтому для доказательства справедливости «виртуального» баланса мощностей (13) и (14) используются только топологические законы электрического равновесия и непрерывности. Наследие Теллегена продолжает развиваться и находить практическое применение в различных областях науки и техники [6].

Литература

1. Tellegen B.D.H. The Gyrator, a new electric network element // Philips Res. Rept. – 1948. – vol.3.–P. 81–101.
2. Feldtkeller R. Einführung in die Vierpoltheorie der elektrischen Nachrichtentechnik. – Leipzig: Hirzel Verlag, 1948. – 148 s.
3. Величко Ю.Т. Прхідні чотиріполюсники. – Київ: Вид.АН УРСР, 1958. – 493 с.
4. Tellegen B.D.H. La recherche pour una s erie complète d'éléments de circuit ideaux non-linéaires // Rendiconti del seminario matematico e fisico di Milano: Sotto gli auspice dell'universit  e del politecnico.– Milano, 1955. Vol. 25 (1953–1954).– P. 134–144.

5. Миланцей Т. Идеальный усилитель Теллегена // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. междунар. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3. – С. 222–234.
6. Kumar P., Senani R. Bibliography on nullors and their applications in circuit analysis, synthesis and design // Analog integrated circuits and signal processing. – 2002. – Vol. 33. – P. 65–76.
7. Миланцей Т., Филаретов В.В. От идеального усилителя Теллегена до многомерного неудаляемого управляемого источника // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Тр. междунар. конф. КЛИН–2005. – Ульяновск: УлГТУ. – 2005. – Т. 3. – С. 140–155.
8. Миланцей Т., Славский Г.Н., Филаретов В.В. Пять формул метода схемных определителей // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Тр. междунар. конф. КЛИН–2004. – Ульяновск: УлГТУ, 2004. – Т. 4. – С. 102–113.
9. Горшков К.С., Филаретов В.В. Схемный подход Вильгельма Фойснера и метод схемных определителей / Под ред. В.В.Филаретова. – Ульяновск: Изд-во УлГТУ, 2009. – 189 с.
10. Tellegen B.D.H. A general network theorem, with application/ Philips Res. Rept. – 1952. – vol.7, p.p. 259 – 269.
11. Penfold P., Spence R., Duinker S. Tellegen's Theorem and Electrical Networks. – Cambridge, Mass.: M.I.T. Press, 1970. – 143 p.
12. Пенфилд П. Энергетическая теория электрических цепей./ П.Пенфилд, Р.Спенс, С.Дюинкер: пер. с англ. – М.: Энергия, 1974. – 152 с.
13. Зелях Э.В. Основы общей теории линейных электрических схем/ Зелях Э.В. – М.: Издание АН СССР. 1951. – 336с.
14. Бондаренко В.М. Вопросы анализа нелинейных цепей. – Киев: Наукова думка, 1967. – 156 с.
15. Tellegen's Theorem wikipedia en. / - http://en.wikipedia.org/wiki/Tellegen's_Theorem.
16. Ерохов И.В., Филаретов В.В. Теорема Зеляха-Теллегена // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – Вып.6. – С. 6–14.
17. Teorema di Tellegen wikipedia it./ - http://it.wikipedia.org/Teorema_di_Tellegen.

Ерохов Игорь Васильевич – профессор Запорожского Классического Приватного Университета (Украина), кандидат технических наук.
E-mail: yerokhov@bigmir.net.

ПРИМЕНЕНИЕ ПЕРЕНОСА ЭЛЕМЕНТОВ В АНАЛИЗЕ И СИНТЕЗЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

К. С. Горшков, В. В. Филаретов

Введение. Преобразования электрических цепей называются эквивалентными, если выполняется условие неизменности токов и напряжений ветвей в тех частях схемы, которые не затронуты преобразованиями [1, 2]. Эквивалентные преобразования электрических цепей приводят к изменению конфигурации исходной схемы, при сохранении ее характеристик.

Существует большое количество разнообразных преобразований электрических цепей. Одним из наиболее наглядных видов эквивалентных преобразований являются преобразования переносом элементов. Самыми первыми нетривиальными преобразованиями стали преобразования переносом источников эдс через сечение и источников тока по контуру [1,2]. Эти преобразования вытекают из правил формирования уравнений Кирхгофа. В данной статье исследуется история развития преобразований переносом, которые были положены в основу эффективных методик анализа [3–23] и синтеза электрических цепей [24–31].

Классические преобразования электрических цепей переносом источников. Из уравнений Кирхгофа следует, что токи в электрической цепи определяются заданными величинами суммарных эдс в контурах независимо от того, из каких отдельных слагаемых они состоят. Поэтому изменение расположения в схеме источников эдс, при котором суммарные эдс во всех контурах сохраняются неизменными, не влияет на токи в ветвях [2]. Аналогично, напряжения на ветвях определяются заданными величинами суммарных токов источников тока в узлах, и поэтому изменение в схеме расположения источников тока, при котором их суммарные токи во всех узлах сохраняются неизменными, не влияет на напряжения в схеме.

Следовательно, источник эдс может быть перенесен из какой-либо ветви схемы во все другие ветви, присоединенные к узлу данной ветви, без изменения токов в схеме. В дуальном случае, источник тока может быть заменен источниками тока, подключенными параллельно всем ветвям, которые составляли контур с рассматриваемым источником.

Как отмечено в учебнике [2, с. 68], «в ряде случаев в результате переноса в схеме источников эдс или тока можно существенно облегчить расчет электрической цепи», причем «перенос источников успешно сочетается на практике с различными методами преобразований и расчетов» (рис. 1).

ви, сходящиеся в одном из узлов данной ветви. Компенсирующая и дополнительные э. д. с. имеют одинаковое направление по отношению к рассматриваемому узлу. В результате этого источник э. д. с. из ветви исключается и появляются источники э. д. с. в других ветвях схемы. Суммарные э. д. с. во всех контурах и соответственно токи в ветвях остаются прежними.

Итак, источник э. д. с. может быть перенесен из какой-либо ветви схемы во все другие ветви, присоединенные к узлу данной ветви, без изменения токов в схеме.

Справедливо и обратное положение: если во всех ветвях, кроме одной, сходящихся в узле, имеются одинаковые источники э. д. с. (рис. 4-15, а), направленные все к одному узлу или все от узла, то они могут быть заменены одним источником э. д. с. в ветви, в которой источник отсутствовал (рис. 4-15, б).

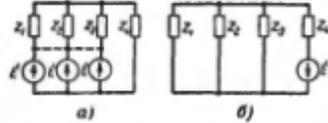


Рис. 4-15. Перенос источников э. д. с. в схеме.

Это положение подтверждается тем, что суммарные э. д. с. в контурах схем на рис. 4-15, а и б) одинаковы.

Имеется и другое доказательство данного положения: ввиду равенства э. д. с. всех источников вторые зажимы их могут быть объединены как имеющие одинаковый потенциал. В результате такого объединения, показанного на рис. 4-15, а пунктиром, получается схема рис. 4-15, б).

В случае переноса источников тока последние присоединяются к узлам схемы так, чтобы остались неизменными их суммарные токи в узлах. Так, например, несмотря на то, что источники тока размещены в схемах на рис. 4-16, а и б) различно, суммарные токи источников в узлах обеих схем одинаковы. По-

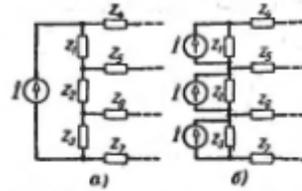


Рис. 4-16. Перенос источника тока в схеме.

этому и напряжения между узлами не изменились.

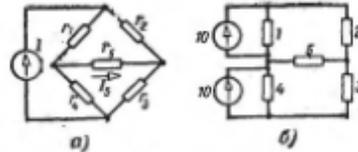


Рис. 4-17. Пример 4-2.

Итак, источник тока может быть заменен источниками тока, подключенными параллельно всем ветвям, которые составляли контур с рассматриваемым источником.

Перенос источников в схеме успешно сочетается на практике с различными методами преобразования и расчетов (пример 4-2).

Пример 4-2. Вычислить ток в диагональной ветви r_5 мостовой схемы рис. 4-17, а.

Дано: $I=10$ а; $r_1=1$ ом; $r_2=2$ ом; $r_3=3$ ом; $r_4=4$ ом; $r_5=5$ ом.

Заданный источник тока может быть заменен двумя источниками, подключенными параллельно сопротивлениям r_1 и r_4 (рис. 4-17, б). Пользуясь условием эквивалентности источников напряжения и тока, получаем схему рис. 4-17, в с двумя узлами. По формуле (4-4) напряжение на ветви r_5 равно:

Рис. 1. Классический перенос источников эдс и тока в учебнике [2]

В переводной работе [1, с. 123] предлагается «использование преобразования переносом источника эдс через узел для уменьшения числа узловых уравнений, подлежащих совместному решению».

Обобщение традиционных преобразований переносом. Несмотря на то, преобразование переносом ветвей источников известно с середины прошлого века, оно долгое время «не находило достаточно широкого распространения» [3]. Причиной этому, по-видимому, являлась «необходимость осуществлять дополнительные преобразования источников тока в эквивалентные источники эдс и наоборот» [3, с. 1171].

Обратив внимание на эти обстоятельства, М.А. Шакиров предложил правила переноса источников эдс по контуру и источников тока через узел,

целью которых было сделать метод переноса «удобным для практического применения» [3, с. 1171].

Так, при переносе источника э.д.с. \dot{E}_v из ветви с сопротивлением Z_v в другие, образующие с ней замкнутый контур, в k -ую ветвь этого контура добавляется э.д.с., равная величине $(-\dot{E}_v \frac{Z_k}{Z_v})$, совпадающая с направлением обхода контура, выбранного по направлению э.д.с. \dot{E}_v .

На рис. 2 [3, с. 1172] показаны формальные этапы применения правила преобразования переноса источника напряжения по контуру $vpqst$.

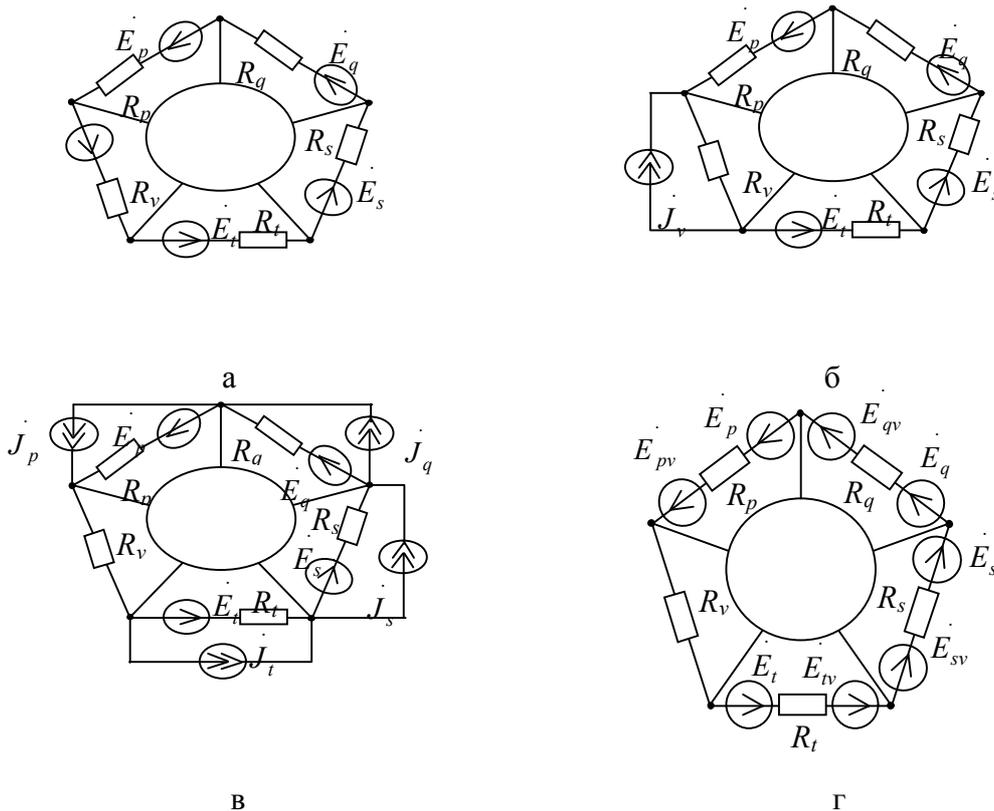


Рис. 2. Иллюстрация преобразования электрической цепи переносом источника эдс E_v по контуру $vpqst$

При переносе источников э.д.с. через узел токи в ветвях, как показано в [2], остаются неизменными, а напряжение между узлами изменяется на величину перенесенной э.д.с. При переносе источников э.д.с. по контуру, наоборот, остаются неизменными напряжения между узлами, а токи в ветвях выделяемого контура изменяются на величину $\frac{E_v}{Z_v}$, где E_v и Z_v – параметры ветви, из которой произведен перенос э.д.с. В ветвях, которые не были затронуты рассматриваемыми преобразованиями, остаются неизменными как узловые напряжения, так и токи.

Правило переноса источников тока по контуру формулируется в [3, 1172] следующим образом: при переносе источника тока \dot{I}_v , имеющего внутреннюю проводимость Y_v , в другие ветви, присоединенные к узлу

этого источника, к k -му источнику тока узла добавляется источник тока $\dot{I}_{k,v}$, равный величине $\left(-\dot{I}_v \frac{Y_k}{Y_v}\right)$, имеющий такое же направление относительно узла, как и источник \dot{I}_v .

Процесс преобразования схемы переносом источника тока через узел иллюстрирует рис. 3. Отметим, что в оригинале в [3, с. 1172] в схеме на рис. 3,г ошибочно изображено последовательное, вместо параллельного, соединение четырех пар источников тока. Здесь представлен исправленный вариант.

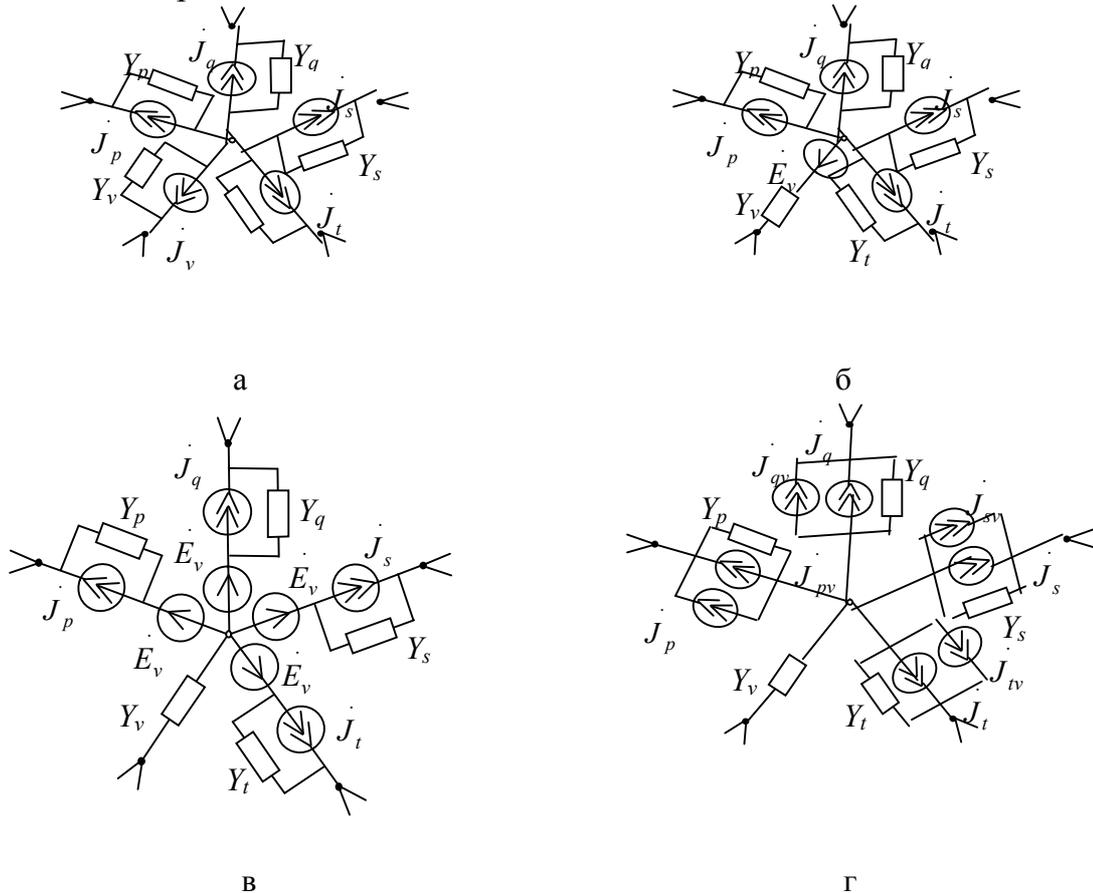


Рис. 3. Иллюстрация преобразования электрической цепи переносом источника тока I_v через узел

При переносе источника тока через узел токи ветвей остаются неизменными, а напряжение между узлами изменяется на величину \dot{I}_v/Y_v , где \dot{I}_v и Y_v – параметры ветви, из которой произведен перенос источника тока. В ветвях, которые не были затронуты рассматриваемыми преобразованиями, остаются неизменными как узловые напряжения, так и токи. Эквивалентность схем на рис. 2 и 3 следует понимать в смысле неизменности токов, напряжений и мощностей во внешней электрической цепи, ветви которой не преобразовывались.

Обобщенный в работе [3] класс преобразований переносом источников позволяет в ряде случаев путем простых вычислений существенно уменьшить число источников, действующих в схеме, что

может оказаться полезным при расчетах токов в ветвях, как в установившемся режиме, так и в случае переходных процессов. С помощью методов переноса источников можно получить преобразование активной трехлучевой звезды в эквивалентный активный треугольник и обратно. В работе [3] был, по-видимому, впервые продемонстрирован перенос зависимых источников (управляемых ветвей). По этому поводу не было сделано никаких комментариев, поскольку в уравнениях Кирхгофа учет независимых и зависимых источников выполняется аналогично.

Публикация [3] стала началом глубоких исследований по изучению свойств преобразования переносом и возможностей их применения для решения таких задач теории цепей как схемный и диакоптический анализ, а также структурный синтез.

Расширение правил преобразования переносом на двухполюсные элементы. В 1975 году М.А.Шакиров обобщил преобразования переносом на любые двухполюсные элементы. Так, при переносе проводимости вдоль контура в ветви, образующие контур, добавляется переносимая проводимость, которая имеет взаимную связь со всеми добавленными проводимостями с коэффициентом взаимной связи по напряжению, равным величине перенесенной проводимости, при одинаковой маркировке их относительно контура; ветвь, из которой перенесена проводимость, размыкается (рис. 4).

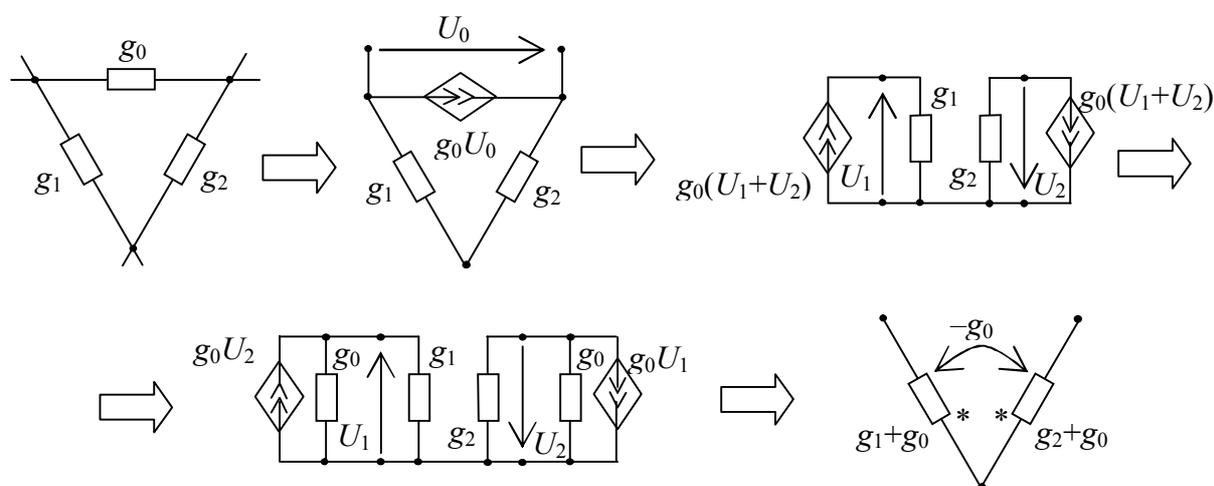


Рис. 4. Перенос проводимости g_0 по контуру

При переносе сопротивления через узел (или сечение) в ветви, сходящиеся к узлу (или сечению) добавляются взаимно связанные друг с другом сопротивления, равные переносимому, с коэффициентом взаимной связи по току, равного также переносимому сопротивлению, при одинаковой маркировке их относительно узла; ветвь, из которой перенесено сопротивление, заменяется идеальным проводником.

Перенос двухполюсных элементов стал возможным благодаря использованию М.А. Шакировым не только классических правил

переноса, но и правил переноса ветвей напряжения (приемников напряжения) (рис. 4) и ветвей тока (приемников тока), которые являются управляющими ветвями зависимых источников. В отличие от правил переноса источников эти правила можно считать обычным применением второго и первого законов Кирхгофа.

Использование преобразований переносом элементов для анализа линейных электрических цепей. Полный класс эквивалентных преобразований электрических цепей переносом элементов, исследованный в работах [3, 4], получил название переноса I рода. Важнейшим свойством преобразований переноса I рода является принцип независимости, позволяющий производить частичное упрощение схемы. При этом весьма существенное значение имеют унаследованные преобразованной путем переноса ветвей схемой начальные формы цепи – остающиеся после переноса кондуктивные связи между оставшимися ветвями исключенных y -контуров и соединенные друг с другом узлы ветвей, на которые опирались исключенные z -сечения [15, 16].

Преобразования переноса I рода обладают свойством непрерывности (поскольку допускают перенос любой части как активных, так и пассивных элементов цепи) и являются средством для непрерывного преобразования структуры схемы. Это позволяет использовать преобразования переноса I рода для анализа электрических цепей [5, 6]. При этом важно, что независимо от способа формирования система уравнений, соответствующих методу контурных токов, отображает результат преобразования z -схемы путем упрощения обобщенно-последовательных соединений z -ветвей, а уравнения, соответствующие методу узловых потенциалов, – результат преобразования схемы путем упрощения ее обобщенно-параллельных соединений y -ветвей [13, 15, 16].

Применение правил переноса I рода совместно с преобразованиями обращения ветвей позволяет осуществлять эквивалентные преобразования электрических цепей, получившие название переноса II рода [7, 12, 14]. Перенос II рода является преобразованием, упрощающим обобщенно-параллельно соединенные z -ветви и обобщенно-последовательно соединенные y -ветви.

В отличие от обобщенных методов эквивалентных преобразований электрических цепей, основанных на формальном отождествлении матрично-алгебраических преобразований уравнений схем с исключением их узлов или контуров, преобразования переноса I и II рода позволяют представить преобразования схем как результат последовательного изменения их структуры. Этот подход был положен в основу нового направления в теории электрических цепей – схемоанализа [3–23].

На пути к синтезу. Одним из перспективных направлений в структурном синтезе электрических цепей является генерация (восстановление) схем, эквивалентных по символьной схемной функции

(ССФ), на основе порождающей схемы, полученной эвристическим путем [32]. В этой связи был поставлен вопрос об использовании преобразований переноса для структурного синтеза электрических цепей [24]. Рассматривались как классические преобразования [1, 2], так и преобразования из схемоанализа или «общей теории схемных преобразований» [15, 16, 18, 22]. Под переносом понимается «исчезновение» элемента (путем нейтрализации стягиванием или удалением) из одного места схемы и появление элементов с таким же параметром в других местах схемы. Некоторые из новых элементов объединяются с другими элементами соответствующих ветвей, что в схемоанализе называется «растворением» элемента в других элементах.

Упрощение схемы (одним элементом меньше) достигается в случае, если переносимый элемент растворяется в других элементах (что бывает сравнительно редко). Но при этом параметр «исчезнувшего» элемента будут нести другие элементы схемы, поэтому для структурного синтеза такое преобразование не представляет интереса.

Преобразования переноса 1-го рода предусматривают перенос элементов из ветвей дерева в хорды, что соответствует образованию системы уравнений по методу контурных токов, или из хорд в ветви дерева (для системы уравнений по методу узловых напряжений). Интересных для практики структур при этом не образуется, поскольку появляются (в избытке) новые зависимые источники. Например, на рис. 4 вместо одной проводимости мы получаем две проводимости и два источника тока, управляемых напряжением.

Преобразования переноса 2-го рода по существу являются вычислительной процедурой, имеют дело с одной и той же схемой, параметры которой пересчитываются до получения решения. В результате использования формул пересчета, содержащих операции умножения и деления, параметры эквивалентных схем, получаемых методами переноса 2-го рода, отличаются от параметров порождающей схемы. На промежуточных этапах также имеем дело со схемами, содержащими большое количество зависимых источников.

Методы схемоанализа отличаются тем, что в них управляемые источники изображаются в виде управляющих связей – стрелок направленных от одной ветви к другой, а не в виде совокупности двух элементов – управляемой управляющей ветви. Регулярность этой теории преобразования обеспечивается рассмотрением переноса сопротивлений и проводимостей, а многообразии положений активных элементов оказывается за рамками теории. Перенос зависимых источников ограничивается тривиальными частными случаями, когда несколько источников с одинаковыми параметрами заменяются единственным двухполюсником [22].

Раздельный перенос генераторов и приемников в теории схемотанализа не предусматривается, а используется только на этапе вывода правил переноса пассивных элементов (рис. 4) и не играет роли самостоятельного преобразования. Если в получаемых схемах не сохраняется число элементов (даже в простейших случаях), то новые схемы оказываются неэквивалентными по символьным схемным функциям.

В процессе экспериментов с программой SymSyn [33], предназначенной для восстановления полного множества схем, было установлено, что в классе схем из двухполюсников не существует неизоморфных схем, эквивалентных по ССФ. Поэтому перенос двухполюсников не может привести к порождению новых структур, а источником новых схемных решений являются активные элементы. В дальнейшем нами был исследован раздельный перенос управляемых и управляющих ветвей зависимых источников в дополнении к классическому переносу ветвей независимых источников и откликов.

Строго говоря, до обсуждаемых ниже результатов использование термина «перенос элемента» было не вполне корректным. Элемент не переносился, а «размножался» и (частично) «растворялся». *«Переносом» было бы логичнее назвать такое преобразование, при котором один и тот же элемент с одним и тем же параметром меняет положение (переносится) из одного места схемы в другое.*

Сохранение числа элементов при переносе генераторов и приемников. Необходимым условием инвариантности к схемной функции является сохранение числа элементов в схеме. Отметим, что применение преобразования переносом элементов в общем случае приводит к возникновению новых элементов [1, 2] или новых управляющих связей [4–21], а значит изменяет символьную схемную функцию (ССФ) преобразованных структур. В то же время существует принципиальная возможность выполнения преобразования переносом активных элементов при сохранении числа элементов, которая, по-видимому, впервые была реализована в работе [3]. Переход от схемы на рис. 3,в к схеме на рис. 3,г выполнен с помощью классического переноса независимого источника эдс через узел, показанное на рис. 5. Как видно, в этом случае сохраняется количество элементов, поскольку в одной из ветвей перенесенный источник напряжения нейтрализуется источником тока.

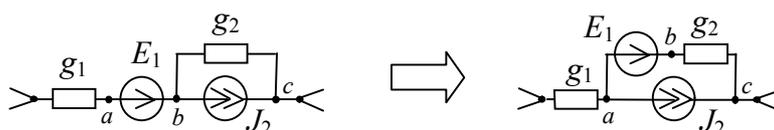


Рис. 5. Перенос источника напряжения при сохранении числа элементов схемы

Таким образом, сохранение числа элементов при переносе источников может быть обеспечено, если избыточные элементы порожденные в

результате эквивалентного преобразования схемы будут нейтрализованы. В работах [24, 27] показано, что классическое правило переноса источника эдс через узел и источника тока по контуру [1, 2] легко может быть распространено на управляющие связи УИ и ветви откликов. Следовательно, возможность сохранения числа элементов существует при переносе всех типов ветвей активных элементов и искомым откликов.

Отметим, что для обсуждаемых частных случаев переноса активных ветвей характерно отсутствие избыточных элементов и фактическое перемещение на схеме одного и того же элемента, что позволило говорить о новом преобразовании, получившем название «преобразование переключением».

Условия выполнения преобразования переключением активных ветвей. Для определения общих условий выполнения преобразований переключением без изменения числа элементов использовался полный класс правил нейтрализации активных элементов разработанных в рамках метода схемных определителей [26], представленных в табл. 1. Здесь ветви подразделяются на четыре типа: тип E – независимые или управляемые источники напряжения, тип J – независимые или управляемые источники тока, тип U – искомые отклики напряжения или управляющие напряжения, тип I – искомые отклики тока или управляющие токи.

Таблица 1. Условия нейтрализации ветвей активных элементов

	Инцидентность ветви контуру		Инцидентность ветви сечению	
	из E и норатора	из I и нуллатора	из J и норатора	из U и нуллатора
Нейтрализация типа ветвей	J	U	E	I

Сохранение числа элементов при переключении активных ветвей, оказывается возможным при выполнении ряда условий [24, 27], представленных в табл. 2, которым должна удовлетворять порождающая схема. Здесь элемент $\chi \in \{R=0, g=\infty\}$ соответствует идеальному проводнику, а $\chi \in \{R=\infty, g=0\}$ – разомкнутой ветви.

Табл. 2. Условия выполнения переключения активных ветвей

Типы ветвей схемы	Инцидентность ветви
E	сечению из J -ветвей и (или) нораторов, и одного элемента типа $\chi \in \{R, g, C, L, E, I, U, \text{нуллатора}, R=0, g=\infty\}$
I	сечению из U -ветвей и (или) нуллаторов, и одного элемента типа $\chi \in \{R, g, C, L, E, J, I, \text{норатора}, R=0, g=\infty\}$
J	контур из E -ветвей и (или) нораторов, и одного элемента типа $\chi \in \{R=\infty, g=0\}$
U	контур из I -ветвей и (или) нуллаторов, и одного элемента типа $\chi \in \{R=\infty, g=0\}$

Так, в примере на рис. 5 возможность переключения дуальных источников определяет наличие в схеме сечения « b » (строка 1, табл. 2) и контура « a »–« b »–« c »–« a » (строка 3, табл. 2). Как видно из этого примера, в простейшем случае переключение дуальных активных ветвей в соответствии с условиями табл. 2 через сечение и по контуру приводит к одинаковому результату.

При переключении E – или I –ветви (J – или U –ветви) через сечение (контур) вместо нее помещается идеальный проводник (разомкнутая ветвь), а сама переключаемая ветвь помещается последовательно (параллельно) с χ –ветвью. Следовательно, переключаемый элемент схемы соединяется последовательно (параллельно) с единственным элементом, который находится в рассматриваемом контуре или сечении, но не может обеспечить нейтрализацию переключенного элемента.

Выполнение условий переключения обеспечивает применение искусственного приема, предусматривающего введение короткозамкнутых проводников $\chi \in \{R=0, g=\infty\}$ и разомкнутых ветвей $\chi \in \{R=\infty, g=0\}$. При этом если идеальный проводник можно создавать путем расщепления произвольного сечения (узла), то разомкнутая ветвь может быть добавлена в контур в виде фиктивной ветви, узлы которой не соединены элементами схемы.

Переключение E –ветвей (I –ветвей) через сечение, включающее дуальные J –ветви (U –ветви), может привести к тем же результатам, что и переключение J –ветвей (U –ветвей) по контуру, включающему E –ветви (I –ветви). Поэтому, для получения полного множества схем с одинаковым числом элементов с помощью переключения активных ветвей, необходимо осуществлять проверку преобразованных структур на изоморфизм. Для этого целесообразно использовать методику установления изоморфизма на основе распределения показателей участия ветвей [25].

Свойства преобразования переключением активных ветвей. Сохранение числа элементов – не единственное важное свойство обсуждаемых преобразований. Так, в работе [28] установлено, что если переключение не затрагивает ветви независимого источника и отклика, то полученная схема будет инвариантна не только к передаточной характеристике порождающей структуры, но и к ее входным/выходным сопротивлениям.

В работе [29] исследовано влияние преобразования электрических цепей переключением активных элементов на структуру эквивалентных графовых моделей. Установлено, что условия выполнения переключения совпадают с условиями построения графов, обуславливающими инвариантность их структуры относительно данного вида преобразований.

Важно подчеркнуть, что обсуждаемые преобразования не имеют ограничений на тип активных элементов и могут применяться как для схем

на традиционной аналоговой элементной базе – операционных усилителях, повторителях тока и т.д., – так и для цепей на современных активных компонентах, например, на транскондуктивных усилителях [29].

Существенно, что преобразование переключением позволяет направленно модифицировать структуру в соответствии с критериями технического задания [30], чтобы избежать необходимости анализа всех возможных схемных вариантов. Так, в практических схемах используется, как правило, подключение активных элементов к заземленному узлу. Поэтому для получения патентоспособных схем требуется выполнять перенос элементов относительно этого узла.

Анализ результатов экспериментов с программой SymSin, представленные в работе [33], позволил установить, что: 1) синтез новых эквивалентных схем возможен при наличии в порождающей схеме дуальных по типу ветвей активных элементов и искомым откликов; 2) все новые схемы получаются, минуя трудоемкий процесс восстановления, с помощью преобразований переключением активных ветвей.

Для автоматизации получения множества схем, инвариантных по ССФ, путем переключения ее активных элементов была разработана компьютерная программа Switcher (авторы: О.А. Лагунков, А.С. Петров, М.Ю. Разумков) [31]. В программе дополнительно реализована функция выборки лучшего схемного решения по расположению узла с нулевым потенциалом, а также по величине входного и выходного сопротивлений.

Порождение эквивалентных схемных реализация операционного преобразователя. Рассмотрим пример использования обсуждаемых преобразований для получения технологичных схемных решений на основе порождающей схемы операционного преобразователя, представленной на рис. 6,а [стр. 158, 34]. Здесь активные элементы K_1 и K_2 являются усилителями напряжения, B_1 – повторителем тока, а U_1 – ветвью искомого отклика по напряжению.

Перечисляем контура и сечения, удовлетворяющие условиям сохранения. Сечение «3» включает генераторы K_1 и B_1 и единственный элемент χ – управляющую ветвь B_1 (строка 1, табл. 2). Сечение «2» включает управляющие ветви K_1 и B_1 и единственный элемент χ – генератор B_1 (строка 2, табл. 2). Контур «3»–«4»–«0»–«3» включает генераторы K_1 и B_1 и фиктивную ветвь «0»–«4» (строка 3, табл. 2). Контур «2»–«0»–«3»–«2» включает управляющие ветви K_1 и B_1 и фиктивную ветвь «0»–«3» (строка 4, табл. 2).

Таким образом, множество сечений и контуров, удовлетворяющих условиям сохранения будет состоять из сечений «2» и «3», а также контуров «2»–«0»–«3»–«2» и «3»–«4»–«0»–«3». После выполнения преобразования переносом активных элементов и исключения изоморфных структур согласно алгоритму [27], получим схемы на рис. 6,б и рис. 6,в. Отметим, что в результате переноса управляющих ветвей K_1 и

B_1 выход усилителя напряжения K_1 замыкается на вход, что соответствует замене K_1 идеальным проводником, как показано на схеме на рис. 6,в.

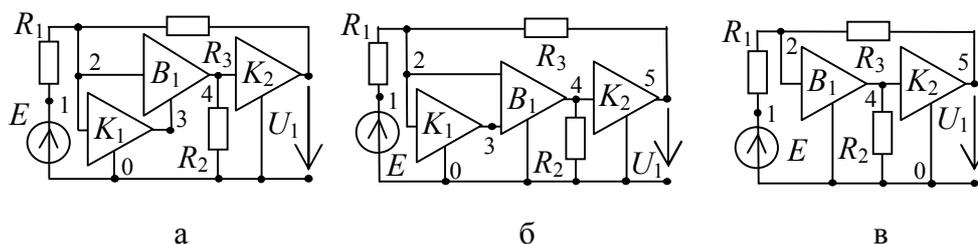


Рис. 6. Получение технологичных схемных решений на основе порождающей схемы операционного преобразователя (а) с помощью преобразования переносом

Как видно, исходная схема (рис. 6,а) не удовлетворяет требованию технологичности, поскольку повторитель тока B_1 не имеет общей точки с источником сигнала и выходами усилителей K_1 и K_2 . С помощью предложенных преобразований удалось получить схемы на рис. 6,б и рис. 6,в, более технологичные, чем исходная, причем схема на рис. 6,в содержит меньшее число активных элементов

Выводы: 1. Классические правила переноса источника напряжения через сечение и источника тока по контуру, непосредственно вытекающие из законов Кирхгофа, играли вспомогательную роль при анализе электрических цепей [1, 2]. 2. Классические правила переноса были дополнены М.А.Шакировым правилами переноса источника тока через сечение и источника напряжения по контуру, а также правилами переноса сопротивления по контуру и проводимости по сечению [3–19, 22, 23]. 3. Перенос элементов не получил распространения в синтезе электрических цепей, поскольку при переносе в общем случае происходит усложнение схемы. Избежать увеличения числа элементов схемы позволил учет условий взаимной нейтрализации дуальных элементов, использованных ранее в рамках метода схемных определителей [26]. 4. Преобразование электрических цепей переключением активных ветвей, то есть переносом управляемого напряжения и управляющего тока через сечение, а также переносом управляемого тока и управляющего напряжения по контуру, совместно с условиями сохранения числа элементов [26], является эффективным инструментом для порождения полного класса эквивалентных схем с одинаковым числом элементов, что важно при структурном синтезе и оптимизации электрических цепей [30].

Литература

1. Балабанян Н., Сешу С. Анализ линейных электрических цепей. – М.: Госэнергоиздат, 1963. – 545 с.
2. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники: в 3 т.– Т. 1. Линейные электрические цепи.– М.:Энергия, 1966.– 320 с.

3. Шакиров М.А. Применение метода переноса источников для расчёта и анализа линейных электрических цепей // Изв. вузов. Электромеханика. – 1973. – №11. – С. 1171–1175.

4. Шакиров М.А. Перенос линейных пассивных элементов в электрической цепи // Изв. вузов. Электромеханика. – 1975. – №5. – С. 449–452.

5. Шакиров М. А. Анализ линейной электрической цепи методами переноса ее элементов // Электричество. – 1976. – №3. – С. 44–50.

6. Шакиров М. А. Составление уравнений электрической цепи в однородных координатах методом последовательного переноса ее элементов // Изв. вузов СССР. Электромеханика. – 1976. – №5. – С. 509–614.

7. Шакиров М. А. Алгоритм и программа анализа линейных низкочастотных электронных схем методами переноса II рода на ЭВМ «НАИРИ». Депонированная рукопись. – «Рипорт». – 1976. – №24. – 61 с.

8. Шакиров М. А. Алгоритм обращения ветвей линейной электрической цепи // Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника. – 1976. – Т. 19. – №11. – С. 61–68.

9. Шакиров М. А. Формирование уравнений электрической цепи в смешанных координатах методом последовательного переноса элементов // Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника. – 1976. – Т. 19. – №7. – С. 95–99.

10. Шакиров М.А. Эквивалентные преобразования схем с сечениями и контурами // Изв. вузов СССР. Энергетика. – 1977. – Т. 1. – С. 117–119.

11. Шакиров М.А. Сокращение числа уравнений электрической цепи, моделирующей линейные системы без управляющих связей. – Изв. вузов СССР. Электромеханика. – 1977. – №2. – С. 173–177.

12. Шакиров М.А. Расчёт схемных функций и их чувствительности на основе метода переноса II рода элементов линейной электрической цепи. – Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1977. – №2. – С. 91–99.

13. Шакиров М.А. Формирование узловых уравнений цепи методом переноса I рода // Теоретическая электротехника. – Львов, 1978. – Вып.25. – С. 59–63.

14. Шакиров М.А., Савинский П.Л. Новый метод расчёта узловых напряжений линейной цепи преобразованиями переноса II рода // Автоматизация проектирования в электронике. – Киев, 1978. – Вып. 18.

15. Шакиров М. А. Преобразования и диакоптика электрических цепей. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1980. – 196 с.

16. Шакиров М.А. Универсальные преобразования и диакоптика электрических цепей: Автореф. дис. ... докт. техн. наук: 05.09.05 (Теорет. основы электротехники) / Ленингр. политехн. ин-т. – Л., 1980. – 32 с.

17. Шакиров М. А., Булавочкин В.П. Расчет нулляторно-нораторных у-схем по частям заменой у-подсхем z-радиальными эквивалентными многомерными генераторами ЭДС // Электромеханика. – 1984. – № 8. – С. 87–91.

18. Шакиров М. А. Методы анализа сложных электрических цепей. – Л.: ЛПИ, 1984.

19. Шакиров М.А. Расчет сложных z-схем методом преобразований обобщенно-параллельных соединений: Методические указания.– Л.: Ленингр. политехн. ин-т, 1985.– 28 с.

20. Булавочкин В. П. Многовариантный анализ и диакоптика электрических цепей на основе методов обобщенных схемных преобразований. Автореферат дис. ... канд. техн. наук. – Л: Ленингр. Политехн. ин-т им. М. И. Калинина, 1986. – 16 с.

21. Ермолаев Ю.В. Повышение точности анализа электрических цепей на основе обобщенных преобразований их схем замещения при выполнении многовариантных расчетов: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.09.05 (Теорет. электротехника) / Ленингр. гос. техн. ун-т.– Л., 1990.– 16 с.

22. Шакиров М. А. Теоретические основы электротехники : новые идеи и принципы : схемотезис и диакоптика. – СПб. : изд-во СПбГТУ, 2001. – 212 с.

23. Шакиров М.А. Перенос элементов электрической цепи через 2х2 полюсники // Электричество. – 2007. – №11.– С. 45–53.

24. Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В.В. Эквивалентные преобразования электрических цепей переносом управляющих ветвей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов / Под ред. В.В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – Вып. 6.– С. 46–56.

25. Горшков К.С., Филаретов В.В. Установление изоморфизма ненаправленных и ориентированных графов на основе распределения показателей участия их ребер и дуг // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международ. сб. науч. тр. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – Вып. 6. – С. 56–72.

26. Горшков К. С., Токарев Ю. В., Филаретов В. В. Анализ и структурный синтез электрических цепей методом схемных определителей: учебное пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 2008.– 240 с.

27. Горшков К.С., Филаретов В.В. Преобразование электрических цепей переносом активных элементов через сечения и контуры с нуллорами // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов / Под ред. В.В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2009. – Вып. 7. – С. 38–45.

28. Горшков К.С., Филаретов В.В. Влияние преобразований переключением активных элементов на входные и выходные сопротивления цепи // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов / Под ред. В.В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2009. – Вып. 7. – С. 30–37.

29. Горшков К.С. Порождение транскондуктивных реализаций структурных схем электрических цепей преобразованием переключения // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов / Под ред. В.В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2009. – Вып. 7. – С. 52–59.

30. Горшков К.С., Филаретов В.В. Структурная оптимизация электронных схем переключением активных элементов // Электроника и связь: Тематический выпуск «Электроника и нанотехнологии». – Киев, 2009.– С. 141–146.

31. Горшков К.С., Лагунков О.А., Петров А.С., Разумков М.Ю. Switcher – программа структурного синтеза электрических цепей, инвариантных относительно схемной функции.– М.: ОФЭРНиО Госкоорцентра Минобрнауки России.–№ОФЭРНиО 00211; №ГР 50200900971.– 11.09.2009.

32. Волгин Л.И. Методы топологического преобразования электрических цепей. – Саратов: Изд-во СГУ, 1982. – 108 с.

33. Горшков К.С., Токарев Ю.В. Реконструкция полных, цепных и лестничных схем на основе формул схемных определителей // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3. – С. 39–48.

34. Волгин Л.И. Операционный преобразователь: Авторское свидетельство №432524 (СССР). – Бюллетень изобретений, 1974.– №22.

Горшков Константин Сергеевич – к.т.н., старший преподаватель кафедры «Электроснабжение» Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ); домашний адрес: г. Ульяновск, ул. Тельмана, д. 14, кв. 9; тел: (8908) 470-31-59; e-mail: K.Gorshkov@ulstu.ru.

Филаретов Владимир Валентинович – д.т.н., профессор кафедры «Электроснабжение» Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ); e-mail: vvfil@mail.ru

КЛАССИКИ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ

ВЕЛИЧКО ЮРИЙ ТЕОФАНОВИЧ
(24.10.1903 – 17.08.1979)



Родился 24.10.1903г. в селе Литени, недалеко от города Дрогобыч. В 1921 году окончил первую академическую гимназию г. Львова, а в 1923 году поступил учиться в Высшую техническую школу г. Гданьск (Данциг), которую закончил в 1929г. как дипломированный инженер-электротехник. В 1944 году поступил на работу в Львовский политехнический институт, возглавлял кафедру Радиотехники ЛПИ (Теоретических основ радиотехники) с 1946 по 1975 год. В 1947 году защитил кандидатскую диссертацию (КПИ), а в 1950 году – докторскую (КПИ). Автор 89 научных работ, среди которых монография «Проходные четырехполосники» [1], учебное пособие «Теоретические основы радиотехнических цепей» [2] (отдельное издание таблиц к этому пособию [3] и даже «Русско-украинский электро- радиотехнический словарь» [4] (30000 терминов). Закончил свой жизненный путь 17.08.1979 года, похоронен на сельском кладбище (Рудно, г. Львов) [5, 6].

После того как немецкий город Danzig стал польским вольным городом Гданьском (1920г.), молодежь Галиции получила возможность продолжить образование в местных высших учебных заведениях. Их привлекала возможность легко найти работу и самостоятельно зарабатывать средства на оплату своего обучения. В течение первого

учебного года (1921–1922), который начался уже в вольном городе Гданьске, в Высшей технической школе (Technische Hochschule Danzig) училось только 3 студента из Галиции. Уже в следующем учебном году это число резко возросло – 105 студентов. В последующие годы число украинцев увеличивалось на 20–25 человек [7].

Преподавание здесь велось на немецком языке, что не являлось преградой для молодых людей, учившихся в школах Австро-Венгрии. Естественно, что преподаватели Электротехнического факультета учили своих студентов, ориентируясь на достижения немецкой науки. Наибольшее влияние на развитие студента Ю.Т. Величко оказал профессор Кюпфмюллер (Karl Küpfmüller), который тогда (1928–1935) работал в Высшей технической школе. Понятно, почему Юрий Теофанович выбрал для докторской диссертации неразработанные вопросы теории четырехполюсника – его учитель был связистом.

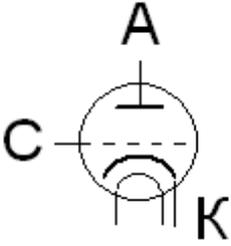
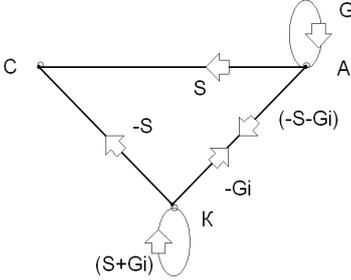
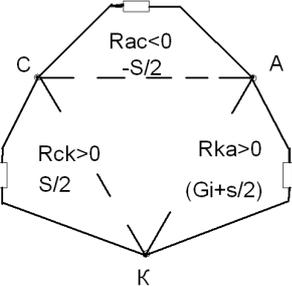
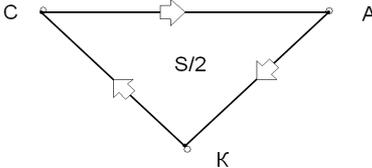
В эти годы немецкая электротехника увлекалась макромоделированием электрических схем, и теория четырехполюсника была «модной» [8]. Однако пытливый студент не собирался ограничиваться освоением достижений зарубежной науки. Он развивал полученные знания, что хорошо видно из текста докторской диссертации и книги, которая почти точно повторяет название квалификационной работы. К сожалению, книга является сегодня библиографической редкостью и написана на украинском языке, что представляет определенные трудности для ученых других стран.

Проиллюстрируем метод освоения иностранного опыта на примере развития понятия «гиратор» [9]. Используем для этого одну из «знаменитых» таблиц профессора, которые он применял на своих лекциях по теории электрических цепей (табл. 1).

Некоторые термины табл. 1 требуют пояснений. Во-первых, «плавающей» Ю.Т. Величко называл такую матрицу, которая содержит все узлы, без исключения. Такая матрица обладает замечательным свойством – сумма параметров по строке (столбцу) равна нулю. Во-вторых, преобразование, приведенное в таблице 1, является тождественным, в чем легко можно убедиться, выполнив операцию сложения. Части матрицы, полученные в результате преобразования, автор обозначал оригинальными терминами, который приводятся в скобках.

Если объединить оба графа, представляющих разные части матрицы, то получится наглядное представление реального гиратора, в котором определенная мощность расходуется на неизбежные потери в резисторах. Следует особо отметить элемент математической модели с отрицательным параметром, что является признаком источника энергии. Другими словами, гиратор усиливает сигнал, то есть действует так, как надлежит электронно-вакуумной лампе. Таким образом, идеальный элемент электрической цепи получил свою физическую трактовку.

Таблица 1

 <p>Ламповый триод</p>	$[\dot{V}] = \begin{bmatrix} G_i & s & (-s - G_i) \\ 0 & 0 & 0 \\ -G_i & -s & (s + G_i) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a \\ c \\ k \end{pmatrix}$ <p>«Плавающая» матрица триода</p>	$G_i = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_a},$ <p>Проводимость анода</p> $s = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_c}$ <p>Крутизна характеристики</p>
	 <p>Графическое представление</p>	
$[\dot{V}] = \begin{bmatrix} G_i & s & (-s - G_i) \\ 0 & 0 & 0 \\ -G_i & -s & (s + G_i) \end{bmatrix}$	$[\dot{V}] = \frac{[\dot{V}] + [\dot{V}]^t}{2} + \frac{[\dot{V}] - [\dot{V}]^t}{2}$ <p>Тождественное преобразование</p>	$[\dot{V}]^t = \begin{bmatrix} G_i & 0 & -G_i \\ s & 0 & -s \\ (-s - G_i) & 0 & (s + G_i) \end{bmatrix}$
$\frac{[\dot{V}] + [\dot{V}]^t}{2}$		$\frac{[\dot{V}] - [\dot{V}]^t}{2}$
$\begin{bmatrix} G_i & s/2 & (-s/2 - G_i) \\ s/2 & 0 & -s/2 \\ (-s/2 - G_i) & -s/2 & (s/2 + G_i) \end{bmatrix}$ <p>Симметричная часть матрицы (дуаторная)</p>	$\begin{bmatrix} 0 & s/2 & -s/2 \\ -s/2 & 0 & s/2 \\ s/2 & -s/2 & 0 \end{bmatrix}$ <p>Кососимметричная часть матрицы (гираторная)</p>	
		

В области математического моделирования электрических схем Ю.Т.Величко выдвигал интересные идеи, которые не всегда встречали понимание у современников. Например, он предлагал учитывать мощность как обязательную переменную любого математического описания электрической цепи. Для реализации этого предложения Ю.Т. Величко ввел особый гибридный координатный базис. Покажем суть этого предложения на простом примере [10].

На рис.1 представлен линейный многополюсник, обозначены токи и напряжения узлов. Буквой P_n обозначена мощность, которая потребляется схемой из внешних источников, мощность, излучаемая схемой, обозначена как P_b .

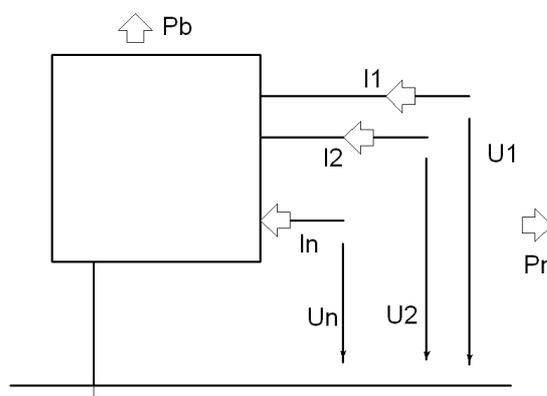


Рис. 1. Схема многополюсника с одним заземленным узлом.

Очевидно, что мощность, потребляемая схемой рис.1, может быть легко посчитана, если известны величины токов и напряжений узлов. Излучаемая мощность (любой физической природы) также поддается вычислению: нагрев резисторов, излучение звуковых или электромагнитных волн. Необходимость включения мощности в математическую модель электрической цепи профессор объяснял тем, что напряжения и токи характеризуют только одну сторону функционирования схемы. Эти физические величины являются дуальными, то есть сходными переменными. Кроме того, анализ режима схемы можно назвать полным только тогда, когда определено распределение мощностей по элементам электрической цепи.

Сумма упомянутых мощностей рассматривается как характеристика, так называемой, «невидимой стороны» электрической цепи:

$$P_t = P_n + P_b. \quad (1)$$

Математическая модель электрической схемы с особым гибридным координатным базисом имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} P_t \\ I_1 \\ I_2 \\ \dots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{kt} & I_{t1} & I_{t2} \dots & I_{tn} \\ I_{k1} & Y_{11} & Y_{12} \dots & Y_{1n} \\ I_{k2} & Y_{21} & Y_{22} \dots & Y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ I_{kn} & Y_{n1} & Y_{n2} \dots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ U_1 \\ U_2 \\ \dots \\ U_n \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Первое уравнение математической модели (2) повторяет равенство (1):

$$P_t = P_{kt} + I_{t1}U_1 + I_{t2}U_2 + \dots + I_{tn}U_n. \quad (3)$$

Предлагая такую математическую модель (2), Ю.Т.Величко сознательно выходил за рамки классической теории электрических цепей, нарушая ее постулаты об отсутствии излучения энергии и влияния одного элемента на другой через электромагнитное поле. Он знал, что подобное нарушение постулатов теории происходит каждый раз, когда учитывают взаимную индуктивность между обмотками трансформатора или катушками колебательного контура. Однако считал, что реальная схема работает в среде, где действуют электромагнитные поля, а, следовательно, обмен энергией между схемой и окружающим эфиром (диэлектриком) реально существует. Как следует из теоремы Умова-Пойнтинга, энергия не только излучается, но и потребляется схемой из эфира [11]. Роль электрических токов уравнения (3) сводится лишь к обозначению структуры энергетического пространства, по которой энергия эфира следует к конкретным элементам электрической цепи.

В заключение хотелось бы отметить еще одну сторону деятельности профессора Величко. Как создатель украинской терминологии в области современной теории электрических цепей, он внимательно относился к словам, которые используются в русском языке как технические термины. По поводу некоторых из них Величко высказывал недоумение, даже «браковал» их. Так, например, считал излишним термин электродвижущей силы, так как ЭДС нельзя измерить независимо от измерения напряжения на источнике электрической энергии. Кроме того, как сторонник отношения дуальности в теории электрических цепей, он любил подчеркивать, что в термине нет смысла потому, что понятию «электродвижущее напряжение» (ЭДС) не соответствует «зеркального» термина – «электродвижущий ток».

К слову, напряжение и ток Ю.Т.Величко считал родственными, дуальными величинами, которые отражают один и тот же электрический процесс в конкретном элементе схемы. Чтобы подчеркнуть их сходство, он предлагал называть напряжение параллельной, а ток – последовательной электрическими величинами.

Были претензии и к названиям некоторых элементов электрической цепи. Например, он отказывался считать электронно-вакуумную лампу, транзистор активными элементами схемы – называл их только управляемыми. Емкость и индуктивность профессор никогда не считал пассивными элементами – предлагал называть их только реактивными, так

как они в состоянии накапливать энергию. Таким образом, Ю.Т.Величко боролся за научно обоснованную терминологию, за точность формулировок как в русском, так и в украинском языках.

Ю.Т.Величко запомнился всем, с кем ему выпало сотрудничать, как Учитель, педагог по призванию. О своем тяжелом труде он говорил легко, с характерным только ему юмором: - «Мое дело простое – зажечь огонь знаний в головах, где есть чему гореть». Или языком оригинала: «Мое діло запалити олей в глові, якщо він там є».

Время все расставит по местам, безжалостно отрицая то, что не вошло в научный обиход. Какие-то начинания Ю.Т.Величко не получают продолжения, какие-то гипотезы разовьются в теории. Однако не подлежит сомнению, что его напряженная работа по самостоятельному добыванию знаний, освоению чужого опыта заставляла задуматься многих ученых. Сам профессор по-философски относился к своим новациям, с помощью которых он заставлял специалистов увидеть привычные понятия по-новому. Когда ему удавалось сосредоточить внимание коллег на какой-то проблеме, он радовался как ребенок: «Мне удалось забить им в голову гвоздь сомнения»! («Мені вдалося забити їм цвях до глови»!) Именно с этого начинается научный прогресс...

Литература

1. Прхідні чотиріполюсники: Учб. посіб. для радіотех. та електротех. спец. вузів/ Ю.Т. Величко. – К.: Держтехвидав УССР, 1958. – 410 с.
2. Теоретичні основи радіотехнічних мереж: Учб. посіб. для студ. радіотех. ф-тів вузів. Ч.1/ Ю.Т. Величко. – Львів: Вид-во ун-ту, 1966. – 340 с.
3. Таблиці до посібника «Теоретичні основи радіотехнічних мереж». Ч.1/ Ю.Т. Величко. – Львів: Вид-во ун-ту, 1967. – 143с.
4. Російсько-український електрорадіотехнічний словник: 30000 термінів/ Уклад.: Ю.Т. Величко та ін. – К.: Вид-во АН УРСР, 1961. – 534 с.
5. Учений світового рівня: (До 95-річчя Юрія Величко)/ І. Прудіус// Освіта, наука і техніка. – 20 листопада – 3 грудня. – с.3
6. Величко Юрій Теофанович: видатний учений і педагог, патріот України/ Й.Захарія// Вісник фонду Олександра Смакули. – вересень 2000. – С.20
7. Politechnika Gdańska: O uczelni – Historia/ <http://www.pg.gda.pl>
8. Einführung in die Vierpoltheorie der elektrischen Nachrichtentechnik/ R.Feldtkeller. – Leipzig: Hirzel Verlag, 1948. – 148 s.
9. Tellegen B.D.H. The Gyrator a new electric Network Element // Philips. Res. Rept./ - 3, apr.1948./– P. 81–101.
10. «Невидима сторона» електричних кіл у науковій концепції професора Юрія Величка/ Т.Бардила // Вісник фонду Олександра Смакули. – вересень 2000. – С. 23
11. Теоретические основы электротехники: В 2-х т. Учебник для вузов. Т. 2 / Нейман Л.Р., Демирчян К.С. – Л.: Энергоиздат, 1981.– 416 с.

Ерохов Игорь Васильевич – профессор Запорожского Классического Приватного Университета (Украина), кандидат технических наук.
E-mail: yerokhov@bigmir.net.

ДИССКУССИИ

ЗАЩИТА КАНДИДАТСКОЙ ДИССЕРТАЦИИ ГОРШКОВА К.С.

26 ноября 2010 года на заседании диссертационного совета Д 212.157.13 при Московском Энергетическом Институте (МЭИ) состоялась защита диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук **Горшкова Константина Сергеевича** на тему: «**Структурный синтез и символьный допусковый анализ электрических цепей методом схемных определителей**». Специальность 05.09.05 – Теоретическая электротехника. Научный руководитель – д.т.н. **Филаретов В.В.** (г. Ульяновск). Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор, **Алпатов М.Е.** (г. Москва), кандидат технических наук, доцент, **Жохова М.П.** (г. Москва). Ведущая организация: **ОАО «Научно-исследовательский электромеханический институт» (НИЭМИ)**, г. Москва.

Ниже дословно приводятся некоторые выступления, побуждающие к размышлениям над вопросами раскрытия возможностей и учетом ограничений схемно-символьного подхода к решению задачи синтеза электрических цепей.

Выступление официального оппонента М. Е. Алпатова
(*д.т.н., профессор, руководитель Центра Сервисного Обслуживания
и заместитель директора ОАО «Электрозавод»*)

Работа, которую выполнил соискатель, демонстрирует его хорошее знание предмета и его эрудицию. В обзорной части он использовал расширенную классификацию этапов синтеза, которую предложил Ю.И.Лыпарь, и изложил существующие методы в соответствии с этой классификацией. Можно сделать небольшое замечание, что эта часть недостаточно структурирована. Совет на будущее: используйте в подобных случаях больше графиков, больше таблиц, сравнительных характеристик и так далее. Можно еще отметить, что во второй главе диссертации изложены методы структурного синтеза на основе аппарата схемных определителей, демонстрирующие универсальность этого подхода. Он позволяет синтезировать не только пассивные цепи, но и активные с помощью нулловых моделей.

Перейду к замечаниям. В диссертации имеется много положительных моментов, которые уже были отмечены в отзывах. Я же остановлюсь на некоторых недостатках.

1. Отсутствует сравнительная характеристика существующих методов синтеза и предложенного метода. Здесь уже говорилось о сравнение методик в частных вопросах, но, на мой взгляд, такого сравнения нет

вообще. Оно действительно идет частностями. Вы предлагаете свою методику и заявляете, что она лучше в каких-то приложениях. В каких? Она универсальна, но универсальность не всегда является преимуществом в смысле эффективности.

2. Решая задачу синтеза электрических цепей, Вы также решаете задачу определения изоморфизма и отбрасываете изоморфные схемы как ненужные. В качестве примера Вы берете метод Улама, но говорите о том, что он строго не доказан. Далее Вы используете процедуру, которую назвали коэффициентом участия ребер, но она тоже строго не доказана, и при этом начинаете использовать термин «достаточности», представляя эту методику как эффективную и достаточную для определения всех изоморфных структур.

Это два основных замечания. Я не хочу останавливаться на частностях, вот, к примеру, мне не нравится термин «допусковый анализ». Вы определяете чувствительность, и никакого допускового анализа у Вас нет. Тем не менее, я считаю, что представленная на отзыв диссертация соответствует критериям, установленным Положением о порядке присуждения ученых степеней по отношению к кандидатским диссертациям. А ее автор, Горшков Константин Сергеевич, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.09.05 «Теоретическая электротехника».

Ответы К.С. Горшкова на замечания М.Е. Алпатова

1. По поводу отсутствия сравнительной характеристики существующих методов и предложенного метода структурного синтеза. Для того, чтобы просто описать наиболее известные методы структурного синтеза, потребовался значительный объем текста. Проведение полного сравнительного анализа существующих методов с моими требует другого формата исследования – в виде монографии, над которой мы сейчас работаем. В этой работе я посчитал, что для демонстрации эффективности предложенных методик достаточно будет тех частных случаев сравнения, про которые и говорил Михаил Евгеньевич.

2. Что касается отсутствия строгого доказательства предложенного метода определения изоморфизма. Этот метод является фактически второстепенным результатом диссертационной работы и его описанию и доказательству действительно не было уделено достаточно внимания.

Выступление члена совета Г. Н. Гусева

(д.т.н, профессор кафедры ТОЭ МЭИ)

Не вызывает сомнения положительная оценка этой работы, но хотелось бы сделать некоторые замечания. Во-первых, по решению проблемы многовариантности полученных результатов. То, что Вы учитываете отклонения параметров, это важный критерий, но не единственный. Для практики следовательно бы ввести и другие

ограничения. В частности, запас устойчивости, ограничения по физической реализуемости.

Также уже рассматривался вопрос по критериям выбора оптимальных схемных решений. Может быть, не стоит совсем игнорировать опыт эксперта. Это противоречит творческому подходу к исследованиям. К примеру, на меня произвело большое впечатление схемная реализация уравнения Ван-дер-Поля, когда в результате синтеза множества результатов была получена схема, в точности реализующая гармонический осциллятор. Поэтому, как пожелание, среди основных результатов работы старайтесь выделять наиболее важные с практической точки зрения.

Ответ К.С. Горшкова на замечания Г.Н. Гусева

Спасибо за советы, мы обязательно учтем их в дальнейшей работе. Единственное, с чем я хочу немного не согласиться, с тем, что мы не отбрасываем опыт эксперта – он очень важен и задействуется на пятом шаге алгоритма структурного синтеза при выборе оптимального схемного решения из множества полученных. Так что, хоть мы и работаем над тем, чтобы свести участие эксперта в работе к минимуму, совсем без него обойтись, конечно же, не удастся.

ЗАЩИТА ДОКТОРСКОЙ ДИССЕРТАЦИИ ДЕНИСЕНКО В.В.

9 декабря 2010 года на заседании диссертационного совета Д 212.208.23 при Таганрогском Технологическом институте Южного Федерального университета состоялась защита диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук **Денисенко Виктора Васильевича на тему «Методы моделирования СБИС с использованием полунатурной модели МОП-транзистора»** по специальности 05.27.01 — «Твердотельная электроника, радиоэлектронные компоненты, микро- и нано- электроника, приборы на квантовых эффектах». Научный консультант: д.т.н., профессор **Попов В.П.** (г. Таганрог). Официальные оппоненты: д.т.н., профессор **Петросянец К.О.** (г. Москва); д.т.н., профессор **Филатов Н.И.** (г. Москва); д.т.н., профессор **Рындин Е.А.** (г. Таганрог). Ведущая организация: **ФГУП НИИМА «Прогресс»** (г. Москва).

Ниже дословно приводятся один из отзывов, поступивших на автореферат, и ответы соискателя на замечания.

ОТЗЫВ на автореферат

В диссертационной работе исследуется возможность повышения достоверности моделей МОП-транзисторов для СБИС субмикронной и нанометровой технологии. Тема исследования актуальна, поскольку

качественные модели транзисторов снижают затраты на проектирование СБИС и уменьшают себестоимость электронной техники.

Для повышения достоверности модели МОП-транзистора диссертант предложил использовать в процессе моделирования СБИС несколько (до 20-ти) реальных транзисторов с целью воспроизведения статических характеристик транзисторов с требуемым разбросом параметров. Реальные образцы транзисторов отличаются друг от друга параметрами, например, длиной и шириной канала. Набор этих образцов позволяет проводить необходимые вычислительные эксперименты с помощью интерполяции и масштабного преобразования. При этом емкостные элементы транзистора моделируются, как и обычно, математическими функциями. Применение реальных МОП-транзисторов позволяет повысить достоверность моделирования и сократить существенно число параметров модели.

Расчет электрического режима СБИС осуществляется по частям. Для этого СБИС делится на две подсхемы. К первой подсхеме относятся реальные образцы транзисторов, отражающие их статические характеристики, а ко второй подсхеме – математические модели емкостных элементов. Подсхемы соединяются между собой «сшивающими» многополюсниками.

Временные функции для СБИС получаются методом итераций Пикара путем поочередного анализа подсхем. На каждой последующей итерации используется результат предыдущей итерации. Анализ натурной подсхемы – определение ее режима – осуществляется с помощью измерительных приборов. Анализ второй подсхемы, которая представлена математической моделью, выполняется с помощью системы моделирования Pspice. Для улучшения сходимости итерационного процесса предложены новые «сшивающие» многополюсники. Разработан метод синтеза таких многополюсников.

Научная новизна и практическая ценность диссертации состоит в том, что: 1) предложена полунатурная модель МОП-транзистора с существенно меньшим числом параметров, позволяющая повысить достоверность моделирования СБИС; 2) разработан алгоритм идентификации параметров предложенной модели; 3) предложен алгоритм анализа полунатурной модели СБИС по частям с использованием итераций Пикара; 4) разработан метод эквивалентного преобразования электронных цепей для получения «сшивающих» многополюсников, обеспечивающих сходимость итераций Пикара; преобразования используются также для создания аппаратной части полунатурного моделирования; 5) триады топологических преобразований, предложенные соискателем, могут быть использованы для получения новых схем, эквивалентных по схемным функциям порождающей схеме.

По автореферату имеются вопрос и замечание.

1. Почему считается, что основную долю недоверности в модель МОП-транзистора вносит статическая составляющая? Для повышения её достоверности вводится реальный транзистор. Однако исследовать экспериментально вольтамперную характеристику (с. 12) транзистора значительно проще, чем его вольтфарадную характеристику и, следовательно, недоверной в большей мере может оказаться вольтфарадная характеристика.

2. Утверждается, что новые «сшивающие» многополюсники обеспечивают лучшую сходимость по сравнению с известными структурами (с. 17). При этом не приводятся соответствующие доказательства или результаты сравнительного анализа.

В целом из содержания автореферата можно сделать вывод, что представленная диссертация является законченной научно-исследовательской работой, в которой изложены теоретические положения, совокупность которых является крупным вкладом в твердотельную электронику. Диссертационная работа соответствует требованиям ВАК, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор Денисенко Виктор Васильевич заслуживает присуждения ученой степени доктора технических наук.

Доктор технических наук, профессор кафедры электроснабжения
Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ)

В. В. Филаретов

Доктор технических наук, профессор кафедры электроснабжения
УлГТУ

С. А. Курганов

Ответы В. В. Денисенко на замечания, изложенные в отзыве

1. Как показывает анализ причин низкой достоверности моделей (см. вводную главу диссертации), подавляющее большинство таких причин связано со статическими, а не динамическими характеристиками. Кроме того, динамика современных СБИС определяется задержками в линиях связи и статическими характеристиками транзисторов. При этом динамикой транзисторов часто можно пренебречь по сравнению с инерционностью линий связи и внешних паразитных емкостей.

2. Для большинства новых сшивающих многополюсников получены формулы для коэффициента сжатия, которые приведены в работе и которые отличаются от известных. Сравнительного анализа действительно нет. Вообще, в работе многие из вопросов требуют детальной проработки, но это задача дальнейших исследований.

НОВЫЕ ИЗДАНИЯ

Топологические правила и формулы для анализа электрических цепей без избыточности / С.А. Курганов, В.В. Филаретов. – Ульяновск: УлГТУ, 2010. – 124 с.

Обсуждение проблемы избыточности в теории электрических цепей, поставленной Кирхгофом в середине 19-го века сопровождается историческим экскурсом. В настоящее время многие задачи этой проблемы нашли свое решение, в том числе и в настоящей монографии. Здесь впервые исследована взаимосвязь между классическими топологическими правилами Кирхгофа и Максвелла, формулами Фойснера и основами метода схемных определителей.

Получил развитие метод схемных определителей, реализованный в эффективных компьютерных программах, который позволяет избежать возникновения взаимно уничтожающихся слагаемых в выражениях схемных функций и откликов, которые формируются непосредственно на основе схемы замещения.

Представлены новые топологические правила и формулы для разложения схемного определителя по активным контурам и сечениям при одновременном учете произвольного числа воздействий. Наложение воздействий активных контуров и сечений отражает физическую сторону процессов, происходящих в электрической цепи, и может быть использовано при решении задач диагностики электрических сетей.

В монографии исследованы вопросы минимизации избыточности в уравнениях, составленных по законам Кирхгофа, и локализации (с последующим исключением) избыточных подвыражений при получении аналитических решений на основе разложения определителя матрицы по совокупности строк.

Нашла освещение и другая сторона проблемы избыточности – необходимость учета бесконечно больших значений параметров перед проведением вычислений. В рамках метода схемных определителей разработаны специальные формулы выделения предельных параметров, удобные как для реализации в виде компьютерных программ, так и при использовании в качестве инженерных методик.

Для специалистов в области теоретической электротехники и радиотехники, магистрантов и аспирантов соответствующих направлений и специальностей.

КОНФЕРЕНЦИИ

МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ЭЛЕКТРОНИКА И НАНОТЕХНОЛОГИИ (EL&NANO`2010)

С 1980 года в Национальном Техническом Университете Украины «Киевском Политехническом Институте» проходит международная научно-техническая конференция «Проблемы электроники», основанная выдающимся учёным докт.техн.наук, проф. В.П.Сигорским. 13–15 апреля 2010 года, состоялась очередная, уже XXX по счёту конференция. Учитывая тенденции современного развития электроники и новые направления подготовки специалистов в области электронных технологий, организаторы расширили тематику докладов и, при сохранении формата конференции, изменили её название на «Электроника и нанотехнологии» (EL&NANO`2010).

В качестве организаторов конференции выступили: Национальный технический университет Украины «КПИ»: факультет электроники, кафедра физической и биомедицинской электроники, кафедра микроэлектроники; Национальная медицинская академия последипломного образования им. П.Л.Шупика Министерства Здравоохранения Украины; Главное управление здравоохранения и медицинского обеспечения КГГА; НИИ Микроприборов Минпромполитики Украины; МНУ Центр информационных технологий и систем НАНУ.

Финансовую поддержку организаторам оказывали спонсоры: Компания «ДКТ-Корп», НМЦ «МИТ», НПО «Телеоптик», Компания «Ютас».

В этом году программа Конференции предполагала параллельную работу сразу трех больших секций «Электронные компоненты, устройства и системы», «Электронные технологии в биомедицине», «Акустические и инфотелекоммуникационные системы» в рамках которых обсуждались следующие актуальные научные проблемы и вопросы:

Секция 1: компонентная база электроники; наноструктуры и нанотехнологии в электронике; методы математического моделирования компонентов, устройств и систем; САПР в электронике; обработка сигналов в электронных устройствах.

Секция 2: средства диагностики и лечения заболеваний; лазерные технологии в биомедицине; применение нанотехнологий в биомедицине; методы и средства экспресс-анализа и мониторинга биологических объектов; программно-аппаратные средства обработки медицинских сигналов; взаимодействие физических полей с биообъектами.

Секция 3: обработка и преобразование речевых сигналов; акустические поля и преобразователи; вопросы физиологической акустики; средства телекоммуникаций, телекоммуникационные сети и системы; инфо-телекоммуникационные технологии и системы.

На конференцию было заявлено рекордное количество докладов: 192 от представителей научного сообщества Украины, России, Армении, Франции, Болгарии, в том числе 11 пленарных. Примечательно, что в конференции «Электроника и нанотехнологии» приняли участие постоянные авторы тематических сборников САД (КЛИН) – *О.А. Витязь, К.С. Горшков, В.В. Филаретов.*

В работе *О.А. Витязя* «Параметрическая идентификация регулярности системы» [1] исследуется возможность установления регулярности соединения подсистем в различных структурах для использования всех возможностей общей теории четырехполюсников для анализа и синтеза сложных структур. Полученные результаты представлены в виде аналитических соотношений, выражающих условия регулярности соединений, и теоремы регулярности соединения четырехполюсников.

В докладе *К.С. Горшкова* и *В.В. Филаретова* «Обобщение символьного метода анализа Миддлбрука для расчета допусков электрических цепей» обсуждается схемно-алгебраическая интерпретация формул Миддлбрука для получения дробных выражений символьных схемных функций и их обобщение для расчета допусков и погрешностей преобразования линейных электрических цепей, на основе которого разработана программа допускового анализа Toleralize [2].

В работе *К.С. Горшкова* и *В.В. Филаретова* «Алгоритм оптимального синтеза линейных электронных цепей на основе полиномиальных схемных функций» предложен алгоритм структурного синтеза линейных электронных цепей по заданной полиномиальной схемной функции, реализованный в программе InterSym. Метод не имеет ограничений на вид функции передачи и тип используемых элементов [3].

В статье *В.В. Филаретова* «Теорема Сигорского об определителе суммы матриц и диакоптика» [4] рассмотрено значение теоремы В.П.Сигорского в обосновании различных диакоптических методов символьного анализа, в том числе метода d -деревьев и метода двоичных векторов.

По итогам Международной конференции «Электроника и нанотехнологии» был издан сборник трудов в двух томах.

Литература

1. Витязь О.А. Понижение порядка математической модели электронной схемы с многополюсными компонентами // Электроника и

связь: Тематический выпуск «Электроника и нанотехнологии». – Киев, 2010.– №5. – С. 55–60.

2. Горшков К.С., Филаретов В.В. Обобщение символьного метода анализа Миддлбука для расчета допусков электрических цепей // Электроника и связь: Тематический выпуск «Электроника и нанотехнологии». – Киев, 2010.– №5. – С. 60–64.

3. Горшков К.С., Филаретов В.В. Алгоритм оптимального синтеза линейных электронных цепей на основе полиномиальных схемных функций // Электроника и связь: Тематический выпуск «Электроника и нанотехнологии». – Киев, 2010.– №4. – С. 45–50.

4. Филаретов В.В. Теорема Сигорского об определителе суммы матриц и диакоптика // Электроника и связь: Тематический выпуск «Электроника и нанотехнологии». – Киев, 2010.– №2. – С. 5–13.



После доклада

Слева направо: Иванушкина Наталия Георгиевна (ученый секретарь),
Горшков Константин Сергеевич (докладчик),
Тимофеев Владимир Иванович (сопредседатель конференции)

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Синтез электронных цепей</i>		
Горшков К.С., Кададинский Е.В.	Автоматизация структурного синтеза линейных электрических цепей с помощью программы InterSyn-2	3
Сухов С.А.	Структурно-параметрический синтез проектных решений	14
Токарев Ю.В.	Применение теории генетических алгоритмов для преобразования математической модели в схемную модель	20
<i>Анализ и оптимизация электронных цепей</i>		
<i>Бондаренко А.В., Курганов С.А., Филаретов В.В.</i>	Теоремы об исключении управляемого источника	31
Дворянинов К.В., Курганов С.А.	Формирование символьных коэффициентов связи постоянных интегрирования для анализа линейных электрических цепей	37
Курганов Д.С., Курганов С.А., Филаретов В.В.	Формирование предельных символьных схемных функций	43
Матросова Г.А.	Применение аналитических процедур при формировании координатных базисов моделей электронных схем	57
Филаретов В.В.	Наложение воздействий активных контуров и сечений в электрических цепях	64
<i>Диакоптика электронных цепей</i>		
Богряшов М.Н., Курганов С.А.	Коррекция режима электроэнергетической системы при изменении её структуры методом схемно-алгебраической редукции	79
Богряшов М.Н., Курганов С.А.	Матричные нулловые схемы автономных подсхем	87
Курганов С.А., Трофимов Д.С.	Программа расчета числа базисных нулловых схем произвольной подсхемы	97
Курганов С.А., Филаретов В.В.	Символьный анализ линейных электрических цепей по частям методом схемно-алгебраической редукции	103
<i>Диагностика электронных цепей и электрических сетей</i>		
Булычев А.В.	Характеристики входных сигналов систем релейной защиты и требования к первичным измерительным преобразователям	117

Гришкевич А.А., Бурмутаев А.Е.	Компьютерная модель функционирования трех элементов электрической системы с точки зрения надежности	131
<i>Цифровая электроника</i>		
Соловьева Е.Б.	Декомпозиция нейронной модели компенсатора для линеаризации усилителя мощности	143
<i>Теория электромагнитного поля</i>		
Меньшов Е.Н., Бочкарев П.В.	Волновой анализ уравнений поля	148
Меньшов Е.Н., Шуреков Д.В.	Уравнения непрерывности тока в модифицированной электродинамике	151
Меньшов Е.Н., Долгополов А.В.	Формулы преобразования координат в модифицированной электродинамике	155
<i>Из опыта работы</i>		
Гордеев В.И., Курганов С.А.	Алгоритм формирования символьных выражений мнимой и действительной частей схемного определителя	160
<i>Из истории открытий</i>		
Ерохов И.В., Филаретов В.В.	Бернард Теллеген: гиратор, нулор, теорема о виртуальном балансе	167
Горшков К.С., Филаретов В.В.	Применение переноса элементов в анализе и синтезе электрических цепей	179
<i>Классики теории цепей</i>		
Ерохов И.В.	Величко Юрий Теофанович (24.10.1903 – 17.08.1979)	194
<i>Дискуссии</i>		
	Защита Горшкова К.С.	201
	Защита Денисенко В.В.	203
<i>Новые издания</i>		
Курганов С.А., Филаретов В.В.	Топологические правила и формулы для анализа электрических цепей без избыточности	206
<i>Конференции</i>		
	Международная научно-техническая конференция «Электроника и нанотехнологии» (EL&NANO`2010)	207

CONTENTS

<i>Analogue circuit synthesis</i>		
Gorshkov K.S., Kadadinskiy E.V.	InterSyn-2 – automatic linear network synthesis program	3
Suhov S.A.	Structure-parametric synthesis of project decisions	14
Tokarev Y.V.	An application of genetic algorithms for model-to-network transformation	20
<i>Circuit analysis and optimization</i>		
Bondarenko A.V., Filaretov V.V., Kurganov S.A.	The input and output impedances effect of switching of the active elements	31
Dvoryaninov K.V., Kurganov S.A.	Formation of the symbolic coupling coefficient of the integration constants for linear circuit analysis	37
Filaretov V.V., Kurganov D.S., Kurganov S.A.	Formation of the extreme symbolic circuit function	43
Matrosova G.A.	An application of the analytical procedures for coordinate bases formation of electronic network models	57
Filaretov V.V.	The combination of the effects of the active loops and sections of electric networks	64
<i>Diacoptic of electronic networks</i>		
Bogryashov M.N., Kurganov S.A.	The mode structural correction of electrical system with usage of the circuit-algebraic reduction method	79
Bogryashov M.N., Kurganov S.A.	Matrix nullor networks of autonomic subcircuits	87
Kurganov S.A., Trofimov D.S.	The calculation program of the basis nullor circuits number of the arbitrary subcircuit	97
Filaretov V.V., Kurganov S.A.	Symbolic circuit analysis by parts with usage of the circuit-algebraic reduction method	103
<i>Diagnostics of electronic networks and electric system</i>		
Bulychev A.V.	The input signal characteristics of the relay protection system and requirements to primary measuring transformations	117
Burmutaev A.E., Grishkevich A.A.	The computer operation model of the three electric system elements in respect to reliability	131

<i>Digital electronics</i>		
Solovieva E.B.	Neuronic model decomposition of the power amplifier linearization canceller	143
<i>Electromagnetic field theory</i>		
Bochkarev P.V., Menshov E.N.	The field equations wave analysis	148
Menshov E.N., Shurekov D.V.	The current continuity equations in modified electrodynamics	151
Dolgopolov A.V., Menshov E.N.	The coordinate transformations equations in modified electrodynamics	155
<i>Research experience</i>		
Gordeev V.I., Kurganov S.A.	The algorithm of symbolic equations formation of the real and imaginary parts of network determinant	160
<i>A history of inventions</i>		
Yerokhov I.V., Filaretov V.V.	Bernard Tellegen: gyrator, nullor, theorem of virtual balance	167
Gorshkov K.S., Filaretov V.V.	An applications of transfer elements for networks analysis and synthesis	179
<i>Classics of the circuit theory</i>		
Yerokhov I.V.	Velichko Yuriy Teofanovich (24.10.1903 – 17.08.1979)	194
<i>Polemic</i>		
	Defending a thesis of Gorshkov K.S.	201
	Defending a thesis of Denisenko V.V.	203
<i>New publications</i>		
Filaretov V.V., Kurganov S.A.	Topological rules and formulae for non-redundant network analysis	206
<i>Conferences</i>		
Gorshkov K.S.	The international scientific and technical conference «Electronics и nanotechnology» (EL&NANO`2010)	207