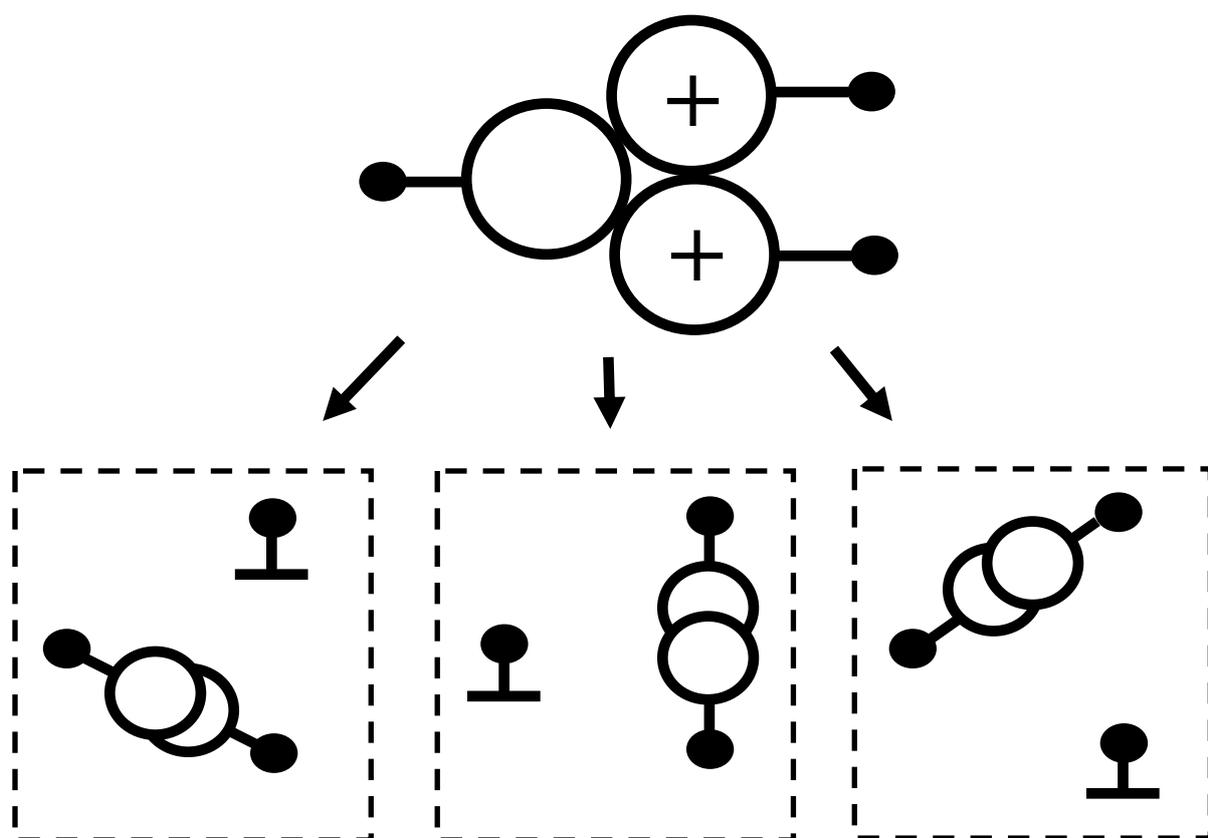


СИНТЕЗ, АНАЛИЗ И ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ

САД-2015



Ульяновск 2015

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE
OF THE RUSSIAN FEDERATION

ULYANOVSK STATE TECHNICAL UNIVERSITY

**SYNTHESIS, ANALYSIS
AND DIAGNOSIS
OF ELECTRONIC NETWORKS**

SAD-2015

Ulyanovsk 2015

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СИНТЕЗ, АНАЛИЗ И ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ

Международный сборник научных трудов

Вып. 12

Подготовлен из докладов
международной заочной конференции
«Синтез, анализ и диагностика электронных цепей»
(Ульяновск, 24–28 февраля 2015 года)

Ульяновск
УлГТУ
2015

УДК 516.7.24/25+519.873
ББК 32.85
С38

УДК 516.7.24/25+519.873

Синтез, анализ и диагностика электронных цепей : Международный сборник научных трудов.– Вып. 12 / под ред. В. В. Филаретова. – Ульяновск : УлГТУ, 2015. – 328 с.

Сборник продолжает серию специализированных сборников, изданных в Ульяновском государственном техническом университете (УлГТУ) в рамках международных конференций: «Континуальные логико-алгебраические исчисления и нейроматематика», «Конференция по логике, информатике, науковедению», «Волгинские чтения». Данный выпуск составлен из материалов докладов международной заочной конференции «Синтез, анализ и диагностика электронных цепей», проходившей в УлГТУ 24–28 февраля 2015г.

В докладах рассматриваются теоретические вопросы и практические приложения современной теории электрических и электронных цепей, в том числе: структурный синтез и преобразования, топологический анализ и диакоптика, синтез цифровых фильтров. Обсуждаются вопросы представления электронных компонентов нуллорными и зеркальными аномальными элементами, проектирования электронных цепей и электроэнергетических систем с позиций матричного анализа, схемной алгебры и теории графов.

Рекомендуется для специалистов в области схемотехники аналоговых и аналого-дискретных электронных цепей, магистрантов и аспирантов соответствующих направлений и специальностей.

Редакционная коллегия:

Горшков К.С., канд. техн. наук (ответственный секретарь)
Grishkevich A., д-р техн. наук, Czestochowa university of technology (Polska);
Курганов С. А., д-р техн. наук (зам. ответственного редактора),
Мауко G., канд. техн. наук, Broadcom Corporation (USA)
Соловьева Е. Б., д-р техн. наук, СПбГЭУ – ЛЭТИ им. В.И.Ленина,
Филаретов В. В., д-р техн. наук (ответственный редактор).
Ягуп В.Г., д-р техн. наук, Харьковская национальная академия городского хозяйства

ISBN 978-5-9795-1209-9

© Авторы, 2015
© Оформление. УлГТУ, 2015

**Международная заочная научно-техническая конференция
«Синтез, анализ и диагностика электронных цепей» (САД-2015)
24–28 февраля 2015 года.**

Организационный комитет:

Председатель оргкомитета – д.т.н. **Филаретов В.В.**

Зам председателя –

профессор кафедры «Электроснабжение» **Курганов С.А.**

Ответственный секретарь –

доцент кафедры «Электроснабжение» **Горшков К.С.**

Члены оргкомитета:

Дубов А.Л. – декан энергетического факультета;

Кузнецов А.В. – зав кафедрой «Электроснабжение»;

Почкайло Н.А. – начальник отдела НТИ УНИ.

Настоящая конференция проходит в новом формате, учитывающем возможности, предоставляемые информационными технологиями. Традиционные конференции изначально служили для апробации и публикации материалов в большинстве выпусков нашего сборника «Синтез, анализ и диагностика электронных цепей». Однако с самого начала издания сборника (в 2003г.) мы отказались от «бумагооборота» между авторами и редколлегией, принимая электронные версии статей и докладов. Процесс подготовки последних выпусков сборника отличает активное взаимодействие по электронной почте между редколлегией и авторами, направленное на доработку и развитие материалов статей для повышения научного уровня разделов сборника. Такое взаимодействие не знает границ и не сопряжено со значительными материальными затратами для авторов. Очные встречи на конференциях, конечно, более привычны, но отнимают существенно больше времени и сил, чем многие участники не располагают. Поэтому в этом году было решено провести виртуальную заочную конференцию, интенсифицировав взаимное обсуждение докладов участниками конференции по электронной почте на небольшом отрезке времени, отведенном на конференцию.

От редактора

Настоящий выпуск составлен из докладов международной заочной конференции «Синтез, анализ и диагностика электронных цепей». Леонид Иванович Волгин был вдохновителем и организатором предыдущих конференций: «Проблемы обработки аналоговой информации», «Континуальные логико-алгебраические исчисления и нейроматематика» и «Конференция по логике, информатике, науковедению». Затем, уже без Леонида Ивановича, проводились «Волгинские чтения». Перечисленные конференции служили источниками материалов для предыдущих выпусков сборника «Синтез, анализ и диагностика электронных цепей».

Одним из приоритетных направлений докладов остается развитие топологических преобразований электрических цепей.

1. Волгин Л.И. Топологические преобразования электрических цепей.– Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1982.– 108 с.

2. Волгин Л. И. Топологические модели усилителей электрических сигналов. – Тольятти: Поволжский технологический ин-т сервиса, 2002. – 90 с.

3. Филаретов В. В. О схемных триадах Л. И. Волгина, порождаемых поворотом активного трехполюсника в активных электрических цепях // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003. – Ульяновск: УлГТУ, 2003. – Т. 4. – С. 86–94.

4. Волгин Л. И., Королев Ф. А., Филаретов В. В. Схемно-алгебраический анализ и принципы построения аналоговых операционных преобразователей: учебное пособие. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – 88 с.

5. Волгин Л.И., Королев Ф.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ и топологические преобразования моделей электронных цепей / Под ред. В.В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – 356 с.

СИНТЕЗ ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ

СИММЕТРИИ И СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ НЕИЗОМОРФНЫХ СХЕМ

Э. А. Свирщёва

Предложено использовать симметрии наращиваемой схемы и дополняющего ее элемента на каждом шаге конструктивного процесса для предотвращения построения изоморфных схем. Это избавляет от необходимости применять трудоемкие процедуры выявления изоморфных вариантов среди множества сгенерированных схем.

It is proposed to use symmetry of expanded circuit and its accompanying element at each step of the constructive process to prevent build isomorphic circuits. This eliminates the need to apply time-consuming procedures of identifying isomorphic variants among the set of generated circuits.

О роли симметрий в образовании изоморфных вариантов в процессе структурного синтеза схем. Из [1] следует, что множество схемных реализаций заданной функции при фиксированном наборе схемных элементов разбивается группой автоморфизмов (симметрий) любой из их общих подсхем на классы эквивалентности-изоморфизма. Следовательно, изоморфные схемы можно рассматривать как эквивалентные по симметриям их общих подсхем. При решении задач

структурного синтеза требуется только один представитель от каждого класса эквивалентности-изоморфизма.

Осознание роли симметрий в порождении изоморфных схем позволяет сформулировать общий принцип построения множества неизоморфных схем: на каждом шаге конструктивного процесса необходимо отбирать только те подключения i -го элемента к $(i-1)$ -подсхеме, при которых результирующая i -подсхема не становится эквивалентной ни одной из полученных ранее i -подсхем ни по симметриям их общих подсхем, ни по симметриям i -го элемента.

Таким образом, любая информация о симметриях, как наращиваемой подсхемы, так и дополнительно подключенного к ней элемента может быть использована для своевременного исключения изоморфных вариантов такого наращивания. Покажем это на примере синтеза пассивных подсхем по заданной функции входного сопротивления с использованием указанного наращивания [2, 3].

Будем рассматривать каждый элемент искомым схем (сопротивление, емкость, индуктивность) как подсхему, внешние узлы которой являются взаимозаменяемыми. Следовательно, каждый из этих элементов симметричен, и изменение его полярности в схеме не влияет на свойства последней. В строках 1–3 табл. 1 каждый такой элемент представлен вектором из номеров его полюсов [4]: R(1,2), C(1,2), L(1,2).

Для формального описания симметричности каждого из этих двухполюсников применима группа автоморфизмов, состоящая из двух элементов: единичной (тождественной) подстановки на множестве номеров его полюсов

$$e = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix},$$

которая не оказывает на него никакого влияния, и подстановки

$$\begin{pmatrix} 12 \\ 21 \end{pmatrix},$$

под воздействием которой меняются местами его полюсы с номерами 1 и 2 (строки 1–3 табл. 1). Количеством элементов группы автоморфизмов

любой схемы (подсхемы) определяется общее количество множества схем, в которое входят эта схема и все изоморфные ей варианты. В данном случае это количество равно двум (строки 1–3 табл. 1). Из табл. 1 видно, что указанной группой автоморфизмов описываются симметрии как любого из приведенных в строках двухполюсников, так и любого их параллельного соединения (строки 4–8 табл. 1).

Схемы, построенные из двухполюсников R, C, L формально представлены в таблице списками векторов из координат их полюсов в схеме [4]. Например, схема в левой части строки 9 табл. 1 представлена списком векторов $\{R(1,2), C(1,3)\}$, а изоморфная ей схема в правой части этой строки – списком векторов $\{R(2,1), C(2,3)\}$. При таком их представлении нетрудно формализовать переход от каждой схемы к изоморфной ей под действием подстановки-автоморфизма подсхемы. Связь между этими схемами логично представить равенством

$$\{R(1,2), C(1,3)\} \begin{pmatrix} 123 \\ 213 \end{pmatrix} = \{R(2,1), C(2,3)\},$$

в котором подстановка-автоморфизм $\begin{pmatrix} 123 \\ 213 \end{pmatrix}$, следующая за списком векторов исходной схемы, означает преобразование координат этого списка под ее воздействием. Эта подстановка отражает переключение узлов резистора в схеме, которое не влияет на свойства схемы. При этом она оставляет неподвижным третий узел схемы, не связанный с резистором.

Далее в табл. 1 приведены аналогичные соотношения между схемами, построенными по [2, 3] на разных этапах синтеза (см. левые части строк 9–16 табл. 1), и изоморфными им схемами (см. правые части этих строк таблицы). В каждой паре схем указаны (жирно) элементы или подсхемы, по симметриям которых они эквивалентны между собой.

На каждом шаге наращивания $(i-1)$ -подсхемы по [2, 3] к ней добавляется только один элемент, группа автоморфизмов которого известна. Даже эта информация о симметриях добавляемого элемента позволяет отсеять часть изоморфных схем, как это показано в табл. 1, с

применением несложных формул. Аналогично можно использовать выявленную информацию о симметриях $(i-1)$ -подсхемы. Например, это можно сделать, выделив в ней симметричные двухполюсники различной сложности, перечисленные в строках 4–8 табл. 1.

Исходя из указанных природы изоморфизма и механизма образования изоморфных схем, можно построить ряд правил, которые не допускают появления изоморфных вариантов в процессе структурного синтеза. Рассмотрим некоторые из них.

Условимся множество узлов $(i-1)$ -подсхемы, которые меняются местами под действием подстановки-автоморфизма, называть эквивалентными по ее симметриям, то есть симметричными. Например, узлы 1 и 2 симметричны в схемах строк 1–8 и в выделенных подсхемах строк 9–16 табл. 1).

Пусть очередное наращивание $(i-1)$ -подсхемы выполняется путем поочередного подсоединения к одному из ее узлов дополнительного элемента. В этом случае во избежание построения изоморфных вариантов нельзя допускать одинакового наращивания симметричных узлов, как это сделано в [2] при добавлении емкости к $(i-1)$ -подсхеме, состоящей из одного резистора (левая часть строки 9 табл. 1). Достаточно использовать для этой цели только один из множества симметричных узлов, т.е. рассматривать только схемы из левой части строк 9–11 табл. 1). В этом случае каждая полученная i -подсхема будет единственным представителем соответствующего класса изоморфных i -подсхем.

Можно поочередно наращивать одинаково только несимметричные узлы (например, как показано в строках 17–19 табл. 1, где добавленные элементы выделены). После такого наращивания полученные схемы можно не проверять на изоморфность между собой. Они не могут быть изоморфными.

Пусть в схеме к паре симметричных узлов необходимо подключить сколь угодно сложную подсхему. В этом случае во избежание перехода к изоморфной схеме достаточно исключить изменение последовательности симметричных узлов и замену подключенной к ним подсхемы ее

зеркальным отражением относительно указанной пары узлов. Примеры таких подсхем в виде ветвей из последовательного соединения элементов приведены в левых частях строк 12–15 табл. 1.

Следует отметить, что в данном случае подсхемы, приведенные в правой части строк 12–15 табл. 1, можно исключить из дальнейшего рассмотрения, опираясь не на признаки изоморфности, а на законы электротехники, по которым перестановка элементов в указанных ветвях схемы, не меняет ее схемную функцию. Однако указанный признак изоморфности может быть полезен, если вместо ветви из последовательно соединенных элементов окажется более сложная подсхема.

Пусть наращивание $(i-1)$ -подсхемы происходит путем добавления симметричного двухполюсника в разрыв ее ветви (например, как показано в строках 16, 20, 21 табл. 1, в которых добавленный двухполюсник выделен). В этом случае задача отсеечения изоморфных вариантов, приведенных в правой части строк 16, 20, 21, не отличается от только что рассмотренной.

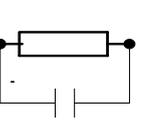
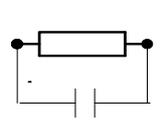
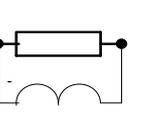
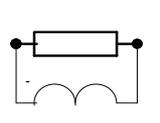
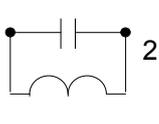
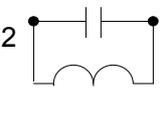
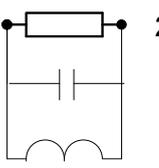
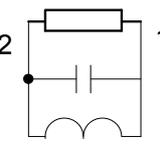
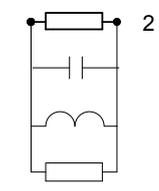
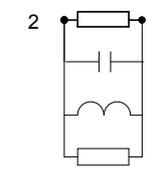
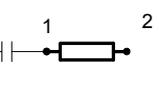
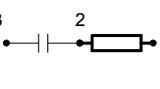
Поэтому достаточно использовать только одно из двух возможных симметричных включений добавленного двухполюсника (то есть без переключений его полюсов, которые в данном случае являются симметричными) и только один из подключенных к нему вариантов остальной части схемы (то есть без перехода от нее к ее зеркальному отображению относительно этого двухполюсника).

Перечисленных правил достаточно для построения одних только неизоморфных схем, приведенных в левой части таблицы, с исключением изоморфных схем (правая часть табл. 1) без их построения.

Перед переходом к вариантам очередного – $(i+1)$ -го – шага наращивания неизоморфных схем из левой части таблицы необходимо выявить их симметрии. Информация о симметриях каждой i -подсхемы необходима для исключения изоморфных вариантов $(i+1)$ -подсхемы в процессе их построения. Симметричность $(i-1)$ -подсхемы не всегда так очевидна, как в примерах, приведенных в табл. 1. Поэтому остановимся на методах выявления симметрий.

Таблица 1.

Симметрии и соответствующие классы эквивалентности-изоморфизма

№	Исходная схема (подсхема)	Автоморфизмы	Преобразование схемы (подсхемы) под действием подстановки-автоморфизма	Изоморфная схема (подсхема)
1		$\begin{pmatrix} 12 \\ 21 \end{pmatrix}$	$R(1,2) \begin{pmatrix} 12 \\ 21 \end{pmatrix} = R(2,1)$	
2		$\begin{pmatrix} 12 \\ 21 \end{pmatrix}$	$C(1,2) \begin{pmatrix} 12 \\ 21 \end{pmatrix} = C(2,1)$	
3		$\begin{pmatrix} 12 \\ 21 \end{pmatrix}$	$L(1,2) \begin{pmatrix} 12 \\ 21 \end{pmatrix} = L(2,1)$	
4		$\begin{pmatrix} 12 \\ 21 \end{pmatrix}$	$\{R(1,2), C(1,2)\} \begin{pmatrix} 12 \\ 21 \end{pmatrix} = \{R(2,1), C(2,1)\}$	
5		$\begin{pmatrix} 12 \\ 21 \end{pmatrix}$	$\{R(1,2), C(1,2)\} \begin{pmatrix} 12 \\ 21 \end{pmatrix} = \{R(2,1), C(2,1)\}$	
6		$\begin{pmatrix} 12 \\ 21 \end{pmatrix}$	$\{R(1,2), C(1,2)\} \begin{pmatrix} 12 \\ 21 \end{pmatrix} = \{R(2,1), C(2,1)\}$	
7		$\begin{pmatrix} 12 \\ 21 \end{pmatrix}$	$\{R(1,2), C(1,2), L(1,2)\} \begin{pmatrix} 12 \\ 21 \end{pmatrix} = \{R(2,1), C(2,1), L(2,1)\}$	
8		$\begin{pmatrix} 12 \\ 21 \end{pmatrix}$	$\{R(1,2), C(1,2), L(1,2), R(1,2)\} \begin{pmatrix} 12 \\ 21 \end{pmatrix} = \{R(2,1), C(2,1), L(2,1), R(2,1)\}$	
9		$\begin{pmatrix} 123 \\ 213 \end{pmatrix}$	$\{R(1,2), C(1,3)\} \begin{pmatrix} 123 \\ 213 \end{pmatrix} = \{R(2,1), C(2,3)\}$	

Продолжение табл. 1.

Симметрии и соответствующие классы эквивалентности-изоморфизма

N	Исходная схема (подсхема)	Автоморфизмы	Преобразование схемы (подсхемы) под действием подстановки-автоморфизма	Изоморфная схема (подсхема)
10		$\begin{pmatrix} 123 \\ 213 \end{pmatrix}$	$\{R(1,2), C(1,2), L(1,3)\} \begin{pmatrix} 123 \\ 213 \end{pmatrix} = \{R(2,1), C(2,1), L(2,3)\}$	
11		$\begin{pmatrix} 123 \\ 213 \end{pmatrix}$	$\{R(1,2), C(1,2), L(1,2), R(1,3)\} \begin{pmatrix} 123 \\ 213 \end{pmatrix} = \{R(2,1), C(2,1), L(2,1), R(2,3)\}$	
12		$\begin{pmatrix} 123 \\ 213 \end{pmatrix}$	$\{R(1,2), R(2,3), C(1,2), L(1,3)\} \begin{pmatrix} 123 \\ 213 \end{pmatrix} = \{R(2,1), R(1,3), C(2,1), L(2,3)\}$	
13		$\begin{pmatrix} 123 \\ 213 \end{pmatrix}$	$\{R(1,2), R(2,3), C(1,3), L(1,2)\} \begin{pmatrix} 123 \\ 213 \end{pmatrix} = \{R(2,1), R(1,3), C(2,3), L(2,1)\}$	
14		$\begin{pmatrix} 123 \\ 213 \end{pmatrix}$	$\{R(1,3), R(2,3), C(1,2), L(1,2)\} \begin{pmatrix} 123 \\ 213 \end{pmatrix} = \{R(2,3), R(1,3), C(2,1), L(2,1)\}$	
15		$\begin{pmatrix} 123 \\ 213 \end{pmatrix}$	$\{R(1,2), R(1,2), C(2,3), L(1,3)\} \begin{pmatrix} 123 \\ 213 \end{pmatrix} = \{R(2,1), R(2,1), C(1,3), L(2,3)\}$	
16		$\begin{pmatrix} 123 \\ 321 \end{pmatrix}$	$\{R(1,2), C(2,3), L(1,3)\} \begin{pmatrix} 123 \\ 321 \end{pmatrix} = \{R(3,2), C(2,1), L(3,1)\}$	

Продолжение табл. 1.

Симметрии и соответствующие классы эквивалентности-изоморфизма

N	Исходная схема (подсхема)	Автоморфизмы	Преобразование схемы (подсхемы) под действием подстановки-автоморфизма	Изоморфная схема (подсхема)
17		$\begin{pmatrix} 1234 \\ \downarrow 243 \end{pmatrix}$	$\{R(2,3), R(4,3), C(1,2), L(1,3)\}$ $\begin{pmatrix} 1234 \\ \downarrow 243 \end{pmatrix} =$ $= \{R(2,4), R(3,4), C(1,2), L(1,4)\}$	
18		$\begin{pmatrix} 1234 \\ \downarrow 243 \end{pmatrix}$	$\{R(2,3), R(4,3), C(1,3), L(1,2)\}$ $\begin{pmatrix} 1234 \\ \downarrow 243 \end{pmatrix} =$ $= \{R(2,4), R(3,4), C(1,4), L(1,2)\}$	
19		$\begin{pmatrix} 1234 \\ \downarrow 243 \end{pmatrix}$	$\{R(1,2), R(4,3), C(2,3), L(1,3)\}$ $\begin{pmatrix} 1234 \\ \downarrow 243 \end{pmatrix} =$ $= \{R(1,2), R(3,4), C(2,4), L(4,1)\}$	
20		$\begin{pmatrix} 1234 \\ \downarrow 243 \end{pmatrix}$	$\{R(1,2), R(3,4), C(2,4), L(1,3)\}$ $\begin{pmatrix} 1234 \\ \downarrow 243 \end{pmatrix} =$ $= \{R(1,2), R(4,3), C(2,3), L(1,4)\}$	
21		$\begin{pmatrix} 1234 \\ \downarrow 243 \end{pmatrix}$	$\{R(3,4), R(1,3), C(1,2), L(2,4)\}$ $\begin{pmatrix} 1234 \\ \downarrow 243 \end{pmatrix} =$ $= \{R(4,3), R(1,4), C(1,2), L(2,3)\}$	

Метод перенумерации узлов схемы. Из определения подстановки-автоморфизма схемы следует, что ее надо искать среди подстановок на множестве номеров узлов схемы. Признак такой подстановки – она переводит исходную схему в себя. Для схемы с n узлами число таких проверочных подстановок может достигать значения $n!$. Например, при $n=4$ $n! = 24$.

Можно сократить указанное количество проверочных подстановок, если есть возможность разбить множество узлов схемы на непересекающиеся подмножества. Такое разбиение возможно, например, по числу инцидентных этим узлам элементов схемы разных типов. В этом

случае учитывается, что невозможно перевести схему в себя, если поменять местами узлы, отличающиеся этими числами.

Пусть $n_1, n_2, \dots, n_m, \dots, n_M$ – размеры таких подмножеств, M – их количество, $n = \sum_{m=1}^M n_m$. Тогда количество проверочных подстановок сокращается до величины $\prod_{(m=1)}^M n_m! < n!$. Например, если 4 узла схемы ($n=4$) разбивается на 2 подмножества по 2 узла в каждом, то число проверочных подстановок сокращается до $2!2! = 4$.

Указанное разбиение невозможно, если схема однородна по указанному признаку (худший случай).

Метод перестановки элементов схемы. Перевод схемы в себя означает, что искомая подстановка-автоморфизм одновременно с изменением нумерации ее узлов меняет местами ее элементы таким образом, что результат ее воздействия невозможно отличить от исходной схемы. Очевидно, что только однотипные элементы схемы могут меняться между собой местами под действием такой подстановки. Указанное свойство подстановки-автоморфизма позволяет резко сократить число проверочных подстановок: достаточно ограничиться использованием только тех из $n!$ проверочных подстановок, которые меняют между собой местами однотипные элементы схемы.

Для этой цели воспользуемся представлением элементов схемы в виде вектора из номеров узлов (координат), которым элемент инцидентен [4]. Это позволяет установить связь между проверочными подстановками на множестве узлов схемы и на множестве ее однотипных элементов, и упрощает переход от одних к другим.

Схема в этом случае в соответствии с [4] может быть представлена списком указанных векторов. Такое представление схемы позволяет от требований перестановки элементов схемы перейти к требованиям перенумерации ее узлов, которое обеспечивает нужную перестановку элементов. Тогда подстановка-автоморфизм на множестве узлов схемы определяется путем сопоставления указанных списков [4]. Только эти списки следует составлять не для разных схем, как это делается в [4] при

установлении их изоморфности, а для одной схемы до и после перестановки в ней однотипных элементов.

Схемы реальных электрических цепей обычно состоят из разнотипных элементов. Это значит, что для них количество N элементов схемы разбивается на части, соответствующие числу элементов каждого типа, $N = \sum_{k=1}^K N_k$, где K – количество типов элементов в схеме. Такое разбиение сокращает количество проверочных подстановок в процессе выявления симметрий, $\prod_{k=1}^K N_k! < N!$. Разбиение множества узлов схемы по составу инцидентных элементов, рассмотренное выше, также полезно при использовании метода перестановки элементов схемы для дополнительного сокращения числа проверочных подстановок.

Пример 1. Требуется выявить симметрии схемы из строки 20 левой части табл. 1.

Четыре элемента схемы ($N = 4$) разбиваются на три части ($K=3$): 2 два резистора ($N_1=2$), одна емкость ($N_2=1$) и одна индуктивность ($N_3=1$). Поскольку единственную емкость, как и единственную индуктивность, переставлять не с чем, для этой схемы число проверочных подстановок на множестве ее элементов сокращается до $2!1!1! = 2$. Таким образом, достаточно рассмотреть только проверочные подстановки, меняющие местами 2 резистора: $R(1,2)$ с $R(3,4)$.

Представим требуемые перестановки $R(1,2)$ с $R(3,4)$ перенумерацией инцидентных им узлов схемы. Возможны два варианта такой перенумерации:

$$1 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 2$$

и

$$1 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 2.$$

Второй вариант отпадает, так как в нем меняются местами узлы, отличающиеся составом инцидентных элементов.

Распространим оставшийся первый вариант перенумерации узлов на векторы координат остальных элементов схемы:

$$C(2,4) \rightarrow C(4,2), L(1,3) \rightarrow L(3,1).$$

Таким образом, требование к перестановке резисторов представлено требованиями к перенумерации узлов исходной схемы. В этих требованиях к перенумерации узлов нет противоречий, поэтому искомую подстановку-автоморфизм можно построить, сопоставив списки координат элементов схемы до и после перенумерации ее узлов:

$$\{R(1,2), R(3,4), C(2,4), L(1,3)\},$$

$$\{R(3,4), R(1,2), C(4,2), L(3,1)\}.$$

Сопоставление показало, что подстановка-автоморфизм – это $\begin{pmatrix} 1234 \\ 3412 \end{pmatrix}$.

Нетрудно убедиться в том, что под действием этой подстановки схема из строки 20 левой части табл. 1 переходит в схему, не отличающуюся от исходной.

Проверка симметричности пары элементов или ветвей схемы. В процессе структурного синтеза не всегда нужна информация обо всех симметриях наращиваемой $(i-1)$ -подсхемы. На этапе перехода к наращиванию (или иному преобразованию) очередной ветви этой подсхемы бывает достаточно решить другую задачу: проверить, не симметрична ли эта ветвь предыдущей ветви, т. е. уже подвергавшейся ранее точно такому же преобразованию. Если симметрична, следует отказаться указанного ее преобразования во избежание получения изоморфного варианта i -й подсхемы.

Такая проверка заключается в сопоставлении списков векторов из координат двух $(i-1)$ -подсхем [4]: исходной и полученной после перестановки в ней двух сравниваемых ветвей. Если ветви симметричны, такое сопоставление позволит построить соответствующую подстановку-автоморфизм. Иначе такую подстановку не удастся построить.

Очевидно, что трудоемкость такой проверки пропорциональна количеству сравниваемых ветвей или элементов $(i-1)$ -подсхемы, которое не может превышать числа N ее элементов.

Пример 2. Пусть к $(i-1)$ -подсхеме из 4 резисторов, показанной на рис.1, необходимо подсоединить емкость всеми возможными способами.

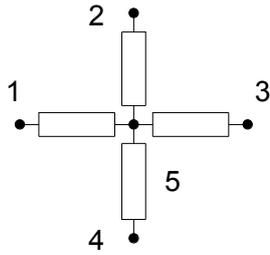


Рис.1

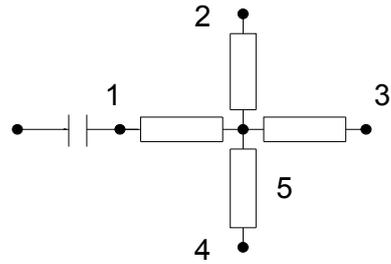


Рис.2

После первого варианта подключения емкости к ветви $R(1,5)$, как показано на рис. 2, проверим, стоит ли рассматривать вариант подключения ее к ветви $R(2,5)$. Для этого проверим, симметричны ли между собой указанные ветви, сравнив два списка:

$$\{R(1,5), R(2,5), R(3,5), R(4,5)\},$$

$$\{R(2,5), R(1,5), R(3,5), R(4,5)\}.$$

Сравнение показывает, что существует подстановка-автоморфизм $\begin{pmatrix} 1234 \\ 2134 \end{pmatrix}$, связывающая между собой резисторы $R(1,5)$ и $R(2,5)$ в схеме на рис.1. Следовательно, они симметричны, и не следует рассматривать вариант подключения емкости к резистору $R(2,5)$, чтобы не получилась i -подсхема, которая изоморфна уже построенной ранее.

Аналогично проверяется симметричность ветвей $R(3,5)$ и $R(4,5)$, по отношению к ветви $R(1,5)$. Эти проверки показывают, что и к резисторам $R(3,5)$ и $R(4,5)$ не следует подсоединять емкость во избежание построения изоморфных i -подсхем.

Рассмотренный метод проверки симметричности пары элементов или ветвей схемы нетрудно распространить на более сложные части $(i-1)$ -й подсхемы. Например, количество внешних узлов этих частей может быть больше двух. Необходимость такой проверки может возникнуть, если решается задача перебора всех возможных вариантов пополнения $(i-1)$ -й подсхемы не двухполюсным элементом, а трехполюсным, четырехполюсным и т.д. В частности, такими элементами могут быть управляемые элементы схемы.

Выводы

1. Использование информации о симметриях наращиваемой схемы и дополняющего ее элемента на каждом шаге конструктивного процесса позволяет не допускать построения изоморфных схем. Это избавляет от необходимости применять трудоемкие процедуры выявления изоморфных вариантов среди множества сгенерированных схем с целью их последующего исключения.

2. Появление изоморфных вариантов среди множества сгенерированных схем на любом этапе наращивания исходной схемы означает, что где-то на предыдущих этапах остались не выявленными и не использованными для исключения изоморфных схем симметрии соответствующих подсхем.

Список литературы

1. Свирщёва Э.А. Структурный синтез неизоморфных систем с однородными компонентами. – Харьков, 1998.– 256 с. (Переработанный в 2005г. вариант находится на сайте электронной технической библиотеки).

2. Горшков К. С., Токарев Ю. В., Филаретов В. В. Анализ и структурный синтез электрических цепей методом схемных определителей: учебное пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 2008. – 240 с.

3. Filaretov V., Gorshkov K., Mikheenko A. A circuit synthesis technique based on network determinant expansion // Proc. of International Conference on Synthesis, Modeling, Analysis and Simulation Methods and Applications to Circuit Design (SMACD).– Seville, Spain.– 2012 (Sept.).– P. 293–296.

4. Токарев Ю.В. Определение изоморфизма электрических схем. // Синтез, анализ, диагностика электронных цепей: международ. сб. науч. тр.– Ульяновск: УлГТУ, 2012.– Вып.10. С. 23–27.

Свирщёва Эльвира Александровна – кандидат технических наук,
г. Харьков, Украина. E-mail: olel@kharkov.ukrtel.net

СИНТЕЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ НА ОСНОВЕ РАСШИРЕНИЯ АНОМАЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ МАТРИЦЫ ПРОВОДИМОСТЕЙ: ОБЗОР

Г. В. Майко

Критически рассмотрен ряд предложенных в последние годы методик синтеза активных электрических цепей на основе учета нулловых аномальных элементов в матрице проводимостей. Матрица расширяется вслед за добавлением в порождающую схему нуллаторов и нораторов. При таком синтезе переходят от простой схемы к более сложной схеме, эквивалентной простой, что приводит к бесконечно большому числу эквивалентных схем.

Critically reviewed a number of proposed in recent years, methods of synthesis of active electric circuits based adding pathological elements in the matrix conductivity. The matrix will expanded after adding in generating circuit nullators and norators. In this synthesis are moving from simple to more complex scheme, equivalent to simple, which leads to an infinitely large numbers of equivalent circuits.

«Расширение» матрицы проводимостей. Несколько лет назад D.G. Naig и другие предложили метод синтеза пассивных и активных аналоговых схем с нулловыми аномальными элементами – нуллаторами и нораторами, основанный на расширении матрицы проводимости [1].

В отличие от известного подхода учета таких аномальных элементов путём преобразования матрицы проводимости, при котором её размерность уменьшается [2], предлагается включать в матрицу проводимости предельные «бесконечно большие» и «бесконечно малые» элементы, увеличивая размерность самой матрицы [1, 3, 4, 5].

Нулловые модели позволяют описать достаточно широкий класс активных элементов – полевые и биполярные транзисторы и традиционные операционные усилители (ОУ). А.М. Soliman и другие

расширили этот подход, используя предельные элементы для описания схем с другими аномальными элементами [6] – зеркальный элемент напряжения и зеркальный элемент тока, а совсем недавно – плавающий зеркальные элементы [7]. Это позволило расширить элементный базис рассматриваемых схем, добавляя к транзисторам и операционным усилителям ещё и различные варианты конвейеров тока (ССП+, ССП-, ИССП+, ИССП-) [8], повторители и инверторы тока и напряжения [9]. С помощью такого метода приведены примеры синтеза не только схем различных усилителей [5, 10, 11, 12, 13], активных фильтров [14, 15], генераторов [16, 17, 18, 19, 20], гираторов (gyrators or positive invertors) [8, 10, 21, 22], симуляторов плавающих (floating simulators) [23] и отрицательных [11] сопротивлений, конверторов отрицательного сопротивления (negative impedance converters, NIC) [24, 25], но и активных схем со сложными зависимостями между входными и выходными сигналами, как схемы с дифференциальными входами и балансными выходами (balanced output operational amplifiers BOOA, differential difference amplifier DDA, differential difference operational floating amplifier DDOFA, differential difference operational mirror amplifier DDOMA) [26] или, например, current controlled current conveyor transconductance amplifiers (CCCCTAs) [27].

Использование «предельных» элементов позволило повторно показать эквивалентные преобразования с помощью преобразований нулловых деревьев и добавления к схеме последовательных и параллельных нулловых цепочек [11, 29, 30, 31, 32]. Такой метод синтеза позволил получить множество уже известных схем усилителей на транзисторах и ОУ [28, 29], активных фильтров (например, схемы Sallen-Key, биквад Kerwin-Newcomb-Helsman, биквад на основе трёх интеграторов) [4, 14, 33], преобразователей сопротивления, генераторов [16] и т.п., но и новые, неизвестные ранее структурные схемы таких цепей [14, 18, 21, 33]. В связи с этим представляет интерес оценить практическую ценность предложенного подхода для синтеза аналоговых схем.

Использование обратных операций для расширения матрицы.

При учете влияния аномальных элементов обычно выполняется суммирование или вычитание строк и столбцов матрицы и понижение её размерности. В основе предлагаемого метода синтеза [4, 5, 24] лежат обратные операции, например, увеличение размерности исходной матрицы проводимости путём добавления новых строк и столбцов, последующее добавление к этой расширенной матрице проводимости активных элементов и перераспределение мест подключения пассивных элементов таким образом, чтобы после операций сложения или вычитания получилась исходная матрица проводимости, например [24]:

$$\begin{vmatrix} 0 & G2 \\ G1 & 0 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 0 & G2 & 0 \\ G1 + \infty & 0 & -\infty \\ -\infty & 0 & +\infty \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} |0| & G2 & 0 \\ +\infty & 0 & -\infty \\ -\infty & 0 & G2 + \infty \end{vmatrix}$$

Ещё одним вариантом увеличения размерности матрицы является операция, обратная операции удаления элемента матрицы методом Гаусса (pivotal expansion) [5]:

$$\begin{vmatrix} a - \frac{b \cdot c}{d} & e - \frac{b \cdot f}{d} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} a & e & -b \\ -c & -f & d \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a - \frac{b \cdot c}{d} \\ e - \frac{b \cdot f}{d} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} a & -c \\ e & -f \\ -b & d \end{vmatrix}$$

Этот подход применяется не только к элементам с бесконечно большой (малой) проводимостью, но также и к обычным (конечным) проводимостям, что позволяет использовать этот подход для синтеза чисто пассивных схем [34]. Целью является расположение всех проводимостей так, чтобы образовалась матрица проводимости пассивной схемы.

Другими словами, если известен конечный результат некоторой математической операции – сложения или вычитания или их комбинации или исключения элементов методом Гаусса, то этот результат можно записать различными способами, и это будет соответствовать различным структурным схемам. Например, если в некоторой ячейке исходной матрицы проводимости записано число G , соответствующее некоторой проводимости, и известно, что оно является результатом операции сложения, то оно может быть представлено как:

$$G = 0 + G = G + 0 \quad (1)$$

Это значит, что расширенная матрица проводимости может иметь несколько вариантов, которых узлы подключения этой проводимости G различны; но можно подключить аномальные элементы к этим узлам так, чтобы эта проводимость была перенесена на нужное место в исходной схеме. Авторы сформулировали это правило как теорему переноса или сдвига (shift theorem) [3, 7, 8, 24]:

$$\left| \begin{array}{cc} \infty & -\infty \\ G & 0 \end{array} \right| \equiv \left| \begin{array}{cc} \infty & \infty \\ 0 & G \end{array} \right|$$

Применяя теорему сдвига, можно переносить проводимости из исходной матрицы проводимости в другие ячейки так, чтобы расширенная матрица проводимости была физически реализована в виде пассивной схемы.

Добавление зеркальных аномальных элементов существенно повысило гибкость процедуры преобразования схемы, так как отрицательное число в исходной матрице теперь легко может быть представлено как:

$$-G = 0 - G \quad (2)$$

Выражение (2) соответствует перемещению проводимости G из одной ячейки матрицы проводимости в другую и изменение её знака с помощью зеркальных аномальных элементов.

Перемещение проводимости из одного места в другое возможно из-за того, что в операциях, описываемых (1) и (2), всегда присутствует 0; то есть одна из ячеек матрицы проводимости пустая. Однако это не обязательно, вполне возможно, что обе ячейки матрицы проводимости ненулевые и, следовательно, к выражениям (1) и (2) должны быть добавлены следующие:

$$G = G_1 + G_2, \text{ где } G_1 < G, G_2 < G \quad (3)$$

$$-G = G_1 - G_2, \text{ где } G_1 < G_2 \quad (4)$$

Более того, вполне возможно, что сумма или разность могут быть представлены не двумя, а более слагаемыми, например,

$$G = G_1 + G_2 + G_3 \quad (5)$$

или

$$-G = G_1 - G_2 - G_3 \quad (6)$$

или

$$-G = G_1 + G_2 - G_3 \quad (7)$$

В общем виде:

$$\pm G = \sum_i G_i - \sum_j G_j, \quad (8)$$

Выражения (5)–(8) описывают схемы, в которых аномальные двухполюсные элементы образуют дерево. Число операций в (8) соответствует числу аномальных элементов, участвующих в процессе получения суммы.

Понятно, что число вариантов записи суммы или разности в случае нескольких слагаемых бесконечно большое. И это в принципе существенно затрудняет синтез оптимальных схем, так как непонятно, когда имеет смысл остановиться. Однако в практическом смысле, когда требования к численным параметрам синтезируемой схеме задаются как неравенства, а число активных элементов, т.е. число аномальных элементов, желательно сделать как можно меньшим из соображений стоимости, всегда можно ограничить число операций в (8) и сравнивать результаты только для этих случаев.

Куда более серьёзной практической проблемой является тот факт, что для начала процедуры синтеза необходимо уже знать матрицу проводимости схемы в символьном виде. В традиционных методах синтеза аналоговых схем это как раз является конечным продуктом синтеза, поэтому непонятно, как можно получить такую матрицу проводимости.

Варианты подходов к получению исходной матрицы проводимости. Авторы метода предлагают несколько подходов. В случаях, когда матрицу проводимости схемы явно построить невозможно (например, из-за использования управляемых источников, отличных от ИТУН), то предлагается использовать специальные модели таких схем с предельными бесконечными элементами [3, 9, 10, 12, 13], а затем уже расширять такие матрицы проводимости, перенося пассивные элементы с помощью теоремы shift.

Таким образом, предлагаются predetermined варианты структурных схем в блочном виде с бесконечно большими элементами, которые могут реализовать достаточно большой класс схем. В подавляющем числе статей приводятся такие варианты переноса, в которых используется нулевые слагаемые числителей N и знаменателей D схемных функций (например, $D = 0 + D$, или $N = N + 0$), и только в одной из самых первых [5] отмечено, что вполне допустимо представление слагаемого в виде суммы или разности.

$$D = D_1 + D_2 \quad (9)$$

$$D = D_1 - D_2 \quad (10)$$

Понятно, что при этом возможно бесконечное число разбиение числителя D или знаменателя N на слагаемые, и это является ещё одной проблемой синтеза, так как заранее непонятно, какое разбиение лучше.

В некоторых случаях преобразования к матрице проводимости появляется неопределённая функция Q или P_1 и P_2 [3, 4, 5, 9, 10]. Выбор этих функций есть ещё один неопределённый фактор при практическом применении данного метода синтеза. Более того, сами функции P_1 и P_2 так же могут быть дополнительно разбиты на слагаемые, аналогично

выражениям (9) и (10), и таких вариантов разбиения может быть бесконечное множество.

После того, как матрица проводимости схемы в блочном виде построена, для дальнейшего синтеза необходимо представить функции каждого из блоков (числители и знаменатели схемных функций) в символьном виде. Это ещё одна большая проблема, так как обычно схемные функции, в результате аппроксимации, представлены в численном виде. Хотя приводятся общие ограничения на вид выражения [5] (а это, по сути, известные описания вида определителей матрицы), однако совершенно непонятно как выбирать представление символьного выражения в общем виде. Даже в тех случаях, когда функции синтезируемых схем описываются простейшими формулами, как например конверторы или инверторы положительных или отрицательных сопротивлений [3, 8, 11], или имитаторы индуктивностей [21], возможно не одно представление такой формулы. Например, выражение для плавающей проводимости в [23] задано как:

$$Y_{in} = \frac{Y_1 \cdot Y_2}{Y_3}.$$

Но можно задать требования к реализации так же и в виде:

$$Y_{in} = \frac{Y_1 \cdot (Y_2 + Y_4)}{Y_3} \quad \text{или} \quad Y_{in} = \frac{Y_1 \cdot Y_2 \cdot Y_4}{Y_3 \cdot Y_5},$$

и при этом будут получены новые схемы.

Выводы

На наш взгляд, главная проблема рассматриваемого подхода заключается в том, что в этом случае задача синтеза явно рассматривается как обратная анализу, т.е. при синтезе переходят от простой схемы к более сложной схеме, эквивалентной простой. Нетрудно показать, что число эквивалентных схем бесконечно большое. С помощью предлагаемого метода действительно можно получить всё это бесконечно большое множество, но за бесконечно большое время.

Поэтому, скорее всего, практическая ценность такого подхода в арсенале инженера проектировщика довольно ограничена. В частной переписке [35] David Haigh на замечание о том, что использовать такой

метод нереалистично, отметил, что цель публикации заключалась в описании метода, а вопрос о его применимости остаётся за разработчиком.

Более перспективным представляется разработка методов синтеза, реализующих обратный процесс – выбор более сложной схемы и затем последовательное её упрощение путём добавления аномальных элементов. Пример похожего подхода для синтеза пассивных схем описан в [36], где предлагается в качестве топологической структурной схемы выбрать схему с полной топологической структурой. Затем, в процессе параметрического синтеза (решения системы компонентных уравнений), исключать такие двухполюсники, величина параметров которых очень мала по сравнению с другими.

Такой процесс, по крайней мере, ограничен во времени, хотя и, естественно, может привести к неудаче при синтезе схем с заданными характеристиками. В последнем случае всегда можно усложнить исходную схему и вновь повторить процесс синтеза.

Список литературы

1. Haigh D.G., Tan F.Q., and Papavassiliou C. Systematic synthesis of active-RC circuit building-blocks // *Analogue Integrated Circuits and Signal Processing* / Springer.– 2005. – Vol. 43, no. 3 (Jun).– P. 297–315.
2. Davies A.C. Matrix Analysis of Networks Containing Nullators and Norators // *Electronic Letters*.– 1966.– Vol. 2, No.3.– P. 90–91.
3. Haigh D.G., Clarke T.J.W., and Radmore P.M. Symbolic framework for linear active circuits based on port equivalence using limit variables // *IEEE Trans. Circuits Syst. – I (Reg. Papers)*.– 2006.– Vol. 53, no. 9.– P. 2011–2124.
4. Haigh D.G. Symbolic active-RC circuit synthesis by admittance matrix expansion // *Proc. 2005 IEEE Int. Symp. Circuits Syst.*– 2005.– P. 248–251.
5. Haigh D.G. A Method of Transformation from Symbolic Transfer Function to Active-RC Circuit by Admittance Matrix Expansion // *IEEE Trans. Circuits Syst. I (Reg. Papers)*.– 2006.– Vol. 53, no. 12.– P. 2715–2728.

6. Awad I.A., Soliman A.M. Inverting second generation current conveyors: the missing building blocks, CMOS realizations and applications // *Int. J. Electron.*– 1999.– Vol. 86, no 4.– P. 413–432.
7. Saad R.A., Soliman A.M. A new approach for using the pathological mirror elements in the ideal representation of active devices // *International Journal of Circuit Theory and Applications.*– 2010.– Vol. 38.– P. 148–178.
8. Saad R.A., Soliman A.M. Use of Mirror Elements in the Active Device Synthesis by Admittance Matrix Expansion // *IEEE Trans. on Circuits and Systems I (Reg. Papers).*– 2008.– Vol. 55, no 9.– P. 2726–2735.
9. Soliman A.M. Applications of voltage and current unity gain cells in nodal admittance matrix expansion // *Circuits and Systems Magazine / IEEE.*– 2009.– Vol. 9, no. 4 (Fourth Quarter).– P. 29–42.
10. Haigh D.G., Radmore P.M. Systematic synthesis method for analogue circuits — I: Notation and synthesis toolbox // *Proc. 2004 IEEE Int. Symp. Circuits Syst.*– May 2004.– P. 701–704.
11. Haigh D.G., Tan F.Q., Papavassiliou C. Systematic synthesis method for analogue circuits – Part II Active-RC circuit synthesis” // *Proc. 2004 IEEE Int. Symp. Circuits Syst.*– 2004.– P. 705–708.
12. Haigh D.G., Radmore P. New Admittance Matrix Descriptions for the Nullor with Application to Circuit Design // *Proc. Eur. Conf. Circuit Theory and Design.*– 2005.– Vol. 3.– P.43–46.
13. Haigh D. G. Admittance Matrix Models for the Nullor Using Limit Variables and Their Application to Circuit Design // *IEEE Transactions on Circuits and Systems – I (Reg. Papers).*– 2006.– Vol. 53, no. 10.– P. 2214–2223.
14. Li Y.A. On the Systematic Synthesis of OTA-Based KHN Filters // *Radioengineering.*– 2014.– Vol. 23, no 1 (April).
15. Soliman A.M. Two Integrator Loop Filters: Generation Using NAM Expansion and Review // *Journal of Electrical and Computer Engineering.*– 2010.– Vol. 1.

16. Soliman A.M. Generation of CCII and ICCII based Wien oscillators using nodal admittance matrix expansion // *Int. J. Electron. Commun.*– 2010.– Vol. 64.– P. 971–977.
17. Soliman A.M. Synthesis of Oscillators Using Limit Variables and NAM Expansion // *Active and Passive Electronic Components.*– 2011.– Vol. 2011.– P. 1–13.
18. Li Y.A. On the Transformation of a Floating Resistor Oscillator to Grounded Passive Element Oscillators // *Majlesi Journal of Electrical Engineering.*– 2010.– Vol. 4, no 3 (September).
19. Soliman A.M. Generation of current conveyor based oscillators using nodal admittance matrix expansion // *Analog Integrated Circuits and Signal Processing.*– 2010.– Vol. 65, no. 1.– P. 43.
21. Saad R.A., Soliman A.M. Generation, modeling, and analysis of CCII-based gyrators using the generalized symbolic framework for linear active circuits // *International Journal of Circuit Theory and Applications.*– 2008.– Vol 36.– P. 289–309.
22. Li Y.A. NAM expansion method for systematic synthesis of OTA-based floating gyrators // *AEU – International Journal of Electronics and Communications.*– 2013.– Vol. 67, no. 4.– P. 289.
23. Saad R.A., Soliman A.M. On the systematic synthesis of CCII-based floating simulators // *International Journal of Circuit Theory and Applications.*– 2010.– Vol. 38.– P. 935–967.
24. Haigh D.G., Clarke T.J.W., and Radmore P.M. A mathematical framework for active circuits based on port equivalence using limit variables // *Proc. 2006 IEEE Int. Symp. Circuits Syst.*– May 2006.– P. 2949–2952.
25. Soliman A.M. Generation and classification of CCII and ICCII based negative impedance converter circuits using NAM expansion // *International Journal of Circuit Theory and Applications.*– 2011.– Vol. 39, no. 8.– P. 835–847.
26. Soliman A.M. Nodal Admittance Matrix and Pathological Realization of BOOA, DDA, DDOFA and DDOMA // *Singapore Journal of Scientific Research.*– 2011.– Vol.1, no. 2.– P. 149.

27. Li Y.A. NAM expansion method for systematic synthesis of floating gyrators using CCCCTAs // Analog Integrated Circuits and Signal Processing.– 2014,

28. Haigh D.G., Tan F.Q., Papavassiliou C. Systematic synthesis method for analogue circuits – Part III: All transistor circuit synthesis // Proc. 2004 IEEE Int. Symp. Circuits Syst.– P. 709–712.

29. Haigh D.G. Systematic synthesis of operational amplifier circuits by admittance matrix expansion // Proc. Eur. Conf. Circuit Theory and Design.– 2005.– Vol. II.– P. 115–118.

30. Corbishley P. Haigh D. G. Rules for systematic synthesis of all transistor analogue circuits by admittance matrix expansion // Proc. 2005 IEEE Int. Symp. Circuits Syst.– May 2005.– P. 5966–5969.

31. Haigh D.G. Analytic approach to nullor transformations for FET circuit synthesis – Part I: Nullator-norator tree transformations // Proc. 2005 IEEE Int. Symp. Circuits Syst.– May 2006.– P. 5231–5234.

32. Haigh D.G. Analytic approach to nullor transformations for FET circuit synthesis – Part II: Nullator-norator re-pairing and cloning // Proc. 2005 IEEE Int. Symp. Circuits Syst.– May 2006.– P. 5235–5238

33. Soliman A.M. Generation of Kerwin-Huelsman-Newcomb biquad filter circuits using nodal admittance matrix expansion // International Journal of Circuit Theory and Applications.– 2011.– Vol. 39, no. 7.– P. 697–717.

34. Haigh D.G., Radmore P.M. Symbolic passive-RC circuit synthesis by admittance matrix expansion // Proc. 2005 IEEE Int. Symp. Circuits Syst.– P. 244–247.

35. Частная переписка с David A. Haigh.

36. Оптимальная реализация линейных электронных RLC-схем / Ланнэ А.А., Михайлова Е.Д., Саркисян Б.С., Матвийчук Я.Н.– Киев: Наук. Думка, 1981.– 208 с.

Gennadiy Mayko (Майко Геннадий Владимирович) – канд. техн. наук, Sr. Principal Engineer, Broadcom Corporation, USA. E-mail: gmayko@gmail.com

О ВЗАИМОСВЯЗИ НУЛЛОРНЫХ И ЗЕРКАЛЬНЫХ АНОМАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ¹

В. В. Филаретов

Исследована взаимосвязь между зеркальными и нулловыми аномальными элементами, обусловленная представлением зеркальных аномальных элементов в виде каскадного соединения соответствующих нулловых элементов и инверсных повторителей напряжения или тока. Предложена схемная модель и формулы выделения неидеального зеркального элемента на базе двух инверсных повторителей и источника тока, управляемого напряжением.

There is investigated the relationship between the mirror and nullor pathological elements by means of view of the mirror elements in the form of a cascade connection of the respective nullator or norator and inverse repeater voltage or current. Proposed circuit model and extraction formulae of nonideal mirror element on the basis of two inverse repeaters and current source voltage controlled.

Аномальные элементы (АЭ): сокращения и соотношения терминов. Идеальный элемент (ИЭ) является идеальной моделью активного компонента. Нулловые идеальные элементы (НИЭ), нулловый или неудаляемый управляемый источник (НУИ), являются базовыми элементами нулловых моделей активных компонентов.

Нулловый аномальный элемент (НАЭ) является одной из составных частей НИЭ: норатор, генератор НУИ или нуллятор, приемник НУИ.

Зеркальный идеальный элемент (ЗИЭ) является базовым элементом зеркальных моделей активных компонентов.

¹ Поддержано Российским Фондом Фундаментальных Исследований (РФФИ), грант №15-07-05847

Зеркальный аномальный элемент (ЗАЭ) – одна из составных частей ЗИЭ: зеркальный элемент напряжения (ЗЭН) или зеркальный элемент тока (ЗЭТ).

Гибридный идеальный элемент (ГИЭ) является базовым элементом нулорно-зеркальных моделей активных компонентов. Представляет собой объединение НАЭ и ЗАЭ до равного числа нораторов и нулаторов.

Теоретико-множественные соотношения между терминами задаются следующими выражениями:

$$АЭ = \{НАЭ, ЗАЭ\}; НАЭ = \{\text{норатор, нулатор}\}; ЗАЭ = \{ЗЭН, ЗЭТ\}.$$

$$ИЭ = \{НИЭ (\text{нуллор}), ЗИЭ, ГИЭ\}; НИЭ = \text{норатор} + \text{нулатор};$$

$$ЗИЭ = \text{ЗЭН} + \text{ЗЭТ}; ГИЭ = \{\text{ЗЭН}+\text{норатор}, \text{ЗЭТ}+\text{нулатор}\}.$$

Нуллорные аномальные элементы. Нуллор – это идеальный элемент, образованный аномальными элементами: нулатором на входе и норатором на выходе, как показано на рис. 1,а [1, 2].



Рис. 1. Аномальные элементы: нулатор и норатор – а; зеркальный элемент напряжения (voltage mirror) и зеркальный элемент тока (current mirror) – б.

Нуллатор является двухполюсником, не пропускающим ток. Напряжение, падающее на нулаторе, равно нулю, поэтому напряжения полюсов a и b могут быть произвольными, но одинаковыми:

$$U_b = U_a = \text{arbitrary}, \quad I_b = I_a = 0. \quad (1)$$

Норатор – это двухполюсник, ток и напряжения которого произвольны и не зависят друг от друга. У норатора на полюсах может существовать произвольное напряжение и через норатор может течь произвольный ток:

$$U_d \neq U_c = \text{arbitrary}, \quad I_d = -I_c = \text{arbitrary}. \quad (2)$$

Уравнения (1) и (2) записаны для условно положительных направлений токов, показанных на рис. 1,а, и направлениях полюсных напряжений к базисному узлу схемы.

Зеркальные аномальные элементы. Нуллок, образованный нуллатором и норатором (рис. 1,а), может быть реализован с помощью инверсных характеристик на основе VM–CM-пары (voltage mirror – current mirror) [2–5]. Новая пара аномальных элементов показана на рис. 1,б. Эта пара, как и нуллок, образует идеальный элемент, составленный из зеркального элемента напряжения (ЗЭН) на входе и зеркального элемента тока (ЗЭТ) на выходе.

Ток через незаземленные выводы ЗЭН равен 0, а напряжения на незаземленных выводах ЗЭН равны по величине и противоположны по знаку, то есть для ЗЭН устанавливается два ограничения на его напряжения и токи:

$$U_b = -U_a = \text{arbitrary}, \quad I_b = I_a = 0. \quad (3)$$

Токи через незаземленные выводы ЗЭТ равны по величине, но противоположны по знаку (направлению), а напряжение на ЗЭТ может быть любым и не зависит от тока через него, то есть ЗЭТ подчиняется следующим двум ограничениям:

$$U_d \neq U_c = \text{arbitrary}, \quad I_d = I_c = \text{arbitrary}. \quad (4)$$

Зеркальные аномальные элементы ЗЭН и ЗЭТ, в отличие от соответствующих им нуллокных элементов (нуллатора и норатора),

являются трехполюсниками и всегда заземлены, однако ими удобно оперировать как двухполюсниками [2].

Широкое использование нулловых и зеркальных элементов при проектировании электронных цепей обусловлено, прежде всего, тем, что пары аномальных элементов лежат в основе моделей распространенных на практике типов активных элементов, как простейших (транзисторов различных типов), так и более сложных – операционных усилителей, токовых конверторов и зеркал и т.п. [2, 4, 5]. Это позволяет легко получать схемы замещения для широкого класса схем на основе аномальных элементов.

Относительная новизна ЗАЭ обуславливает их некоторую «таинственность», поскольку распространенную и приведенную выше трактовку этих элементов следует признать недостаточно глубокой, даже поверхностной. Не уделяется должного внимания исследованию взаимосвязи между нулловыми и зеркальными элементами, чему посвящена данная статья.

Нулловые схемы зеркальных аномальных элементов. Схемные представления обеспечивают прояснение природы зеркальных аномальных элементов (ЗАЭ), судя по схемам замещения, существенно более сложных, чем нулловые элементы (рис. 1). ЗЭН и ЗЭТ были введены немногим более десятилетия назад [6]. Однако исторически первой была нулловая схема замещения ЗЭТ, предложенная Свободой в схеме замещения токового конвейера ССП+ еще в 1989 году [7] и представленная на рис. 1,а (справа). Нулловая схема ЗЭН, дуальная схеме Слободы и показанная на рис. 1,а (слева), была предложена Авадом и Солиманом в 1999 году [6]. Эти авторы заимствовали для зеркальных аномальных элементов обозначения зеркал, предложенные Вильсоном [8].

Переносом нуллатора или норатора через сечение, образованное подводными проводниками к полюсам ЗАЭ (включая заземленный полюс), можно получить еще две пары нулловых схем ЗЭН и ЗЭТ, представленных на рис. 1,б и рис. 1,в.

Таким образом, нулловые схемы замещения ЗЭН и ЗЭТ на рис. 2,б, полученные Авадом и Солиманом эвристически, на самом деле порождаются из соответствующих схем Слободы (рис. 2,а) переноса норатора или нуллатора через сечение, образованное внешними проводниками ЗАЭ, подсоединенными к его полюсам.

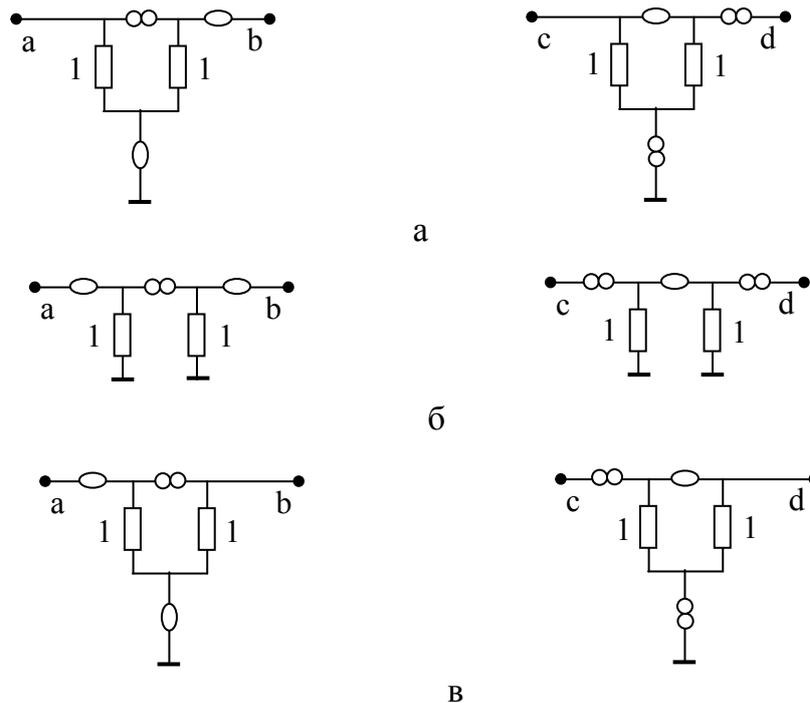


Рис. 2. Нулловые схемы замещения ЗЭН и ЗЭТ: схемы Слободы (а), схемы Авада и Солимана (б), неизвестная ранее пара схем (в).

Удобство использования схем на рис. 2,б обусловлено их симметрией относительно центрального норатора или нуллатора. Последняя пара схем на рис. 1,в не имеет, по сути, никаких преимуществ по сравнению с парой схем Слободы на рис. 1,а.

Заметим, что при указанном переносе последовательное соединение двух нораторов или нуллаторов заменяется одним элементом для обеспечения разрешимости задачи анализа. При этом сохраняется число аномальных элементов в схеме, то есть преобразование переноса нуллатора или норатора сводится к преобразованию их переключением.

Как видно, нулловые схемы Свободы (рис. 1) могли оказаться на месте нулловых схем Авада и Солимана (рис. 2) и подвергнуться интенсивной «раскрутке» на протяжении текущего десятилетия. То, что произошло, следует считать предпочтительным, поскольку схемы на рис. 2,б симметричны и легче запоминаются.

Ориентированные нулловые схемы зеркальных аномальных элементов. Нуллов, предложенный в 1961 году как неориентированный элемент [1] до сих пор продолжает преимущественно использоваться в изначальном виде. Обычно, игнорируются работы Брауна и Дависа, которые независимо друг от друга, спустя пять лет после Карлина, предложили ориентированный и нумерованный нуллов [9, 10]. Вместе с тем последовательно развивается метод схемных определителей [11, 12], обобщенный для анализа схем с зеркальными аномальными элементами [13–15].

Традиционный неориентированный нуллов предназначен для матричного анализа, когда для нахождения знака алгебраических дополнений используются порядковые номера строк и столбцов. При этом определители находятся с точностью до знака, что не мешает решению систем уравнений, так как результатами служат отношения матричных определителей. В то же время неориентированные нулловы не могут быть использованы для схемно-топологического анализа электрических цепей, когда отклики находятся как отношения схемных определителей.

При использовании неориентированных нулловов теряется информация о знаке схемного определителя, что важно, например, для выявления инверсии знака сигнала и возникают затруднения с оценкой устойчивости цепи [16].

Переход к ориентированным и нумерованным нулловам заключается в ориентации традиционных обозначений нулловов в виде стрелок и присвоении парам нулловов и нулловов порядковых номеров соответственно номеру нуллова [12]. Вместо указания порядковых номеров нулловов можно использовать заливку изображений тем или

иным цветом. Например, при переходе к ориентированным нуллорам схемы на рис. 2,б принимают вид рис. 3.



Рис. 3. Ориентированные нуллорные схемы замещения:
ЗЭН (а) и ЗЭТ (б), образующие зеркальный идеальный элемент

Выбранное направление двух нуллаторов или двух нораторов, инцидентных полюсам ЗАЭ, призвано дополнительно подчеркивать симметрию этих нуллорных схем и удобно для запоминания [13]. Такой выбор подчеркивает симметрию ЗАЭ относительно его полюсов. Требуется четное число преобразований одно изменение направления у норатора (нуллатора) и одна взаимная замены номеров у нуллаторов (нораторов), чтобы перейти от схем слева к схемам справа на рис. 4,а (рис. 4,б).

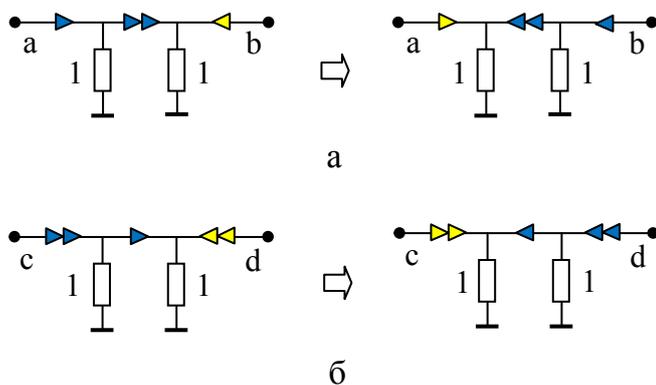


Рис. 4. Симметрия зеркальных аномальных элементов
относительно полюсов а и b (а), с и d (б)

Инверсные повторители тока и напряжения. В англоязычной специальной литературе инверсные повторители напряжения и тока называются инверторами [17]. Однако в русском языке термин

«инвертор» имеет значение как преобразователь в довольно широком смысле. Поэтому далее будут применяться термины «инверсный повторитель напряжения (ИПН)» и инверсный повторитель тока (ИПТ)».

На рис. 5,а и рис. 5,б показаны реализации на одном нуллоре повторителей напряжения и тока соответственно [17]. Инверсия сигнала требует существенно больших аппаратных затрат. Для этого можно использовать источник тока, управляемый напряжением, или источник напряжения, управляемый напряжением, включенные как показано на рис. 5,в или рис. 5,г соответственно.

В последнее время, как правило, используется другая очевидная возможность построения инверсных повторителей – это замена нуллатора и норатора соответственно на ЗЭН и ЗЭТ, что приводит к получению ИПН и ИПТ, представленных на рис. 5,д и рис. 5,е [17].

Более экономная реализация инверсии сигнала заложена в нуллорных моделях ЗЭН и ЗЭТ. При этом инверсия обходится двумя единичными резисторами и одним, а не двумя (!), нуллорами. Соответствующие фрагменты схем ЗЭН и ЗЭТ, реализующие повторение с инверсией, показаны на рис. 4,ж и рис. 4,з.

Сравнение реализаций инверсных повторителей. С помощью метода схемных определителей нетрудно убедиться, например, что схема на рис. 5,з является ИПН. На рис. 6,а представлена исходная схема для нахождения схемной функции $U/E = \Delta_N/\Delta_D$ при $E=1$, $g_1=g_2=1$. Схемы для нахождения числителя и знаменателя показаны на рис. 6,б и рис. 6,в. Отсюда $\Delta_N=g_1$, $\Delta_D=-g_2$. $U/E=-1$.

Следует подчеркнуть, что направление нораторов и нуллаторов в исходной схеме на рис. 6,а может быть выбрано произвольным. При этом инверсия коэффициента передачи напряжения сохраняется за счет взаимного изменения знаков у числителя и знаменателя. Аналогичный анализ неинверсного повторителя напряжения на рис. 5,а показывает отсутствие инверсии при всех направлениях аномальных элементов.

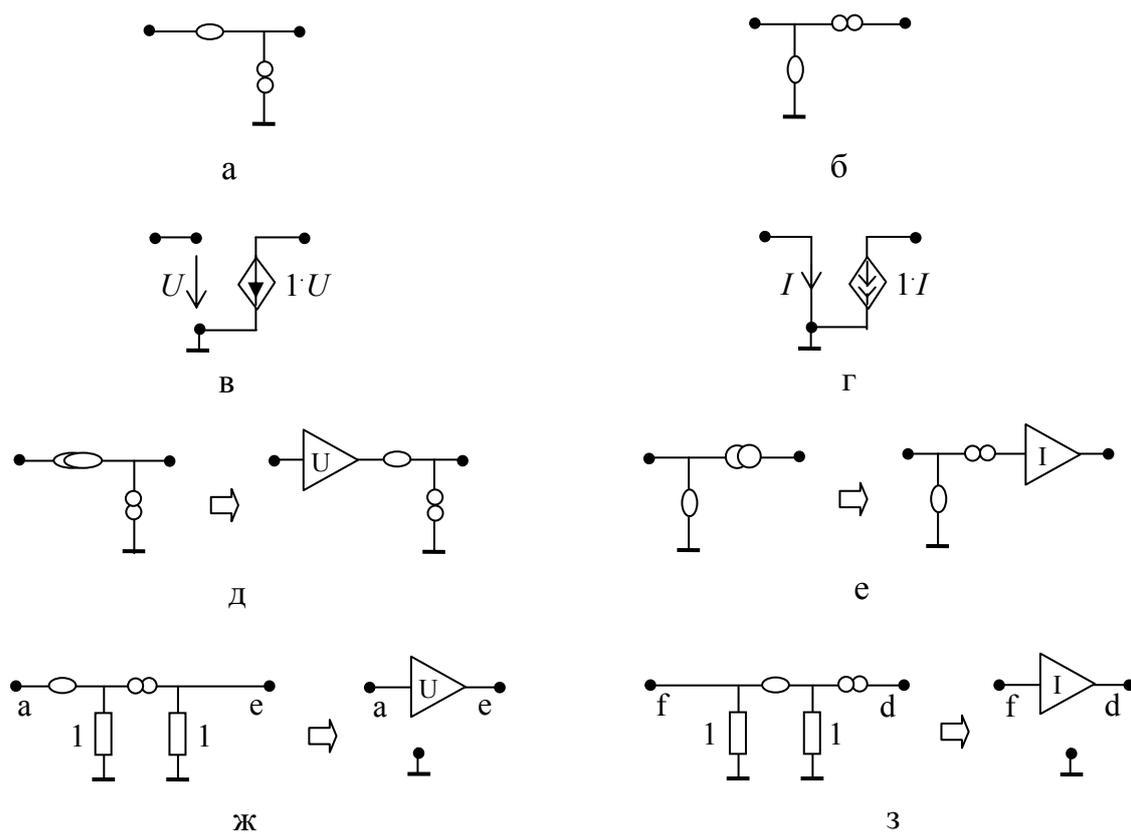


Рис. 5. Повторители: напряжения (а) и тока (б) на базе нуллора; напряжения (в) и тока (г) на базе управляемых источников; инверсные повторители: напряжения на базе ЗЭН (д), тока на базе ЗЭТ (е); напряжения в составе ЗЭН (ж); тока в составе ЗЭТ (з)

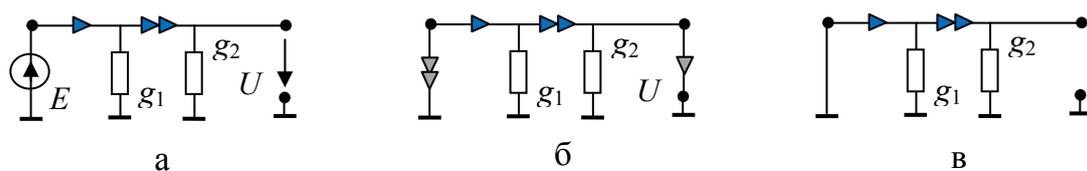


Рис. 6. Анализ инверсного повторителя напряжения: исходная схема (а), схема числителя (б), схема знаменателя.

Здесь не будем обсуждать целесообразность реализации повторителей сигнала в виде схем на рис. 5,ж и рис. 5,з. Более существенно, что выделение структурных частей ЗЭН и ЗЭТ в виде ИПН и ИПТ, соответственно, позволяет установить взаимосвязь между зеркальными и нуллорными аномальными элементами, а также обосновать ряд преобразований в схемах с ЗАЭ.

Представление зеркального элемента как соединения нулльного элемента и инверсного повторителя. Как следует из рис. 3,а, ЗЭН образован каскадным соединением двух компонентов: трехполюсного ИПН, который показан отдельно на рис. 5,ж, и нуллатора. Одно из условий повторения напряжения обеспечивается единичными резисторами ($g=1$), а инверсия – согласным включением спаренных (одноцветных) нуллатора и норатора на рис. 3,а.

На рис. 7 с учетом рис. 5,ж и рис. 5,з показаны ЗАЭ как структуры на базе нулльных элементов и инверсных повторителей.

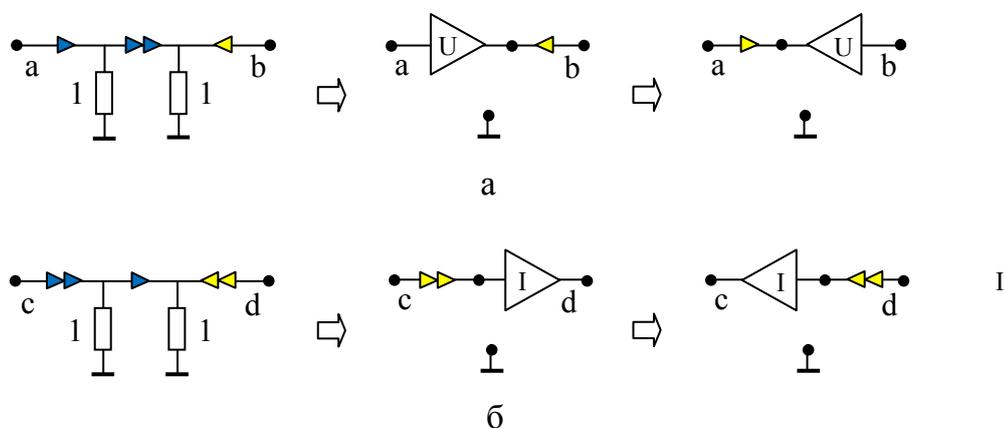


Рис. 7. Зеркальный элемент напряжения в виде ИПН и нуллатора (а) и зеркальный элемент тока в виде ИПТ и норатора (б)

ИПН обеспечивает выполнение первого уравнение в системе (3), поскольку отдельный нуллатор может быть перенесен через сечение, как показано на схеме рис. 2,с (слева). Второе уравнение системы (3) также выполняется, поскольку ток I_b равен нулю как ток ветви в сечении из трех ветвей с двумя нуллаторами на рис. 2,с (слева).

Как следует из рис. 3,б, ЗЭТ состоит из двух компонентов: обычного двухполюсного норатора (слева) и трехполюсного ИПТ, который показан отдельно на рис. 5,з. Одно из условий повторения тока обеспечивается единичными резисторами ($g=1$), а инверсия – встречным включением неспаренных (разноцветных) нуллатора и норатора. С учетом симметрии (рис. 4) нуллатор и норатор оказываются спаренными при взаимной замене полюсов ЗАЭ.

ИПТ обеспечивает выполнение второго уравнения в системе (4), поскольку отдельный норатор может быть перенесен через сечение, как показано на схеме Слободы (рис. 2,а справа). Первое уравнение системы (4) также выполняется, поскольку в силу рис. 3,б напряжения на полюсах ЗЭТ определяются различными нораторами, подключенными к его незаземленным полюсам.

Анализ инверсных повторителей на управляемых источниках и повторителей в составе зеркальных аномальных элементов.

Инверсные повторители на базе зеркальных аномальных элементов (рис. 5,д или рис. 5,е) отличаются от повторителей в составе зеркальных аномальных элементов (рис. 5,ж или рис. 5,з) только наличием повторителя на нуллоре (рис. 5,а или рис. 5,б). Поэтому, несмотря на различные аппаратные затраты, эти инверсные повторители имеют одинаковые внешние характеристики (инвариант), содержащие три нуллорные схемы. Например, инверсный повторитель тока на рис. 5,з характеризуется тремя нуллорными схемами, которые представлены на рис. 8.

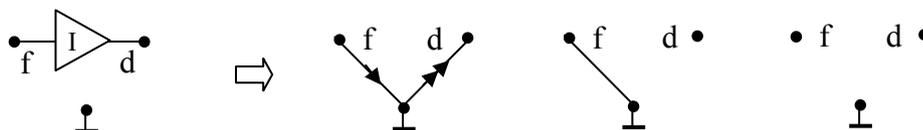


Рис. 8. Нуллорные схемы инверсного повторителя тока в составе зеркального элемента тока

В то же время инверсный повторитель тока на рис. 5,г задается только двумя нуллорными схемами, показанными на рис. 9.

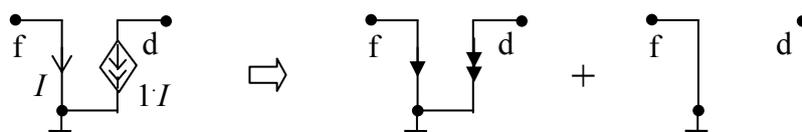


Рис. 9. Нуллорные схемы инверсного повторителя тока на базе источника тока, управляемого током

Структурные инварианты на рис. 8 и рис. 9 определяют специфические свойства инверсных повторителей на базе нуллов по сравнению со свойствами повторителей на управляемых источниках.

Об удвоении слагаемых в определителях схем с зеркальными аномальными элементами. Уравнения для схем составляются относительно произвольно выбранных направлений токов и напряжений. Токи принято направлять внутрь многополюсника, а напряжения к базисному узлу или от него. У норатора согласно (2) нет инверсии тока, поэтому $I_d = -I_c$. Это значит, что ток произвольный, но фактически он течет в одном направлении по отношению к d и c , то есть от d к c .

У ЗЭТ согласно (4) $I_d = I_c$, значит, фактический ток выходит из I_d и I_c , то есть подвергается инверсии в ЗЭТ. Поэтому ЗЭТ – это соединение обычного норатора и ИПТ. Это означает, что ток не проходит ЗЭТ, а удваивается в нем, то есть $I_d + I_c = 2I_d$.

В свою очередь, ЗЭН – это соединение нуллатора и ИПН. У нуллатора $U_b = U_a$, значит, падение напряжения на нуллаторе $U_{ba} = U_b - U_a = 0$, поскольку стрелки напряжения направлены одинаково – к земле. У ЗЭН $U_b = -U_a$, значит, падение напряжения на ЗЭН $U_{ba} = U_b - U_a = 2U_b$. На схемном уровне удвоение слагаемых определителя происходит в результате замыкания полюсов ИПН и ИПТ, что иллюстрирует рис. 10.

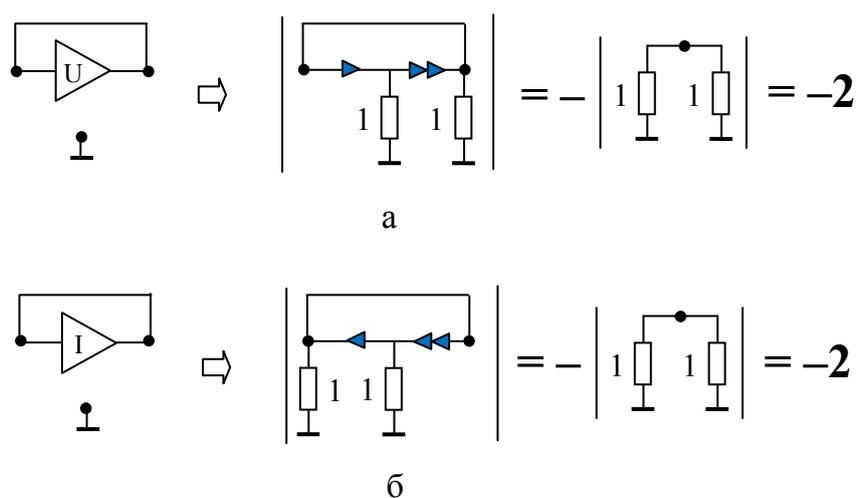


Рис. 10. Замыкание полюсов повторителей напряжения (а) и тока (б)

Отмеченные удвоения токов и напряжений ЗЭТ и ЗЭН обуславливают появление повторных слагаемых и, соответственно, коэффициентов «2» в выражениях схемных определителей.

Преобразования схем с инверсными повторителями.

Представление зеркальных элементов с помощью инверсных повторителей облегчает преобразования, например, схем с несколькими входами и выходами, что иллюстрируют рис.11 – рис.13.

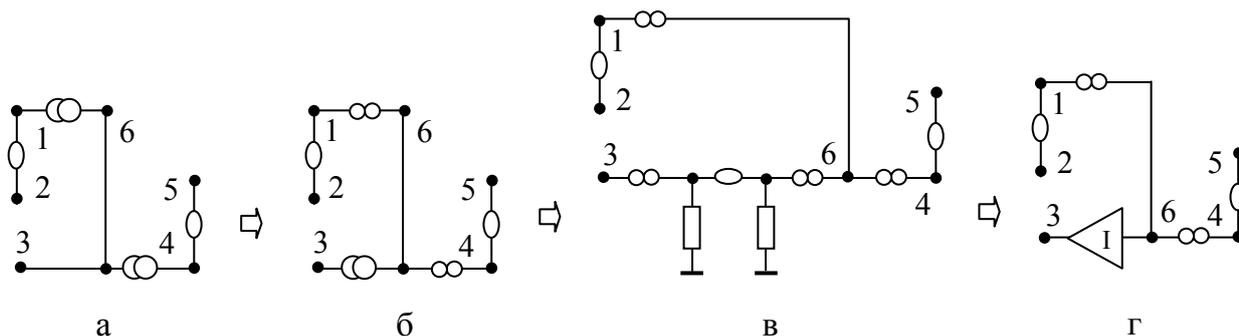


Рис. 11. Токовое зеркало с двумя входами (1–2, 4–5) и одним выходом 3(а); эквивалентная схема (б) на одном ЗЭТ, после стягивания которого получается исходная схема; замещение ЗЭТ в схеме (б) нулловой схемой (в); схема на ИПТ (г), полученная стягиванием норатора на схеме (в).

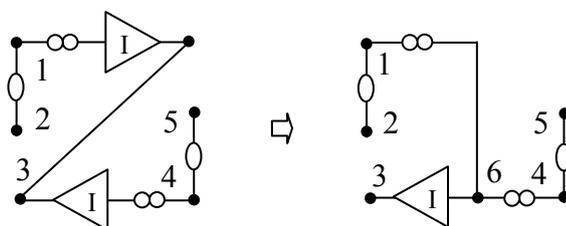


Рис. 12. Получение токового зеркала с одним ИПТ из токового зеркала с двумя ИПТ

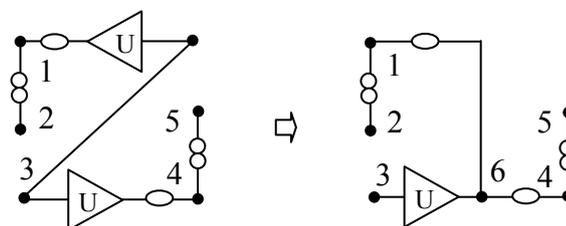


Рис. 13. Взаимозамещение входов и выхода схемы рис. 13: зеркало напряжения с одним входом и двумя выходами на базе двух или одного ИПН из зеркала напряжения с двумя ИПН

Последовательное соединение двух инверсных повторителей напряжения эквивалентно идеальному проводнику, что позволяет упрощать схему в процессе преобразований, подобно широко известным преобразованиям. На рис. 14 показано, как после такого преобразования последовательно соединенные ЗЭН заменяются одним нуллатором.

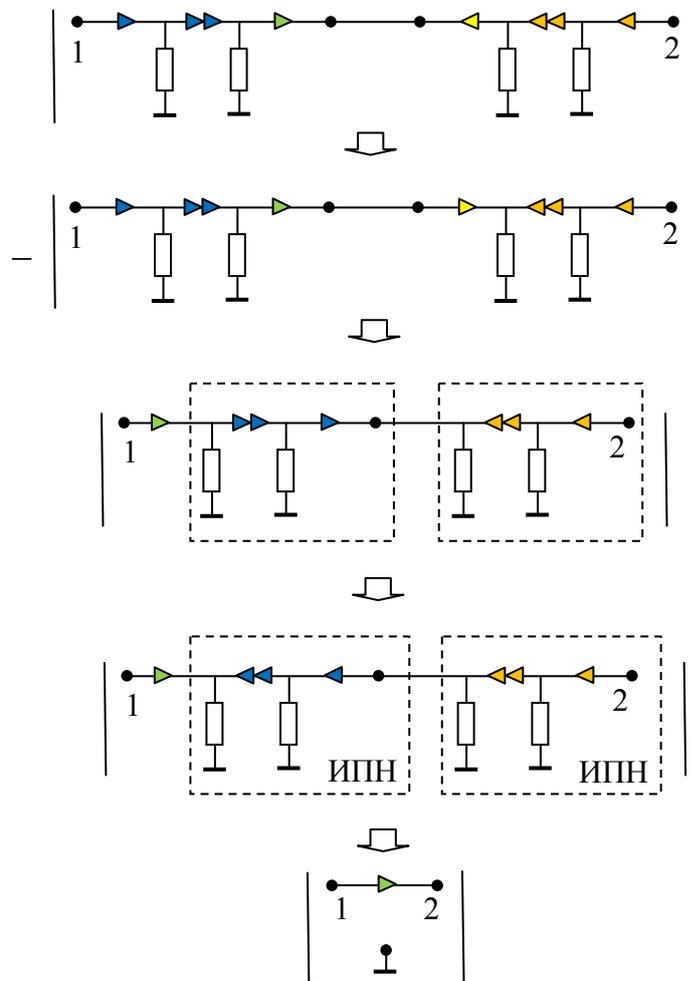


Рис. 14. Преобразование последовательного соединения двух ЗЭН к нуллатору

Например, если на рис.2,д включить инверсный повторитель напряжения последовательно с ЗЭН, то инверсный повторитель напряжения на рис.5,д превращается в неинвертирующий повторитель напряжения на рис.5,а.

Для другой иллюстрации рассмотрим случай переноса аномальных элементов в сечении из четырех ветвей, показанный на рис. 15. При переносе ЗЭН в ЗЭН-ветвь (в случае перехода от схемы 1 к схеме 3 или к схеме

4) последовательное соединение двух ЗЭН заменяется одним нуллатором, имеющим цвет исходного (старого) ЗЭН.

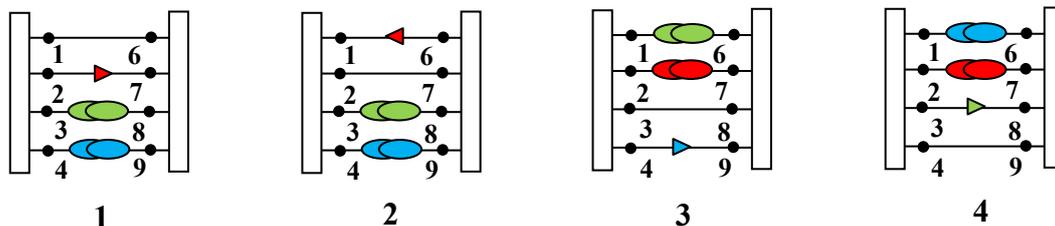


Рис. 15. Эквивалентные схемы, полученные переносом нуллатора и двух ЗЭН через сечение с четырьмя ветвями

Выполним численную проверку эквивалентности схем 1–4 на рис. 15. Для этого будем считать, что левая подсхема представляет собой полную подсхему с 5 узлами, имеющими порядковые номера: 0, 1, 2, 3, 4. Правая подсхема, отделяемая сечением от левой подсхемы, будет полной схемой с 4 узлами, имеющими порядковые номера: 6, 7, 8, 9. Соответствующий выбранному подсхемам *cir*-файл с указанными численными значениями проводимостей имеет вид:

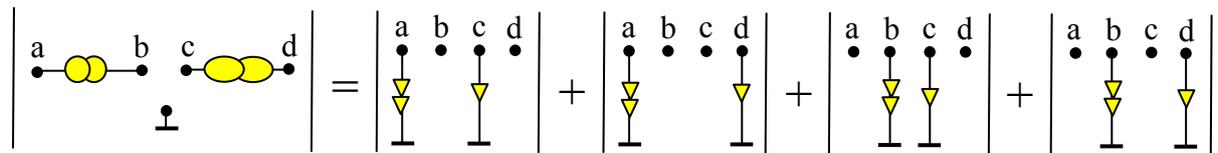
```
g1 0 1 1
g2 0 2 2 g3 0 3 3 g4 0 4 4 g5 1 2 5 g6 1 3 6 g7 1 4 7 g8 2 3 8 g9 2 4 9 g10 3 4
10 g11 6 7 11 g21 6 8 12 g31 6 9 13 g41 7 8 14 g51 7 9 15 g61 8 9 16.
```

Схемы 1–4, показанные на рис. 9, отличаются составом активных элементов соответственно: 1) N 1 6 1 6 N 0 1 2 7 Q 0 2 3 8 Q 0 3 4 9; 2) N 2 7 2 7 N 0 1 6 1 Q 0 2 3 8 Q 0 3 4 9; 3) N 3 8 3 8 Q 0 2 1 6 Q 0 1 2 7 N 0 3 4 9; 4) N 4 9 4 9 Q 0 3 1 6 Q 0 1 2 7 N 0 2 3 8.

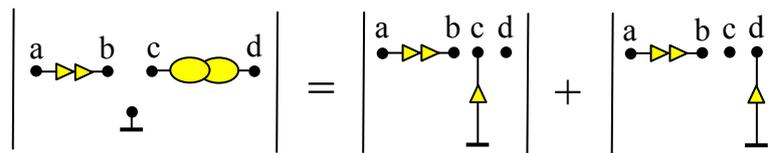
В результате символьного анализа схем и численного расчета полученных формул получаем определители соответствующих схем: $\det 1 = \det 2 = \det 3 = \det 4 = -1.399896e+06$. Как и следовало ожидать, все четыре эквивалентные схемы имеют определители, совпадающие по знаку с определителем схемы 1. Это обусловлено тем, что перенос нуллатора для получения схемы 2 не вызывает изменения знака, а схемы 3 и 4 получены одним переносом ЗЭН в ветвь нуллатора и одним переносом ЗЭН в ветвь ЗЭН (четное число инверсий).

Матричное отображение нулловых и зеркальных идеальных элементов. Взаимосвязь зеркальных и нулловых аномальных элементов проявляется в формулах выделения зеркальных и смешанных (зеркально-нулловых) идеальных элементов. Существует три вида идеальных элементов с участием ЗАЭ: М-, Q- и Т-элементы, что иллюстрирует рис. 16.

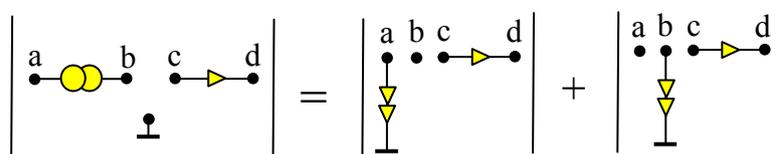
Все слагаемые правой части уравнения на рис. 16,а имеют положительный знак, поскольку они образованы двумя компонентами, соответствующими ЗЭТ и ЗЭН, а знаки этих компонент (согласно формулам выделения зеркальных аномальных элементов [15]) отрицательные. Все слагаемые правой части уравнений на рис. 16,б и рис. 16,в отрицательные, поскольку образованы единственной компонентой, соответствующей ЗЭН или ЗЭТ. Для учета отрицательного знака достаточно изменить направление нуратора и нуллатора.



а



б



в

Рис. 16. Разложение идеальных зеркальных элементов: а – М-элемента (ЗЭТ+ЗЭН); б – Q-элемента (нуратор+ЗЭН); в – Т-элемента (ЗЭТ+нуратор).

Ориентация ЗЭН и ЗЭТ, выбранная по направлению центрального норатора или нуллатора в нулловых схемах замещения ЗАЭ не существенна, поскольку в соответствии с этими рисунками компенсируется одновременным изменением «спаривания» норатора и нуллатора. Ориентация отдельного норатора или нуллатора в смешанных ЗИЭ (рис. 16,б и рис. 16,в) важна, поскольку ее изменение приводит к изменению знака определителя. ЗЭН и ЗЭТ являются ненаправленными элементами, поэтому показываются без стрелок.

Нулловым и зеркальным идеальным элементам можно сопоставить алгебраические тождества и матрицы, представленные в табл. 1.

Таблица 1. Соответствие миноров, образующих МСАД, элементам матрицы

	Матричное тождество	Элементы матрицы									
1	<p>Нуллов</p> $\Delta_{(a+b)(c+d)} = \Delta_{ac} + \Delta_{bd} - \Delta_{ad} - \Delta_{bc}$	<table border="1"> <tr> <td></td> <td>c</td> <td>d</td> </tr> <tr> <td>a</td> <td>N</td> <td>$-N$</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>N</td> <td>$-N$</td> </tr> </table>		c	d	a	N	$-N$	b	N	$-N$
	c	d									
a	N	$-N$									
b	N	$-N$									
2	<p>Зеркальный T-элемент</p> $\Delta_{(a-b)(c+d)} = \Delta_{ac} - \Delta_{bd} - \Delta_{ad} + \Delta_{bc}$	<table border="1"> <tr> <td></td> <td>c</td> <td>d</td> </tr> <tr> <td>a</td> <td>T</td> <td>$-T$</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>T</td> <td>$-T$</td> </tr> </table>		c	d	a	T	$-T$	b	T	$-T$
	c	d									
a	T	$-T$									
b	T	$-T$									
3	<p>Зеркальный Q-элемент</p> $\Delta_{(a+b)(c-d)} = \Delta_{ac} - \Delta_{bd} + \Delta_{ad} - \Delta_{bc}$	<table border="1"> <tr> <td></td> <td>c</td> <td>d</td> </tr> <tr> <td>a</td> <td>Q</td> <td>Q</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>$-Q$</td> <td>$-Q$</td> </tr> </table>		c	d	a	Q	Q	b	$-Q$	$-Q$
	c	d									
a	Q	Q									
b	$-Q$	$-Q$									
4	<p>Зеркальный M-элемент</p> $\Delta_{(a-b)(c-d)} = \Delta_{ac} + \Delta_{bd} + \Delta_{ad} + \Delta_{bc}$	<table border="1"> <tr> <td></td> <td>c</td> <td>d</td> </tr> <tr> <td>a</td> <td>M</td> <td>M</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>M</td> <td>M</td> </tr> </table>		c	d	a	M	M	b	M	M
	c	d									
a	M	M									
b	M	M									

В общем случае матрица содержит не только одиночные элементы, но и одинаковые элементы, образующие подматрицы второго порядка, показанные в табл. 1 справа.

Идеальность нулловых и зеркальных элементов, представленных в табл. 1 состоит в том, что параметры N , T , Q и M стремятся к бесконечности, поэтому вторым слагаемым, соответствующим $N=T=Q=M=0$ можно пренебречь. Если указанные параметры имеют конечные значения, то приходится иметь дело с реальными элементами в виде управляемых источников или неидеальных зеркальных элементов.

Схемные модели неидеальных зеркальных элементов. На основании системы уравнений (3) и (4) может быть построена схема замещения неидеального зеркального элемента на четырех источниках тока, управляемых напряжением [4, 5], которая показана на рис. 17.

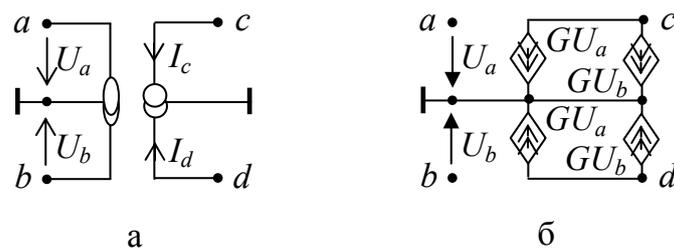


Рис. 17. Идеальный зеркальный элемент с зеркалом напряжения (между узлами a и b) и зеркалом тока (между узлами c и d) – а; эквивалентная схема (при $G \rightarrow \infty$) с четырьмя источниками тока, управляемыми напряжением – б.

При параметре $G \rightarrow \infty$ схема на рис. 17,б становится эквивалентной схеме на рис. 17,а, то есть неидеальный зеркальный элемент становится идеальным зеркальным элементом. Предложенное на рис. 7 представление идеального зеркального элемента на базе инверсных повторителей тока и напряжения приводит к более естественной модели неидеального зеркального элемента, показанной на рис. 18.

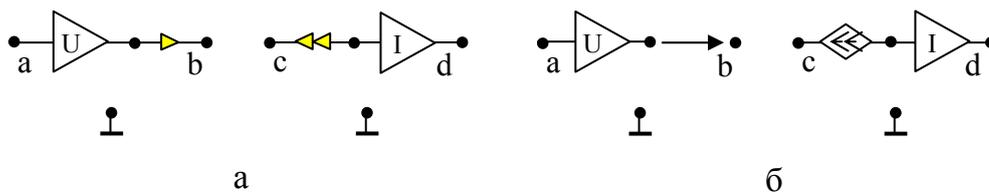


Рис. 18. Идеальный зеркальный элемент на базе инверсных повторителей – а;
 эквивалентная схема (при $G \rightarrow \infty$)
 с источниками тока, управляемым напряжением, вместо нуллора – б.

В эквивалентности схем неидеальных зеркальных элементов на рис. 18,б и рис. 18,б нетрудно убедиться при анализе простейших схем, например, инверсных повторителей на зеркальных элементах (рис.5,д или рис.5,е).

Формулы выделения неидеальных зеркальных элементов.
 Формулы (5)–(7) вытекают из схемных моделей неидеального и идеального зеркального элементов на рис.18.

$$\left| \begin{array}{c} \text{a} \\ \text{c} \end{array} \right| = G \left| \begin{array}{c} \text{a} \\ \text{c} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{a} \\ \text{c} \end{array} \right| \quad (5)$$

$$\left| \begin{array}{c} \text{a} \\ \text{c} \end{array} \right| = G \left| \begin{array}{c} \text{a} \\ \text{c} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{a} \\ \text{c} \end{array} \right| \quad (6)$$

$$\left| \begin{array}{c} \text{a} \\ \text{c} \end{array} \right| = G \left| \begin{array}{c} \text{a} \\ \text{c} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{a} \\ \text{c} \end{array} \right| \quad (7)$$

Схемы, показанные в левых частях формул (5)–(7), позволяют реализовать матрицы в строках 2–4 табл. 1. Матрица в первой строке табл. 1 реализуется источником тока, управляемым напряжением.

Выводы

1. Исследована взаимосвязь между зеркальными и нулловыми аномальными элементами, обусловленная представлением зеркальных аномальных элементов в виде каскадного соединения соответствующих нулловых элементов и инверсных повторителей напряжения или тока.

2. Показано, что нулловые и зеркальные элементы соответствуют всем возможным суммарным алгебраическим дополнениям второго порядка.

3. Предложены схемная модель и формулы выделения неидеального зеркального элемента на базе двух инверсных повторителей и источника тока, управляемого напряжением.

Список литературы

1. Carlin H.J. Singular network elements // IEEE Trans. Circuit Theory.– 1964.– Vol. CT–11, no. 3.– P. 67–72.

2. Sanchez-Lopez C., Fernandez F.V., Tlelo-Cuautle E., Tan S.X.-D. Pathological element-based active device models and their application to symbolic analysis // IEEE Trans. on circuits and systems–I: regular papers.– 2011.– Vol. 58, no. 6.– P. 1382–1395.

3. Soliman A.M., Saad R.A. On the voltage mirrors and the current mirrors // Analog Integr. Circuits signal process.– 2002.– Vol. 32, No. 1 (Jul).– P. 79–81.

4. Saad R.A. Soliman A.M. Use of mirror elements in the active device synthesis by admittance matrix expansion // IEEE Trans. on circuits and systems–I: regular papers.– 2008.– Vol. 55, No. 9.– P. 2726–2735.

5. Soliman A.M., Saad R.A. The voltage mirror-current mirror pair as a universal element // Int. J. circuit theory Appl.– 2010.– Vol. 38.– P. 787–795.

6. Awad I.A., Soliman A.M. Inverting second generation current conveyors: the missing building blocks, CMOS realizations and applications // *Int. J. Electronics.*—1999.—Vol.86, no. 4.— P. 413–432.
7. Svoboda J.A. Current conveyors, operational amplifiers and nullors // *IEE Proceedings.*— 1989 (December).—Vol. 136, pt. G, no. 6.— P. 317–322.
8. Wilson B. A low-distortion bipolar feedback current amplifier technique // *Proc. of the IEEE.*— 1981.— Vol. 69, no. 11. P. 1514–1515.
9. Braun J. Topological analysis of networks containing nullators and norators // *Electronics letters.*— 1966.— Vol. 2, No. 11.— P. 427–428.
10. Davies A.C. Topological solution of networks containing nullators and norators // *Electronics Letters.*— 1966, Vol. 2 (March).— P. 90–91.
11. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // *Электричество.* — 1998. — №5. — С. 43–52.
12. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // *Электричество.*— 2001.— № 4.— С. 43–51.
13. Филаретов В.В. Топологический анализ электрических цепей с зеркальными аномальными элементами // *Синтез, анализ и диагностика электронных цепей : Международн. сборник научн. тр.*— Вып. 10.—Ульяновск : УлГТУ, 2012. — С. 66–92.
14. Filaretov V.V., Gorshkov K.S. Topological Analysis of Active Networks Containing Pathological Mirror Elements // *Proc. of IEEE 33th International Scientific Conference Electronics and Nanotechnology (ELNANO), Kiev, Ukraine, 2013 (April)*— P. 460–464.
15. Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ электрических цепей с нулляторными и зеркальными аномальными элементами // *Электричество.*— 2013.— № 10.— С. 60–65.
16. Майко Г.В., Филаретов В. В. Перечисление нулляторных и нораторных деревьев одного знака для порождения эквивалентных схем Синтез, анализ, диагностика электронных цепей: Международн. сб. науч. трудов. — Ульяновск: УлГТУ, 2013.— Вып.11.— С. 39–68.

17. Soliman A.M. Applications of voltage and current unity gain cells in nodal admittance matrix expansion // IEEE Circuits and systems magazine.– 2009.– Fourth quarter.– P. 29–42.

18. Филаретов В.В. Разложение многократных суммарных и разностных алгебраических дополнений методом схемных определителей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: международ. сб. науч. тр. – Ульяновск: УлГТУ, 2013. – Вып. 11. – С. 191–212.

19. Wang H.Y., Chang S.H., Jeang Y.L., Huang C.Y. Rearrangement of mirror elements // Analog Integr. Circuits signal process.– 2006.– Vol. 49.– P. 87–90.

20. Майко Г.В., Филаретов В. В. Эквивалентные преобразования деревьев с нулловыми и зеркальными аномальными элементами в линейных электрических цепях // Синтез, анализ, диагностика электронных цепей: Международн. сб. науч. трудов. – Ульяновск: УлГТУ, 2013.– Вып.11.– С. 17–38.

21. Майко Г.В., Филаретов В. В. Перечисление нулловых и нораторных деревьев одного знака для порождения эквивалентных схем // Синтез, анализ, диагностика электронных цепей: Международн. сб. науч. трудов. – Ульяновск: УлГТУ, 2013.– Вып.11.– С. 39–68.

22. Wang H.Y., Chiang N.H., Nguyen Q.M., Chang S. H. Advanced Materials, chapter 26: Circuit Synthesis Using Pathological Elements // Springer Proceedings in Physics.– Vol. 152, 2014.– P. 317–328.

23. Anuntahirunrat K., Fongsamut C., Surakamponorn W., Fujii N. On the Use of Norator Transformation in Oscillator Circuits // TENCON IEEE Region 10 Conference.– 14–17 Nov. 2006.– Hong Kong, 2006. 5 p.

24. Горшков К.С., Филаретов В.В. Преобразование электрических цепей переносом активных элементов через сечения и контуры с нуллами // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: международ. сб. науч. тр. – Ульяновск: УлГТУ, 2009. – Вып. 7. – С. 37–44.

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ОРИЕНТИРОВАННЫХ ДЕРЕВЬЕВ С НУЛЛОРНЫМИ И ЗЕРКАЛЬНЫМИ АНОМАЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Г. В. Майко, В. В. Филаретов

Предложены преобразования ориентированных деревьев с нуллорными и зеркальными элементами. Преобразования учитывают направления нуллатора и норатора, сохраняя знак схемного определителя, что может быть использовано для порождения схем, эквивалентных по модулю и знаку схемного определителя.

The equivalent transformations of oriented trees with nullor and mirror elements are proposed. The transformations take into account the direction of nullator and norator, preserving the sign of the circuit determinant. This property may be used for generate equivalent circuits with the same value and sign of circuit determinant.

Эквивалентные преобразования деревьев. Одним из эффективных способов порождения схем, эквивалентных заданной исходной схеме, являются преобразования нуллаторных и нораторных деревьев [1–4]. Задача порождения ориентированных нуллорных деревьев и соответствующих схем, эквивалентных по знаку определителя, поставлена и решена в [5]. Эта задача имеет практическое значение, например, в связи с возможностью правильного выбора полярностей входов операционных усилителей. На языке матричной алгебры подключение к схеме нуллатора или норатора указывает на сложение соответствующих столбцов или строк в матрице узловых проводимостей.

Открытые немногим более десятилетия назад [6] зеркальные аномальные элементы – зеркальный элемент напряжения и зеркальный элемент тока – являются соответственно схемными отображениями разностей строк и разностей столбцов многократных алгебраических дополнений. Тем самым зеркальные аномальные элементы заполнили

существовавший пробел в схемно-алгебраическом раскрытии разностных алгебраических дополнений и дополнили известные с начала 60-х годов нулловые элементы (норатор и нуллятор), применяемые для раскрытия суммарных алгебраических дополнений [7].

Новая пара аномальных элементов, соединенных в одном идеальном зеркальном элементе, нашла применение в моделировании и синтезе активных электрических цепей. Потребовалось развитие теории эквивалентных преобразований для обобщения преобразований нулловых деревьев на зеркально-нулловые схемы. Были предложены преобразования зеркально-нулловых деревьев без изменения типов ветвей [8]. Недавно получено обобщение этих преобразований, предусматривающее изменение типа ветвей деревьев с зеркального типа на нулловый тип и обратно [9]. Интересно отметить, что спустя полгода авторами [8], было опубликовано аналогичное обобщение, но только для частного случая преобразования трехузловой схемы [10]. В то же время алгоритм пометок узлов, предложенный в [9], не имеет каких-либо ограничений на структуру и сложность преобразуемого дерева.

Целью данной статьи является рассмотрение обобщенных зеркально-нулловых преобразований, предусматривающих как изменение типов ветвей, так и учета ориентации нуллов для порождения схем, эквивалентных не только по величине, но и по знаку определителя.

Ориентированные нулловые триады. Триада преобразования, содержащая обычные (неориентированные) нуллоторы, представлена на рис.1. Для получения ориентированной триады необходимо придать направление нуллоторам, которые являются ориентированными элементами в силу тождества

$$\Delta_{(a+b)(c+d)} = -\Delta_{(a+b)(d+c)}. \quad (1)$$

Тождество (1) означает, что при изменении ориентации одного нуллотора (или норатора) изменяется знак определителя. Свойство ориентации обязательно сочетается со свойством спаривания, в силу которого взаимная замена нуллоторов (или нораторов) у двух нуллов приводит к изменению знака определителя

$$\Delta_{(a+b)(c+d), (e+f)(g+h)} = -\Delta_{(a+b)(g+h), (e+f)(c+d)}. \quad (2)$$

При анализе схем с обычными (неориентированными) нуллорами тождества (1) и (2) не действуют, поэтому схемные определители находятся правильными по модулю, но не по знаку.

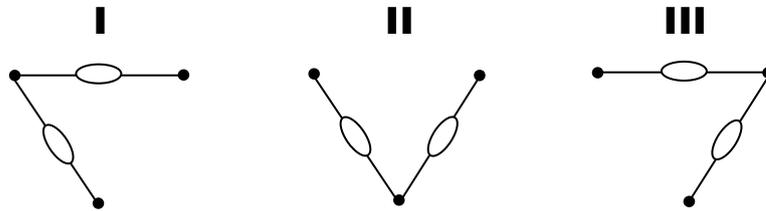


Рис. 1. Триада преобразования с неориентированными нуллорами

Ориентация нуллоров должна выполняться одновременно с их «спариванием», то есть указанием соответствия нуллаторов или нораторов в различных деревьях триады, что выделяется нумерацией или цветом. Например, для ориентированных нуллаторов справедлива триада, показанная на рис.2.

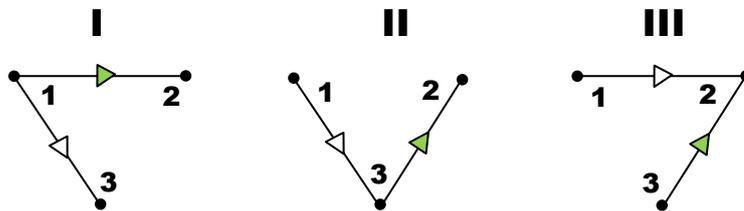


Рис. 2. Триада преобразования с нумерованными и ориентированными нуллаторами

В матрично-алгебраическом виде триаде на рис. 2 соответствует запись

$$\Delta_{a(1+2), b(1+3)} = \Delta_{a(3+2), b(1+3)} = \Delta_{a(3+2), b(1+2)}.$$

Подключение к схеме каждого нуллатора соответствует сложению двух столбцов с соответствующими номерами в матрице узловых проводимостей.

Эквивалентность деревьев следует из того обстоятельства, что нуллаторы ориентированы одинаково по отношению к узлам 1 и 2 во всех трех деревьях: «белые» нуллаторы выходят из узла 1, а «зеленые» (темные) нуллаторы заходят в узел 2 [5]. Узел 3 является базисным узлом,

поскольку не обеспечивается инцидентность различных нуллаторов этому узлу во всех трех деревьях.

Справедливость ориентации и спаривания нуллаторов в деревьях триады на рис.2 можно подтвердить, учитывая эти деревья в составе нуллаторов N , подключенных, например, к полной 8-узловой схеме. Сир-файлы, соответствующие трем рассматриваемым деревьям, содержат следующие описания активных элементов: 1) $N1\ 1\ 0\ 1\ 2\ N2\ 4\ 3\ 1\ 3$; 2) $N1\ 1\ 0\ 3\ 2\ N2\ 4\ 3\ 1\ 3$; 3) $N1\ 1\ 0\ 3\ 2\ N2\ 4\ 3\ 1\ 2$. Анализ указанных схем выполняется с помощью программы CIRSYM. При этом получаются одинаковые по модулю и знаку определители.

Для систематического построения эквивалентных деревьев следует воспользоваться несложным алгоритмом [5]. Вначале нумеруются по порядку узлы во всех деревьях, причем соответствующие по своему положению узлы имеют одинаковые номера. Затем нумеруются (окрашиваются) нуллаторы в деревьях, при этом каждый нуллатор в некотором дереве оказывается сопоставленным (спаренным) с одним из нуллаторов в любом другом дереве.

Правило ориентации. После произвольной нумерации нуллаторы во всех деревьях ориентируются таким образом, чтобы нуллаторы одного номера (цвета) выходили из узла или заходили в узел с одним и тем же номером на всех схемах. При этом ориентация нуллаторов по отношению к одному из узлов, принятого в качестве базисного узла, не принимается во внимание.

Возможны другие варианты ориентации нуллаторов в триаде на рис. 1, например, справедлива другая нуллаторная триада, представленная на рис.3.

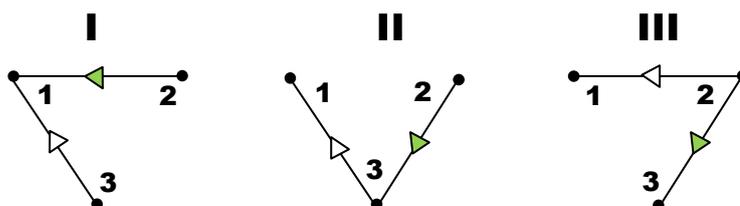


Рис. 3. Триада преобразования с пронумерованными и ориентированными нуллаторами

В матрично-алгебраическом виде триаде на рис. 3 соответствует запись

$$\Delta_{a(2+1),b(3+1)} = \Delta_{a(2+3),b(3+1)} = \Delta_{a(2+3),b(2+1)}.$$

На рис. 3 видно, что зеленый (темный) по цвету нуллятор заходит в узел 1 на всех деревьях, а белый нуллятор на всех деревьях выходит из узла 3. Узел 2 считается базисным, поскольку ориентация нуллаторов по отношению к нему не определена на всех деревьях. Таким образом, в триаде на рис. 3 выполнены требования правила ориентации, поэтому все нулляторные деревья эквивалентны.

Справедливость ориентации и спаривания нуллаторов в деревьях триады на рис. 3 можно подтвердить, учитывая эти деревья в составе нуллаторов N , подключенных, как и в случае триады на рис. 2, к полной 8-узловой схеме. Сиг-файлы, соответствующие трем рассматриваемым деревьям, содержат следующие описания активных элементов: 1) $N1\ 1\ 0\ 2\ 1\ N2\ 4\ 3\ 3\ 1$; 2) $N1\ 1\ 0\ 2\ 3\ N2\ 4\ 3\ 3\ 1$; 3) $N1\ 1\ 0\ 2\ 3\ N2\ 4\ 3\ 2\ 1$. Расчеты с помощью программы CIRSVM приводят к одинаковым по модулю и знаку определителям, причём это значение совпадает со значением определителя для соответствующих схем с триадой рис. 2.

Переключение нуллятора через нуллятор. Преобразование переключением нуллятора через нуллятор эквивалентно, поскольку при этом не нарушается правило ориентации. Деревья на рис. 2 и 3 расположены таким образом, чтобы был возможен эквивалентный переход I–II–III. Для этого в соседних деревьях триады сохраняется неизменным положение одного из нуллаторов. Например, на рис. 2, деревья I и II имеют общий белый нуллятор, а деревья II и III включают зеленый нуллятор.

Как видно, при переходе от дерева I к дереву II на рис. 2 начало зеленого нуллятора переключается с узла 1 на узел 3, перемещаясь по белому нуллятору. Переход от дерева II к дереву III требует переключения конца белого нуллятора с узла 3 на узел 2, то есть выполняется перемещение по зеленому нуллятору.

В случае триады на рис. 3 переход от дерева I к дереву II выполняется переключением конца зеленого нуллатора с узла 1 на узел 3, то есть перемещением по белому нуллатору. Переход от дерева II к дереву III требует переключения начала белого нуллатора с узла 3 на узел 2, то есть выполняется перемещение по зеленому нуллатору.

Преобразование переключением нуллаторов и нораторов отличается от известных преобразований нуллорных деревьев использованием совместно с правилом ориентации и может быть положено в основу порождения схем, эквивалентных как по модулю, так и по знаку определителя. Для эквивалентного преобразования зеркально-нуллорных схем необходимо обобщенное преобразование переключением.

Ориентация зеркально-нуллорных триад. Зеркально-нуллорные триады состоят из однородных типов нуллорных и зеркальных элементов: только из нуллаторов и зеркальных элементов напряжения (ЗЭН) или только нораторов и зеркальных элементов тока (ЗЭТ). В зеркально-нуллорных триадах допускается возможность изменения типа аномального элемента с нуллорного на зеркальный и наоборот [9].

Зеркально-нуллорная триада с нуллатором и ЗЭН представлена на рис.4. Для получения ориентированной триады достаточно придать направление только нуллаторам, поскольку ЗЭН является неориентированным элементом в силу тождества

$$\Delta_{(a-b)(c-d)} = \Delta_{(a-b)(d-c)}. \quad (3)$$

Тождество (2) означает, что при изменении ориентации одного ЗЭН (или ЗЭТ) не изменяется знак определителя. Это является принципиальным отличием зеркальных элементов от нуллорных. В то же время для ЗЭН и ЗЭТ выполняется свойство спаривания, в силу которого взаимная замена ЗЭН (или ЗЭТ) у двух идеальных зеркальных элементов приводит к изменению знака определителя

$$\Delta_{(a-b)(c-d), (e-f)(g-h)} = -\Delta_{(a-b)(g-h), (e-f)(c-d)}. \quad (4)$$

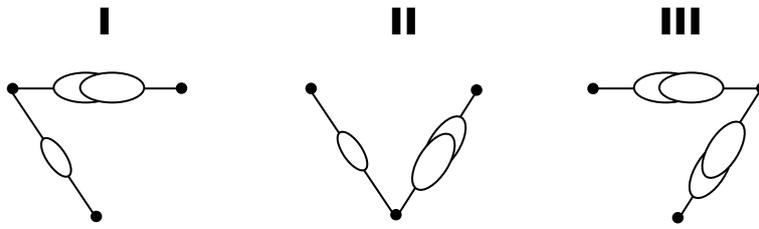


Рис. 4. Триада преобразования с неориентированным нуллатором и зеркальным элементом напряжения

В отличие от триады на рис. 1 триада на рис. 4 записана формально, поскольку ЗЭН является заземленным трехполюсным элементом, а базисные узлы, относящиеся к каждому дереву на рис. 4 не показаны. Для установления эквивалентных преобразований необходимо привести сложные элементы к простым элементам, а незаземленные элементы к заземленным.

Определитель схемы, содержащей ЗЭН, можно представить в виде суммы определителей схем, в которых содержится по одному заземленному нуллатору

$$\left| \begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ \text{---} & \text{---} \\ \text{1} & \text{2} \\ & \text{---} \\ & \text{I} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ \text{---} & \text{---} \\ \text{1} & \text{2} \\ \text{---} & \text{---} \\ \text{I} & \text{I} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ \text{---} & \text{---} \\ \bullet & \bullet \\ \text{---} & \text{---} \\ \text{I} & \text{I} \end{array} \right|. \quad (5)$$

Схемно-алгебраическому выражению (5) соответствует матрично-алгебраическое тождество

$$\Delta_{a(c-d)} = \Delta_{ac} + \Delta_{ad}. \quad (6)$$

При заземлении одного из узлов ЗЭН выражение (5) приводится к виду

$$\left| \begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ \text{---} & \text{---} \\ \text{1} & \text{2} \\ & \text{---} \\ & \text{I} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ \text{---} & \text{---} \\ \text{2} & \bullet \\ \text{---} & \text{---} \\ & \text{I} \end{array} \right|. \quad (7)$$

Определитель схемы с незаземленным нуллатором можно представить в виде суммы определителей схем, в которых содержится по одному заземленному нуллатору

$$\left| \begin{array}{c} \bullet \text{---} \triangle \text{---} \bullet \\ \text{1} \qquad \text{2} \\ \text{---} \perp \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \bullet \qquad \bullet \\ \text{1} \qquad \text{2} \\ \text{---} \perp \\ \text{---} \perp \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \bullet \qquad \bullet \\ \text{1} \qquad \text{2} \\ \text{---} \perp \\ \text{---} \perp \end{array} \right|. \quad (8)$$

Схемно-алгебраическому выражению (5) соответствует матрично-алгебраическое тождество

$$\Delta_{a(c+d)} = \Delta_{a(c+0)} + \Delta_{a(0+d)} = \Delta_{a(c+0)} - \Delta_{a(d+0)} = \Delta_{ac} - \Delta_{ad}. \quad (9)$$

Переключение ЗЭН через нуллатор. Произвольно ориентируем нуллатор, как показано на дереве I зеркально-нуллорной триады (рис. 5).

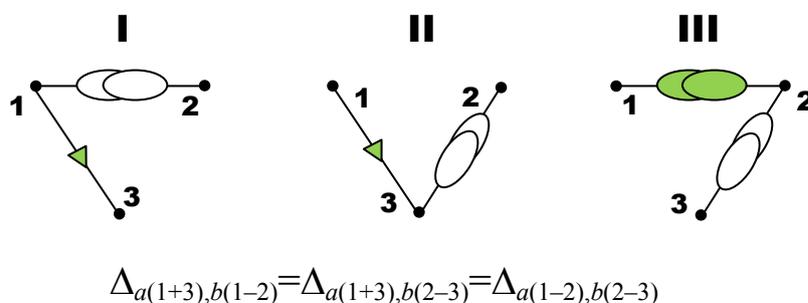


Рис. 5. Триада преобразования с ориентированным нуллатором и зеркальным элементом напряжения

В деревьях I и II на рис. 5 положение нуллатора не меняется, поэтому ЗЭН при переходе от дерева I к дереву II переключается через нуллатор – с узла 1 на узел 3. Для обеспечения эквивалентности переход от дерева I к дереву II на рис.5 выполняется следующим образом: 1) по формуле (5) выделяется ЗЭН с получением двух схем; 2) белый нуллатор в первой схеме (инцидентный узлу 1), переключается по зеленому нуллатору на узел 3; вторая схема остается без изменения; 3) по двум этим схемам восстанавливается ЗЭН уже в новом положении дерева II. Схемно-алгебраическое доказательство этого правила представлено ниже

$$\text{Tree I} = \text{Tree II} + \text{Tree III} = \text{Tree IV} + \text{Tree V} = \text{Tree VI} \quad (10)$$

Таким образом, при переходе от дерева I к дереву II в триаде на рис. 5 не изменяется ориентация нуллатора, что можно назвать правилом переключения ЗЭН через нуллатор.

Переключение нуллатора через ЗЭН. Правило такого переключения обуславливает переход от дерева II к дереву III на рис. 5. В деревьях II и III на рис. 5 сохраняется положение ЗЭН, поэтому нуллатор при переходе от дерева II к дереву III переключается через ЗЭН – с узла 3 на узел 2.

Для обеспечения эквивалентности переход от дерева II к дереву III на рис.5 выполняется следующим образом: 1) по формулам (5) и (8) определитель схемы с ЗЭН и незаземленным нуллатором представляется в виде суммы определителей четырех схем с двумя заземленными нуллаторами в каждой; 2) определитель схемы, равный нулю вследствие параллельного соединения нуллаторов, заменяется определителем с другой парой параллельных нуллаторов; 3) обратным применением формул (5) и (8) по четырем этим схемам восстанавливаются два ЗЭН, что влечет получение дерева III на рис. 5. Схемно-алгебраическое доказательство этого правила имеет вид:

$$\text{Tree II} = \text{Tree A} + \text{Tree B} + \text{Tree C} + \text{Tree D} = \text{Tree A} + \text{Tree E} + \text{Tree F} + \text{Tree G} = \text{Tree III} \quad (11)$$

Как видно, при переходе от дерева II к дереву III в триаде на рис. 5 изменяется нумерация (цвет) того ЗЭН, который присутствовал и в дереве I, и в дереве II. Очевидно, что для сохранения нумерации необходимо изменить направление у нуллатора в дереве II. Это правило можно назвать правилом переключения-превращения нуллатора через ЗЭН, поскольку переключаемый нуллатор меняет тип – становится другим ЗЭН.

При заземлении переключаемого нуллатора правило переключения-превращения нуллатора через ЗЭН становится просто правилом переключения нуллатора через ЗЭН, так как заземленный ЗЭН согласно формуле (7) эквивалентен нуллатору. Это правило представлено на рис. 6.

Таким образом, при переключении через ЗЭН заземленного нуллатора изменяется его направление. Это можно объяснить тем, что другие узлы этих нуллаторов, меняющих свое положение, имеют различные пометки (-1 и +1) [9]. Следовательно, различная ориентация нуллаторов по отношению к их общему узлу не нарушает эквивалентности деревьев, если другие узлы указанных нуллаторов имеют противоположные по знаку пометки.

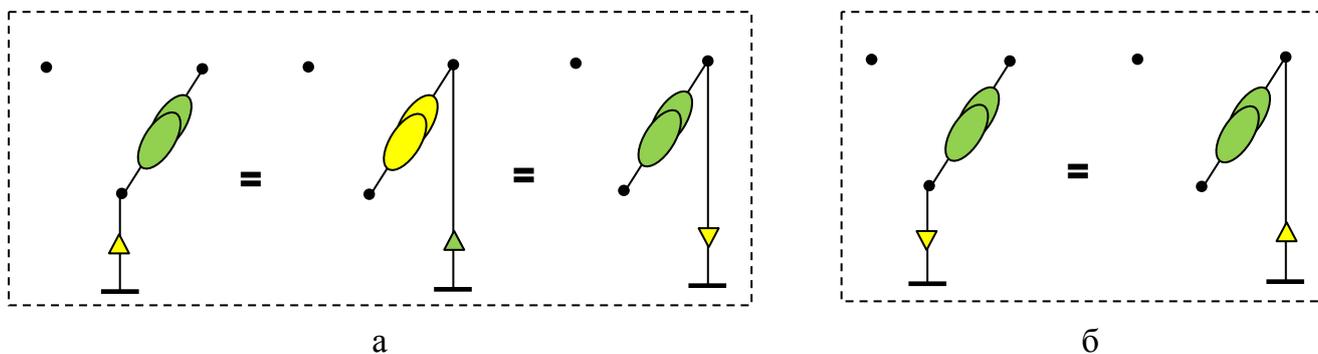


Рис. 6. Переключение нуллатора через ЗЭН:

а – с изменением нумерации (цвета), б – без изменения нумерации

Если бы пометки не общих узлов нуллаторов были одинаковыми, например, обе +1, то эквивалентность деревьев обеспечивалась бы только при одинаковой ориентации нуллаторов по отношению к их общему узлу.

Пример 1. Нахождение ориентации нуллатора при замещении ЗЭН. Используем дерево, показанное на рис. 7,а. Этому дереву

эквивалентны два варианта дерева с нуллатором, отличающиеся его ориентацией (рис.7,б и рис.7,в).

Для выяснения, какое из двух деревьев с нуллатором эквивалентно исходному дереву на рис.8,а, состоящему только из ЗЭН, подсоединим эти деревья к зеркальным идеальным элементам М- и Т-типа и подключим к полной 8-узловой схеме.

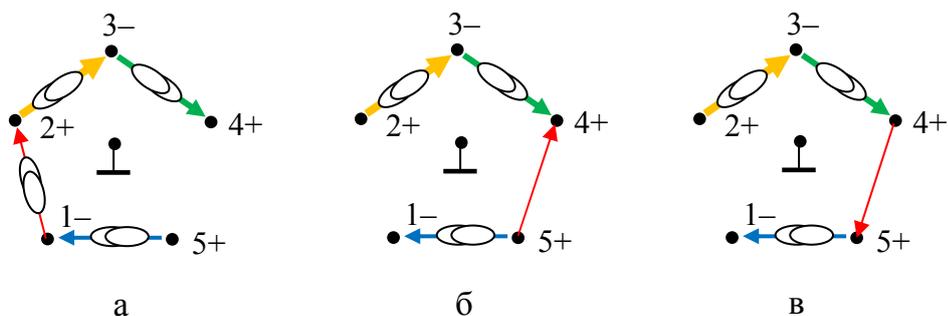


Рис. 7. Дерево, состоящее из ЗЭН (а); эквивалентные деревья: дерево, эквивалентное по модулю и знаку (б) и дерево, эквивалентное только по модулю (в)

Cir-файлы, соответствующие трем полученным схемам, содержат следующие описания активных элементов: 1) М 1 6 1 2 М 2 7 2 3 М 3 6 3 4 М 5 7 1 5; 2) Т 1 6 5 4 М 2 7 2 3 М 3 6 3 4 М 5 7 5 1; 3) Т 1 6 4 5 М 2 7 2 3 М 3 6 3 4 М 5 7 1 5.

Ниже приведены значения определителей указанных трех схем:

$$\det1= 3.293168e+06; \det2= 3.293168e+06; \det3= -3.293168e+06$$

Таким образом, полностью эквивалентны схемы с деревьями, приведенными на рис.7,а и рис.7,б. Поэтому деревом, эквивалентным исходному дереву на рис.7,а, следует считать дерево на рис. 7,б.

Рассмотрение «правильного» дерева на рис.7,б показывает, что стрелка нуллатора направлена в узел с пометкой «+», причем эта пометка такая же, как у узла 2 удаленного ЗЭН, к которому проходит цепочка из двух ЗЭН (четная цепочка). В то же время этот нуллатор выходит из узла 5 с пометкой «-», и эта пометка отличается от пометки другого узла 1, поскольку к нему проходит цепочка из одного ЗЭН (нечетная цепочка). Отсюда следует правило ориентации нуллаторов.

Правило ориентации нуллатора, не смежного замещаемому ЗЭН.

Для получения эквивалентного дерева нуллатор, замещающий ЗЭН, необходимо направить в узел, к которому подключена цепочка из других нуллаторов и (или) четного числа ЗЭН, соединяющая замещающий нуллатор и замещаемый ЗЭН.

Это правило доказывается на рис. 8 для частного случая эквивалентности деревьев, представленных на рис. 7,а и рис. 7,б. Для того чтобы нуллатор мог заместить ЗЭН в некотором дереве, необходимо соединение этих нуллатора и ЗЭН через четное и нечетное число других ЗЭН. В исходном и конечном деревьях, изображенных на рис.8, одна пара узлов (2 и 4) рассматриваемых нуллатора и ЗЭН соединяется через два ЗЭН, а вторая пара узлов (1 и 5) соединяется через один ЗЭН. Если в путях, соединяющих рассматриваемые нуллатор и ЗЭН, будет только четное или только нечетное число ЗЭН, то замещающим элементом будет не новый нуллатор, а новый ЗЭН.

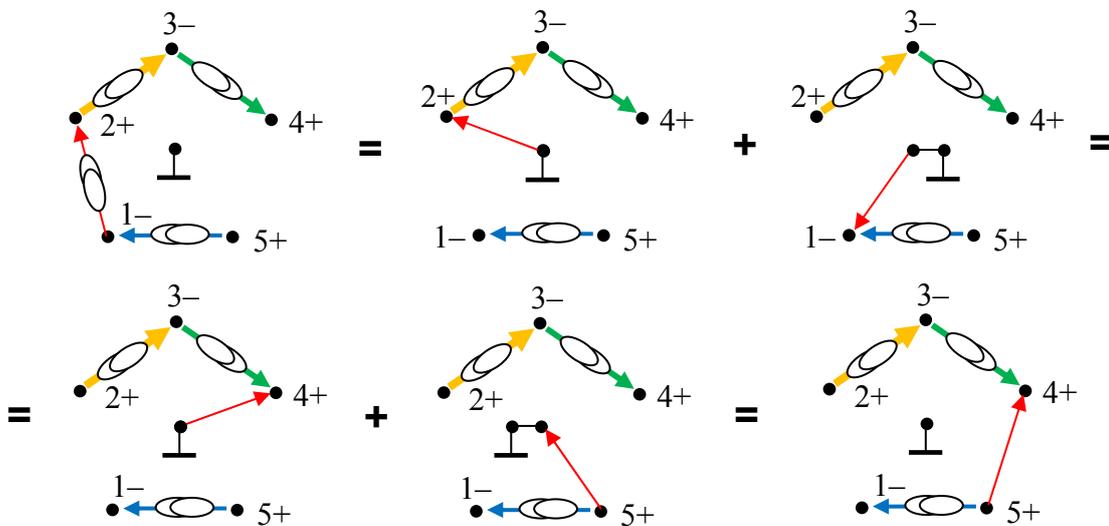


Рис. 8. Схемно-алгебраическое доказательство обобщенного правила переключения ЗЭН по четному и нечетному пути из ЗЭН (замещения ЗЭН нуллатором)

Эквивалентное замещение ЗЭН другим ЗЭН. Такое переключение возможно, когда узлы подключения этих ЗЭН в рассматриваемых деревьях имеют различные пометки (+1 и -1). Это означает, что пути, соединяющие эти узлы содержат четное количество ЗЭН. Схемно-алгебраическое доказательство

обобщенного правила переключения ЗЭН по нечетным путям из ЗЭН (замещения ЗЭН нуллатором) аналогично доказательству переключения ЗЭН по четному и нечетному путям из ЗЭН (рис. 8). Случай существования обоих четных путей для переключения ЗЭН невозможен, поскольку влечет равенство пометок узлов у переключаемого ЗЭН, что не допускается.

Пример 2. Рассмотрим дерево, представленное на рис. 9,а. На рис.9,в показано дерево, полученное переключением ЗЭН, занимающего среднее положение, по путям, каждый из которых содержит по одному (другому) ЗЭН.

Переключение ЗЭН через нижний ЗЭН приводит к образованию исходящего нуллатора, как показано на рис. 9,б. При этом сохраняется эквивалентность исходному дереву по знаку определителя. Однако при переключении нуллатора, заходящего в верхний ЗЭН на рис. 9,б, требуется взаимное изменение номера (цвета) у этого нуллатора и этого ЗЭН. При этом нуллатор превращается в ЗЭН, который занимает новое среднее положение (рис. 9,в).

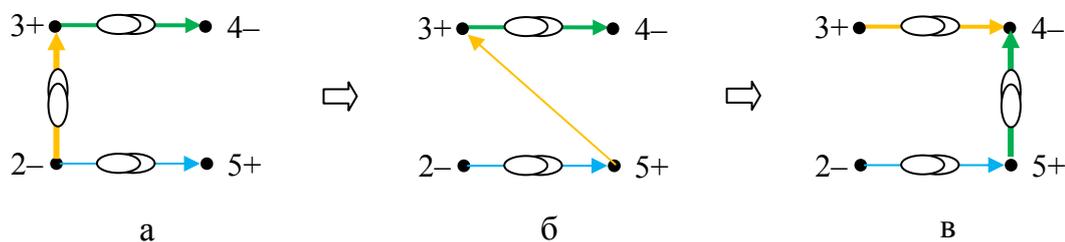


Рис. 9. Дерево, состоящее из ЗЭН (а); эквивалентные деревья: дерево, полученное преобразованием ЗЭН в нуллатор (б), и дерево, состоящее из ЗЭН с изменением нумерации (в)

На дереве рис. 9,б, занимающее промежуточное положение между деревьями на рис. 9,а и рис. 9,в, иллюстрируется переключение исходящего (заходящего) нуллатора через нижний (верхний) ЗЭН. Важно, что при переключении ЗЭН (замещении ЗЭН другим ЗЭН) выполнение промежуточного этапа не требуется, и можно прямо переходить от рис. 9,а к рис. 9,в, выполнив взаимную замену номеров – у переключаемого ЗЭН и у одного (любого) из оставшихся в дереве ЗЭН или нуллаторов.

Для иллюстрации этого вывода, как и в примере 1, подсоединим эти деревья к зеркальным идеальным элементам М- и Т-типа и подключим к полной 8-узловой схеме. Сиг-файлы, соответствующие трем полученным схемам, содержат следующие описания активных элементов: 1) М 1 6 3 4 М 2 7 3 2 М 3 6 5 2; 2) М 1 6 3 4 Т 2 7 5 3 М 3 6 5 2; 3) М 1 6 4 5 М 2 7 3 4 М 3 6 5 2. Определителей указанных трех схем одинаковы и равны $\det \tan = -1.7124896500000000e+08$, что иллюстрирует схемно-алгебраический вывод на рис. 9.

Таким образом, как и предполагалось, полностью эквивалентны схемы с деревьями, приведенными на рис.10,а и рис.10,в, что подтверждает обобщенное правило переключения ЗЭН с учетом четности цепочек из ЗЭН, соединяющих переключаемый ЗЭН на исходном дереве с замещающим ЗЭН на эквивалентном дереве.

Пример 3. Порождение эквивалентных по знаку деревьев, содержащих нулаторы и ЗЭН. Эти деревья являются деревьями полного графа с четырьмя узлами, который показан на рис.10,а. Для перечисления деревьев простых графов можно пронумеровать ребра по порядку, начиная с ребер, инцидентным вершинам с меньшим номером, как показано на рис.10,а. Затем составить список ребер, например, 123456, и по этому списку упорядоченно перечислить все возможные сочетания из числа ребер по $q-1$ (q – число узлов): 123, 124, 125,126, 134, 135, 136, 145, 146, 156, 234, 235, 236, 245, 246, 256, 345, 346, 356, 456. Свойствам дерева удовлетворяют 16 сочетаний из приведенного выше списка, которые изображены на рис.10,б.

Ребра каждого из 16 деревьев этого ненаправленного графа предварительно ориентировались на рис. 10,б по алгоритму [5] так, чтобы образовалось 16 эквивалентных по знаку ориентированных нулаторных деревьев.

Для получения гибридного дерева на первое по порядку (исходное) дерево вместо двух нулаторов были помещены два ЗЭН. Стрелки нулаторных дуг после замены нулатора на ЗЭН сохранены, но не принимаются во внимание. Вершинам на первом дереве приписаны

пометки, которые являются «ключом» к выбору типа ветвей во всех последующих деревьях.

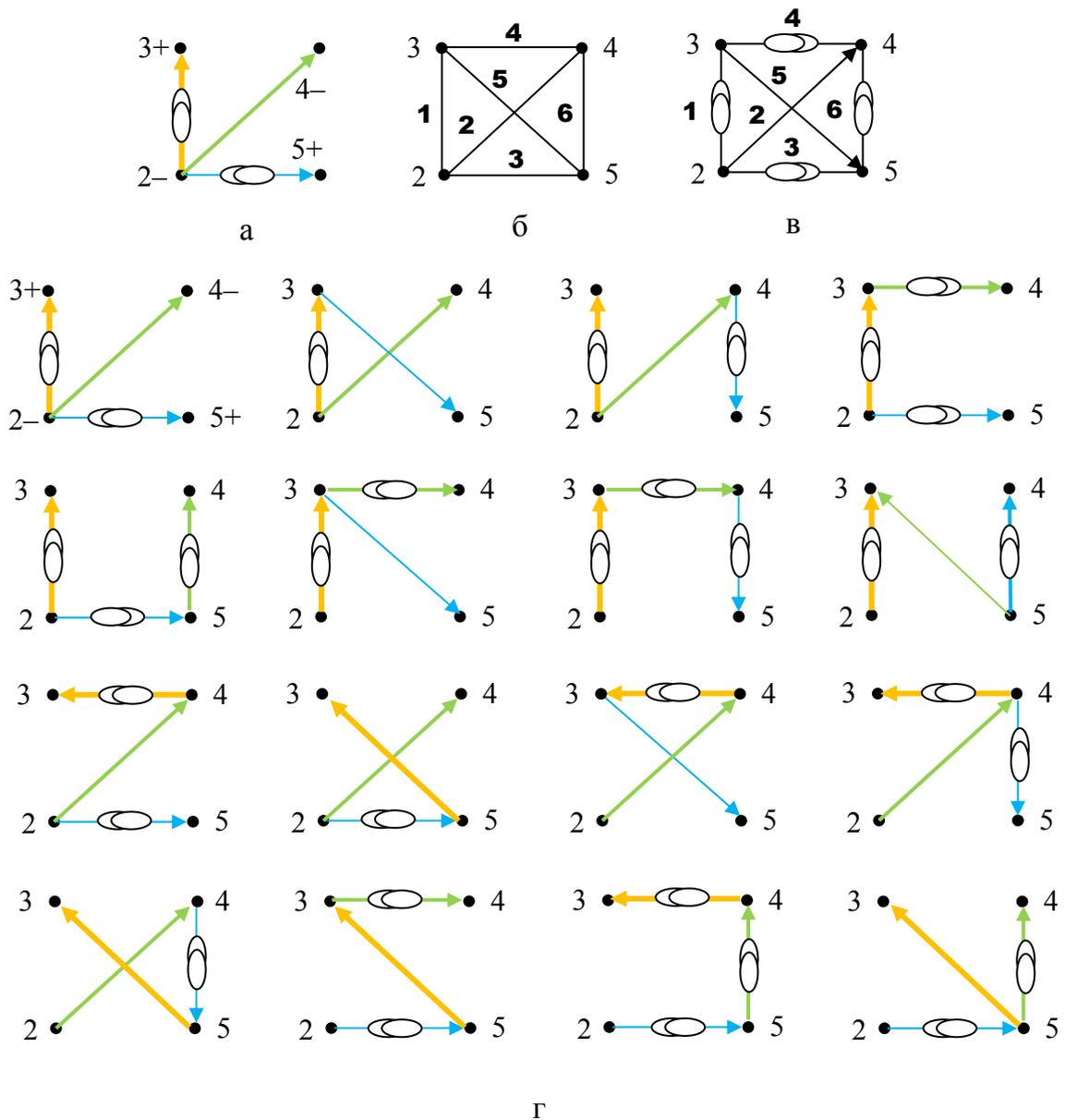


Рис. 10. Исходное дерево с нуллаторами и ЗЭН (а);
 полный граф с четырьмя вершинами (б);
 соответствующая исходному дереву полная схема с нуллаторами и ЗЭН (в);
 эквивалентные по знаку зеркально-нуллорные деревья (г)

Следует отметить, что каноническая (эквивалентная) ориентация дуг [5] на рис. 10,б не претерпела каких-либо изменений при заменах ЗЭН на нуллаторы, поскольку всегда получалось, что нуллатор, замещающий

ЗЭН, оказывался сориентированным к удаленному ЗЭН. На основе 16 деревьев, показанных на рис.10,б, могут быть получены 16 зеркально-нулловых схем, эквивалентных как по модулю, так и по знаку определителя.

Алгоритм генерации эквивалентных деревьев. Алгоритм, предложенный в [9] можно существенно упростить, исключив проверки с помощью таблиц пометок для каждого дерева. При этом, например, для случая однотипных элементов в виде нуллаторов и ЗЭН достаточно использовать дополнительный вектор ветвей, отображающий порядковые номера ребер полного графа в тип ветвей $q(q-1)/2$ нуллаторов и ЗЭН, разрешенных пометками узлов исходного дерева схемы. Останется перечислить деревья полного графа с пронумерованными по порядку ветвями, а затем отобразить номера ветвей в соответствующие нуллаторы или ЗЭН.

Поясним этот алгоритм, возвращаясь к предыдущему примеру. На рис.10,а – рис. 10,в показаны соответственно: исходное дерево схемы, полный граф с теми же узлами, изоморфная полная схема с нуллаторами и ЗЭН, составленная по исходному дереву. Таблица больше не понадобится – достаточно перечислить деревья этой схемы. Нужное дерево можно выбрать даже визуально, избежав перечисления.

Множество эквивалентных деревьев можно получить в компактном виде, используя программу CIRSVM. Для этого нужно заполнить sig-файл ветвями, заданными идентификаторами, например, gнул и gЗЭН, имеющими упорядоченную нумерацию, принятую на рис.10,б или рис.10,в. Программа сгенерирует свернутое выражение определителя, и, развернув его, можно получить все эквивалентные деревья. Таблица пометок [9] используется один раз – при построении полной схемы по пометкам узлов исходного дерева. Можно использовать любой алгоритм перечисления деревьев с символьными обозначениями ребер графа.

Пример, иллюстрирующий преобразование ЗЭН-дерева и спаривание аномальных элементов. В качестве примера рассмотрим схему универсального фильтра на основе трёх ИСПП+, предложенную в

[13, fig. 2, b], которая является модификацией фильтра, описанного в [14]. Модель такого фильтра на основе зеркальных элементов представлена на рис. 11.

Полный граф, как основа эквивалентного преобразования деревьев, в данном случае содержит три узла, которые на рис. 11 указаны с пометками: 3+, 4– и 5+, которые являются «ключом» к выбору типа ветвей во всех эквивалентных деревьях. Ребра каждого из 3 деревьев этого ненаправленного графа можно ориентировать подобно рис. 10,б по алгоритму [5] так, чтобы образовалось 3 эквивалентных по знаку ориентированных нулляторных деревьев.

Для получения гибридного (зеркально-нулляторного) дерева на первое по порядку (исходное) дерево в соответствии с пометками узлов вместо двух нулторов помещаются два ЗЭН, которые показаны на рис. 11. Это дерево эквивалентно дереву, полученному переключением правого ЗЭН через левый ЗЭН с образованием нуллятора, как показано на рис. 12. Для нового спаривания аномальных элементов необходима взаимная замена номеров (цвета) у замещающего нуллятора и остающегося в схеме ЗЭН.

Другое дерево, эквивалентное дереву из двух ЗЭН на рис. 11, можно получить переключением левого ЗЭН через правый ЗЭН с образованием нуллятора, как показано на рис. 13. Спаривание аномальных элементов сохраняется, поэтому нуллятор направлен от остающегося в схеме ЗЭН.

Итак, с помощью переключения ЗЭН через ЗЭН и нового спаривания аномальных элементов из порождающей схемы с тремя ИССП+ на рис. 11 получаются две эквивалентные схемы на основе двух ИССП+ и одного ССП+ (рис. 12 и рис. 13).

Как видно, использование термина «переключение» конкретизирует преобразование деревьев и делает его применение более удобным для общего – зеркально-нулляторного – случая, когда деревья становятся гибридными. Правила переключения позволяют избежать предварительного указания пометок узлов, необходимого для перечисления зеркально-нулляторных деревьев.

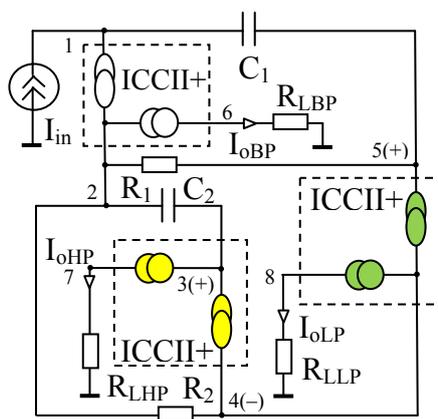


Рис. 11.

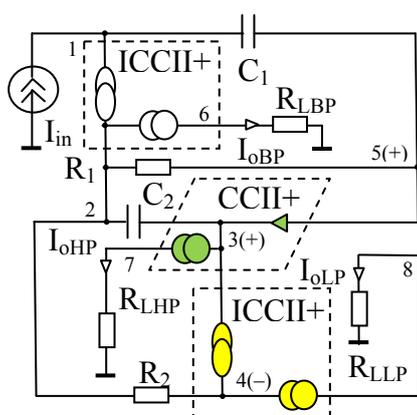


Рис. 12.

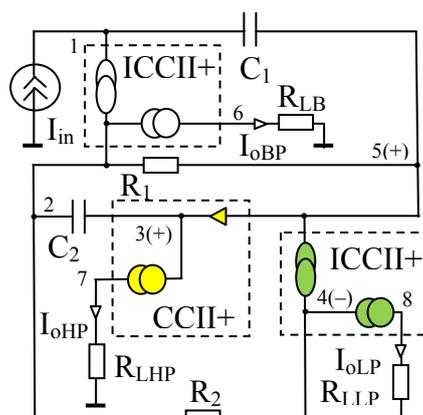


Рис. 13.

В [16] рассмотрена схема универсального фильтра, для которой на основе теории обратной связи получается схема с повышенным запасом устойчивости. Однако если учесть, что идеальный операционный усилитель является нулором, причем на входе схемы включается нуллятор, а на выходе – норатор, указанную эквивалентную схему можно получить с помощью операции переключения нуллятора. При этом сохранится эквивалентность, как по модулю, так и по знаку схемного определителя.

Наряду с полученной в [16] эквивалентной схемой можно получить (автоматически, а не эвристически!) и другие схемы универсального фильтра, не рассмотренные в [16]. Для реализации выбирается схема, наиболее полно удовлетворяющая техническому заданию. Таким образом, простые и наглядные преобразования деревьев и преобразования

переключением должны использоваться при проектировании нулловых и зеркально-нулловых схем для экономии интеллектуальных ресурсов.

Вывод. Предложенные обобщенные правила переключения нулловых и зеркальных элементов позволяют порождать эквивалентные зеркально-нулловые схемы с ориентированными нораторами и нуллоторами при сохранении знака схемного определителя.

Список литературы

1. Bruton L.T. RC active circuits: theory and design / Englewood Cliffs.– NJ: Prentice-Hall, 1980.

2. Wierzba G.M. Op-Amp Relocation: A Topological Active Network Synthesis. // IEEE Trans. on circuits and systems.– 1986.– Vol. CAS–33, no. 5.– P. 469–475.

3. Haigh D.G. Analytic approach to nullor transformations for FET circuit synthesis: Part I – nullator-norator tree transformations // IEEE Proceedings of the international symposium on circuits and systems (ISCAS).– 2006.– P. 5231–5234.

4. Haigh D.G. Analytic approach to nullor transformations for FET circuit synthesis: Part II – nullator-norator re-pairing and cloning // IEEE Proceedings of the international symposium on circuits and systems (ISCAS). – 2006.– P. 5235–5238.

5. Майко Г.В., Филаретов В.В. Перечисление нулловых и нораторных деревьев одного знака для порождения эквивалентных схем // Международ. сб. науч. тр. «Синтез, анализ и диагностика электронных цепей».– Ульяновск, 2013.– Вып. 11.– С. 39–68.

6. Soliman A.M., Saad R.A. On the voltage mirrors and the current mirrors // Analog Integr. Circuits signal process.–2002.–Vol. 32, no. 1 (Jul).– P. 79–81.

7. Филаретов В.В. Разложение многократных суммарных и разностных алгебраических дополнений методом схемных определителей // международ. сб. науч. тр. «Синтез, анализ и диагностика электронных цепей».– Ульяновск, 2013.– Вып. 11.– С. 191–212.

8. Wang H.Y., Chang S.H., Jeang Y.L., Huang C.Y. Rearrangement of mirror elements // *Analog Integr. Circuits signal process.*– 2006.– Vol. 49.– P. 87–90.

9. Майко Г.В., Филаретов В.В. Эквивалентные преобразования деревьев с нулловыми и зеркальными аномальными элементами в линейных электрических цепях // *Международ. сб. науч. тр. «Синтез, анализ и диагностика электронных цепей».*– Ульяновск, 2013.– Вып. 11.– С. 17–38.

10. Wang H.Y., Chiang N.H., Nguyen Q.M., Chang S. H. Advanced Materials, chapter 26: Circuit Synthesis Using Pathological Elements // *Springer Proceedings in Physics.*– Vol. 152, 2014.– P. 317–328.

11. Филаретов В.В. Топологический анализ электрических цепей с зеркальными аномальными элементами // *Международ. Сборник. Научн. Тр. «Синтез, анализ и диагностика электронных цепей».*– Ульяновск, 2012.– Вып. 10.– С. 66–92.

12. Filaretov V.V., Gorshkov K.S. Topological analysis of active network containing pathological mirror elements // *33th IEEE Int. Conf. on Electronics and Nanotechnology (ELNANO).*– 2013.– P. 460–464.

13. Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ электрических цепей с нулловыми и зеркальными аномальными элементами // *Электричество.*– 2013.– № 10.– С. 60–65.

14. Wang H.Y., Lee C.T., Huang C.Y. Characteristic Investigation of New Pathological Elements. // *Analog integrated circuits and signal processing.* – 2005. – Vol. 44, no. 1 (July). – P. 95–102.

15. Ozoguz S., A. Toker A., Cigekoglu O. First-order allpass sections-based current mode universal filter using ICClls // *Electronic Letters.* – 2000. – Vol.36, no. 17. – P.1443–1444.

16. Крутчинский С.Г. Структурный синтез в аналоговой схемотехнике.– Таганрог, 2008.– 355 с.

Gennadiy Maiko (Майко Геннадий Владимирович) – канд. техн. наук, Sr. Principal Engineer, Broadcom Corporation, USA. E-mail: gmayko@gmail.com

АНАЛИЗ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ

О МЕТОДАХ ПОСТРОЕНИЯ СИМВОЛЬНЫХ СХЕМНЫХ ФУНКЦИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С УПРАВЛЯЕМЫМИ ИСТОЧНИКАМИ

А. В. Бондаренко, С. А. Курганов

Проведено сравнение методов разложения модифицированной узловой матрицы и выделения параметров схемы, основанных как на многократных суммарных алгебраических дополнениях (МСАД), так и на схемных определителях. Метод выделения параметров схемы в отличие от метода разложения матриц не требует построения системы уравнений, не генерирует избыточных взаимно сокращающихся слагаемых и позволяет получить непосредственно символьную схемную функцию, группированную относительно степеней комплексной частоты. Показано, что операции метода схемных определителей наглядны и эффективны для инженерных расчетов без компьютера.

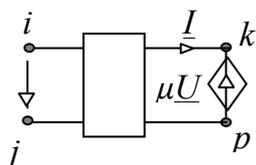
The comparison of methods of decomposition of the modified nodal matrix and extraction of circuit parameters by means of both multiple algebraic cofactors and circuit determinants is discussed. The method of extraction of circuit parameters in contrast to the method of decomposition of matrices does not require the construction of a system of equations as well as not generate of cancelled additions and allows to obtain directly the symbolic network function, grouped relative of complex frequency. It is shown that the operations of the method of circuit determinants are visible and effective for engineering calculations without a computer.

Наибольшее распространение для нахождения символьных схемных функций (ССФ) электрических цепей с управляемыми источниками (УИ), в том числе с токовыми конвейерами, аномальными нулловыми и зеркальными элементами, получили методы на основе разложения модифицированной – расширенной и сокращенной – узловой матрицы [1–3] и методы рекурсивного выделения элементов схемы на основе как многократных суммарных алгебраических дополнений (МСАД) [4,5], так и схемных определителей [6–8]. В методе матричного разложения исходное выражение для ССФ записывается через МСАД (столбец 3 в табл.1), которые формируются на основе модифицированного – расширенного или сокращенного узлового базиса.

Построение матриц параметров для схем с УИ на основе расширенного узлового базиса [1]. Узловой базис напряжений расширяется на переменные, которых не хватает для учета уравнений УИ [1,2]. Так, для ИНУН – источника напряжения, управляемого напряжением (рис. 1,а) – к базису узловых напряжений добавляется ток генератора ИНУН \underline{I} (рис. 1,б). При этом к системе уравнений записывается дополнительное уравнение

$$\underline{U}_k - \underline{U}_p = \mu (\underline{U}_i - \underline{U}_j), \quad (1)$$

которое приведено в расширенной матрице узловых проводимостей на рис. 1,б.



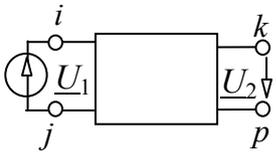
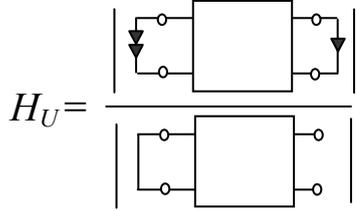
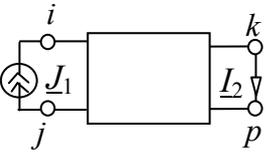
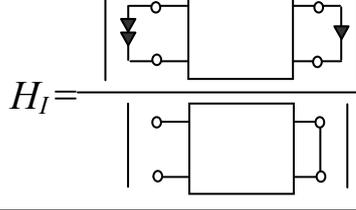
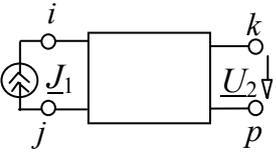
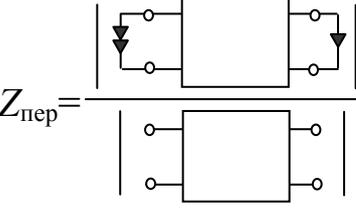
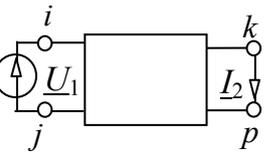
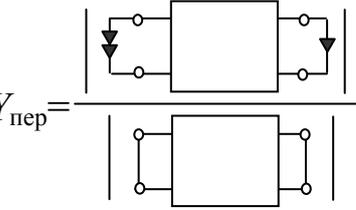
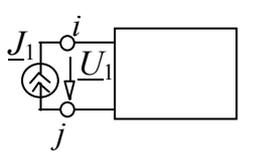
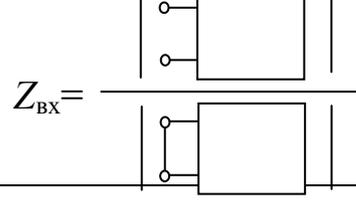
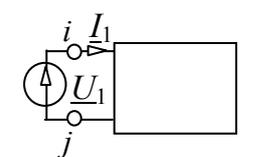
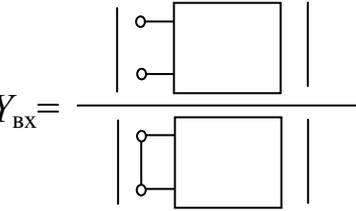
а

	i	j	k	p	\underline{I}
i					
j					
k					1
p					-1
	$-\mu$	μ	1	-1	

б

Рис. 1. Иллюстрация правил учета параметра ИНУН: схема (а); расширенная узловая матрица (б)

Таблица 1. Исходные формулы для схемных функций на основе МСАД и МСО

№	Наименование искомой схемной функции		
	Исходная схема	Искомая функция через МСАД	Схемно-алгебраическая формула по МСО
1	2	3	4
1	Коэффициент передачи по напряжению		
		$H_U = \frac{U_2}{U_1} = \frac{\Delta_{(i+j)(k+p)}}{\Delta_{(i+j)(i+j)}}$	
2	Коэффициент передачи по току		
		$H_I = \frac{I_2}{J_1} = \frac{\Delta_{(i+j)(k+p)}}{\Delta_{(i+j)(i+j)}}$	
3	Передаточное сопротивление		
		$Z_{\text{пер}} = \frac{U_2}{J_1} = \frac{\Delta_{(i+j)(k+p)}}{\Delta}$	
4	Передаточная проводимость		
		$Y_{\text{пер}} = \frac{I_2}{U_1} = \frac{\Delta_{(i+j)(k+p)}}{\Delta_{(i+j)(i+j), (k+p)(k+p)}}$	
5	Входное сопротивление		
		$Z_{\text{вх}} = \frac{U_1}{J_1} = \frac{\Delta_{(i+j)(i+j)}}{\Delta}$	
6	Входная проводимость		
		$Y_{\text{вх}} = \frac{I_1}{U_1} = \frac{\Delta}{\Delta_{(i+j)(i+j)}}$	

Пример построения ССФ на основе расширенной узловой матрицы. Требуется построить операторный коэффициент передачи напряжения электрического фильтра на рис. 2,а в виде дробно-рационального выражения, группированного относительно комплексной частоты [2]. Такое выражение удобно для аналитического исследования. Схема замещения фильтра с проводимостями и ИНУН дана на рис. 2,б.

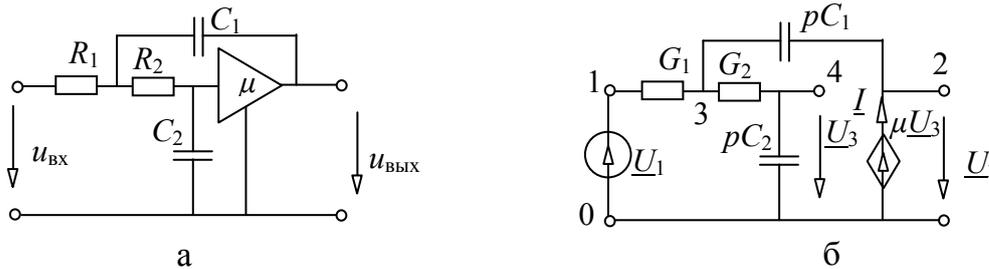


Рис. 2. Схемы фильтра: принципиальная (а) и схема замещения (б)

Расширенная матрица узловых проводимостей схемы на рис. 2,б, полученная по правилам на рис. 1,б, имеет вид

	1	2	3	4	\underline{I}
1	G_1		$-G_1$		
2		pC_1	$-pC_1$		1
3	$-G_1$	$-pC_1$	$G_1+G_2+pC_1$	$-G_2$	
4			$-G_2$	G_2+pC_2	
		1		$-\mu$	

(2)

Искомая передаточная функция по напряжению находится по формуле в строке 1 и столбце 3 из табл. 1, которая с учетом нумерации узлов в схеме на рис. 2,б имеет вид

$$H_U = \frac{U_2}{U_1} = \frac{\Delta_{(1+0)(2+0)}}{\Delta_{(1+0)(1+0)}} = \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{11}}. \quad (3)$$

Алгебраическое дополнение Δ_{11} находится как определитель матрицы, полученной из (2) путем вычеркивания строки и столбца с номером 1, перенумерации строк и столбцов и последующего разложения по столбцам и строкам, содержащим максимальное число нулевых элементов. В результате получается следующее выражение

$$\Delta_{11} = -[-pC_1G_2\mu + (G_1 + G_2 + pC_1)(G_2 + pC_2) - G_2^2]. \quad (4)$$

После разворачивания (4), удаления пары избыточных взаимно противоположных слагаемых и группировки слагаемых относительно степеней оператора p получаем

$$\Delta_{11} = -\{p^2C_1C_2\mu + p[C_1G_2(1 - \mu) + C_2(G_1 + G_2)] + G_1G_2\}. \quad (5)$$

Числитель из (3) формируется аналогично и имеет вид

$$\Delta_{12} = -\mu G_1G_2. \quad (6)$$

После подстановки (5) и (6) в (2) получается искомое выражение коэффициента передачи напряжения

$$H_U = \frac{\mu G_1G_2}{p^2C_1C_2\mu + p[C_1G_2(1 - \mu) + C_2(G_1 + G_2)] + G_1G_2}. \quad (7)$$

Получить компактное выражение (7) путем непосредственного разложения матрицы по строке и столбцу невозможно, поскольку проводимость конденсатора C_1 находится в четырех ячейках матрицы. Поэтому приходится использовать дополнительные трудоемкие операции разворачивания и сортировки слагаемых.

Рассмотренная выше расширенная узловая матрица проста в формировании, но ее размерность больше, чем размерность исходной матрицы пассивной схемы. Поэтому для анализа схем с УИ часто используется сокращенная матрица узловых проводимостей.

Построение матриц параметров на основе сокращенного узлового базиса [2]. В этом случае исходной матрицей для построения также является узловая матрица проводимостей пассивной схемы, но в этой матрице учитываются ограничения, обусловленные УИ. Так, для учета ИНУН (рис. 1,а) необходимо столбец k (*col k* на рис. 2) добавить к столбцу p и тот же столбец k , умноженный на коэффициент μ и $(-\mu)$ – к столбцу i и j соответственно.

	<i>col i + $\mu \cdot col k$</i>	<i>col j - $\mu \cdot col k$</i>	<i>col p + col k</i>
<i>i</i>			
<i>j</i>			
<i>p</i>			

Рис. 2. Иллюстрация правил учета ИНУН в сокращенной узловой матрице

При этом столбец и строка с номером k удаляются из матрицы. Изложенные правила проиллюстрированы на рис. 2. Аналогичны правила учета и других УИ [1,2], а также аномальных нулловых [2] и зеркальных [3] элементов. Для рассмотренного выше примера сокращенная узловная матрица в соответствии с правилами на рис. 2 имеет вид

	1	2	3
1	G_1	$-G_1$	
2	$-G_1$	$G_1+G_2+pC_1$	$-G_2-\mu pC_1$
3		$-G_2$	G_2+pC_2

(8)

Для получения на основе сокращенной матрицы (8) группированной ССФ вида (7) требуются, как и при использовании расширенной матрицы, операции развертывания, удаления одной пары избыточных взаимно противоположных слагаемых и последующей группировки слагаемых относительно степеней комплексной частоты.

В случае более сложной схемы – дифференциального усилителя на рис. 3 – сокращенная узловная матрица имеет вид [2]

Узлы	1	2	3,5	4,5	6
1	G_1		$-G_1$		
2		G_2		$-G_2$	
3	$-G_1$		$G_1+(1-\mu)G_4$	μG_4	
4		$-G_2$		G_2+G_3	
6			$-\mu G_5$	μG_5	G_5+G_{56}

(9)

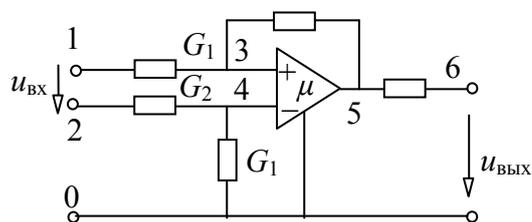


Рис. 3. Схема дифференциального усилителя

Формирование числителя $\Delta_{(1+2)6}$ и знаменателя $\Delta_{(1+2)(1+2)}$ передаточного коэффициента напряжения этой схемы (на рис. 3) путем разложения

матрицы (9) приводит к образованию трех и пяти пар избыточных взаимно противоположных слагаемых соответственно.

При дальнейшем возрастании сложности анализируемых схем число избыточных слагаемых стремительно растет и часто превышает число действительных слагаемых [8]. Не образует избыточных слагаемых и не требует дополнительных операций для получения ССФ, группированной по степеням комплексной частоты, метод выделения параметров [5–7].

Раскрытие МСАД путем матричного выделения параметров схемы [5]. Формулы матричного выделения параметров источника тока, управляемого напряжением – ИТУН, источника напряжения, управляемого током – ИНУТ, источника тока, управляемого током – ИТУТ и ИНУН, имеют вид соответственно:

$$\Delta = Y\Delta_{(p+q)(k+l)} + \Delta^0; \Delta = Z\Delta_{(p+q)(k+l)} + \Delta_{(p+q)(p+q),(k+l)(k+l)}; \\ \Delta = \mu\Delta_{(p+q)(k+l)} + \Delta_{(p+q)(p+q)}; \Delta = \beta\Delta_{(p+q)(k+l)} + \Delta_{(k+l)(k+l)}, \quad (9)$$

где Y, Z, μ, β – передаточная проводимость, передаточное сопротивление, коэффициент передачи напряжения и коэффициент передачи тока; Δ^0 – определитель при нулевом значении выделяемого параметра; p, q и k, l – пара узлов управляемой и управляющей ветви соответственно. Для двухполюсных проводимостей и сопротивлений в соответствующих формулах из (9) принимается $p=q$ и $k=l$.

Рекурсивное применение этих формул в соответствии с правилами [5] позволяет получить символьные выражения для числителя и знаменателя искомой схемной функции из столбца 3 в табл. 1. Такой метод раскрытия МСАД не создает слагаемых, содержащих одинаковый набор параметров, в силу бинарности формул (9).

В рассматриваемом примере для получения выражения знаменателя ССФ, группированного относительно степеней комплексной частоты, используем разложение по емкостным проводимостям [7] с помощью формул (9):

$$\Delta_{11} = D = p^2 C_1 C_2 D_{(4+2)(4+2),33} + p \{ C_1 D_{(4+2)(4+2)}^{C_2} + C_2 D_{33}^{C_1} \} + D^{C_1, C_2}, \quad (10)$$

где верхний индекс обозначает элемент, параметр которого в данном алгебраическом дополнении приравнен к нулю.

Первое алгебраическое дополнение в (10) после выделения параметра ИНУН приобретает вид

$$\begin{aligned} D_{(4+2)(4+2),33} &= \mu D_{(4+2)(4+2),33,(0+2)(3+0)} + D_{(4+2)(4+2),33,22} = \\ &= -\mu D_{(4+2)(4+2),33,23} + D_{44,33,22} = 1, \end{aligned} \quad (11)$$

Знак минус в первом МСАД (11) появился после изменения порядка суммирования индексов. Это МСАД равно нулю, поскольку в двух одноименных позициях находится один и тот же индекс 3. Здесь и далее нулевое МСАД подчеркивается. Второе МСАД в (11) равно единице, поскольку схема, полученная после выделения элементов, эквивалентна базисному узлу.

Второе МСАД в (11) после выделения элементов приводится к виду

$$\begin{aligned} D_{(4+2)(4+2)}^{C_2} &= G_1 \underline{D_{(4+2)(4+2),44}^{C_2}} + D_{(4+2)(4+2)}^{C_2,G_1} = G_2 D_{(4+2)(4+2),(4+3)(4+3)}^{C_2,G_1} + \underline{D_{(4+2)(4+2)}^{C_2,G_1,G_2}} = \\ &= G_2 (\mu D_{(4+2)(4+2),(4+3)(4+3),(0+2)(3+0)}^{C_2,G_1} + D_{(4+2)(4+2),(4+3)(4+3),22}^{C_2,G_1,\mu}) = \\ &= G_2 (\mu D_{(4+2)(4+2),(4+3)(4+3),(0+2)(3+0)}^{C_2,G_1} + D_{(4+2)(4+2),(4+3)(4+3),22}^{C_2,G_1,\mu}) = \\ &= G_2 (\mu D_{(4+2)(4+2),(4+3)(4+3),(0+2)(3+0)}^{C_2,G_1} + D_{(4+2)(4+2),(4+3)(4+3),22}^{C_2,G_1,\mu}) = \\ &= G_2 (-\mu D_{42,34,23}^{C_2,G_1} + D_{44,33,22}^{C_2,G_1,\mu}) = G_2 (-\mu + 1), \end{aligned} \quad (12)$$

где в $D_{42,34,23}^{C_2,G_1}$ число перестановок индексов четное, поэтому знак слагаемого не изменился.

Третье МСАД в (10) раскрывается аналогично (11) и (12) и имеет вид

$$\begin{aligned} D_{33}^{C_1} &= \mu \underline{D_{33,(0+2)(3+0)}^{C_1}} + D_{33,22}^{C_1} = G_1 D_{33,22,44}^{C_1} + D_{33,22}^{C_1,G_1} = \\ &= G_1 (G_2 \underline{D_{33,22,44,(4+3)(4+3)}^{C_1}} + D_{33,22,44}^{C_1}) + G_2 D_{33,22,(4+3)(4+3)}^{C_1,G_1} + \underline{D_{33,22}^{C_1,G_1,G_2}} = \\ &= G_1 + G_2, \end{aligned} \quad (13)$$

где МСАД $D_{33,22}^{C_1,G_1,G_2}$ равно нулю, поскольку в нем отсутствует индекс 4.

Четвертое МСАД из (10) находится следующим образом

$$\begin{aligned}
D^{C_1, C_2} &= \mu \underline{D_{(0+2)(3+0)}^{C_1, C_2}} + D_{(2+0)(2+0)}^{C_1, C_2, \mu} = G_1 D_{22,44}^{C_1, C_2, \mu} + \underline{D_{22}^{C_1, C_2, \mu, G_1}} = \\
&= G_1 (G_2 \underline{D_{22,44,(4+3)(4+3)}^{C_1, C_2, \mu}} + \underline{D_{22,44}^{C_1, C_2, \mu, G_2}}) = G_1 G_2.
\end{aligned} \tag{14}$$

Алгебраическое дополнение из числителя ССФ (2) находится аналогично:

$$\begin{aligned}
\Delta_{12} &= G_1 \Delta_{12,(1+4)(1+4)} + \underline{\Delta_{12}^{G_1}} = \mu G_1 \Delta_{12,(1+4)(1+4),(0+2)(3+0)} + \underline{\Delta_{12,4(1+4),22}} = \\
&= -\mu G_1 (G_2 \Delta_{12,4(1+4),23,(4+3)(4+3)} + \underline{\Delta_{12,4(1+4),23}^{G_2}}) = \mu G_1 G_2.
\end{aligned} \tag{15}$$

После подстановки символьных выражений МСАД из (11)–(14) в (10), а выражений (10) и (15) в (2) получается формула для ССФ, совпадающая с выражением (7), сформированным разложением расширенной и сокращенной узловой матрицы. В то же время при использовании формул выделения (9) – в отличие от разложения модифицированной узловой матрицы – искомая ССФ получается без избыточных взаимно уничтожающихся слагаемых и в группированном виде относительно степеней комплексной частоты. При этом не требуется использовать трудоемкие операции развертывания и сортировки слагаемых.

Более удобным и наглядным для ручного – без специальных компьютерных программ – получения ССФ, является применение операций выделения параметров на основе схемных определителей [6].

Раскрытие МСАД методом схемных определителей [6]. Исходная схемно-алгебраическая формула (столбец 4 в табл. 1) для искомой ССФ получается из соответствующей формулы на основе МСАД (столбец 3 из табл. 1) путем замены МСАД $\Delta_{(i+j)(k+p)}$ на соответствующий схемный определитель – схему с подключенными норатором и нуллатором между полюсами i, j и k, p соответственно. При этом параллельное соединение норатора и нуллатора в схемных определителях строк 2, 4–6 заменено эквивалентным идеальным проводником. Пара вертикальных линий со схемой между ними в столбце 4 из табл. 1 обозначает определитель этой схемы.

Схемно-алгебраические формулы выделения параметров ИТУН, ИНУН, ИНУТ и ИТУТ, соответствующие формулам выделения (9) на основе МСАД, имеют вид соответственно [6]

$$\left| \begin{array}{c} \uparrow U \\ \square \\ \downarrow yU \end{array} \right| = y \left| \begin{array}{c} \uparrow \\ \square \\ \downarrow \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array} \right|, \quad (16)$$

$$\left| \begin{array}{c} \uparrow U \\ \square \\ \downarrow kU \end{array} \right| = k \left| \begin{array}{c} \uparrow \\ \square \\ \downarrow \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array} \right|, \quad (17)$$

$$\left| \begin{array}{c} \uparrow I \\ \square \\ \downarrow zI \end{array} \right| = z \left| \begin{array}{c} \uparrow \\ \square \\ \downarrow \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array} \right|, \quad (18)$$

$$\left| \begin{array}{c} \uparrow I \\ \square \\ \downarrow \beta I \end{array} \right| = \beta \left| \begin{array}{c} \uparrow \\ \square \\ \downarrow \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array} \right|. \quad (19)$$

Формулы для выделения двухполюсных проводимостей и сопротивлений получаются из (16) и (18) как частные выражения путем объединения соответствующих полюсов. Рекурсивное применение этих формул к числителю и знаменателю САФ в столбце 4 из табл. 1 по правилам [6] позволяет получить символьное выражение искомой схемной функции.

Исходное схемно-алгебраическое выражение для знаменателя коэффициента передачи напряжения рассматриваемой схемы на рис. 1,б в соответствии со строкой 1 и столбцом 4 из табл. 1 имеет вид

$$\Delta_{11} = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with nodes 1, 2, 3, 4, 0, conductances } G_1, G_2, \text{ capacitors } pC_1, pC_2, \text{ and dependent source } \mu U_3 \end{array} \right|. \quad (20)$$

Для получения символьного выражения, сгруппированного относительно степеней комплексной частоты p , необходимо использовать, как и при выделении на основе МСАД, предварительное разложение определителя по проводимостям конденсаторов [7]:

$$\Delta_{11} = p^2 C_1 C_2 \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \text{Circuit 2} \\ \text{Circuit 3} \\ \text{Circuit 4} \end{array} \right| + p \left\{ C_1 \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 5} \\ \text{Circuit 6} \end{array} \right| + C_2 \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 7} \\ \text{Circuit 8} \end{array} \right| \right\} + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 9} \end{array} \right|, \quad (21)$$

где представленные схемы получены из схемы определителя на рис. 2,б путем удаления конденсатора или замены его идеальным проводником при выделении или обнулении его параметра соответственно.

Определитель первой схемы в (21) равен единице, поскольку ИНУН нейтрализуется, а резисторы оказываются замкнутыми накоротко. Во второй схеме выделим проводимость G_2 , поскольку при ее нейтрализации образуется сечение из приемника напряжения, и нейтрализуем проводимость G_1 , поскольку при ее выделении образуется контур из источника напряжения. Определитель образованного параллельного соединения приемника напряжения и соответствующего генератора ИНУН равен $(1-\mu)$.

В третьей схеме нейтрализуется ИНУН, поскольку $\underline{U}_3=0$ (или генератор разомкнут), определитель образовавшегося параллельного соединения проводимостей равен их сумме. В четвертой схеме также нейтрализуется ИНУН, при этом образуется последовательное разомкнутое соединение проводимостей, определитель которого равен произведению этих проводимостей. В результате выполнения указанных операций искомый определитель приобретает вид

$$\Delta_{11} = p^2 C_1 C_2 + p[C_1 G_2(1-\mu) + C_2(G_1 + G_2)] + G_1 G_2. \quad (22)$$

Числитель коэффициента передачи напряжения из формулы (3) получается в соответствии со схемно-алгебраической формулой в строке 1 и столбце 3 из табл. 1:

$$\Delta_{12} = \left| \begin{array}{cccc} G_1 & G_2 & pC_1 & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cccc} & G_2 & pC_1 & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right| = \mu G_1 G_2, \quad (23)$$

где цифрами 1 и 2 пронумерованы нораторы и нуллаторы.

Выражение (23) получено с помощью следующих операций: выделения проводимостей G_1 и G_2 , соединенных последовательно с нораторами, выделения ИНУН по формуле (17); взаимной замены номеров у нуллаторов; замены проводником параллельного встречного соединения норатора и нуллатора; удаления проводимостей pC_1 и pC_2 , параллельных норатору и нуллатору соответственно.

Выражения числителя (22) и знаменателя (23) искомой ССФ, полученные методом схемных определителей, совпадают с соответствующими выражениями, сформированными методом выделения на основе МСАД. При этом вместо операций с номерами строк и столбцов использовались схемные образы, обеспечивающие наглядность и доступность преобразований.

Выводы. 1. Разложение модифицированной – расширенной или сокращенной – узловой матрицы для получения символьной схемной функции (ССФ) приводит к появлению избыточных взаимно противоположных слагаемых, для исключения которых требуются трудоемкие операции развертывания, сортировки слагаемых и последующего свертывания.

2. Рекурсивное применение выделения параметров элементов схемы на основе многократных суммарных алгебраических дополнений и схемных определителей не приводит к появлению избыточных слагаемых и позволяет получить в отличие от метода разложения матрицы дробно-рациональные ССФ, группированные относительно степеней комплексной частоты, которые удобны для аналитического исследования.

3. Наглядность преобразований схемных определителей обеспечивает доступность метода выделения элементов схемы для ручного – без специальных компьютерных программ – формирования ССФ.

Список литературы

1. Сигорский В.П., Петренко А.И. Алгоритмы анализа электронных схем.– М.: Сов. Радио.– 1976.– 608 с.
2. Бондаренко А.В., Бондаренко В.В., Можар В.И., Сончик Л.И. Современные методы анализа и синтеза электрических цепей: учеб. пособие. – СПб.: СПб ГАСУ, 2008.– 216 с.
3. Sanchez-Lopez C., Fernandez F.V., Tlelo-Cuautle E., Tan S.X.-D. Pathological element-based active device models and their application to symbolic analysis // IEEE Trans. on circuits and systems–I: regular papers.– 2011.– Vol. 58, no. 6.– P. 1382–1395.
4. Чуа Л. О., Лин П. М. Машинный анализ электронных схем: Алгоритмы и вычислительные методы.– М.: Энергия, 1980.– 640 с.
5. Lasota S. Parameter decision diagrams in the analysis and structural synthesis: part I // 10th Int. Workshop on Symbolic and Numerical Methods, Modeling and Application to Circuit Design (SMMACD'08.– Erfurt (Germany), 10.2008.– P. 149–157.
6. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– № 5.– С. 43–52.
7. Курганов С.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ, диакоптика и диагностика линейных электрических цепей: Учебное пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– 320 с.
8. Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ электрических цепей с нулловыми и зеркальными аномальными элементами // Электричество. – 2013. – N 10. – С. 60–65.

Бондаренко Анатолий Васильевич – д.т.н, профессор, действительный член Академии Электротехнических Наук РФ, профессор кафедры электроэнергетики и электротехники Санкт-Петербургского государственного архитектурно-строительного университета. E-mail: avb38@mail.ru

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ УПРОЩЕНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ С НУЛЛОРНЫМИ И ЗЕРКАЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Г. В. Майко, В. В. Филаретов

Показано, что исключение лишнего норатора или нуллатора из последовательных (параллельных) соединений нораторов или нуллаторов соответствует исключению одного или более уравнений или неизвестных из системы для обеспечения ее линейной независимости. Установлено, что на самом деле вырождение в рамках метода схемных определителей является следствием не образования контуров или сечений, содержащих только нораторы или только нуллаторы, а нарушения парности в результате размыкания контуров или сечений после требуемых упрощений. Предложены схемно-алгебраические доказательства упрощения параллельных соединений зеркальных аномальных элементов с нуллатором или норатором.

It is shown that the exclusion of excess norator or nullator in sequential (parallel) connection norators or nullators similarly of the exception of one or more equations or unknowns of the system to ensure linear independence. Found that degeneration within the method of circuit determinant when have loops or cutsets containing only norators or only nullators, is a consequence of the violation of pairs nullor elements in the open loops or short cutsets (after the required simplifications). The circuit-algebraic proof for parallel connections mirror pathological element with norator and nullators is proposed.

Объединение – замена последовательных или параллельных соединений нуллаторов и нораторов одним элементом [1] – до сих пор рассматривалась в рамках метода схемных определителей как недопустимая, а схемы с такими соединениями считались вырожденными, с определителем равным нулю [2]. Данная статья посвящена обсуждению

этого противоречия и обосную условия для такой замены, являющейся эквивалентным упрощением.

Перед решением системы уравнений необходимо проверить ее на вырожденность и упростить, убрав лишние уравнения. Также следует поступать в случае схемы, не отклоняя ее как вырожденную, а преобразуя соответствующим образом для обеспечения разрешимости задачи анализа. В основу упрощающих преобразований схем и их уравнений положим известные результаты по узловому анализу схем с нулловыми аномальными элементами [3]. Далее эти результаты будут обобщены для схем с зеркальными аномальными элементами [4].

Параллельное соединение нуллаторов. Рассмотрим пассивную схему, выделив в ней два узла a и b . Система уравнений, составленная с помощью метода узловых напряжений, представляется системой уравнений (1):

$$\begin{cases} \dots \\ J_a \\ \dots \\ J_b \\ \dots \end{cases} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & +Y_{aa} & \dots & -Y_{ab} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & -Y_{ab} & \dots & +Y_{bb} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} \dots \\ U_a \\ \dots \\ U_b \\ \dots \end{cases} \quad (1)$$

Добавим к этой пассивной схеме нуллатор, включённый между узлами a и b , как показано на рис. 1. Такая схема будет физически нереализуема, поскольку аномальные элементы должны подключаться парами. В данном случае не будем обращать на это внимание, понимая, что окончательный вывод о физической реализуемости схемы должен быть сделан после учёта подключения всех аномальных элементов.

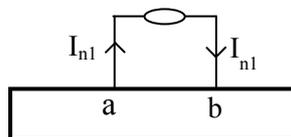


Рис. 1

Уравнения нуллатора описываются системой уравнений (2)

$$\begin{cases} U_a = U_b \\ I_{n1} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Для описания схемы на рис. 1, учтём в системе уравнений (1) пассивной схемы добавленный нуллятор. Для этого внесём первое уравнений из (2) в систему уравнений (1) в виде $0 = U_a - U_b$, а также добавим ток I_{n1} к независимым токам узлов a и b в левой части уравнений:

$$\begin{cases} J_a + I_{n1} \\ \dots \\ J_b - I_{n1} \\ \dots \\ 0 \end{cases} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & +Y_{aa} & \dots & -Y_{ab} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & -Y_{ab} & \dots & +Y_{bb} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & +1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dots \\ U_a \\ \dots \\ U_b \\ \dots \end{bmatrix} \quad (3)$$

Последнее уравнение в (3) можно исключить, заменив столбцы, соответствующие узлам a и b на их сумму. При этом из вектора напряжений в правой части исключается напряжение U_b , так как оно равно напряжению U_a в силу (2). Кроме того, токи I_{n1} равны 0, поэтому они также исключаются из системы уравнений. В результате система уравнений для схемы на рис. 1 будет иметь вид:

$$\begin{cases} J_a \\ \dots \\ J_b \\ \dots \end{cases} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & +Y_{aa} - Y_{ab} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & -Y_{ab} + Y_{bb} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dots \\ U_a \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} \quad (4)$$

Размерности вектора токов и вектора напряжений отличаются на 1, поскольку в схему на рис. 1 нужно будет включить недостающий аномальный элемент.

Добавим к пассивной схеме два нуллятора, включённые параллельно (рис. 2).

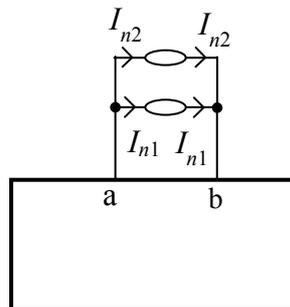


Рис. 2

Второй нуллятор описывается системой уравнений, аналогичной (2):

$$\begin{cases} U_a = U_b \\ I_{n2} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Учтём в системе уравнений (1) оба нуллатора, добавив в эту систему уравнений первые уравнения из (2) и (5), а также включив токи I_{n1} и I_{n2} в вектор независимых токов:

$$\begin{cases} J_a + I_{n1} + I_{n2} \\ J_b - I_{n1} - I_{n2} \\ 0 \\ 0 \end{cases} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & +Y_{aa} & \dots & -Y_{ab} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & -Y_{ab} & \dots & +Y_{bb} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & +1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dots \\ U_a \\ \dots \\ U_b \\ \dots \end{bmatrix} \quad (6)$$

Из (6) видно, что два последних уравнения являются линейно-зависимыми, и одно из них можно исключить из системы:

$$\begin{cases} J_a + I_{n1} + I_{n2} \\ J_b - I_{n1} - I_{n2} \\ \dots \\ 0 \end{cases} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & +Y_{aa} & \dots & -Y_{ab} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & -Y_{ab} & \dots & +Y_{bb} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & +1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dots \\ U_a \\ \dots \\ U_b \\ \dots \end{bmatrix} \quad (7)$$

Последнее уравнение в (7) можно исключить из системы уравнений, заменив столбцы, соответствующие узлам a и b на их сумму; при этом из вектора напряжений в правой части исключается напряжение U_b , так как оно равно напряжению U_a . Кроме того, токи I_{n1} и I_{n2} равны 0, поэтому они также исключаются из системы уравнений. В результате система уравнений, описывающая схему на рис. 2, будет иметь вид:

$$\begin{cases} J_a \\ J_b \\ \dots \end{cases} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & +Y_{aa} - Y_{ab} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & -Y_{ab} + Y_{bb} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dots \\ U_a \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} \quad (8)$$

Сравнивая (4) и (8), видно, что эти системы уравнений полностью идентичные. Отсюда можно сделать вывод, что схемы на рис. 1 и рис. 2 эквивалентные. Нетрудно показать, что параллельное включение любого числа нуллаторов между некоторыми узлами a и b некоторой схемы будет

эквивалентно включению между этими же узлами только одного нуллатора.

Параллельное соединение зеркальных элементов напряжения (ЗЭН). Рассмотрим схему с ЗЭН, включённым между узлами a и b пассивной схемы. На рис. 3 показан ЗЭН в виде двухполюсника, поскольку, как обычно, предполагается, что третьим полюсом ЗЭН является базисный узел схемы.

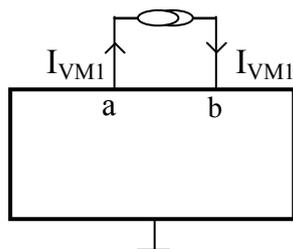


Рис. 3

Уравнения ЗЭН имеют вид:

$$\begin{cases} U_a = -U_b \\ I_{VM1} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Для описания схемы на рис. 3, учтём в системе уравнений (1) пассивной схемы добавленный ЗЭН. Для этого внесём первое уравнений из (9) в систему уравнений (1) в виде $0 = U_a + U_b$, а также добавим ток I_{VM1} к независимым токам узлов a и b в левой части уравнений:

$$\begin{pmatrix} \dots \\ J_a + I_{VM1} \\ \dots \\ J_b - I_{VM1} \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & +Y_{aa} & \dots & -Y_{ab} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & -Y_{ab} & \dots & +Y_{bb} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & +1 & 0 & +1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dots \\ U_a \\ \dots \\ U_b \\ \dots \end{pmatrix} \quad (10)$$

Последнее уравнение в (10) можно исключить из системы уравнений, заменив столбцы, соответствующие узлам a и b на их разность. При этом из вектора напряжений в правой части в силу (9) исключается напряжение U_b , так как оно равно напряжению U_a , взятому с противоположным знаком. Кроме того, токи I_{VM1} равны 0, поэтому они также исключаются из системы уравнений. В результате система уравнений для схемы на рис. 3 будет иметь вид:

$$\begin{Bmatrix} \dots \\ J_a \\ \dots \\ J_b \\ \dots \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & +Y_{aa}+Y_{ab} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & -Y_{ab}-Y_{bb} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dots \\ U_a \\ \dots \\ \dots \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Добавим теперь к пассивной схеме два ЗЭН, включённые параллельно (рис. 4).

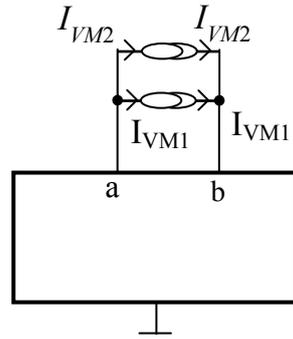


Рис. 4.

Второй ЗЭН описывается системой уравнений, аналогичной (9):

$$\begin{cases} U_a = -U_b \\ I_{VM2} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

Учтём в системе уравнений (1) пассивной схемы добавленные ЗЭН, включив в эту систему уравнений первые уравнения из (9) и (12), а также токи I_{VM1} и I_{VM2} в вектор независимых токов:

$$\begin{Bmatrix} J_a + I_{VM1} + I_{VM2} \\ J_b - I_{VM1} - I_{VM2} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & +Y_{aa} & \dots & -Y_{ab} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & -Y_{ab} & \dots & +Y_{bb} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & +1 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & 0 & +1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dots \\ U_a \\ \dots \\ U_b \\ \dots \end{Bmatrix} \quad (13)$$

Из (13) видно, что два последних уравнения являются линейно-зависимыми, и одно из них можно исключить из системы:

$$\begin{Bmatrix} J_a + I_{VM1} + I_{VM2} \\ J_b - I_{VM1} - I_{VM2} \\ \dots \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & +Y_{aa} & \dots & -Y_{ab} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & -Y_{ab} & \dots & +Y_{bb} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & +1 & 0 & +1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dots \\ U_a \\ \dots \\ U_b \\ \dots \end{Bmatrix} \quad (14)$$

Последнее уравнение в (14) можно исключить из системы уравнений, заменив столбцы, соответствующие узлам a и b на их разность. При этом из вектора напряжений в правой части исключается напряжение U_b , так как оно равно напряжению U_a , взятому с противоположным знаком в силу первого уравнения в (9). Кроме того, токи I_{VM1} и I_{VM2} равны 0, поэтому они также исключаются из системы уравнений. В результате система уравнений для схемы на рис. 4, будет иметь вид:

$$\begin{Bmatrix} \dots \\ J_a \\ \dots \\ J_b \\ \dots \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & +Y_{aa}+Y_{ab} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & -Y_{ab}-Y_{bb} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dots \\ U_a \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{Bmatrix} \quad (15)$$

Сравнивая (11) и (15), видно, что эти системы уравнений полностью идентичные. Отсюда можно сделать вывод, что схемы на рис. 3 и рис. 4 эквивалентные.

Нетрудно показать, что параллельное включение любого числа ЗЭН между некоторыми узлами a и b некоторой схемы будет эквивалентно включению между этими же узлами только одного ЗЭН.

Контур из нуллаторов и (или) зеркальных элементов напряжения. Параллельное соединение двух нуллаторов является частным случаем контура из нуллаторов. Рассмотрим схему, в которой есть дерево из нуллаторов и (или) ЗЭН, и к ней подключается дополнительный нуллатор так, чтобы он образовал контур с аномальными элементами этого дерева. Сделав эквивалентные преобразования аномальных элементов в этом дереве, всегда можно получить новое дерево, в котором ветвь дерева (нуллатор или ЗЭН) будет включена параллельно дополнительному нуллатору.

Если этой ветвью дерева будет нуллатор, то, исходя из вышеизложенного, два параллельных нуллатора можно заменить одним. Это означает, что такое подключение дополнительного нуллатора вполне допустимо. Для определения конкретных узлов дерева, между которыми можно включать дополнительный нуллатор, следует на исходном дереве показать пометки узлов [5]. Тогда дополнительный нуллатор можно

включать между теми узлами деревьями, которые имеют одинаковые пометки.

Теперь рассмотрим схему, в которой есть дерево из нуллаторов и (или) ЗЭН, и к ней подключается дополнительный ЗЭН так, чтобы он образовал контур с аномальными элементами этого дерева. Сделав эквивалентные преобразования аномальных элементов в этом дереве, всегда можно получить новое дерево, в котором ветвь дерева (нуллатор или ЗЭН) будет включена параллельно дополнительному ЗЭН.

Если этой ветвью дерева будет ЗЭН, то, исходя из вышеизложенного, два параллельных ЗЭН можно заменить одним. Это означает, что такое подключение дополнительного ЗЭН вполне допустимо. Для определения конкретных узлов дерева, между которыми можно включать дополнительный ЗЭН, можно на исходном дереве показать пометки узлов. Тогда дополнительный ЗЭН можно включать между теми узлами дерева, которые имеют противоположные пометки.

Отдельно рассмотрим ситуацию, когда на рис. 1 и рис. 3 один из узлов a или b заземлён, то есть нуллатор или ЗЭН соединён с базисным узлом. Пусть это будет узел b . Потенциал земли известен заранее, и он равен 0. Тогда система уравнений (1) для такой схемы не будет иметь ни напряжения U_b , ни тока J_b :

$$\left\{ \begin{matrix} \dots \\ J_a \\ \dots \end{matrix} \right\} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & +Y_{aa} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dots \\ U_a \\ \dots \end{bmatrix} \quad (1a)$$

Исходя из первых уравнений в системах (2) и (9), описывающих соответственно нуллатор и ЗЭН, видно, что потенциал другого узла U_a также будет равен 0. Это приводит к тому, что, для учёта заземлённого нуллатора или ЗЭН, из системы уравнений (1a) нужно просто исключить столбец, соответствующий узлу a , и удалить U_a из вектора напряжений. Ток нуллаторов и ЗЭН равен 0, поэтому он не изменяет вектора независимых токов в левой части (1a).

Добавление второго параллельного заземлённого нуллатора или ЗЭН (аналогично схемам на рис. 2 и 4), не изменяет ни напряжений узла U_a , ни

токов через узел a . Поэтому такие схемы также будут эквивалентны схеме с одним заземлённым нуллатором или ЗЭН.

Параллельное соединение нораторов. Рассмотрим теперь схему, в которой между узлами a и b включен норатор (рис. 5).

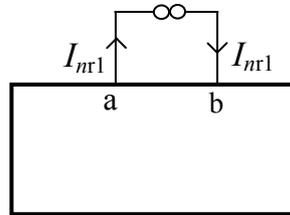


Рис. 5.

Уравнения норатора описываются системой уравнений (16)

$$\begin{cases} U_a - U_b = any \\ I_{nr1} = any \end{cases} \quad (16)$$

Учёт норатора в системе уравнений, описывающих схему на рис. 5, происходит следующим образом. Во-первых, подключение норатора к узлам a и b не приводит к изменению напряжений на этих узлах, так как, исходя из первого уравнения в (16), напряжение норатора может быть любым. Во-вторых, неопределённый ток норатора I_{nr1} добавляется к независимым токам узлов a и b в левой части уравнений (1):

$$\begin{cases} \left| \begin{matrix} \dots \\ J_a + I_{nr1} \\ \dots \\ J_b - I_{nr1} \\ \dots \end{matrix} \right| = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & +Y_{aa} & \dots & -Y_{ab} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & -Y_{ab} & \dots & +Y_{bb} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dots \\ U_a \\ \dots \\ U_b \\ \dots \end{bmatrix} \end{cases} \quad (17)$$

Для того, чтобы исключить неопределённый ток I_{nr1} из системы уравнений (17), необходимо сложить уравнения, соответствующие узлам a и b :

$$\begin{cases} \left| \begin{matrix} \dots \\ J_a + J_b \\ \dots \\ \dots \end{matrix} \right| = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & +Y_{aa} - Y_{ab} & \dots & -Y_{ab} + Y_{bb} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dots \\ U_a \\ \dots \\ U_b \\ \dots \end{bmatrix} \end{cases} \quad (18)$$

Размерности вектора токов и вектора напряжений отличаются на 1, но это нормально, так как в схеме на рис. 5 нужно учесть подключение всех аномальных элементов.

Теперь добавим к пассивной схеме второй норатор, параллельный первому (рис. 6).

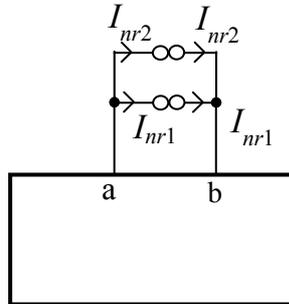


Рис. 6.

Второй норатор описывается системой уравнений, аналогичной (16):

$$\begin{cases} U_a - U_b = any \\ I_{nr2} = any \end{cases} \quad (19)$$

Учёт нораторов в системе уравнений, описывающих схему на рис. 6, происходит следующим образом. Во-первых, подключение обоих нораторов к узлам a и b не приводит к изменению напряжений на этих узлах, так как, исходя из первого уравнения в (16) или (19), напряжение норатора может быть любым. Во-вторых, неопределённые токи нораторов I_{nr1} и I_{nr2} добавляются к независимым токам узлов a и b в левой части уравнений (1):

$$\begin{cases} \left| \begin{array}{c} \dots \\ J_a + I_{nr1} + I_{nr2} \\ \dots \\ J_b - I_{nr1} - I_{nr2} \\ \dots \end{array} \right| = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & +Y_{aa} & \dots & -Y_{ab} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & -Y_{ab} & \dots & +Y_{bb} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dots \\ U_a \\ \dots \\ U_b \\ \dots \end{bmatrix} \end{cases} \quad (20)$$

Для того чтобы исключить оба неопределённых токов I_{nr1} и I_{nr2} из системы уравнений (20), необходимо сложить уравнения, соответствующие узлам a и b :

$$\left\{ \begin{array}{c} \dots \\ J_a + J_b \\ \dots \\ \dots \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cccccc} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & +Y_{aa} - Y_{ab} & \dots & -Y_{ab} + Y_{bb} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{array} \right] \cdot \left\{ \begin{array}{c} \dots \\ U_a \\ \dots \\ U_b \\ \dots \end{array} \right\} \quad (21)$$

Сравнивая (18) и (21), видно, что эти системы уравнений полностью идентичные. Отсюда можно сделать вывод, что схемы на рис. 5 и рис. 6 полностью эквивалентные.

Нетрудно показать, что параллельное включение любого числа нораторов между узлами a и b некоторой схемы будет эквивалентно включению между этими же узлами только одного норатора.

Параллельное соединение зеркальных элементов тока (ЗЭТ). Рассмотрим схему, в которой между узлами a и b включен ЗЭТ (рис. 7).

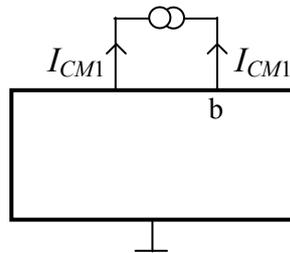


Рис. 7.

Уравнения ЗЭТ описываются системой уравнений (22):

$$\begin{cases} U_a - U_b = any \\ I_{CM1} = any \end{cases} \quad (22)$$

Поскольку оба этих тока «втекают» в ЗЭТ, то у ЗЭТ обязательно должен быть дополнительный вывод (на рисунке он не показан), чтобы выполнялся первый закон Кирхгофа для контура, охватывающего ЗЭТ. Удобно подключить этот дополнительный вывод ЗЭТ к базисному узлу схемы, тогда ток через этот вывод ЗЭТ не будет влиять на ее работу.

Учёт ЗЭТ в системе уравнений, описывающих схему на рис. 6, происходит следующим образом. Во-первых, подключение ЗЭТ к узлам a и b не приводит к изменению напряжений на этих узлах, так как, исходя из первого уравнения в (22), напряжение ЗЭТ может быть любым. Во-вторых, неопределённый ток ЗЭТ I_{CM1} добавляется к независимым токам

узлов a и b в левой части уравнений (1), причём добавляется с одинаковым знаком:

$$\begin{cases} J_a + I_{CM1} \\ \dots \\ J_b + I_{CM1} \\ \dots \end{cases} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & +Y_{aa} & \dots & -Y_{ab} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & -Y_{ab} & \dots & +Y_{bb} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_a \\ \dots \\ U_b \\ \dots \end{bmatrix} \quad (23)$$

Для того, чтобы исключить неопределённый ток I_{CM1} из системы уравнений (23), необходимо вычесть уравнения, соответствующие узлам a и b :

$$\begin{cases} J_a - J_b \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{cases} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & +Y_{aa} + Y_{ab} & \dots & -Y_{ab} - Y_{bb} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_a \\ \dots \\ U_b \\ \dots \end{bmatrix} \quad (24)$$

Теперь добавим к пассивной схеме два ЗЭТ, включённые параллельно (рис. 8).

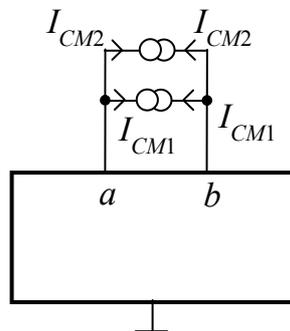


Рис. 8.

Второй ЗЭТ описывается системой уравнений, аналогичной (22):

$$\begin{cases} U_a - U_b = a n u \\ I_{CM2} = a n u \end{cases} \quad (25)$$

Учёт ЗЭТ в системе уравнений, описывающих схему на рис. 8, происходит следующим образом. Во-первых, подключение обоих ЗЭТ к узлам a и b не приводит к изменению напряжений на этих узлах, так как, исходя из первого уравнения в (22) или (25), напряжение ЗЭТ может быть

любим. Во-вторых, неопределённые токи ЗЭТ I_{CM1} и I_{CM2} добавляются к независимым токам узлов a и b в левой части уравнений (1), причём с одинаковым знаком:

$$\begin{cases} \left| \begin{array}{c} \dots \\ J_a + I_{CM1} + I_{CM2} \\ \dots \\ J_b + I_{CM1} + I_{CM2} \\ \dots \end{array} \right| = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & +Y_{aa} & \dots & -Y_{ab} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & -Y_{ab} & \dots & +Y_{bb} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \dots \\ U_a \\ \dots \\ U_b \\ \dots \end{vmatrix} \end{cases} \quad (26)$$

Для того, чтобы исключить оба неопределённых тока I_{CM1} и I_{CM2} из системы уравнений (26), необходимо вычесть уравнения, соответствующие узлам a и b :

$$\begin{cases} \left| \begin{array}{c} \dots \\ J_a + J_b \\ \dots \\ \dots \end{array} \right| = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & +Y_{aa} + Y_{ab} & \dots & -Y_{ab} - Y_{bb} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \dots \\ U_a \\ \dots \\ U_b \\ \dots \end{vmatrix} \end{cases} \quad (27)$$

Сравнивая (24) и (27), видно, что эти системы уравнений полностью идентичные. Отсюда можно сделать вывод, что схемы на рис. 7 и рис. 8 полностью эквивалентные.

Нетрудно показать, что параллельное включение любого числа ЗЭТ между узлами a и b некоторой схемы будет эквивалентно включению между этими же узлами только одного ЗЭТ.

Контур из нораторов и (или) зеркальных элементов тока. Рассмотрим схему, в которой есть дерево из нораторов и (или) ЗЭТ, и к ней подключается дополнительный норатор так, чтобы он образовал контур с аномальными элементами этого дерева. Сделав эквивалентные преобразования аномальных элементов в этом дереве, всегда можно получить новое дерево, в котором ветвь дерева (норатор или ЗЭТ) будет включена параллельно дополнительному норатору. Если этот аномальный элемент окажется норатором, то, исходя из вышеизложенного, два параллельных норатора можно заменить одним.

Это означает, что такое подключение дополнительного норатора вполне допустимо. Для определения конкретных узлов дерева, между которыми можно включать дополнительный норатор, можно на исходном

дереве показать пометки узлов [5]. Тогда дополнительный норатор можно включать между теми узлами деревьями, которые имеют одинаковые пометки.

Теперь рассмотрим схему, в которой есть дерево из нораторов и (или) ЗЭТ, и к ней подключается дополнительный ЗЭТ так, чтобы он образовал контур с аномальными элементами этого дерева. Сделав эквивалентные преобразования аномальных элементов в этом дереве, всегда можно получить новое дерево, в котором ветвь дерева (норатор или ЗЭТ) будет включена параллельно дополнительному ЗЭТ.

Если этой ветвью дерева будет ЗЭТ, то, исходя из вышеизложенного, два параллельных ЗЭТ можно заменить одним. Это означает, что такое подключение дополнительного ЗЭТ вполне допустимо. Для определения конкретных узлов дерева, между которыми можно включать дополнительный ЗЭТ, следует на исходном дереве показать пометки узлов. Тогда дополнительный ЗЭТ можно включать между теми узлами дерева, которые имеют разные пометки.

Отдельно рассмотрим варианты подключения норатора и ЗЭТ, когда на рис. 5 и 7 один из узлов (например, узел b) заземлён. В систему уравнений, составленную по методу узловых потенциалов, уравнения для тока узла «земли» не приводится, потому что оно линейнозависимо от остальных уравнений.

При подключении заземлённого норатора или ЗЭТ, его неопределённое напряжение не изменит потенциала узла U_a , и его можно не учитывать в системе уравнений (1а). Неопределённый ток войдет в уравнение для узлов a и b отсутствующее уравнение для узла «земли».

Для исключения этого неопределённого тока необходимо формально заменить эти два уравнения на их сумму (для случая норатора) или разность (для случая ЗЭТ). Понятно, что результирующее уравнение по-прежнему будет линейно-зависимым от остальных уравнений и его можно исключить из системы уравнений. В результате, для учёта заземлённых нораторов или ЗЭТ, подключённых к узлу a , из системы уравнений (1а) нужно просто исключить соответствующее уравнение.

При параллельном подключении двух заземлённых нораторов или ЗЭТ (аналогично схемам на рис. 6 и 8), потенциал узла U_a также не изменяется, а два дополнительных тока войдут в те же уравнения для узла a и отсутствующее уравнение «земли». Исключение всех токов аномальных элементов можно сделать аналогично предыдущему случаю – удалением уравнения, соответствующего узлу a .

Рассмотренные выше эквивалентные упрощения для параллельных соединений и контуров в силу дуальности распространяются на последовательные соединения и сечения однотипных нулловых и зеркальных элементов.

Особенности эквивалентных упрощений при анализе методом схемных определителей (МСО). Как следует из изложенного, говоря об анализе схем по МСО, можно утверждать о невозможности подобных упрощений параллельных и последовательных соединений в производных схемах, возникающих в результате выделения элементов. Рассматривая исходную схему, которую, как и систему уравнений, перед анализом нужно сделать линейно независимой, необходимо выполнить ряд рассмотренных выше схемных упрощений. Поэтому следует различать комплексы эквивалентных упрощений, выполняемых до анализа и во время анализа, чего не сделано в основополагающей работе по МСО [2].

В частности, при переносе норатора или нуллатора в разомкнутую или замкнутую ветвь по соответствующему контуру или через соответствующее сечение появляются дополнительные нораторы или нуллаторы, параллельные или последовательные уже имеющимся. Такие соединения не вырождают схему, поскольку ее анализ еще не начинался. Необходимо удалить эти лишние аномальные элементы. АЭ. При этом не нарушается парность, как в случае подобного упрощения в случае образования аномальных контуров или сечений при анализе по МСО.

Специального рассмотрения заслуживают случаи, когда параллельные и последовательные соединения образуются нулловыми и зеркальными аномальными элементами одного.

Эквивалентные преобразования параллельных соединений нулловых и зеркальных аномальных элементов. Схемно-алгебраическое доказательство преобразования параллельного соединения норатора и ЗЭТ, основанное на нулловых преобразованиях, показано на рис. 9.

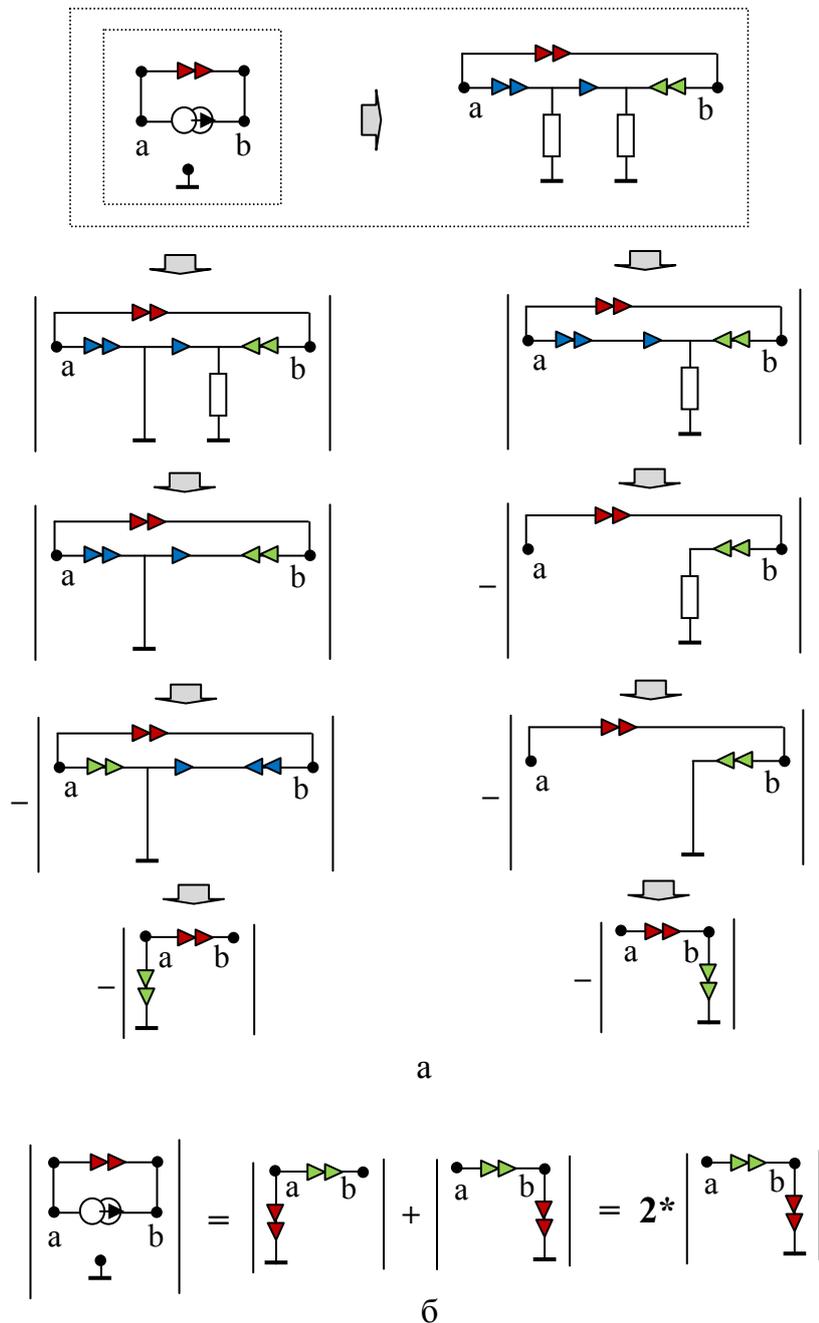


Рис. 9. Параллельное соединение норатора и ЗЭТ: схемно-алгебраическое доказательство (а), окончательный результат (б)

Схемно-алгебраическое преобразование параллельного соединения нуллатора и ЗЭН, показанное на рис.10,а, непосредственно следует из формулы выделения ЗЭН [6].

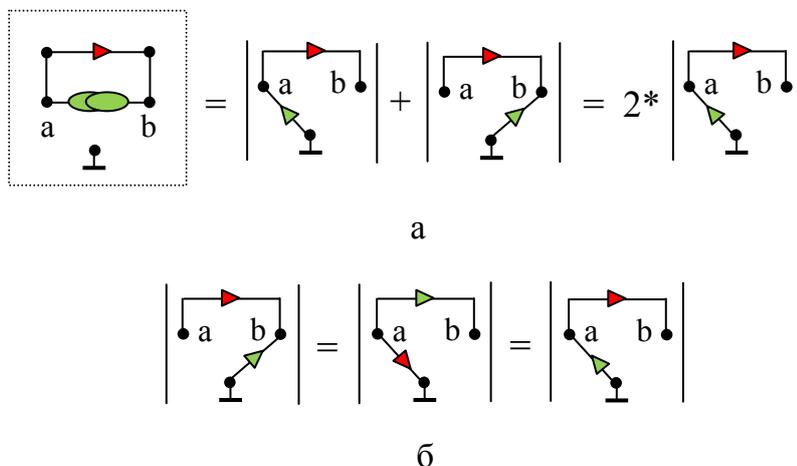


Рис. 10. Параллельное соединение нуллатора и ЗЭН: схемно-алгебраическое доказательство (а), используемое преобразование деревьев (б).

На рис.10,б представлено преобразование нуллаторных деревьев, дуальное используемому на рис.9,б.

Выводы

1. Исключение лишнего норатора или нуллатора из параллельных (последовательных) соединений нораторов или нуллаторов соответствует исключению одного или более уравнений из системы для обеспечения ее линейной независимости. Замена параллельных и последовательных соединений нуллаторов или нораторов одним элементом – нуллатором или норатором [1] корректна, если выполняется перед анализом схемы.

2. В рамках метода схемных определителей такие соединения до сих пор рассматривались как вырождающие схему [2]. Здесь установлено, что вырождение во всех этих случаях действительно наступает, но является следствием не образования контуров или сечений, содержащих только нораторы или только нуллаторы, а следствием нарушения парности в результате размыкания контуров или сечений после требуемых упрощений. Поэтому обсуждаемое упрощение необходимо для

обеспечения разрешимости задачи анализа при рассмотрении исходной схемы, но не схем, производных от нее. Если после эквивалентного упрощения нарушается парность, то исходная схема вырождена, а задача анализа поставлена некорректно.

3. Предложены схемно-алгебраические доказательства упрощения параллельных соединений ЗЭТ с норатором и ЗЭН с нуллатором. Эти упрощения дополняют упрощения среди нулловых или среди зеркальных параллельных соединений и являются следствиями формул выделения нулловых элементов.

Список литературы

1. Bruton L.T. RC active circuits: theory and design / Englewood Cliffs.– NJ: Prentice-Hall, 1980.

2. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– №5.– С. 43–52.

3. Davies A.C. Matrix Analysis of Networks Containing Nullators and Norrators // Electronic Letters.– 1966.– Vol. 2, no.2 (February).– P. 48–49.

4. Soliman A.M., Saad R.A. On the voltage mirrors and the current mirrors // Analog Integr. Circuits signal process.–2002.– Vol. 32, no. 1 (Jul).– P. 79–81.

5. Майко Г.В., Филаретов В. В. Эквивалентные преобразования деревьев с нулловыми и зеркальными аномальными элементами в линейных электрических цепях// Синтез, анализ, диагностика электронных цепей: Международн. сб. науч. трудов. – Ульяновск: УлГТУ, 2013.– Вып. 11.– С. 17–38.

6. Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ электрических цепей с нулловыми и зеркальными аномальными элементами // Электричество.– 2013.– № 10.– С. 60–65.

Gennadiy Mayko (Майко Геннадий Владимирович) – канд. техн. наук, Sr. Principal Engineer, Broadcom Corporation, USA. E-mail: gmayko@gmail.com

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СТЫГИВАНИЕМ ЗЕРКАЛЬНЫХ АНОМАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

В. В. Филаретов

Операция стягивания нулловых аномальных элементов обобщена для выделения зеркальных идеальных и неидеальных элементов, что обеспечивает повышение эффективности разложения схемных определителей и уменьшение сложности формируемых выражений.

The operation of extraction nullor pathological elements are generalized to extraction of the ideal and non-ideal mirror elements, which improves the efficiency of decomposition of circuit determinants and reducing the complexity of the generated expressions.

Зеркальные идеальные элементы. Зеркальные аномальные элементы (ЗАЭ) были введены немногим более десятилетия назад [1], но за прошедшее время нашли широкое применение в проектировании аналоговых электронных цепей [2]. Введение ЗАЭ привело к разработке соответствующих модификаций узлового метода [2], а также обобщений метода схемных определителей [3–6]. Однако до сих пор специалисты испытывают трудности с пониманием природы зеркальных элементов и их принципиальных отличий от нулловых элементов. Введение новых элементов с помощью уравнений полезно сопровождать соответствующей схемной интерпретацией. В противном случае возможен отрыв от физической основы.

Существует два типа ЗАЭ: зеркальный элемент тока (ЗЭТ) и зеркальный элемент напряжения (ЗЭН), нулловые схемы которых представлены на рис. 1. На рис. 2 показаны три возможных типа зеркальных и зеркально-нулловых идеальных элемента, которые могут быть образованы только зеркальными аномальными элементами или аномальными элементами обоих типов.



Рис. 1. Нулловые схемы замещения:
ЗЭТ (а) и ЗЭН (б), образующие зеркальный идеальный элемент

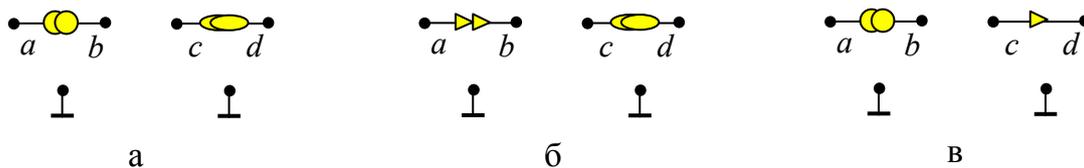


Рис. 2. Зеркальные идеальные элементы:
M-элемент (а), Q-элемент (б), T-элемент (в)

О взаимосвязи алгебраических и схемно-алгебраических тождеств. Соотношения между зеркальными и нулловыми элементами могут быть представлены схемно-алгебраическими тождествами на рис. 3. Поочередно разлагая каждый зеркальный аномальный элемент на два нулловых элемента приходим к матричному аналогу – тождеству вида

$$\Delta_{(a-b)(c-d)} = \Delta_{ac} + \Delta_{ad} + \Delta_{bc} + \Delta_{bd}. \quad (1)$$



Рис. 3. Разложение зеркальных элементов на нулловые элементы, соответствующее алгебраическому тождеству (1)

В частных случаях – при замыкании одного или двух ЗЭЭ – получаем схемно-алгебраические тождества на рис. 4, соответствующие алгебраическим тождествам (2) или (3)

$$\Delta_{(a-a)(c-d)} = 2\Delta_{a(c-d)}, \quad (2)$$

$$\Delta_{(a-b)(c-c)} = 2\Delta_{(a-b)c}. \quad (3)$$

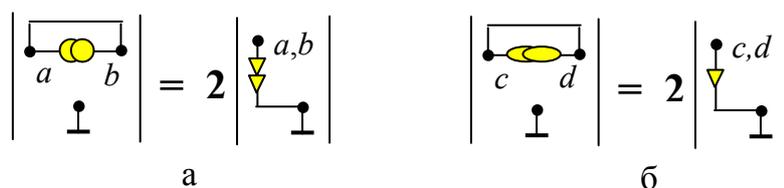


Рис. 4. Замыкание зеркальных элементов, соответствующее алгебраическому тождеству (2) – а) или (3) – б)

Схемно-алгебраические формулы для выделения ЗАЭ (рис. 3) повышают эффективность программ символьного анализа, но не обеспечивают минимальный объем выкладок. Это обусловлено тем, выделение каждого ЗАЭ приводит к разложению определителя исходной схемы к разложению определителей двух производных схем, подобно формуле выделения элементов с конечными параметрами. Между тем, учет ЗАЭ в матрице узловых проводимостей путем вычитания строк или столбцов, по сути, не отличается от учета нулловых элементов, выполняемого путем сложения строк или столбцов.

Учет нуллора в матрице соответствует на схемном уровне преобразованию стягиванием нуллора [7, 8]. Однако до сих пор аналогичное преобразование для идеального зеркального элемента не обосновано и не формализовано. Имеющиеся методики выделения зеркальных элементов [3–5] нельзя признать достоверными в общем случае.

Чтобы повысить эффективность расширенной версии программы CIRSYM для зеркальных аномальных элементов (ЗАЭ), здесь предлагается алгоритм стягивания ЗАЭ.

Преобразования каскадного соединения инверсных повторителей тока и напряжения с нулловыми и зеркальными аномальными элементами. Для дальнейшего рассмотрения существенно представление ЗЭТ и ЗЭН в виде последовательного соединения норатора или нуллатора и инверсного повторителя тока (ИПТ) или инверсного повторителя напряжения (ИПН), как показано на рис. 5.

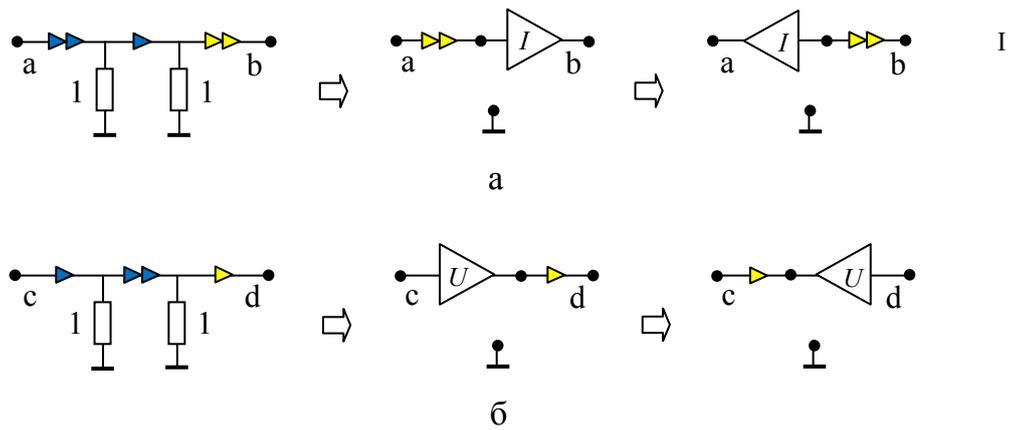


Рис. 5. Зеркальный элемент тока в виде норатора и ИПТ (а) и зеркальный элемент напряжения в виде нуллятора и ИПН (б)

В отличие от нуллятора и норатора аномальные зеркальные элементы ЗЭН и ЗЭТ, входящие в состав зеркальных идеальных элементов, не имеют направления, поэтому узлы их подключения (а, б, с, d на рис. 5) можно указывать в любом порядке.

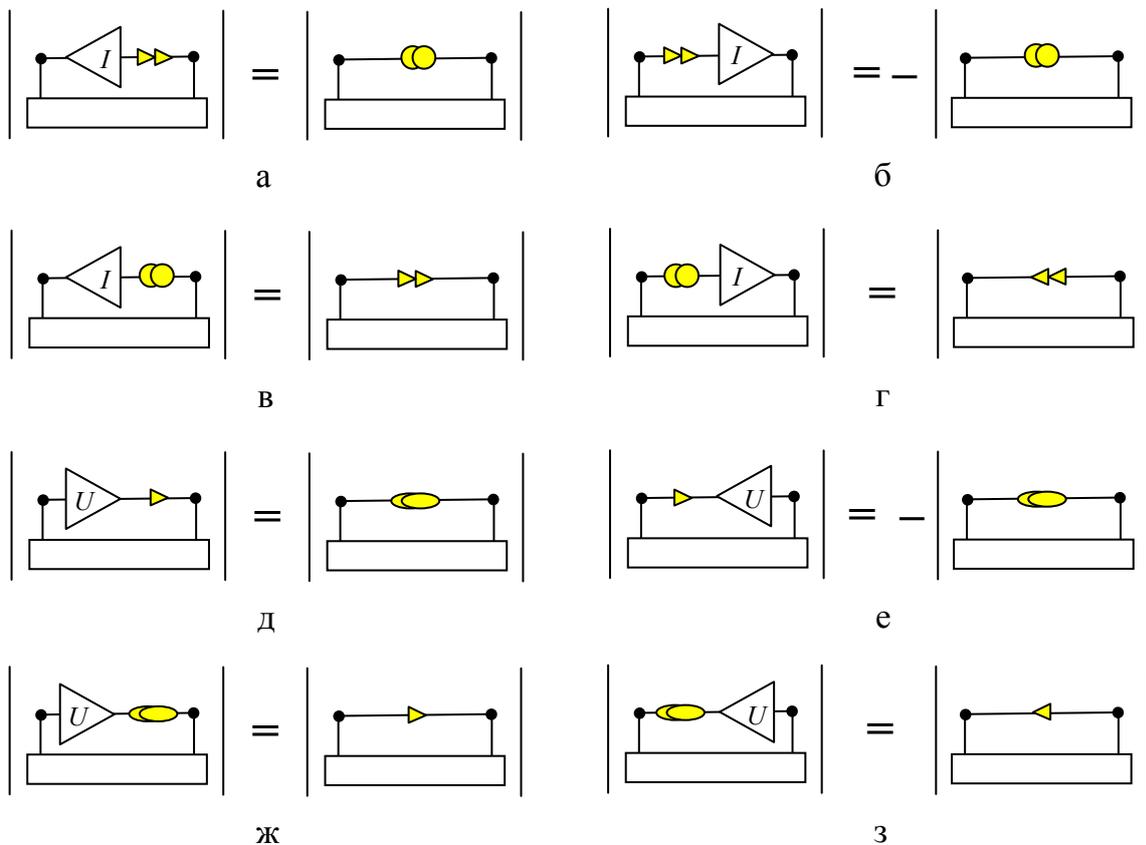


Рис. 6. Преобразование последовательных соединений нулловных и зеркальных аномальных элементов с инверсными повторителями тока (а–г) и напряжения (д–з)

Из рис.5 вытекают зеркально-нулловые соотношения, коэффициентами подобия в которых выступают инверсные повторители, что показано на рис. 6.

Для каскадного соединения двух инверсных повторителей справедливы очевидные преобразования, показанные на рис. 7. Преобразования переносом инверсных повторителей через сечение, показанные на рис. 8, не так очевидны.

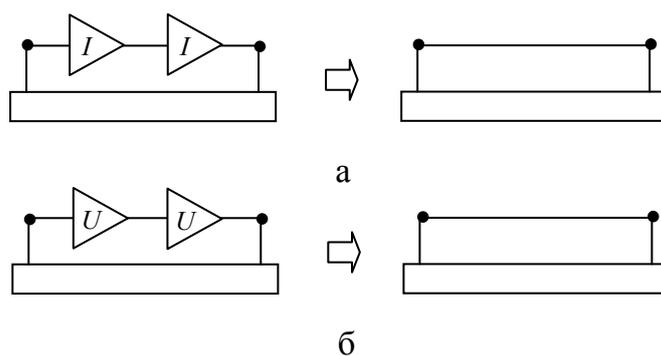


Рис. 7. Преобразование последовательных соединений инверсных повторителей тока (а) и напряжения (б)

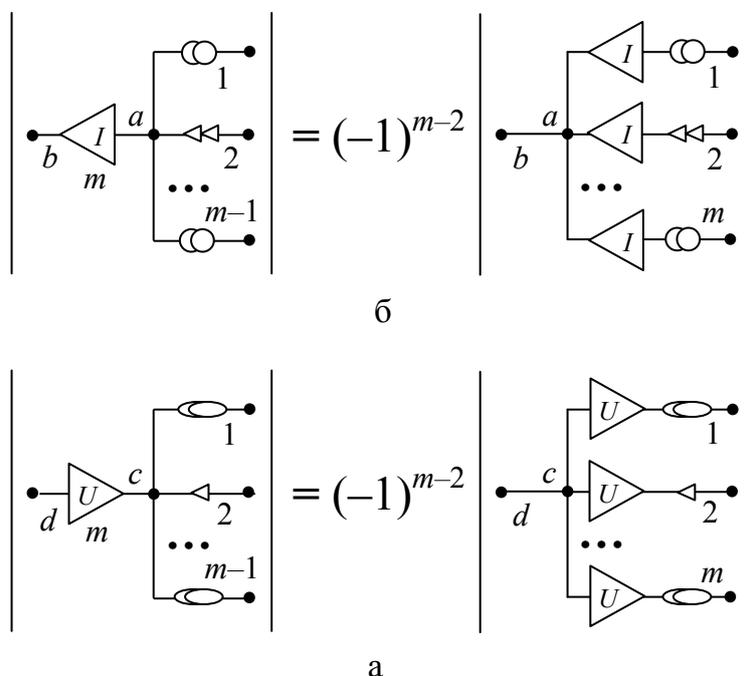


Рис. 8. Перенос инверсных повторителей:
повторителя тока через нороторное сечение $1 \dots m$ (а),
повторителя напряжения через нулляторное сечение $1 \dots m$ (б)

Преобразование стягиванием нуллора. Преобразование стягиванием нуллора доказано на основе графа тока и напряжения [7], используется в различных версиях программы CIRSYM в течение 15 лет. Этот алгоритм соответствует алгебраическому алгоритму [9] при отсутствии вычитаний в индексах. Ниже приведено краткое описание этого преобразования, необходимое для его обобщения.

1. Выбор опорных узлов. В качестве опорных узлов может быть выбран один или два узла, соединенных со стягиваемыми нуллорными элементами. В качестве опорного узла лучше выбирать узел, общий для норатора и нуллатора выделяемого нуллора. Опорный узел может совпадать с базисным узлом схемы.

2. Стягиваемый нуллорный элемент переключает другие подобные элементы с опорного узла на другой узел этого норатора или нуллатора. Таким образом, норатор, стягиваясь, тянет за собой инцидентные нораторы и источники тока. Нуллаторы и приемники напряжения, инцидентные опорному узлу, остаются на месте. Аналогично, нуллатор, стягиваясь, тянет за собой инцидентные нуллаторы и приемники напряжения. Нораторы и источники тока, инцидентные опорному узлу, остаются на месте.

3. Выделяемые норатор и нуллатор удаляются из схемы, стягиваясь в узел. Опорные узлы, если их два, объединяются.

4. Правило знаков. Если стягиваемые норатор и нуллатор имеют одинаковую ориентацию по отношению к опорным узлам, то знак результирующего определителя берется положительным, в противном случае – отрицательным. Если использовались два опорных узла, то это правило знаков инвертируется, то есть знак берется положительным при различной ориентации стягиваемых норатора и нуллатора по отношению к опорным узлам.

Преобразование стягиванием зеркального аномального элемента. Рис.5–8 положены в основу преобразования стягиванием зеркальных аномальных элементов, показанного на рис. 9.

Доказательство преобразования стягиванием ЗЭТ (ЗЭН) основывается на последовательности шагов: 1) представление ЗЭТ (ЗЭН) в виде норатора и ИПТ (нуллатора и ИПН); 2) стягивание по известному правилу норатора (нуллатора), входящего в состав ЗЭТ (ЗЭН); при этом в замещающей схеме появляется новый узел и новый элемент ИПТ (ИПН), знак определителя $\text{sign}=1$ при $a \neq c$ и $\text{sign}=-1$ при $a=c$; 3) эквивалентный перенос ИПТ (ИПН) через этот новый узел степени m ; знак определителя $\text{sign}=\text{sign}*(-1)^{m-2}$ образующиеся при этом переносе последовательные соединения: «нуллатор+ИПН», «норатор+ИПТ», «ЗЭН+ИПН», «ЗЭТ+ИПТ» заменяются одним элементом (ЗЭН, ЗЭТ, нуллатор, норатор соответственно).

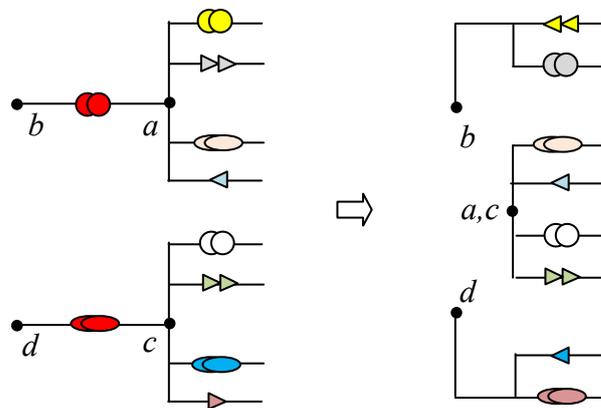


Рис. 9. Преобразование стягиванием идеального зеркального элемента, состоящего из ЗЭТ и ЗЭН

Для доказательства алгоритма стягивания напомним [7], что стягивание норатора с первого (опорного) узла a на второй узел b заключается в переключении других нораторов, инцидентных узлу a на второй узел b . При этом номер опорного узла a исчезает из списка подключений всех элементов. Затем стягиваемый норатор исключается из схемы. Аналогично поступают с нуллатором выделяемого нуллора. Нуллатор стягивается с первого по порядку узла подключения (опорного узла) c на второй узел d .

После выполнения стягивания опорные узлы стянутых норатора и нуллатора объединяются (если они различные) или эта операция опускается (при одном и том же опорном узле нуллатора и норатора). В первом случае определитель полученной схемы приобретает знак «минус», а во втором – «плюс».

На шаге 4 выполняются обратные преобразования последовательных соединений нулловых и зеркальных аномальных элементов (рис. 6). ИПТ и ИПН – несимметричные элементы, поэтому включаются своими полюсами относительно аномальных элементов так, чтобы не образовывалось вырождающее схему сечение из двух нораторов или двух нуллаторов. На рис. 10 показана последовательность преобразований, используемых при стягивании ЗАЭ.

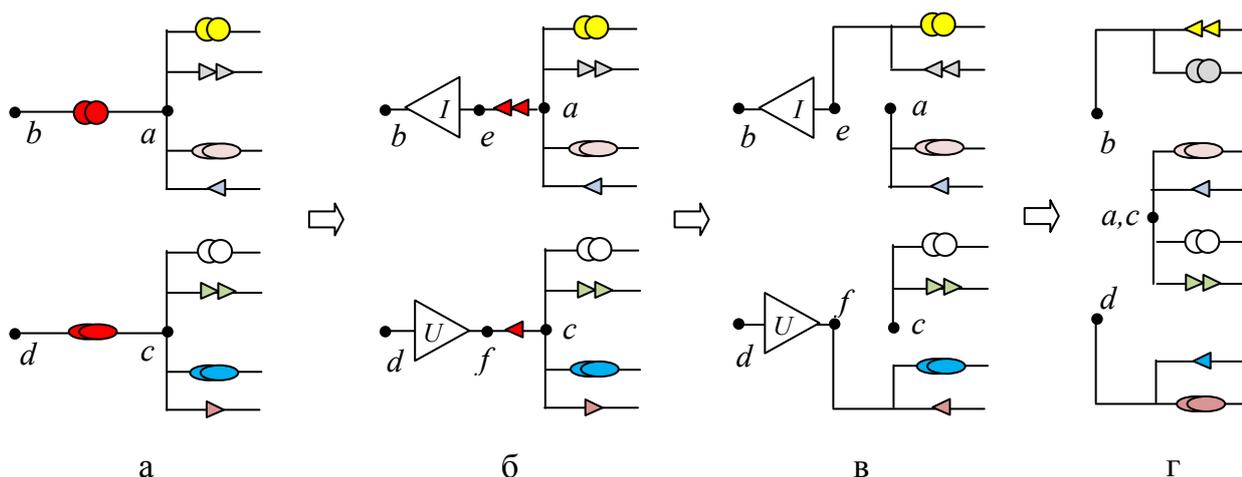


Рис. 10. Стягивание идеального зеркального элемента: исходная схема (а), замещение ЗЭТ и ЗЭН нулловыми элементами и инверсными повторителями (б), стягивание нуллора (в), преобразование нулловых элементов в зеркальные элементы и наоборот, объединение узлов а и с (г)

На шаге 2 алгоритма принято, что опорными узлами считаются начальный и конечный узлы подключения аномальных элементов. Это упрощает правило знаков, которое теперь не будет зависеть от ориентации стягиваемых аномальных элементов по отношению к их опорным узлам.

Согласно нулловым схемам замещения зеркальных элементов (рис. 1) перед стягиванием левого норатора или левого нуллатора (на рис. 1,а

или рис. 1,б соответственно) необходимо взаимно поменять номера (цвет) у стягиваемого норатора или нуллатора с другим норатором или нуллатором в схеме замещения ЗЭТ или ЗЭН.

Если стягивание норатора или нуллатора выполняется справа, то такого изменения спаривания нуллов не требуется, поскольку правые на рис. 1,а и рис. 1,б норатор или нуллатор имеют номер, принадлежащий стягиваемому зеркальному идеальному элементу.

Эквивалентность схем, полученных в результате стягивания нораторов или нуллаторов, образующих ЗЭТ или ЗЭН, слева или справа не нарушается в силу различных направлений остающихся после стягивания аномальных элементов, отнесенных к ИПТ или ИПН (рис. 5). Таким образом, правило знаков, записанное для шага 2 предложенного алгоритма, оказывается справедливым.

Однако в силу фиксированного направления норатора или нуллатора, со стороны которого выполняется стягивание (рис. 10,б) – этот нулловый элемент всегда направлен к опорному узлу – правило упрощается. Если стягивается M -элемент, как на рис. 9–10, то знак определителя схемы, полученной в результате стягивания, принимается положительным (отрицательным) при двух опорных узлах (одном опорном узле). В случае стягивания Q - или T -элемента необходимо учесть направление соответствующего нуллового элемента, который может быть направлен, как к опорному узлу, так и от него.

Как видно из рис.9, учет зеркальных аномальных элементов в методе схемных определителей оказывается сложнее учета нулловых элементов, поскольку требуется изменение типа элементов – преобразование зеркальных элементов в однотипные нулловые и наоборот (рис. 9 справа).

Для иллюстрации алгоритма выделения зеркальных аномальных элементов рассмотрим весьма простой пример схемы, соответствующей многократному суммарному алгебраическому дополнению (МСАД).

Пример 1. Выполнить разложение МСАД вида

$$\Delta_{(1-2)(2+1),(1-4)(0+1),(1+4)(1+4)} \cdot \quad (4)$$

используя отображение индексов строк и столбцов нулловыми или зеркальными аномальными элементами.

Соответствующая МСАД (4) схема показана на рис. 11,а. Рис.11,б – рис.11,з представляют подробную последовательность производных схем, полученных стягиванием идеальных элементов на базе ЗЭТ (имеющихся в исходной схеме или вновь образующихся).

При стягивании T -элемента, состоящего из ЗЭТ 1-2 и нуллатора 2-1, в качестве опорных узлов используются узлы 1 и 2 соответственно (рис. 11,а).

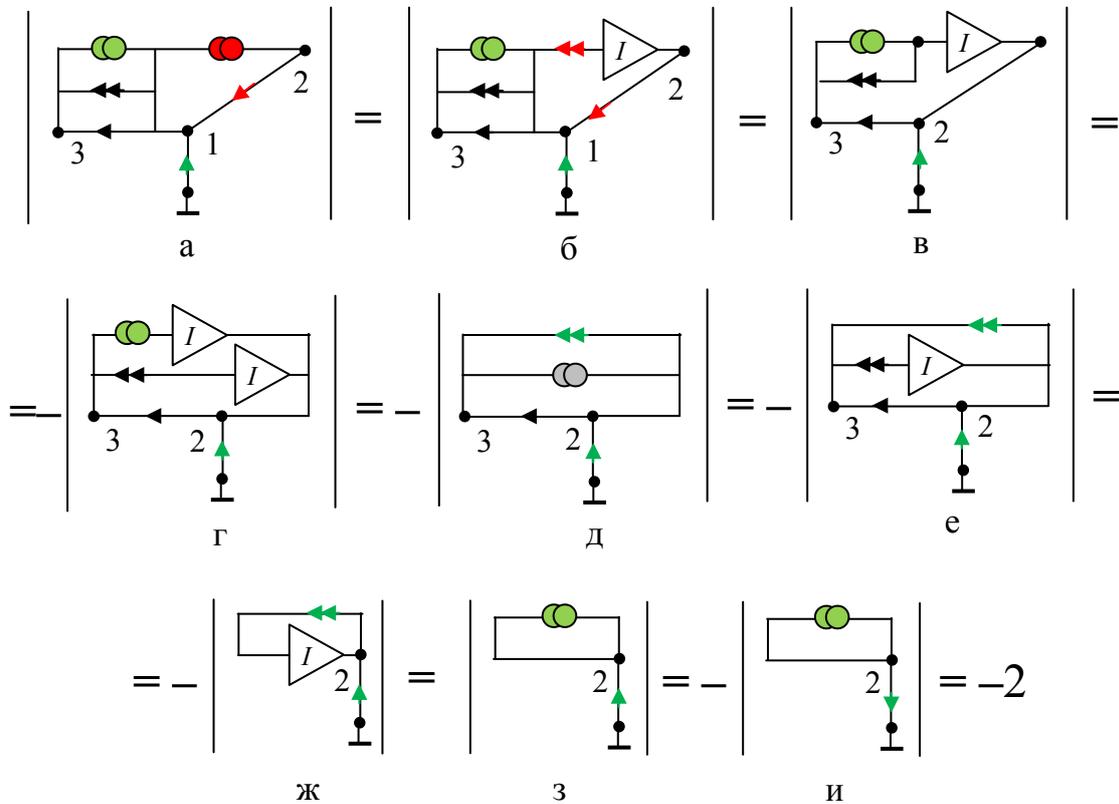


Рис. 11. Преобразование стягиванием: исходная схема (а); ИПТ в составе T -элемента (б); выделение нуллора в составе T -элемента (в); перенос ИПТ через образовавшийся узел (г); преобразование «ЗЭТ+ИПТ» в норатор и «норатор+ИПТ» в ЗЭТ (д); ИПТ в составе T -элемента (е); выделение нуллора в составе T -элемента (ж); преобразование элемента «норатор+ИПТ» в ЗЭТ (з).

Согласно предложенному выше алгоритму доказательства, стягивается не сам ЗЭТ 1-2, а входящий в него (в силу рис. 10) норатор со стороны опорного узла 1 (рис. 10,б). Поэтому операция стягивания ЗЭТ, в отличие от стягивания норатора, сопровождается образованием дополнительного узла между стягиваемым норатором и ИПТ. Между этим новым узлом и вторым узлом (узел 2) стягиваемого ЗЭТ помещается новый элемент – ИПТ, по сути, остаток от ЗЭТ 1-2 после стягивания норатора (рис. 11,б).

В результате стягивания нуллора в составе выделяемого T -элемента получается схема на рис. 11,в. Знак определителя этой схемы положительный, поскольку опорные узлы различные, но стягиваемые норатор и нуллятор направлены встречно по отношению к опорным узлам.

Далее ИПТ переносится через вновь образованный узел со степенью $m=3$ и получается схема на рис. 11,г. Определитель этой схемы приобретает отрицательный знак, поскольку $(-1)^{m-2} = -1$. В силу преобразований на рис. 6,а и рис. 6,г получается схема на рис. 10,д.

При стягивании другого T -элемента относительно опорных узлов 3 и 2 (рис. 11,д) определитель полученной схемы приобретает положительный знак аналогично предыдущему случаю. Определитель схемы на рис. 11,ж с последовательным соединением норатора и ИПТ в соответствии с рис. 6,б приобретает отрицательный знак, который компенсирует отрицательный знак перед определителем. На схеме рис. 11,ж изменено направление нуллатора. Схемный определитель на рис. 11,з раскрывается на основе тождества (2) с учетом идеального проводника замыкающего узлы 2 и 0.

Нет необходимости записывать решение так, как оно представлено на рис. 11. Достаточно выполнить стягивание T -элементов в исходной и двух производных от нее схемах в соответствии с рис. 9, минуя переход к схемам замещения на ИПТ и выделение нуллора. Такое решение приводится ниже.

$$= -2. \quad (5)$$

Преобразование стягиванием без перехода к инверсным повторителям путем инверсии зеркально-нулловых элементов в сечении. Преобразование стягиванием ЗАЭ на рис. 9 остается довольно трудоемким по сравнению с преобразованием стягиванием нуллора, поскольку выбор знака требует подсчета числа аномальных элементов, инцидентных опорным узлам.

Из решения примера на рис. 11 видно, что источником усложнения этой процедуры является переход от ЗАЭ к соответствующим нулловым элементам и инверсным повторителям. Именно перенос инверсного повторителя через узел изменяет знак определителя, Поэтому желательно избежать перехода к инверсным повторителям и выполнять стягивание непосредственно на уровне ЗАЭ.

Чтобы упростить нахождение знака и, по сути, автоматически находить его в процессе разложения определителя, предлагается в процедуру стягивания ЗАЭ ввести промежуточный этап – замену ЗАЭ соответствующим нулловым элементом.

Это новое преобразование, а не обычно применяемое умножение на (-1) всего составного индекса строки/столбца с последующим изменением знака определителя. Здесь знак определителя схемы не меняется. Минус из исходной разности, которая превращается в сумму, инвертирует минусы или плюсы с одинаковым номером. Это не привнесенный извне, а собственный минус МСАД.

Сечение для проведения инверсии может включать зеркальные и нулловые элементы обоих типов. Например, если есть подсечение с ЗЭТ и нораторами, то можно заменить выбранный для стягивания ЗЭТ на норатор. При этом для того, чтобы сохранить уравнение токов в этом сечении, необходимо другие ЗЭТ (нораторы) в этом сечении заменить на нораторы

(ЗЭТ). Такая замена не повлияет на уравнения в других узлах, которым инцидентны аномальные элементы рассматриваемого сечения.

Очевидно, со стороны дуального подсечения возможны аналогичные преобразования. В матричной интерпретации это соответствует замене разности строк или столбцов на инверсию сумм и разностей, имеющих номер первого индекса исходной разности. В практических схемах сечение может быть смешанным, то есть в него могут входить элементы обоих типов как нораторы и ЗЭТ, так нулаторы и ЗЭН.

Алгебраическое раскрытие МСАД (4) с помощью замены выделяемой разности на сумму имеет вид:

$$\begin{aligned}
 & \Delta_{(1-2)(2+1),(1-3)(0+1),(1+3)(1+3)} = \\
 & = -\Delta_{(1-2)(2+1),(3-1)(0+1),(3+1)(1+3)} \rightarrow \\
 & \rightarrow -\Delta_{(1+2)(2+1),(3-(-1))(0+1),(3+(-1))(1+3)} = \\
 & = -\Delta_{(1+2)(2+1),(3+1)(0+1),(3-1)(1+3)} = \\
 & = -\Delta_{(3+2)(0+2),(3-2)(2+3)} = \\
 & = -\Delta_{(3-2)(2+3),(3+2)(0+2)} = \\
 & = \Delta_{(3-2)(2+3),(2+3)(0+2)} \rightarrow \\
 & \rightarrow \Delta_{(3+2)(2+3),(2+(-3))(0+2)} = \\
 & = \Delta_{(3+2)(2+3),(2-3)(0+2)} = \\
 & = \Delta_{(2-2)(0+2)} = \\
 & = 2\Delta_{(2+0)(0+2)} = -2\Delta_{(2+0)(2+0)} = -2
 \end{aligned}$$

ЗЭТ и ЗЭН – неориентированные элементы. Принятое на рисунках обозначение ЗАЭ на рисунках в виде полного и неполного кружка, конечно, можно использовать для указания направления, но это не используется. Например, в приведенном выше алгебраическом решении разность (1–3) можно заменить разностью (3–1) и это не изменит значения и знака определителя. В то же время смена положения индексов в сумме: (1+3) на (3+1) влечет изменение знака минора.

В свете алгебраической интерпретации изменяется ход преобразований при стягивании зеркального идеального элемента на рис. 10 как показано на рис. 12.

Таким образом, для стягивания зеркального идеального элемента (M -элемента) выбираются два опорных узла или один узел (при наличии общего узла у ЗЭТ и ЗЭН). Далее выполняются преобразования нулловых элементов, однотипных ЗЭН или ЗЭТ, которые подключены к опорным узлам, и стягивание нуллора, замещающего стягиваемый M -элемент:

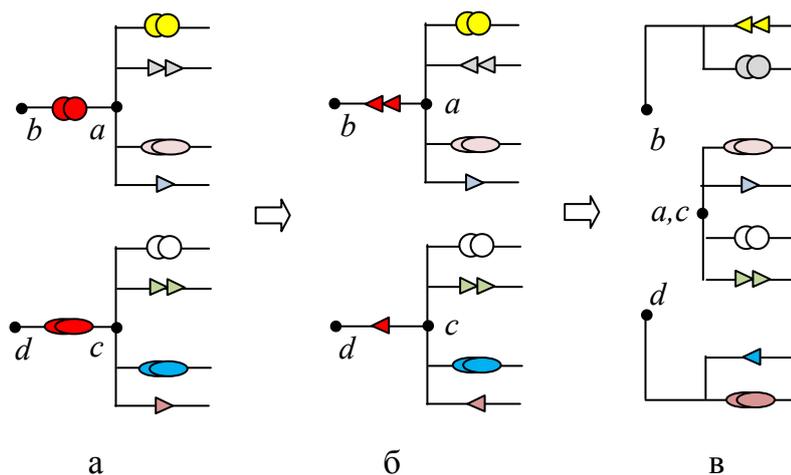


Рис. 12. Стягивание зеркального идеального элемента: исходная схема (а), замещение ЗЭТ и ЗЭН нулловыми элементами с преобразованием в сечениях опорных узлов нулловых элементов в зеркальные элементы и наоборот (б), стягивание нуллора (в).

1. Изменяется направление у нораторов (нуллаторов) $(a+b) \rightarrow (b+a)$, чтобы нораторы (нуллаторы), инцидентные опорному узлу стягиваемого ЗЭТ (ЗЭН), были направлены к этому опорному узлу. Если выполняется это преобразование, то знак минора заменяется на противоположный.

2. Инверсия ЗЭТ и нораторов (ЗЭН и нуллаторов), подключенных к опорному узлу для ЗЭТ (ЗЭН). При этом выполняются замены: ЗЭТ \rightarrow норатор, норатор \rightarrow ЗЭТ или ЗЭТ \rightarrow норатор, норатор \rightarrow ЗЭТ соответственно. Вновь образованные нораторы и нуллаторы ориентируются к опорным узлам.

3. Стягивание норатора и нуллатора, замещающих стягиваемые ЗЭТ и ЗЭН. При этом выполняются замены: $a \rightarrow b$ для узлов нораторов, $c \rightarrow d$ для

узлов нуллаторов, $a \rightarrow c$ для узлов нораторов и нуллаторов. Если $a \neq c$, то $\text{sign} = \text{sign}^*(-1)$.

Соответствующее этому алгоритму решение приведено на рис. 13.

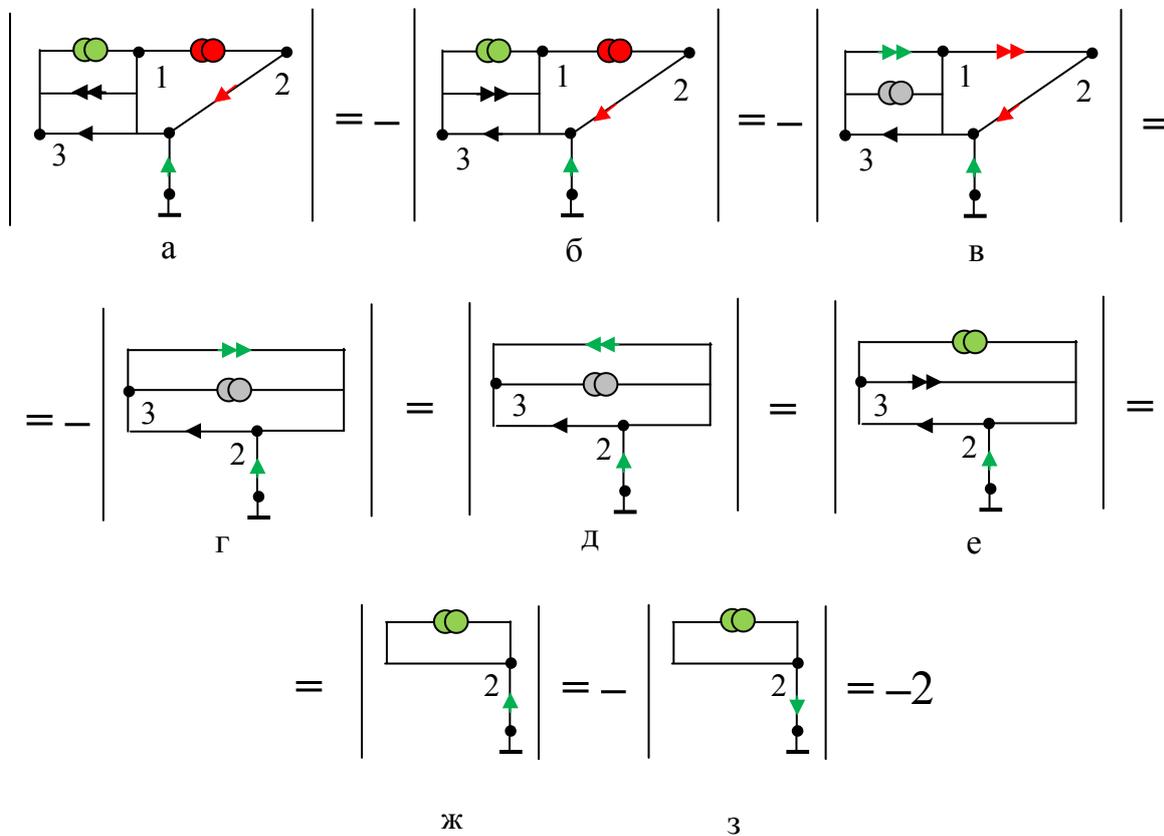


Рис. 13. Преобразование стягиванием без перехода к ИПТ:

исходная схема (а);

ориентация норатора к опорному узлу 1 (б)

преобразование красного ЗЭТ в норатор (в);

стягивание красного нуллора (г);

ориентация норатора к опорному узлу 3 (д)

преобразование черного ЗЭТ в норатор (е);

стягивание черного нуллора (ж);

(з) – применение тождества (2).

Нет необходимости записывать решение так, как оно представлено на рис. 13. Достаточно выполнить стягивание T -элементов в исходной и двух производных от нее схемах в соответствии с рис. 9 (правилами 1 и 2),

выполняя стягивание T -элементов как нуллов. Такое решение приводится ниже.

$$\left| \begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \text{Circuit 2} \\ \text{Circuit 3} \end{array} \right| = - \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 4} \\ \text{Circuit 5} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 6} \\ \text{Circuit 7} \end{array} \right| = -2. \quad (6)$$

Знак минус перед второй производной схемой в схемно-алгебраическом решении (6) обусловлен (в силу пункта 1 алгоритма стягивания) изменением направления нотора к опорному узлу 1. К этому же узлу направлен нотор, замещающий ЗЭТ на второй схеме.

Исключение узла, к которому подключены только нулловые и зеркальные аномальные элементы. Это преобразование показано на рис. 14, который является следствием рис. 9. Опорным узлом для преобразования является общий узел стягиваемых ЗЭН и ЗЭТ (рис. 14 слева). Если все нулловые элементы направлены к опорному узлу, то знак преобразования будет положительным в силу пунктов 1 и 3 алгоритма стягивания. В результате преобразования из схемы исключается стягиваемый M -элемент и один узел (центральный узел на рис. 14 слева).

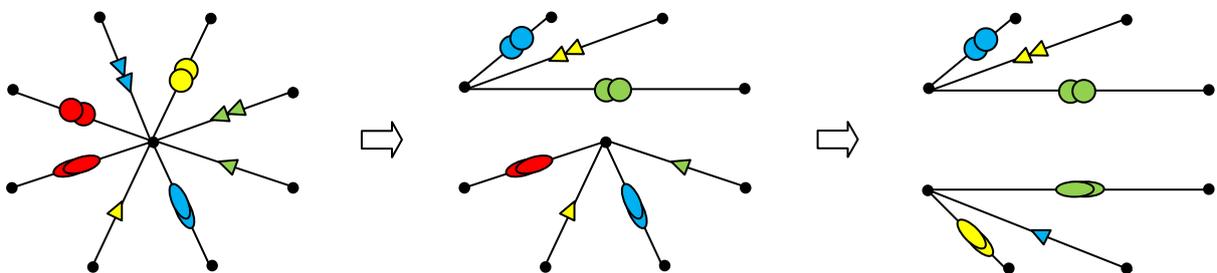


Рис. 14. Преобразование стягиванием M -элемента в сечении из аномальных элементов

Стягивание нуллов не приводит к образованию новых зеркальных элементов. В то же время стягивание аномальных зеркальных элементов может породить новые нулловые или зеркальные элементы (рис. 14). Преобразование относительно одного опорного узла является важным случаем преобразований стягиванием нуллов или зеркальных элементов, и реализовано в программе CIRSYM [7].

Каждое выделение идеальных элементов: нуллора, M -, Q - или T -элемента приводит к уменьшению числа узлов на единицу. Это происходит в результате: либо изоляции узла (при одинаковых опорных узлах норатора и нуллатора), либо объединения опорных узлов. Уменьшение сложности производной схемы обеспечивается также за счет объединения параллельных ветвей, образующихся в результате выделения нуллов и ЗАЭ. Это обуславливает высокую эффективность разложения схемных определителей, что используется в программе CIRSYM [7].

Реализация преобразования стягиванием зеркальных элементов в программе CIRSYM. Чтобы не слишком усложнять программу был реализован случай, когда аномальные элементы стягиваемого зеркального элемента имеют общий узел (рис. 14). Новая функция *nodredm* дополнила функцию стягивания нуллора *nodred*, также предусматривающую наличие общего узла у стягиваемых норатора и нуллатора, которая использовалась в программе CIRSYM на протяжении 15 лет.

Для сравнения новой версии CIRSYM с предыдущими версиями этой программы, а также другими известными программами использовалась тестовая схема в виде полной 8-ми узловой схемы с тремя зеркальными M -элементами [5], которая показана на рис. 15. Параметрам проводимостям присвоены целые значения $y_k=k, k=1, 2, \dots, 28$.

```

M1 1 0 1 2 M2 2 3 3 4 M3 6 5 4 5 E 0 7 1 U 6 7 g1 0 1 1 g2 0 2 2 g3 0 3 3 g4 0 4 4 g5 0 5
5 g6 0 6 6 g7 0 7 7 g8 1 2 8 g9 1 3 9 g10 1 4 10 g11 1 5 11 g12 1 6 12
g13 1 7 13 g14 2 3 14 g15 2 4 15 g16 2 5 16 g17 2 6 17 g18 2 7 18 g19 3 4 19
g20 3 5 20 g21 3 6 21 g22 3 7 22 g23 4 5 23 g24 4 6 24 g25 4 7 25
g26 5 6 26 g27 5 7 27 g28 6 7 28 .end .

```

Учет соединения зеркальных элементов с базисным узлом и соответствующее их преобразование (например, M1 1 0 1 2 → Q1 1 0 1 2) выполняется перед анализом, как исходной схемы, так и производных схем, образующихся в процессе разложения определителей числителя и знаменателя.

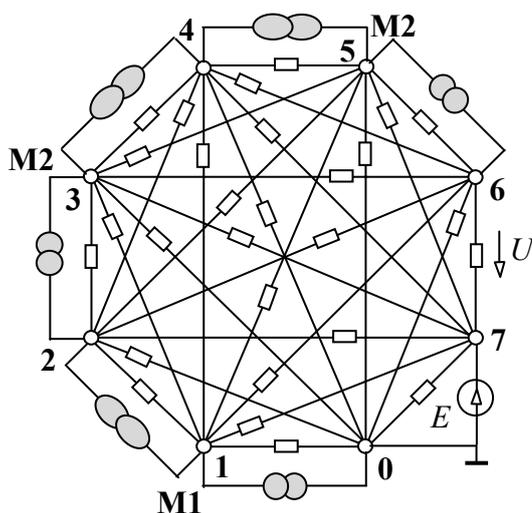


Рис. 15. Полная 8-узловая схема с тремя ЗИЭ

При нахождении передаточной функции по напряжению схемы на рис. 15 сравнивались показатели формул следующих программ, реализующих метод диаграмм выделения параметров (PDD-метод) [10] и метод схемных определителей (обобщенный метод выделения параметров – GPEM-метод) [7, 8], представленные соответственно программами LASOTA и CIRSYM.

В табл. 1 приведены показатели сложности следующих формул: 1) последовательная (sequence of expressions) формула LASOTA_1; 2) единая (flat) формула LASOTA_2; 3) единая формула с использованием нулловых моделей зеркальных элементов CIRSYM_1; 4) единая формула с использованием стягивания зеркальных элементов CIRSYM_2; 5) CIRSYM_3 – модификация единой формулы CIRSYM_2 с первоочередным выделением проводимостей, соединенных параллельно с зеркальными элементами.

Таблица 1. Показатели сложности последовательной и единых формул передаточной функции тестовой схемы на рис. 15

Вид формулы	Число «*»	Число «+»	Число «-»	Число «(»	Число «=»
1. LASOTA_1	311	287	132	168	213
2. LASOTA_2	608	701	179	539	1
3. CIRSYM_1	713	1212	378	1011	1
4. CIRSYM_2	416	484	220	356	1
5. CIRSYM_3	322	582	223	362	1

Как видно из табл. 1, формулы, полученные без перехода к нулловым моделям зеркальных элементов (формулы 2, 4 и 5) существенно компактнее формулы, полученной при замене зеркальных элементов нулловыми элементами (формула 3). Единые формулы, полученные на основе преобразования стягивания зеркальных элементов (формулы 4 и 5), экономнее формулы 2, полученной на основе PDD-диаграммы.

Формула 5 с первоочередным выделением проводимостей, параллельных зеркальным элементам (когда невозможно их стягивание по рис. 14) приближается по числу наиболее трудоемких операций умножения к самой эффективной последовательной PDD-формуле (формула 1). Недостатком формулы 1 является то, что она состоит из 213 формул, то есть является менее обозримой при визуальном просмотре и компьютерной обработке, ориентированной на человеческое восприятие.

Дальнейшая оптимизация формул, генерируемых программой CIRSYM, требует расчета показателей участия пассивных двухполюсников (проводимостей и сопротивлений) для выбора среди них ветвей с наибольшим показателем участия. Практически точная оценка показателей участия по степеням узлов и ветвей, обеспечивающая генерацию оптимальных по сложности выражений [11], возможна лишь в случае схем без нуллов и зеркальных элементов.

Следует отметить, что формулы 1 и 2 были любезно предоставлены Славомиром Ласотой – автором соответствующей программы [10]. При

этом единая формула 2 является прямой разверткой последовательной формулы 1 без дополнительных оптимизирующих преобразований.

Обобщение преобразования стягиванием для неидеальных зеркальных элементов. Соответствующее обобщение было реализовано в программе CIRSYM в виде специальной функции *nodredg*, которая может подключаться в файле конфигурации *setup.sym*. Эта функция позволяет исключать узлы, инцидентные как зеркальным элементам, так и источникам тока, управляемым напряжением (ИТУН). Для этого все двухполюсные проводимости схемы должны быть представлены ИТУН.

Преобразование, обобщающее преобразование на рис. 14, связано с образованием неидеальных зеркальных элементов путем соединения инверсных повторителей тока или напряжения с генератором или приемником ИТУН, а также восстановления неидеальных зеркальных элементов до ИТУН. Как и преобразование на рис. 14, обобщенное преобразование также является новым, но его использование в программе CIRSYM не позволило получить для тестовой схемы на рис. 15 формулу, более компактную, чем формула CIRSYM_3 (табл. 1). Возможно, для других тестов функция *nodredg* покажет лучшие результаты.

Вывод. Операция стягивания нуллора обобщена для выделения зеркальных идеальных элементов, что обеспечивает повышение эффективности разложения определителей схем с зеркальными элементами и уменьшение сложности формируемых выражений.

Список литературы

1. Soliman A.M., Saad R.A. On the voltage mirrors and the current mirrors // Analog Integr. Circuits signal process.–2002.–Vol. 32, No. 1 (Jul).– P. 79–81.
2. Sanchez-Lopez C., Fernandez F.V., Tlelo-Cuautle E., Tan S.X.-D. Pathological element-based active device models and their application to symbolic analysis // IEEE Trans. on circuits and systems–I: regular papers.– 2011.– Vol. 58, no. 6.– P. 1382–1395.

3. Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ электрических цепей с нулловыми и зеркальными аномальными элементами // Электричество.– 2013.– № 10.– С. 60–65.
4. Филаретов В.В. Топологический анализ электрических цепей с зеркальными аномальными элементами // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей : Международн. сборник научн. тр.– Вып. 10.–Ульяновск : УлГТУ, 2012. — С. 66–92.
5. Filaretov V.V., Gorshkov K.S. Topological Analysis of Active Networks Containing Pathological Mirror Elements //Proc. of IEEE 33th International Scientific Conference Electronics and Nanotechnology (ELNANO), Kiev, Ukraine, 2013 (April)– P. 460–464.
6. Филаретов В.В. Разложение многократных суммарных и разностных алгебраических дополнений методом схемных определителей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: международ. сб. науч. тр. – Ульяновск: УлГТУ, 2013. – Вып. 11. – С. 191–212.
7. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // Электричество.– 2001.– № 4.– С. 43–51.
8. Filaretov V.V., Korotkov A.S. Generalized parameter extraction method in symbolic network analysis // Proc. of the European Conf. on circuit theory and desing (ECCTD–2003).– Kraków, Poland, 2003 (Sept).– Vol. 2.– P. 406–409.
9. Филаретов В.В. О взаимосвязи схемного и матричного определителей // Системы искусственного интеллекта: алгоритмы обработки и модели: Тр. международ. конф. КЛИН–2002.– Ульяновск: УлГТУ, 2002. – Т. 4. – С. 85–93.
10. Lasota S. Multilevel hierarchical always cancellation-free symbolic analysis method for large electric networks // Elektronika: konstrukcje, technologie, zastosowania (Poland). – 2013.– Vol. 54, no. 2.– P. 51–57.
11. Филаретов В.В. Синтез оптимальных формул схемных функций электрических цепей // Электричество.– 1995.– № 4.– С. 36–43.

ДИАКОПТИКА ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ

МЕТОД БЛОЧНОЙ СЕЛЕКЦИИ ДЛЯ АНАЛИЗА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

А. В. Манин, В. В. Юдин, А. В. Юдин

Рассмотрен метод блочной селекции анализа электрических цепей. Метод позволяет определять действующие и мгновенные значения токов в контурах, вызванных действием совокупности гармоник э.д.с.

Presents a method of block-selection analysis of electrical circuits. The method allows to determine the current and the instantaneous values of the currents in the circuits, you are called the action of set of harmonics emf.

Типовая задача анализа электрической цепи (ЭЦ) состоит в исследовании влияния конкретной совокупности э.д.с. на токи в заданных контурах. Решение ее в общем случае возможно на основе метода объединенных матриц [1], в соответствии с которым любая электромагнитная цепь может быть преобразована к эквивалентной ЭЦ, для которой в общем случае справедливо матричное уравнение

$$E_K = Z_K^E I_K, \quad (1)$$

где E_K, Z_K^E, I_K - соответственно матрицы контурных э.д.с., контурных сопротивлений и контурных токов.

Рассмотрим ЭЦ, состоящую из n контуров, r из которых содержат источники э.д.с., а q – нагрузки, в которых ищутся токи. Примем для данной ЭЦ такую нумерацию, при которой контурам с источниками э.д.с. присваиваются начальные номера (1,2,... r), а контурам с нагрузками –

конечные номера $(n-r+1, n-r+2, \dots, n)$. В этом случае компоненты матричного уравнения (1) в развернутой форме примут вид

$$Z_K^E = \begin{pmatrix} z_{1,1} & \dots & z_{1,r} & \dots & z_{1,r+1} & \dots & z_{1,r+p} & \dots & z_{1,r+p+1} & \dots & z_{1,r+p+q} \\ \dots & \dots \\ z_{r,1} & \dots & z_{r,r} & \dots & z_{r,r+1} & \dots & z_{r,r+p} & \dots & z_{r,r+p+1} & \dots & z_{r,r+p+q} \\ \hline z_{r+1,1} & \dots & z_{r+1,r} & \dots & z_{r+1,r+1} & \dots & z_{r+1,r+p} & \dots & z_{r+1,r+p+1} & \dots & z_{r+1,r+p+q} \\ \dots & \dots \\ z_{r+p,1} & \dots & z_{r+p,r} & \dots & z_{r+p,r+1} & \dots & z_{r+p,r+p} & \dots & z_{r+p,r+p+1} & \dots & z_{r+p,r+p+q} \\ \hline z_{r+p+1,1} & \dots & z_{r+p+1,r} & \dots & z_{r+p+1,r+1} & \dots & z_{r+p+1,r+p} & \dots & z_{r+p+1,r+p+1} & \dots & z_{r+p+1,r+p+q} \\ \dots & \dots \\ z_{r+p+q,1} & \dots & z_{r+p+q,r} & \dots & z_{r+p+q,r+1} & \dots & z_{r+p+q,r+p} & \dots & z_{r+p+q,r+p+1} & \dots & z_{r+p+q,r+p+q} \end{pmatrix}$$

$$I_K = \begin{pmatrix} i_1 \\ \dots \\ i_r \\ \hline i_{r+1} \\ \dots \\ i_{r+p} \\ \hline i_{r+p+1} \\ \dots \\ i_{r+p+q} \end{pmatrix}, \quad E_K = \begin{pmatrix} e_1 \\ \dots \\ e_r \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix},$$

где $p=(n-r)$ – количество промежуточных контуров, т.е. контуров, которые не содержат ни источников э.д.с. ни нагрузок.

Введением следующих обозначений для блоков

$$E_{1(r,1)} = \begin{pmatrix} e_1 \\ \dots \\ e_r \end{pmatrix}, \quad I_{1(r,1)} = \begin{pmatrix} i_1 \\ \dots \\ i_r \end{pmatrix}$$

$$0_{(p,1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad I_{2(p,1)} = \begin{pmatrix} i_{r+1} \\ \dots \\ i_{r+p} \end{pmatrix},$$

$$0_{(q,1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad I_{3(q,1)} = \begin{pmatrix} i_{r+p+1} \\ \dots \\ i_{r+p+q} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
Z_{11} &= \begin{pmatrix} z_{1,1} & \dots & z_{1,r} \\ \dots & \dots & \dots \\ z_{r,1} & \dots & z_{r,r} \end{pmatrix}, Z_{12} = \begin{pmatrix} z_{1,r+1} & \dots & z_{1,r+p} \\ \dots & \dots & \dots \\ z_{r,r+1} & \dots & z_{r,r+p} \end{pmatrix}, Z_{13} = \begin{pmatrix} z_{1,r+1} & \dots & z_{1,r+p} \\ \dots & \dots & \dots \\ z_{r,r+1} & \dots & z_{r,r+p} \end{pmatrix} \\
Z_{21} &= \begin{pmatrix} z_{r+1,1} & \dots & z_{r+1,r} \\ \dots & \dots & \dots \\ z_{r+p,1} & \dots & z_{r+p,r} \end{pmatrix}, Z_{22} = \begin{pmatrix} z_{r+1,r+1} & \dots & z_{r+1,r+p} \\ \dots & \dots & \dots \\ z_{r+p,r+1} & \dots & z_{r+p,r+p} \end{pmatrix}, Z_{23} = \begin{pmatrix} z_{r+1,r+p+1} & \dots & z_{r+1,r+p+q} \\ \dots & \dots & \dots \\ z_{r+p,r+p+1} & \dots & z_{r+p,r+p+q} \end{pmatrix} \\
Z_{31} &= \begin{pmatrix} z_{r+p+1,1} & \dots & z_{r+p+1,r} \\ \dots & \dots & \dots \\ z_{r+p+q,1} & \dots & z_{r+p+q,r} \end{pmatrix}, Z_{32} = \begin{pmatrix} z_{r+p+1,r+1} & \dots & z_{r+p+1,r+p} \\ \dots & \dots & \dots \\ z_{r+p+q,r+1} & \dots & z_{r+p+q,r+p} \end{pmatrix}, Z_{33} = \begin{pmatrix} z_{r+p+1,r+p+1} & \dots & z_{r+p+1,r+p+q} \\ \dots & \dots & \dots \\ z_{r+p+q,r+p+1} & \dots & z_{r+p+q,r+p+q} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

преобразуем матричное уравнение (1) к системе уравнений для блоков

$$\begin{pmatrix} E_{1(r,1)} \\ 0_{(p,1)} \\ 0_{(q,1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11(r,r)} & Z_{12(r,p)} & Z_{13(r,q)} \\ Z_{21(p,r)} & Z_{22(p,p)} & Z_{23(p,q)} \\ Z_{31(q,r)} & Z_{32(q,p)} & Z_{33(q,q)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{1(r,1)} \\ I_{2(p,1)} \\ I_{3(q,1)} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

В развернутой форме для блоков система уравнений (2) имеет вид

$$\begin{aligned}
E_{1(r,1)} &= Z_{11(r,r)} I_{1(r,1)} + Z_{12(r,p)} I_{2(p,1)} + Z_{13(r,q)} I_{3(q,1)} \\
0_{(p,1)} &= Z_{21(p,r)} I_{1(r,1)} + Z_{22(p,p)} I_{2(p,1)} + Z_{23(p,q)} I_{3(q,1)} \\
0_{(q,1)} &= Z_{31(q,r)} I_{1(r,1)} + Z_{32(q,p)} I_{2(p,1)} + Z_{33(q,q)} I_{3(q,1)}
\end{aligned} \quad (3)$$

Выразив из второго уравнения (3) вектор токов второго блока

$$I_{2(p,1)} = -Z_{22(p,p)}^{-1} (Z_{21(p,r)} I_{1(r,1)} + Z_{23(p,q)} I_{3(q,1)})$$

и подставив его в первое и третье матричные уравнения (3), найдем

$$\begin{aligned}
E_{1(r,1)} &= Z_{11\Sigma(r,r)} I_{1(r,1)} + Z_{13\Sigma(r,q)} I_{3(q,1)} \\
0_{(q,1)} &= Z_{31\Sigma(q,r)} I_{1(r,1)} + Z_{33\Sigma(q,q)} I_{3(q,1)}
\end{aligned} \quad (4)$$

где

$$Z_{11\Sigma(r,r)} = Z_{11(r,r)} + \Delta Z_{11(r,r)} ,$$

$$Z_{13\Sigma(r,q)} = Z_{13(r,q)} + \Delta Z_{12(r,q)} ,$$

$$Z_{31\Sigma(q,r)} = Z_{31(q,r)} + \Delta Z_{31(q,r)} ,$$

$$Z_{33\Sigma(q,q)} = Z_{33(q,q)} + \Delta Z_{33(q,q)} .$$

В блочной форме система уравнений (4) примет вид

$$\begin{pmatrix} E_{1(r,1)} \\ \mathbf{0}_{(q,1)} \end{pmatrix} = Z_{\Sigma} \begin{pmatrix} I_{1(r,1)} \\ I_{3(q,1)} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где

$$Z_{\Sigma(r+q,r+q)} = \begin{pmatrix} Z_{11\Sigma(r,r)} & Z_{13\Sigma(r,q)} \\ Z_{31\Sigma(q,r)} & Z_{33\Sigma(q,q)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11(r,r)} + \Delta Z_{11(r,r)} & Z_{13(r,q)} + \Delta Z_{12(r,q)} \\ Z_{31(q,r)} + \Delta Z_{31(q,r)} & Z_{33(q,q)} + \Delta Z_{33(q,q)} \end{pmatrix}$$

Система уравнений (4) соответствует преобразованию приведенной на рис.1 и содержащей r контуров с источниками э.д.с., q контуров с нагрузками и p промежуточных контуров исходной ЭЦ, к эквивалентной ЭЦ, изображенной на рис.2, отличающейся от исходной тем, что из нее исключены все промежуточные контуры.



Рис.1. Схема исходной электрической цепи

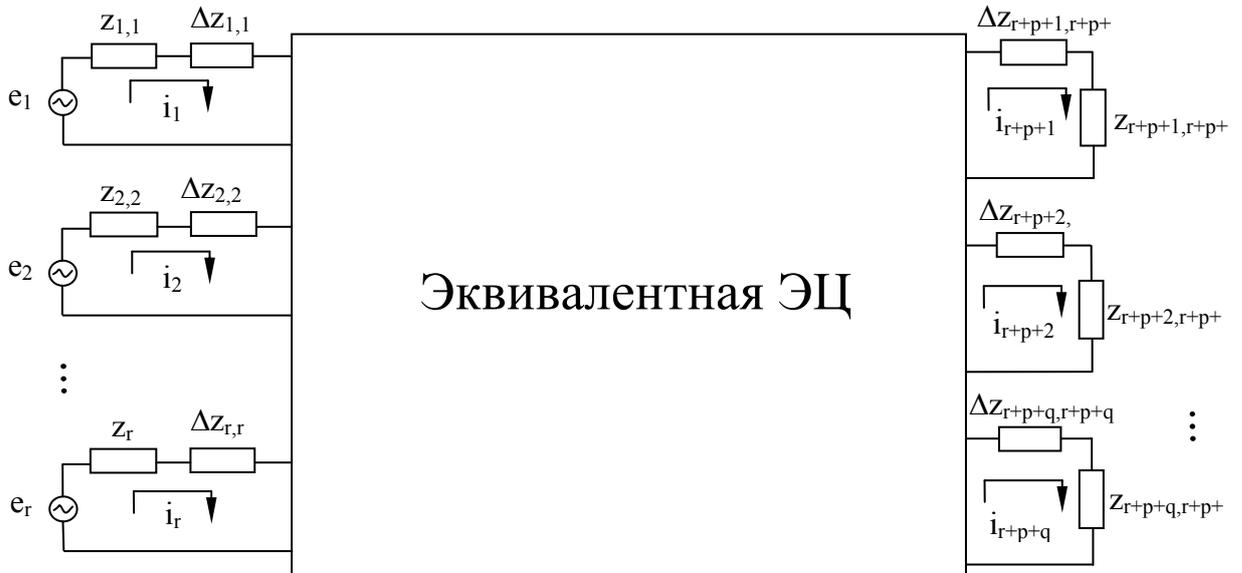


Рис.2. Схема эквивалентной электрической цепи

Варианты блочного представления исходной и преобразованной схем приведены на рис.3.а и рис.3.б соответственно.

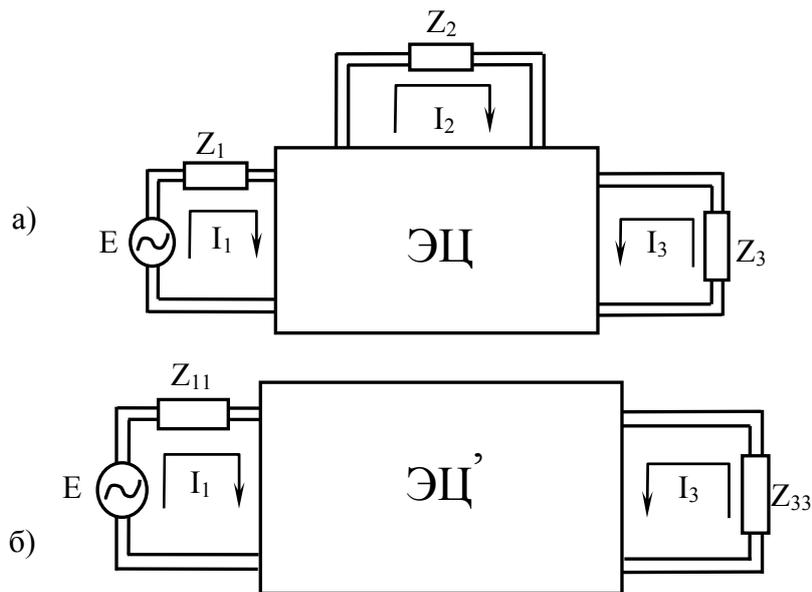


Рис. 3. Блочные варианты схем: а – исходной, б – преобразованной

Факт исключения части контуров компенсируется заменой матрицы контурных сопротивлений Z_K^E на матрицу Z_Σ . Структурные изменения, происходящие в процессе преобразования показаны на рис.4. Утолщенными линиями при этом выделена группа оставшихся Z_{11} , Z_{13} ,

Z_{31} , Z_{31} , а тонкими – группа Z_{12} , Z_{21} , Z_{22} , Z_{23} , Z_{32} , исчезнувших в результате преобразования блоков.

$Z_{K(r+p+q,r+p+q)}^E$	$Z_{\Sigma(r+q,r+q)}^E$													
<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Z_{11}</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Z_{12}</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Z_{13}</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Z_{21}</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Z_{22}</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Z_{23}</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Z_{31}</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Z_{32}</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Z_{33}</td> </tr> </table>	Z_{11}	Z_{12}	Z_{13}	Z_{21}	Z_{22}	Z_{23}	Z_{31}	Z_{32}	Z_{33}	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$Z_{11\Sigma}$</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$Z_{12\Sigma}$</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$Z_{21\Sigma}$</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$Z_{22\Sigma}$</td> </tr> </table>	$Z_{11\Sigma}$	$Z_{12\Sigma}$	$Z_{21\Sigma}$	$Z_{22\Sigma}$
Z_{11}	Z_{12}	Z_{13}												
Z_{21}	Z_{22}	Z_{23}												
Z_{31}	Z_{32}	Z_{33}												
$Z_{11\Sigma}$	$Z_{12\Sigma}$													
$Z_{21\Sigma}$	$Z_{22\Sigma}$													
а	б													

Рис. 4. Структура матриц контурных сопротивлений:
а – исходной ЭЦ, б – эквивалентной ЭЦ

Назовем их соответственно сохраненными и исключенными блоками. В группе исключенных блоков будем различать центральный блок Z_{22} и смежные блоки Z_{12} , Z_{21} , Z_{23} , Z_{32} .

Каждый из блоков матрицы контурных сопротивлений эквивалентной ЭЦ, как это следует из (5), выражается суммой двух матриц. Первая является матрицей соответствующего оставшегося блока. Вторая же представляет собой матрицу его дополнительных контурных сопротивлений ΔZ_{11} , ΔZ_{13} , ΔZ_{31} , ΔZ_{31} , обусловленную фактом исключения части блоков из общей цепи. При этом

$$\begin{aligned} \Delta Z_{11(r,r)} &= -Z_{12(r,p)} Y_{22(p,p)} Z_{21(p,r)}, \\ \Delta Z_{13(r,q)} &= -Z_{12(r,p)} Y_{22(p,p)} Z_{23(p,q)}, \\ \Delta Z_{31(q,r)} &= -Z_{32(q,p)} Y_{22(p,p)} Z_{21(p,r)}, \\ \Delta Z_{33(q,q)} &= -Z_{32(q,p)} Y_{22(p,p)} Z_{23(p,q)}, \end{aligned}$$

где $Y_{22(p,p)} = Z_{22(p,p)}^{-1}$ – матрица контурных проводимостей центрального блока.

Представив полученные соотношения в виде блочной матрицы

$$\begin{aligned}
\Delta Z &= \begin{pmatrix} \Delta Z_{11(r,r)} & \Delta Z_{13(r,q)} \\ \Delta Z_{31(q,r)} & \Delta Z_{33(q,q)} \end{pmatrix} = \\
&= - \begin{pmatrix} Z_{12(r,p)} Y_{22(p,p)} Z_{21(p,r)} & Z_{12(r,p)} Y_{22(p,p)} Z_{23(p,q)} \\ Z_{32(q,p)} Y_{22(p,p)} Z_{21(p,r)} & Z_{32(q,p)} Y_{22(p,p)} Z_{23(p,q)} \end{pmatrix} = \\
&= - (Z_{12(r,p)} \quad Z_{32(q,p)}) Y_{22(p,p)} \begin{pmatrix} Z_{21(p,r)} \\ Z_{23(p,q)} \end{pmatrix} = - Z_{(r+q,p)} Y_{22(p,p)} Z_{(p,r+q)}^T
\end{aligned} \tag{6}$$

где

$$Z_{(r+q,p)} = (Z_{12(r,p)} \quad Z_{32(q,p)}),$$

получим формальную схему вычислений, приведенную на рис.5.

$$\begin{array}{cccc}
\Delta Z & & Z & & Y_{22} & & Z^T \\
\Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\
\begin{array}{|c|c|} \hline \Delta Z_{11} & \Delta Z_{13} \\ \hline \Delta Z_{31} & \Delta Z_{33} \\ \hline \end{array} & = - & \begin{array}{|c|c|} \hline Z_{12} & Z_{32} \\ \hline \end{array} & * & \begin{array}{|c|} \hline Y_{22} \\ \hline \end{array} & * & \begin{array}{|c|} \hline Z_{21} \\ \hline Z_{23} \\ \hline \end{array}
\end{array}$$

Рис. 5. Формальная схема вычислений блочных матриц

Формальные правила составления формул для определения матриц дополнительных сопротивлений следующие: 1) все дополнительные сопротивления имеют отрицательный знак; 2) каждое из них определяется произведением трех матриц, первая и третья из которых являются контурными сопротивлениями смежных блоков, а вторая представляет собой обращенный центральный блок матрицы сопротивлений и по сути является его проводимостью; 3) в развернутом выражении дополнительного сопротивления крайние индексы (первый индекс первой матрицы и второй индекс третьей матрицы) совпадают с первым и вторым индексами соответствующего сохраненного сопротивления, а все промежуточные индексы второй индекс первой матрицы, оба индекса второй матрицы и первый индекс второй матрицы) являются цифрой два.

Сделанные преобразования облегчают задачу установления связи между блоком источников и нагрузок. Из второго уравнения системы матричных уравнений (4) следует

$$I_{3(q,1)} = -Z_{33\Sigma(q,q)}^{-1} Z_{31\Sigma(q,r)} I_{1(r,1)}$$

После подстановки (6) в первое уравнение (4) получим

$$E_{1(r,1)} = \left(Z_{11\Sigma(r,r)} - Z_{13\Sigma(r,q)} Z_{33\Sigma(q,q)}^{-1} Z_{31\Sigma(q,r)} \right) I_{1(r,1)} \quad (7)$$

Представим уравнение (7) в виде

$$E_{1(r,1)} = \left(Z_{11\Sigma(r,r)} + \Delta Z_{11\Sigma(r,r)} \right) I_{1(r,1)} \quad (8)$$

где

$$\Delta Z_{11\Sigma(r,r)} = -Z_{13\Sigma(r,q)} Z_{33\Sigma(q,q)}^{-1} Z_{31\Sigma(q,r)} \quad (9)$$

– матрица дополнительных сопротивлений эквивалентной цепи.

Из (8) и (6) следуют зависимости токов блока источников и блока токов нагрузок от блока э.д.с.

$$\begin{aligned} I_{1(r,1)} &= \left(Z_{11\Sigma(r,r)} + \Delta Z_{11\Sigma(r,r)} \right)^{-1} E_{1(r,1)} \\ I_{3(q,1)} &= -Z_{33\Sigma(q,q)}^{-1} Z_{31\Sigma(q,r)} \left(Z_{11\Sigma(r,r)} + \Delta Z_{11\Sigma(r,r)} \right)^{-1} E_{1(r,1)} \end{aligned} \quad (10)$$

Особый интерес для анализа представляют два частных случая. Первый соответствует обобщенному анализу, когда полностью отсутствует какая-либо селекция. Все контуры содержат источники э.д.с. и нагрузки. В этом случае $r = q$ и $p = 0$, и все матрицы системы (1) имеют по одному блоку.

Второму случаю соответствует наибольшая степень селекции, когда исследуется влияние одного источника э.д.с. на одну нагрузку. При этом $r = q = 1$ и $p > 1$. Для определенности будем считать, что э.д.с. действует в первом, а нагрузка находится в последнем контуре. В этом случае матрицы системы (1), примут вид

$$Z_K^E = \begin{pmatrix} z_{1,1} & z_{1,2} & \dots & z_{1,p+1} & z_{1,p+2} \\ z_{2,1} & z_{2,2} & \dots & z_{2,p+1} & z_{2,p+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{p+1,1} & z_{p+1,2} & \dots & z_{p+1,p+1} & z_{p+1,p+2} \\ z_{p+2,1} & z_{p+2,2} & \dots & z_{p+2,p+1} & z_{p+2,p+2} \end{pmatrix}, \quad I_K = \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \dots \\ i_{p+1} \\ i_{p+2} \end{pmatrix}, \quad E_K = \begin{pmatrix} e_1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

что соответствует блочному представлению матрицы сопротивлений

$$\begin{aligned} Z_{11} &= z_{1,1}, & Z_{12} &= (z_{1,2} \dots z_{1,p+1}), & Z_{13} &= z_{1,p+2} \\ Z_{21} &= \begin{pmatrix} z_{2,1} \\ \dots \\ z_{p+1,1} \end{pmatrix}, & Z_{22} &= \begin{pmatrix} z_{2,2} & \dots & z_{2,p+1} \\ \dots & \dots & \dots \\ z_{p+1,2} & \dots & z_{p+1,p+1} \end{pmatrix}, & Z_{23} &= \begin{pmatrix} z_{2,p+2} \\ \dots \\ z_{p+1,p+2} \end{pmatrix}. \\ Z_{31} &= z_{p+2,1}, & Z_{32} &= (z_{p+2,2} \dots z_{p+2,p+1}), & Z_{33} &= z_{p+2,p+2} \end{aligned} \quad (12)$$

При этом в соответствии с (5),(6) и (12) получим для мгновенных значений тока

$$i_{p+2} = -Z_{33\Sigma}^{-1} Z_{31\Sigma} (Z_{11\Sigma} + \Delta Z_{11\Sigma})^{-1} e_1, \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} Z_{33\Sigma} &= Z_{33} - Z_{32(1,p)} Y_{22(p,p)} Z_{32(p,1)} \\ Z_{11\Sigma} &= Z_{11} - Z_{12(1,p)} Y_{22(p,p)} Z_{21(p,1)}, \\ Z_{13\Sigma} &= Z_{13} - Z_{12(1,p)} Y_{22(p,p)} Z_{23(p,1)}, \\ Z_{31\Sigma} &= Z_{31} - Z_{32(1,p)} Y_{22(p,p)} Z_{21(p,r)}, \\ \Delta Z_{11\Sigma(r,r)} &= -Z_{13\Sigma(r,q)} Z_{33\Sigma(q,q)}^{-1} Z_{31\Sigma(q,r)}, \\ Y_{22(p,p)} &= Y_{22(p,p)}^{-1} \end{aligned}$$

В общем случае для анализа необходима функция, позволяющая определять для произвольной ЭЦ комплексную амплитуду тока, вызванного действием определенной гармоники источника э.д.с., находящегося в заданном контуре, на нагрузку в произвольном контуре. Для разработки такой функции воспользуемся полученными выше результатами.

Для произвольной ЭЦ, содержащей n контуров и описываемой матричным уравнением

$$E = ZI,$$

на основании (1), (11) и (12) запишем

$$\begin{pmatrix} E(1) \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z(1,1) & Z(1,2) & \dots & Z(1,n-1) & Z(1,n) \\ Z(2,1) & Z(2,2) & \dots & Z(2,n-1) & Z(2,n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z(n-1,1) & Z(n-1,2) & \dots & Z(n-1,n-1) & Z(n-1,n) \\ Z(n,1) & Z(n,2) & \dots & Z(n,n-1) & Z(n,n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ I(n) \end{pmatrix}, \quad (15)$$

а, следовательно,

$$\begin{aligned} Z_{11} &= Z(1,1), & Z_{12} &= Z(1,2:n-1), & Z_{13} &= Z(1,n), \\ Z_{21} &= Z(2:n-1,1), & Z_{22} &= Z(2:n-1,2:n-1), & Z_{23} &= Z(2:n-1,n), \\ Z_{31} &= Z(n,1), & Z_{32} &= Z(n,2:n-1), & Z_{33} &= Z(n,n) \end{aligned} \quad (16)$$

и

$$I(n) = -Z_{33\Sigma}^{-1} Z_{31\Sigma} (Z_{11\Sigma} + \Delta Z_{11\Sigma})^{-1} E(1), \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} Z_{11\Sigma} &= Z(1,1) - Z(1,2:n-1)Z^{-1}(2:n-1,2:n-1)Z(1,n), \\ Z_{33\Sigma} &= Z(n,n) - Z(n,2:n-1)Z^{-1}(2:n-1,2:n-1)Z(2,n-1,n) \\ Z_{13\Sigma} &= Z(1,n) - Z(2:n-1,1)Z^{-1}(2:n-1,2:n-1)Z(2:n-1,n), \\ Z_{31\Sigma} &= Z(n,1) - Z(n,2:n-1)Z^{-1}(2:n-1,2:n-1)Z(2:n-1,1), \\ \Delta Z_{11\Sigma} &= -Z_{13\Sigma}Z_{33\Sigma}^{-1}Z_{31\Sigma}. \end{aligned}$$

Следует отметить, что в общем случае нумерация контуров не соответствует принятому допущению. Поэтому чтобы сделать результаты более общими, введем две матрицы: матрицу перестановок номеров источников $P(j,1)$ и матрицу перестановок номеров нагрузок $L(k,n)$, составленных таким образом, чтобы произведение $P(j,1)E_K$ осуществляло перестановку 1-го и j -го элементов вектора эдс E_K , а произведение $L(k,n)I_K$ – перестановку n -го и k -го элементов вектора токов I_K .

Учитывая, что произведение матрицы на её транспонированную матрицу дает единичную матрицу, из (17) получим эквивалентную запись

$$L(k,n)I(n) = -L(k,n)Z_{33\Sigma}^{-1}Z_{31\Sigma}(Z_{11\Sigma} + \Delta Z_{11\Sigma})^{-1}P^T(j,1)P(j,1)E(1) \quad (18)$$

На основании свойств матрицы перестановок

$$P(j,1)E(1) = E(j), \quad L(k,n)I(n) = I(k)$$

из выражения (18) получим выражение для тока

$$I(k) = -L(k,n)Z_{33\Sigma}^{-1}Z_{31\Sigma}(Z_{11\Sigma} + \Delta Z_{11\Sigma})^{-1}P^T(j,1)E(j). \quad (19)$$

Введем функцию селекции цепи

$$i_{mnk} = is(Z, E, mf, j, k), \quad (20)$$

определяющую в ЭЦ с заданной матрицей контурных сопротивлений Z , комплексную амплитуду тока, вызванного действием m -й гармоники источника эдс $e(t) = Ee^{jk\omega t}$, находящегося в j -м контуре, на нагрузку в k -м контуре.

Для ее вычисления воспользуемся матричным соотношением

$$i_{mnk} = -L(k.n)Z_{33\Sigma}^{-1}(jm\omega)Z_{31\Sigma}[Z_{11\Sigma}(jm\omega) + \Delta Z_{11\Sigma}(jm\omega)]^{-1}P^T(j,1)E(j), \quad (21)$$

при этом все блоки сопротивлений определяются приведенной выше системой уравнений (17).

Предлагаемый метод блочной селекции с использованием программы MatLab позволяет определять амплитуды и действующие значения токов любой гармоники в любом контуре ЭЦ с известными сопротивлениями, вызванных действием заданных источников э.д.с. в электрической цепи.

Список литературы

1. Юдин В. В. Расчет линейных электромагнитных цепей методом объединенных матриц // Электричество.– 1987.– №7.– С. 67–75.
2. Демирчян К. С., Бутырин П. А. Моделирование и машинный расчет электрических цепей.– М.: Высшая школа, 1988.– 335 с.

Манин Алексей Васильевич – к.т.н., доцент, докторант кафедры Электротехники и промышленной электроники ФГБОУ ВПО «Рыбинский государственный авиационный технический университет имени П. А. Соловьева» (РГАТУ имени П. А. Соловьева).
E-mail: manin-rgata@mail.ru

Юдин Виктор Васильевич – д.т.н., профессор кафедры Электротехники и промышленной электроники РГАТУ имени П. А. Соловьева.
E-mail: YudinVV47@mail.ru

Юдин Алексей Викторович – д.т.н., заведующий кафедрой Электротехники и промышленной электроники РГАТУ имени П. А. Соловьева.
E-mail: YudinVV47@mail.ru

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЫРОЖДЕННЫХ И НЕВЫРОЖДЕННЫХ ПОДСХЕМ ПРИ АНАЛИЗЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ МЕТОДОМ СХЕМНЫХ МИНОРОВ

Е. Р. Бодряков, С. А. Курганов

Показано, что в невырожденной схеме часть миноров является зависимой. Предлагается сокращение числа раскрываемых миноров для существенного уменьшения числа операций в символьном выражении отклика электрической цепи.

It is shown that in non-degenerate circuit part of the cofactors are dependent. The reduction in the number of disclosed cofactors can significantly to reduce the number of operations in a character expression response of the circuit is proposed.

Символьный анализ сложных электрических цепей выполняется диакоптическим методом схемных миноров (СМ) [1]. Недостатком метода является многократный рост числа СМ при увеличении числа полюсов подсхемы. Так, подсхема с 3-мя полюсами имеет 6, а подсхема с 8-ю полюсами – 3432 схемных миноров.

В [2] предложено раскрывать только часть СМ, которые названы независимыми СМ, а остальные – зависимые СМ – получать с помощью тождеств Якоби. Так, для подсхемы с 8-ю полюсами достаточно раскрыть 51 независимый СМ, а остальные 3381 СМ получаются с помощью тождеств.

В настоящей работе рассматривается подробнее условие существования зависимых СМ. Подсхема обладает зависимыми СМ, если определитель подсхемы не равен нулю. Это можно проиллюстрировать на примере тождества Якоби, записанного для произвольного зависимого СМ второго порядка пятиполюсной подсхемы [2]:

$$\left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| = \left(\left(\left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \right) \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| - \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \right) \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|, (1)$$

где парой вертикальных линий обозначается определитель соответствующей подсхемы; одной и двумя укрупненными стрелками – нуллятор и норатор соответственно.

Как известно, определитель схемы не равен нулю – схема не вырождена, если она не содержит особых топологических фрагментов, таких как разомкнутые и замкнутые аномальные элементы, сечения и контура из одинаковых аномальных элементов т.п. [3]. Аналогичные требования с учетом некоторых особенностей предъявляются и к невырожденным подсхемам. Они не должны содержать топологических фрагментов, представленных в табл. 1.

Сравнение вычислительных характеристик символьных откликов, полученных с использованием невырожденных и вырожденных подсхем. Требуется найти символьное выражение для тока I в контурной сети на рис. 1 [4].

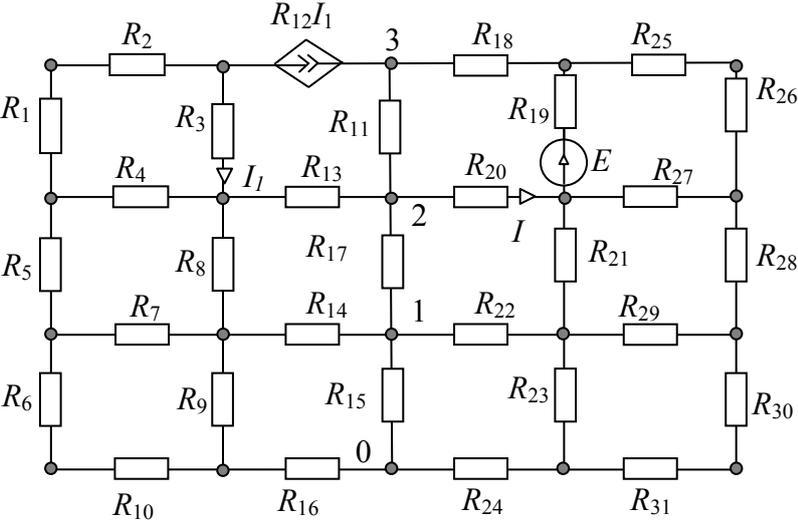


Рис. 1. Контурная сеть для сравнения характеристик символьных выражений тока I

Таблица 1. Вырожденные подсхемы

№	Вырожденные подсхемы (изображены тонкой линией)
	Подсхемы с разомкнутым норатором, нуллатором, генератором тока, приемником напряжения
1	
	Подсхемы с сечением из генераторов тока и нораторов
2	
	Подсхемы с сечением из приемников напряжения и нуллаторов
3	
	Подсхемы с несвязными гальванически частями, в том числе, с управляющими связями между ними и взаимными индуктивностями
4	

Искомое выражение представляется в виде отношения определителей схем числителя и знаменателя. Схема знаменателя получается из исходной схемы путем нейтрализации источника и приемника отклика. Схема числителя находится также из исходной схемы путем замены независимого источника норатором, а приемника отклика – нуллатором [1].

Для нахождения определителя схемы числителя (знаменателя) схема делится по четырем узлам (рис. 1), и используется формула четырехузловой бисекции [1]

$$\begin{aligned} \Delta = & \Delta_1(000000)\Delta_2(111111) + \Delta_1(001001)\Delta_2(110110) - \Delta_1(001010)\Delta_2(110101) \\ & + \Delta_1(001100)\Delta_2(110011) - \Delta_1(010001)\Delta_2(101110) + \Delta_1(010010)\Delta_2(101101) - \\ & - \Delta_1(010100)\Delta_2(101011) + \Delta_1(011011)\Delta_2(100100) - \Delta_1(011101)\Delta_2(100010) + \\ & + \Delta_1(011110)\Delta_2(100001) + \Delta_1(100001)\Delta_2(011110) - \Delta_1(100010)\Delta_2(011101) + \\ & + \Delta_1(100100)\Delta_2(011011) - \Delta_1(101011)\Delta_2(010100) + \Delta_1(101101)\Delta_2(010010) - \\ & - \Delta_1(101110)\Delta_2(010001) + \Delta_1(110011)\Delta_2(001100) - \Delta_1(110101)\Delta_2(001010) + \\ & + \Delta_1(110110)\Delta_2(001001) + \Delta_1(111111)\Delta_2(000000), \end{aligned} \quad (2)$$

где Δ_1 и Δ_2 – схемные миноры первой и второй подсхем. Тип минора подсхемы определяется двоичным вектором (ДВ), который приводится в скобках и состоит из двух половин: левой и правой – нораторной и нулляторной. Нумерация позиций в каждой из двух половин – слева направо цифрами 1, 2 и 3 в соответствии с нумерацией полюсов на рис. 1. Единица в одной из позиций первой (второй) половины ДВ означает, что к полюсу с номером данной позиции подключен норатор (нуллятор) относительно общего нулевого полюса подсхемы. Ноль свидетельствует о том, что соответствующий полюс разомкнут.

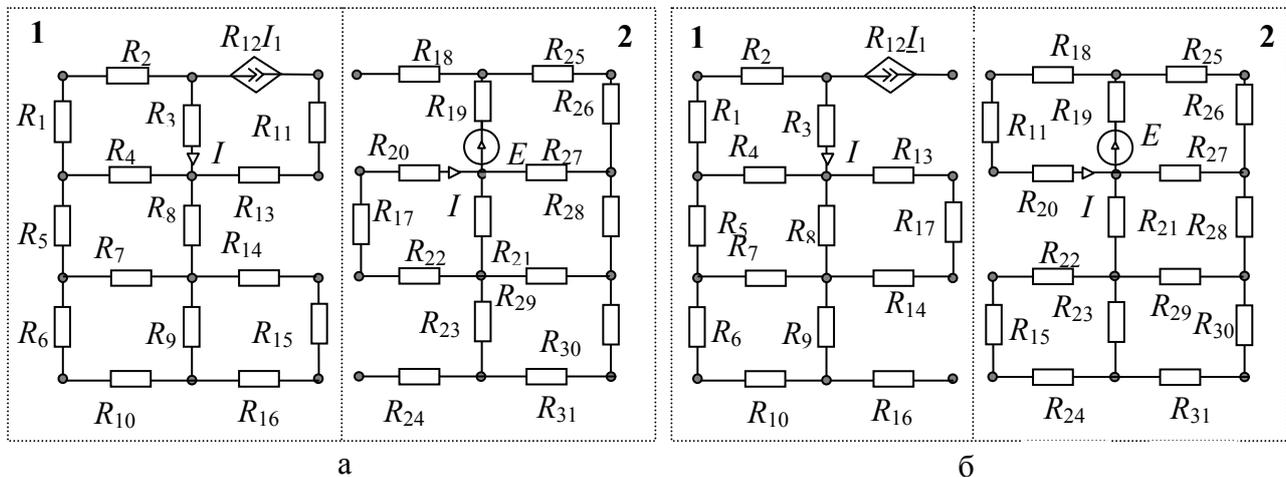


Рис. 2. Два варианта деления схемы (рис. 1) на две подсхемы: невырожденные (а); вырожденную и невырожденную (б)

для каждой невырожденной подсхемы 1 и 2, изображенных на рис.2,а, в бисекционной формуле (2) достаточно раскрыть только 10 независимых миноров: определитель схемы (при разомкнутых полюсах) и 9 миноров первого порядка. Все миноры здесь и далее раскрывались с помощью

программы CIRSYMD [5]. Девять зависимых миноров второго порядка первой подсхемы находятся через независимые схемные миноры с помощью схемно-минорных тождеств [2]:

$$\begin{aligned}
 \Delta_1(110110) &= \frac{\Delta_1(100100)\Delta_1(010010) - \Delta_1(100010)\Delta_1(010100)}{\Delta_1(000000)}; \\
 \Delta_1(011110) &= \frac{\Delta_1(010100)\Delta_1(001010) - \Delta_1(010010)\Delta_1(001100)}{\Delta_1(000000)}; \\
 \Delta_1(110011) &= \frac{\Delta_1(100010)\Delta_1(010001) - \Delta_1(100001)\Delta_1(010010)}{\Delta_1(000000)}; \\
 \Delta_1(011011) &= \frac{\Delta_1(010010)\Delta_1(001001) - \Delta_1(010001)\Delta_1(001010)}{\Delta_1(000000)}; \\
 \Delta_1(101110) &= \frac{\Delta_1(100100)\Delta_1(001010) - \Delta_1(100010)\Delta_1(001100)}{\Delta_1(000000)}; \\
 \Delta_1(101011) &= \frac{\Delta_1(100010)\Delta_1(001001) - \Delta_1(100001)\Delta_1(001010)}{\Delta_1(000000)}; \\
 \Delta_1(110101) &= \frac{\Delta_1(100100)\Delta_1(010001) - \Delta_1(100001)\Delta_1(010100)}{\Delta_1(000000)}; \\
 \Delta_1(011101) &= \frac{\Delta_1(010100)\Delta_1(001001) - \Delta_1(010001)\Delta_1(001100)}{\Delta_1(000000)}; \\
 \Delta_1(101101) &= \frac{\Delta_1(100100)\Delta_1(001001) - \Delta_1(100001)\Delta_1(001100)}{\Delta_1(000000)}; \\
 \Delta_1(111111) &= \frac{\Delta_1(110110)\Delta_1(101101) - \Delta_1(110101)\Delta_1(101110)}{\Delta_1(100100)}. \tag{3}
 \end{aligned}$$

Выражения для зависимых СМ второй подсхемы аналогичны (3) и получаются заменой индекса 1 у всех СМ на индекс 2. Сведения о числе арифметических операций в формулах для искомого тока I на основе независимых СМ приведены в строке 1 из табл. 2. Для сравнения в строке 2 из табл. 1 даны сведения о числе операций при раскрытии всех 20-ти миноров для каждой подсхемы.

Применение вырожденных подсхем. Из двух подсхем на рис. 1,б подсхема 1 является вырожденной (наличие разомкнутого генератора тока

в соответствии со строкой 1 в табл. 1), поэтому все 20 СМ этой подсхемы являются независимыми и они раскрываются методом выделения параметров. Подсхема 2 является невырожденной, поэтому, как и при использовании невырожденных подсхем на рис. 2,а, девять из двадцати СМ находятся с помощью тождеств вида (3). Сведения о числе арифметических операций в полученных таким образом формулах для отклика тока I приведены в строке 3 из табл. 2. Для сравнения в строке 4 приведены сведения о числе арифметических операций при раскрытии всех 20-ти миноров для каждой подсхемы.

Таблица 2. Число арифметических операций в формулах для тока I в схеме на рис. 1

№	Метод анализа	Число операций	
		аддитивные	мультипликативные
На основе невырожденных подсхем 1 и 2 на рис. 2,а			
1	Метод независимых СМ	1911	1177
2	Метод схемных миноров [1]	3506	2153
На основе вырожденной 1 и невырожденной 2 подсхем на рис. 2,б			
3	Метод независимых СМ	2531	1512
4	Метод схемных миноров [1]	3781	2258

Как видно из табл. 2, при использовании тождеств Якоби даже для одной (невырожденной) из двух подсхем наблюдается уменьшение числа арифметических операций на одну треть по сравнению с методом СМ [1], предусматривающим раскрытие всего набора СМ. При наличии обеих невырожденных подсхем наблюдается почти двукратный выигрыш.

Вывод. 1. Подсхема является вырожденной, если она содержит: разомкнутые нуллаторы, нораторы, генераторы тока; приемники напряжения, сечения из генераторов тока и нораторов; сечения из приемников напряжения и нуллаторов; несвязные гальванически части, даже при наличии управляющих связей между ними и взаимоиндуктивностей.

2. Для уменьшения затрат на раскрытие схемных миноров необходимо делить схему на невырожденные подсхемы, наличие которых

является условием существования зависимых схемных миноров, последние находятся по тождествам Якоби.

3. Применение тождеств Якоби позволяет уменьшить число арифметических операций в откликах даже при наличии одной невырожденной подсхемы.

Список литературы

1. Филаретов В. В. Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям // Электричество. – 2001. – № 8. – С. 33–42.

2. Бодряков Е.Р., Курганов С.А. Применение независимых схемных миноров для анализа линейных электрических цепей по частям // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов. – Ульяновск: УлГТУ, 2011. – Вып. 9. – С. 108–118.

3. Курганов С. А., Филаретов В. В. Схемно-алгебраический анализ, диакоптика и диагностика линейных электрических цепей учебное пособие. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – 320 с.

4. Крон Г. Тензорный анализ сетей.– М.: Сов. радио.– 1978.– 720с.

5. Вольнов В.Е., Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ сложных электрических цепей и сетей с помощью программы *CIRSYMD* // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. межд. конф. КЛИН-2004.– Ульяновск: УлГТУ, 2004.– Т.4.– С.75–80.

Бодряков Егор Романович – аспирант кафедры «Электроснабжение» Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ); e-mail: egor.bodryakov@yandex.ru

МНОГОМЕРНЫЕ АНОМАЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ И ИХ РЕАЛИЗАЦИЯ

Г. В. Майко, В. В. Филаретов

Представлены уравнения многомерных аномальных элементов: нуллаторов и нораторов. Показано, что многомерные нуллаторы и нораторы расширяют возможности для анализа, синтеза и эквивалентных преобразований электрических цепей с несколькими входами и выходами. При этом улучшается схемотехническое восприятие схем и облегчается анализ сложных схем делением их на части.

The equations of multidimensional anomalous elements: nullators and norators are presented. It is shown that the multidimensional nullators and norators may expand opportunities for analysis, synthesis and equivalent transformations of electric circuits with multiple inputs and outputs. This improves the perception circuits and facilitates the analysis of complex circuits by dividing them into parts.

Многомерные нуллатор и норатор [1] были предложены для использования в моделях активных электрических цепей с несколькими входами и выходами [2–4]. Структурирование схемы с помощью многомерных аномальных элементов облегчает ее восприятие. Упрощается задание на анализ, поскольку исключается необходимость кодирования одинаковых фрагментов схемы. Построение схемы на базе многомерных аномальных элементов приводит к естественному делению схемы на части и позволяет однократно выполнять анализ идентичных подсхем с последующим использованием соответствующих внешних характеристик для объединения. В статье предлагается систематизация многомерных аномальных элементов и рассматриваются примеры их использования.

Классификация многомерных аномальных элементов.

Многомерные аномальные элементы – идеальные многополюсники, имеющие 3 и более выводов.

1. ***N*-мерный нуллятор, многомерный нуллятор.** Имеет *N* выводов, один из которых (вывод 1) считается опорным. Описывается системой уравнений:

$$U_1 - \text{опорное напряжение, } U_2 = \dots = U_N = U_1, \quad I_1 = I_2 = \dots = I_N = 0.$$

Поддерживает нулевую разность напряжений между своими выводами.

2. ***N*-мерный норатор, многомерный норатор.** Имеет *N* выводов, один из которых (вывод 1) считается опорным. Описывается системой уравнений:

$$I_1 - \text{любое, } I_2 = \dots = I_N = -I_1, \quad U_1 = \text{любое, неопределённое,} \\ U_2 = \text{любое, неопределённое... } U_N = \text{любое, неопределённое.}$$

Минус указывает на направление тока, противоположное направлению тока I_1 .

Модель токового зеркала с несколькими выходами, токи которых направлены противоположно входному току I_1 , включает в себя многомерный норатор (плюс нуллятор, включённый между входом 1 и заземленным узлом).

3. ***N*-мерный или многомерный зеркальный элемент напряжения.** Имеет (*N*+1) выводов, один из которых (вывод 1) считается опорным, а другой – земля (нулевой). Описывается системой уравнений:

$$U_1 - \text{опорное напряжение, } U_2 = \dots = U_N = -U_1, \quad I_1 = I_2 = \dots = I_N = 0.$$

Вывод земли нужен для определения знака опорного напряжения.

4. ***N*-мерный или многомерный зеркальный элемент тока.** Имеет (*N*+1) выводов, один из которых (вывод 1) считается опорным, а другой – земля (нулевой). Описывается системой уравнений:

$$I_1 = \text{любое, } I_2 = \dots = I_N = +I_1, \quad U_1 = \text{любое, неопределённое,} \\ U_2 = \text{любое, неопределённое... } U_N = \text{любое, неопределённое.}$$

Плюс указывает на направление тока, согласное направлению тока I_1 . Вывод земли нужен для выполнения первого закона Кирхгофа.

Модель токового зеркала с несколькими выходами, токи которых направлены согласно входному току I_1 , включает в себя многомерный зеркальный элемент тока (плюс нуллятор, включённый между входом 1 и землёй).

5. N -мерный или многомерный нулляторно-зеркальный элемент напряжения. Имеет $(N+1)$ выводов, один из которых (вывод 1) считается опорным, а другой – земля (нулевой). Описывается системой уравнений:

$$U_1 - \text{опорное напряжение,}$$

$$U_2 = +U_1 \text{ (неинвертирующий, нормальный вывод)...}$$

$$U_N = -U_1 \text{ (инвертирующий вывод),} \quad I_1 = I_2 = \dots = I_N = 0.$$

Вывод земли нужен для определения знака опорного напряжения.

6. N -мерный или многомерный нораторно-зеркальный элемент тока. Имеет $(N+1)$ выводов, один из которых (вывод 1) считается опорным, а другой – земля (нулевой). Описывается системой уравнений:

$$I_1 = \text{любое,} \quad I_2 = -I_1 \dots \quad I_N = +I_1$$

$$U_1 = \text{любое, неопределённое,} \quad U_2 = \text{любое, неопределённое ...}$$

$$U_N = \text{любое, неопределённое.}$$

Минус указывает на направление тока, противоположное направлению тока I_1 (инвертирующий вывод). Плюс обозначает направление тока, согласное направлению тока I_1 (неинвертирующий, прямой вывод). Вывод земли нужен для выполнения первого закона Кирхгофа.

Модель токового зеркала с несколькими выходами, токи части выходов которых направлены согласно входному току I_1 , а другой части – встречно входному току I_1 , включает в себя многомерный зеркальный элемент тока (плюс нуллятор, включённый между входом 1 и землёй).

Учет многомерного нуллатора в матрице проводимости. Для анализа схем с многомерными аномальными элементами могут быть использованы известные положения анализа схем с нуллаторами и нораторами [5]. Пусть многомерный нуллятор имеет N выводов, и все они подключены к некоторому заземлённому M -полюснику (рис. 1).

Пронумеруем узлы многомерного нуллатора от 1 до N . Понятно, что из-за подключения этого многомерного нуллатора, между напряжениями

U_1, U_2, \dots, U_N есть определённые соотношения. В частности, в этом случае $U_2=U_1, U_3=U_1, \dots, U_N=U_1$. Это значит, что число неизвестных напряжений в системе уравнений, описывающих такую схему, может быть уменьшено.



Рис. 1. Подключение многомерного нуллатора

Например, можно все эти напряжения U_2, \dots, U_N заменить на U_1 , это будет соответствовать замене всех столбцов с номерами от 1 до N на один составной столбец $(1+2+\dots+N)$, элементы которого равны сумме соответствующих элементов всех столбцов от 1 до N . При этом число столбцов уменьшится на $(N-1)$.

Другой вариант учёта соотношений между напряжениями U_1, U_2, \dots, U_N заключается в замене этих напряжений на суммы их пар: $(U_1+U_2), (U_1+U_3), \dots, (U_1+U_N)$. Это соответствует замене всех столбцов с номерами от 1 до N на $(N-1)$ составных столбцов $(1+2), (1+3), \dots, (1+N)$. Обратите внимание, что во всех этих парах присутствует U_1 .

Очевидно, возможны и другие варианты разбиения всех напряжений на пары, например, $(U_2+U_1), (U_2+U_3), \dots, (U_2+U_N)$. В этом случае во всех таких парах присутствует напряжение U_2 . При других вариантах разбиения одинакового напряжения в парах не будет, например, $(U_1 + U_2), (U_2 + U_3), \dots, (U_{(N-1)} + U_N)$.

При всех таких объединениях число столбцов уменьшается на $N-1$. Определители всех полученных схем будут равны друг другу, поскольку

определитель матрицы не изменяется при суммировании любого кратного одной строки с другой.

При таком преобразовании матрицы проводимости могут возникать определённые трудности с вычислением алгебраических дополнений, необходимых для формирования схемных функций. Например, если интересует алгебраическое дополнение Δ_{11} , то при использовании U_1 как «опорного» напряжения и появления нескольких составных столбцов, содержащих число 1, непонятно, какие столбцы необходимо исключать для нахождения Δ_{11} .

Однако, используя другой вариант выбора «опорного» узла, всегда можно добиться вхождения нужного номера (из записи алгебраического дополнения) в матрицу проводимости единожды. Если требуется исключение всех напряжений U_1, U_2, \dots, U_N из алгебраического дополнения, то можно использовать любой вариант записи.

По-видимому, можно построить матрицу проводимости, в которой число столбцов будет уменьшено на любое число в пределах от 1 до $(N-1)$. Например, если рассматривается многомерный нуллятор с четырьмя выводами (узлы 1, 2, 3 и 4), и необходимо исключить из матрицы проводимости 2 столбца, то можно сделать следующие варианты объединения столбцов:

1. (1+2+3) и (1+2+4), узлы 3 и 4 уникальные, 1 и 2 опорные
2. (1+2+3) и (1+3+4), узлы 2 и 4 уникальные, 1 и 3 опорные
3. (1+2+3) и (2+3+4), узлы 1 и 4 уникальные, 2 и 3 опорные
4. (1+2+4) и (1+3+4), узлы 2 и 3 уникальные, 1 и 4 опорные
5. (1+2+4) и (2+3+4), узлы 1 и 3 уникальные, 2 и 4 опорные
6. (1+3+4) и (2+3+4), узлы 1 и 2 уникальные, 3 и 4 опорные

В этом списке дополнительно показан список «уникальных» и «опорных» узлов в составных столбцах; если требуется найти алгебраическое дополнение с некоторыми узлами подключения многомерного нуллятора, то необходимо выбрать соответствующий способ подключения, в которых эти узлы являются «уникальными».

Например, если для нахождения схемной функции требуется найти $\Delta_{(1+3)(x+y)}$, то нужно использовать вариант 5.

По сути, такие варианты описания схемы используют замену переменных. Например, замена всех столбцов с номерами от 1 до N на один составной $(1+2+\dots+N)$ есть замена неизвестных напряжений U_2, \dots, U_N на U_1 ; замена столбцов с номерами от 1 до N на $(N-1)$ составных столбцов $(1+2), (1+3), \dots, (1+N)$ есть замена напряжений U_1, U_2, \dots, U_N на $X_1 = U_1 + U_2, X_2 = U_1 + U_3, \dots, X_{(N-1)} = U_1 + U_N$.

Аналогично рассматривается анализ многомерного зеркального элемента или многомерного нулляторно-зеркального элементов. Только при этом столбцы будут заменяться на разность или на сумму и разность, в зависимости от соотношений знаков напряжений на выводах многомерного аномального элемента.

Учет многомерного норатора в матрице проводимости. Пусть многомерный норатор имеет N выводов, и все они подключены к некоторому заземлённому M -полюснику (рис. 2). Узел 1 является опорным выводом норатора.

Тогда система уравнений, описывающая такую схему подключения, приведена ниже (показаны только уравнения, соответствующие первому закону Кирхгофа для узлов $1 \dots N$):

$$\sum_1 I = +I_1, \sum_2 I = -I_2, \sum_3 I = -I_3, \dots, \sum_N I = -I_N.$$



Рис.2. Подключение многомерного норатора

Левая часть уравнений содержит сумму всех токов соответствующего узла для M -полюсника, в правой части показаны токи многомерного норатора. Следует обратить внимание на знаки – величина всех этих токов одинакова по модулю, поэтому систему уравнений можно переписать так:

$$\sum_1 I = +I_1, \sum_2 I = -I_1, \sum_3 I = -I_1, \dots, \sum_N I = -I_1$$

Исключить неопределённый ток I_1 норатора из системы уравнений можно по-разному. Например, можно умножить первое уравнение на $(N-1)$ и сложить с со всеми уравнениями 2, ..., N . Это соответствует замене всех строк 1, 2, ..., N на одну составную строку с индексом $((N-1) \cdot 1 + 2 + 3 + \dots + N)$. Количество строк при этом уменьшится на $(N-1)$.

Можно поочерёдно складывать строку 1 со всеми остальными строками 2, ..., N . Это соответствует замене всех строк 1, 2, ..., N на строки с составными индексами $(1+2), (1+3), \dots, (1+N)$. Количество строк при этом уменьшится на 1. Во все эти строки входит индекс строки 1.

Понятно, что можно предложить и другие варианты исключения токов I_1 норатора, при котором количество исключаемых строк может быть любым, от 1 до $(N-1)$.

Количество исключаемых столбцов и строк должно выбираться так, чтобы размерность матрицы проводимости схемы, с учётом подключения всех аномальных элементов, осталась квадратной. Например, если в схеме

есть многомерный норатор с четырьмя выводами и обыкновенный нуллятор (с двумя выводами), то при учёте многомерного норатора необходимо выбрать вариант подключения, при котором удаляется только одна строка, соответственно, в схеме появляется 3 составных столбца.

Нулловые схемы замещения трехмерного норатора.

Специалисту-схемотехнику обычно нагляднее работать со схемой, а не ее матрицей. Поэтому целесообразно рассмотреть зеркально-нулловые модели многомерных аномальных элементов. Простейший случай трех измерений находит наибольшее практическое применение.

На рис. 3 приведены возможные обозначения трехмерного норатора.

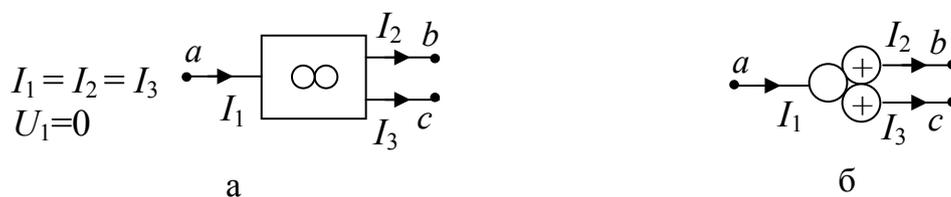


Рис. 3. Трехмерный норатор (а), обозначение Топор-Камински (б)

Использование зеркальных элементов приводит к умножению вариантов представления трехмерного норатора. Две из таких схем замещения представлены на рис. 4.

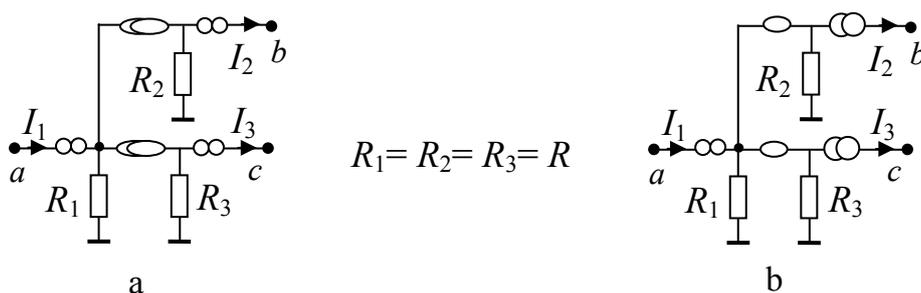


Рис. 4. Зеркально-нулловые схемы замещения трехмерного норатора при использовании ЗЭН (а) или ЗЭТ (б)

Эквивалентные преобразования схем с многомерными аномальными элементами. Нетрудно убедиться, что при заземлении одного из полюсов трехмерного норатора на любой из двух схем рис. 6

образуется единственный ЗЭТ, как показано на обложке настоящего сборника. Схемно-алгебраическое доказательство этого свойства приводится на рис. 5.

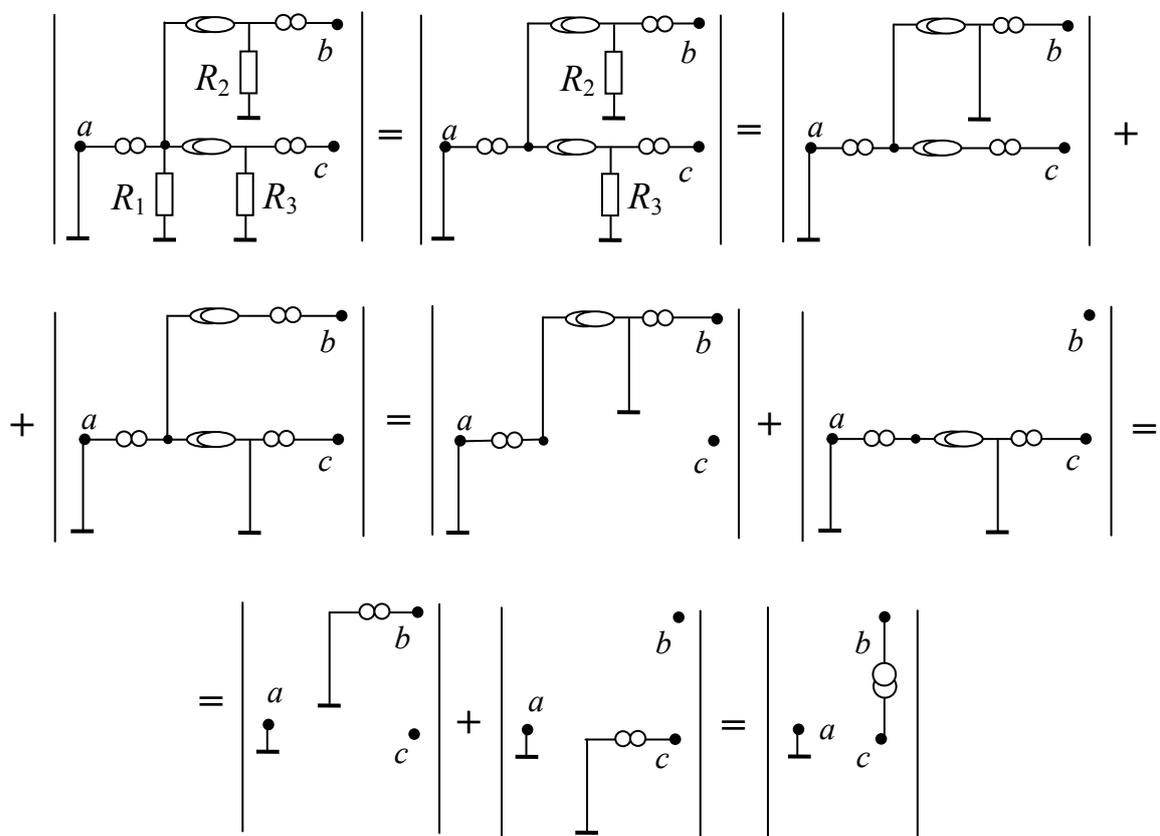


Рис. 5. Схемно-алгебраическое доказательство преобразования трехмерного норатора в ЗЭТ при заземлении полюса a

Необходимое условие возможности эквивалентных преобразований схем с МАЭ есть соединение части их выводов между собой. Рассмотрим схему по.1 (первая строка) табл. 1 из [2] (рис. 6,а). В этой схеме используются два многомерных ЗЭТ (МЗЭТ), первый из которых подключён к узлам $X1$, $Z1$ и $Z2$, а второй – к узлам $X2$, $Z1$ и $Z2$.

На рис.6,б – рис. 6,г показана последовательность преобразований токового зеркала на двух многомерных нораторах с одним входом и двумя выходами в токовое зеркало на одном многомерном нораторе с двумя входами и двумя выходами. При этом должно выполняться

условие: $R_1=R_2=R_3=R_4=R_5=R_6=R$. Единичные значения сопротивлений соответствуют единичному параметру ИТУТ в токовом зеркале.

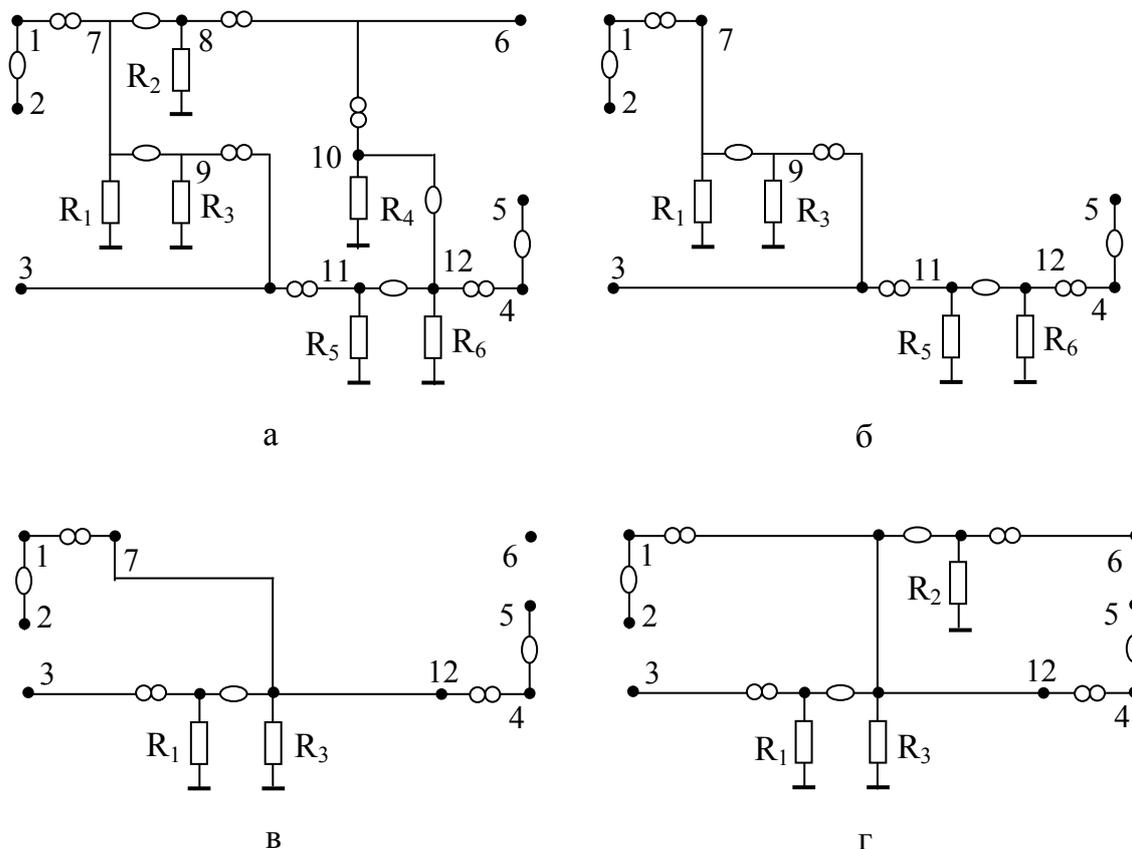


Рис. 6. Преобразование токового зеркала на двух многомерных нораторах с одним входом и двумя выходами в токовое зеркало на одном многомерном нораторе с двумя входами и двумя выходами: исходная схема (а); удаление элементов, относящихся к выходу 6 (б); перенос инверсного повторителя тока через сечение (в); добавление элементов, относящихся к выходу 6 (г)

Доказательство эквивалентности схем рис.6,а и рис.6,г. 1. Первые три сопротивления на схемах имеют одинаковые нумерацию, левое сопротивление имеет номер 1. Это исходное для доказательства сопротивление. 2. При стягивании R_1 схемы ведут себя одинаково: на входе образуется идеальный проводник, и удаляются разомкнутые ветви из норатора и нуллатора. Это соответствует случаю нейтрализации токового зеркала. 3. При удалении R_1 видно симметричное положение R_2 и R_3 – они не могут одновременно участвовать в выражении определителя

(образуется контур из двух нуллаторов). 4. При стягивании одного из сопротивлений R_2 или R_3 на входах схемы образуется П-образная подсхема «нуллатор-норатор-нуллатор», причем последние два анамальных элемента образуют разомкнутую ветвь. В результате на входе схемы оказывается нуллатор, а на одном из выходов – норатор, что соответствует случаю работы соответствующего канала зеркала или замещению ИТУТ нуллатором в формуле замещения параметра ИТУТ. Аналогично происходит в случае другого из сопротивлений R_2 или R_3 .

Пример схемы усилителя с токовым зеркалом (рис. 7).

Операционный усилитель заменяется на пару нуллатор (между узлами 5 и 6) и норатор (между узлами 7 и 0 земля). Прямоугольник – это токовое зеркало с одним входом и двумя выходами. Заменяется на пару нуллатор (между узлами 2 и 0) с многомерным зеркальным элементом тока между узлами 2, 3 и 4. Считается, что все токи в токовое зеркало втекают.

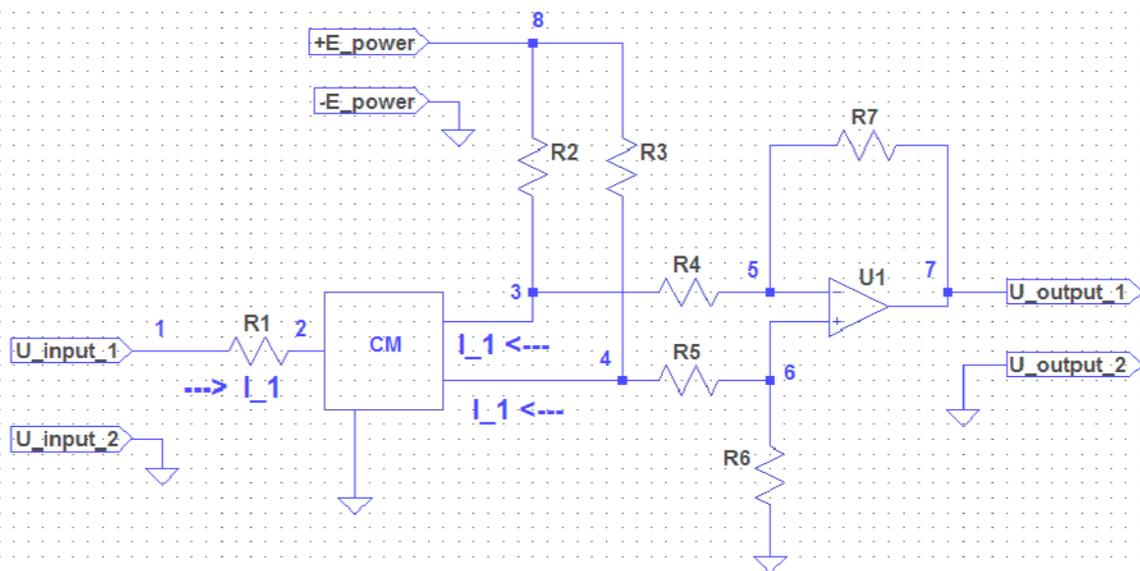


Рис. 7. Принципиальная схема усилителя с токовым зеркалом

Для работы реального токового зеркала нужен источник питания, показан как $\pm E_{power}$. Для расчета по переменному току его можно

опустить, соединяя узел 8 с землёй. Требуется найти коэффициент передачи по напряжению от узла 1 к узлу 7.

Матрица проводимости пассивной схемы будет иметь вид:

$$A_1 = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} & \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline +Y_1 & -Y_1 & & & & & & \\ \hline -Y_1 & +Y_1 & & & & & & \\ \hline & & +Y_2+Y_4 & & -Y_4 & & & \\ \hline & & & +Y_3+Y_5 & & -Y_5 & & \\ \hline & & -Y_4 & & +Y_4+Y_7 & & -Y_7 & \\ \hline & & & -Y_5 & & +Y_5+Y_6 & & \\ \hline & & & & -Y_7 & & & +Y_7 \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Учтём в матрице проводимости ОУ, для этого исключим строку 7 и просуммируем столбцы 5 и 6:

$$A_2 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5+6 & 7 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} & \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline +Y_1 & -Y_1 & & & & & \\ \hline -Y_1 & +Y_1 & & & & & \\ \hline & & +Y_2+Y_4 & & -Y_4 & & \\ \hline & & & +Y_3+Y_5 & -Y_5 & & \\ \hline & & -Y_4 & & +Y_4+Y_7 & -Y_7 & \\ \hline & & & -Y_5 & +Y_5+Y_6 & & \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Учтём в матрице проводимости токовое зеркало, для этого заменим строки 2, 3 и 4 на составные (3-2) и (4-2), и исключим столбец 2:

$$A_3 = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} & 1 & 3 & 4 & 5+6 & 7 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 3-2 \\ 4-2 \\ 5 \\ 6 \end{array} & \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline +Y_1 & & & & & \\ \hline +Y_1 & +Y_2+Y_4 & & -Y_4 & & \\ \hline +Y_1 & & +Y_3+Y_5 & -Y_5 & & \\ \hline & -Y_4 & & +Y_4+Y_7 & -Y_7 & \\ \hline & & -Y_5 & +Y_5+Y_6 & & \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Рассчитаем передаточную функцию $T_{17} = \Delta_{17} / \Delta_{11}$. Для нахождения Δ_{17} , из матрицы на рис. A_3 исключаем строку 1 и столбец 7:

$$A_4 =$$

	1	3	4	5+6
3-2	+Y1	+Y2+Y4		-Y4
4-2	+Y1		+Y3+Y5	-Y5
5		-Y4		+Y4+Y7
6			-Y5	+Y5+Y6

Для нахождения Δ_{11} , из матрицы A_3 исключаем строку 1 и столбец 1:

$$A_5 =$$

	3	4	5+6	7
3-2	+Y2+Y4		-Y4	
4-2		+Y3+Y5	-Y5	
5	-Y4		+Y4+Y7	-Y7
6		-Y5	+Y5+Y6	

Результаты сравнительного моделирования с помощью программы CIRSYM. Выполним сравнение выражений отклика напряжения в схеме на рис. 7 для различных нулловых моделей токового зеркала.

Cir-файл для программы имеет вид:

Схема с двумерным зеркалом на двух единичных ИТУТ

```
E 0 1 1 U 1 7 0 g1 1 2 1 B1 3 0 2 9 1 B2 4 0 9 0 1 g2 3 8 1 g3 4 8 1 g4 3 5 1
g5 4 6 1 g6 0 6 1 g7 5 7 1 N 0 7 6 5 n 0 8 0 8 .end
```

Двумерное зеркало на трех нуллорах с единичными резисторами

```
E 0 1 1 U 7 0 g1 1 2 11 n 3 11 13 11 n 4 12 13 12 n 2 13 2 0 g 13 0 1
g 0 11 1 g 0 12 1 g2 3 8 12 g3 4 8 13 g4 3 5 14 g5 4 6 15 g6 0 6 16 g7 5 7 17
N 0 7 6 5 n 0 8 0 8 .end
```

Двумерное зеркало на трех нуллорах с заземленным натором

```
E 0 1 1 U 7 0 g1 1 2 11 n 11 0 2 0 n 3 12 12 2 n 4 13 13 2 g 11 2 1 g 11 12 1
g 11 13 1 g2 3 8 12 g3 4 8 13 g4 3 5 14 g5 4 6 15 g6 0 6 16 g7 5 7 17 N 0 7 6 5
n 0 8 0 8 .end .total
```

Результаты CIRSYM:

Двумерное зеркало на двух единичных ИТУТ Input: E (0,1), output: U (7,0)

B1=1; B2=1;

$$U = E \cdot (g1 \cdot (g4 \cdot ((g7 + g2) \cdot (-g5 \cdot B2) + B1 \cdot (g3 \cdot ((g6 + g5)) + g5 \cdot g6)) - g2 \cdot g5 \cdot g7 \cdot B2))$$

/

$$(g7 \cdot (((g4 + g2) \cdot (g3 \cdot ((g6 + g5)) + g5 \cdot g6))));$$

Двумерное зеркало на трех нуллорах с единичными резисторами g=1;

$$U = E \cdot (g1 \cdot (g \cdot (g4 \cdot (g3 \cdot ((g6 + g5)) + g5 \cdot g6)) - g \cdot g5 \cdot (g2 \cdot ((g7 + g4)) + g4 \cdot g7)))$$

/

$$(g7*(g*((g4+g2))*(g3*((g6+g5))+g5*g6))));$$

Двумерное зеркало на трех нуллорах с заземленным норатором $g=1$;

$$U = E*(g1*(g*(g4*(g3*((g6+g5))+g5*g6))-g*g5*(g2*((g7+g4))+g4*g7)))$$

/

$$(g7*(-(((g6+g5)*(g4+g2))*(-g3*g)+(g5*g6*(g4+g2))*(-g))));$$

Аналитическое сравнение различных выражений для отклика U показывает их совпадение.

Преобразование схем многомерных нуллаторов и нораторов, сохраняющее число элементов. Полезно уметь получать различные (лучше – все возможные) варианты схем многомерных нуллаторов и нораторов. При этом интересны такие преобразования, которые сохраняют число элементов, то есть не ухудшают схему по сравнению с порождающей [6]. Все возможные нулловые модели трехмерного норатора связаны преобразованиями, показанными на рис. 8.

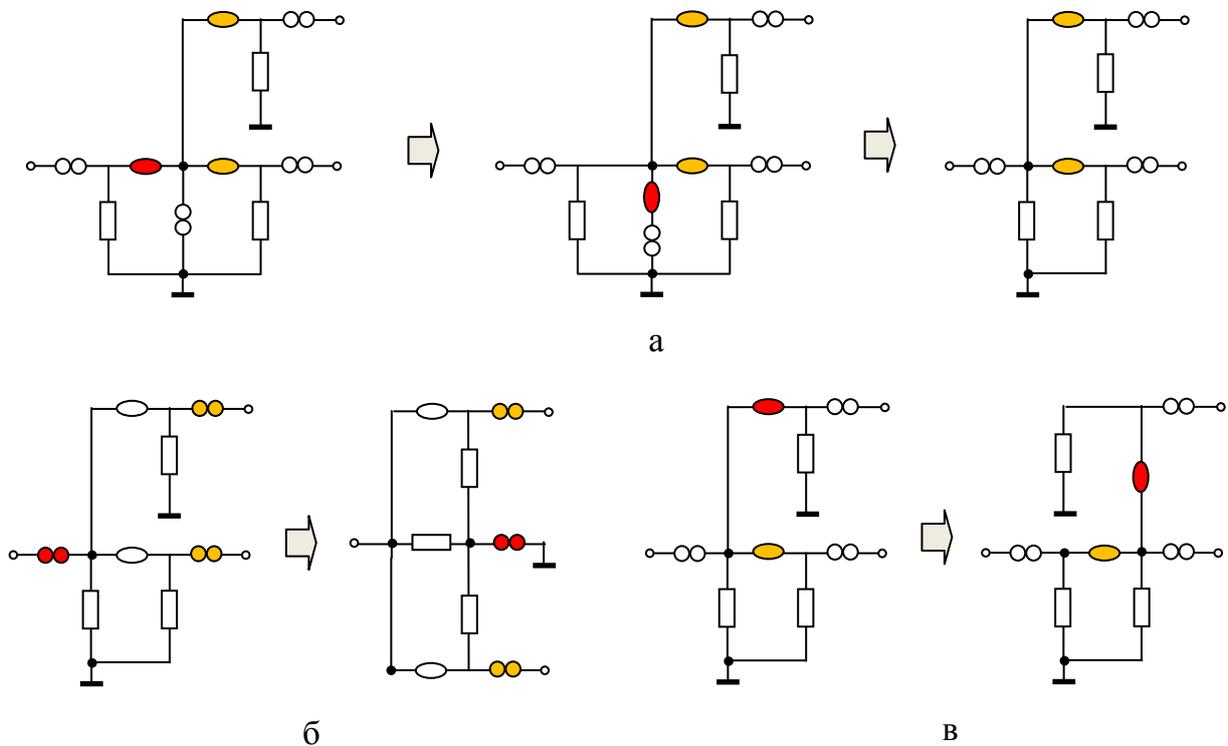


Рис. 8. Нулловые модели трехмерного норатора: перенос нуллатора через сечение (а); перенос норатора через сечение (б); перенос нуллатора по контуру (в).

Для осуществления переноса необходимо сечение, состоящее из аномальных элементов одного типа (нуллаторов или нораторов) и идеального проводника. Переносимый элемент замещается идеальным проводником и занимает место идеального проводника, который имелся в этом сечении до переноса.

На рис.8,а выполняется перенос нуллатора в сечении из трех нуллаторов и норатора. Требуемый идеальный проводник «выращивается» в ветви норатора, что приводит к образованию разомкнутой ветви из последовательного соединения норатора и нуллатора. Рис.8,б иллюстрирует перенос норатора в сечении из трех нораторов. Идеальный проводник соединяет базисный узел с остальными ветвями сечения.

Аномальные элементы могут переноситься по контуру из аномальных элементов и разомкнутой ветви, которую всегда можно обозначить. На рис.8,в показан перенос нуллатора в контуре из двух нуллаторов и разомкнутой ветви.

Переносы источника напряжения через сечение и источника тока по контуру, непосредственно следующие из законов Кирхгофа, используются в учебных курсах ТОЭ с начала 60-х годов. Аналогичные преобразования для аномальных элементов стали применяться сравнительно недавно [7, 8]. В рассмотренном выше виде преобразование переноса нуллаторов или нораторов через сечение и по контуру публикуется, по-видимому, впервые.

Выводы. 1. Многомерные аномальные элементы расширяют возможности для анализа, синтеза и эквивалентных преобразований электрических цепей с несколькими входами и выходами. При этом улучшается схемотехническое восприятие схем и облегчается анализ сложных схем делением их на части. 2. Преобразование схем замещения многомерных аномальных элементов облегчает нахождение вариантов, наиболее подходящих для реализации, которые могли оказаться долгое время неизвестными.

Список литературы

1. Topor-Kaminski L., Pasko M. Nullator/norator models of active circuits with controlled parameters // Proc. of the 1995 First IEEE International Caracas Conference on Devices, Circuits and Systems (12–14 Dec).– 1995.– P.19–23.
2. Topor-Kaminski L., Holajn P. Dual differential current conveyor as an element of active circuits// XVII National conference Circuit theory and electronic networks.– Wroclaw – Polanica Zdroj, Poland.– Oct. 19–21,1994.– P. 101–105.
3. Topor-Kaminski L., Holajn P. Wielozaciskowy konwejer pradowy.– Wydawnictwo Politechniki Slaskiej: Gliwice, 2001.– 164 p.
4. Tlelo-Cuautle E., Sanchez-Lopez C., Martinez-Romero E., Tan Sheldon X.-D. Symbolic analysis of analog circuits containing voltage mirrors and current mirrors // Analog Integr Circ Sig Process. – 2010.– Vol. 65.– P. 89–95.
5. Davies A.C. Matrix Analysis of Networks Containing Nullators and Norators // Electronic Letters.– 1966.– Vol. 2, no.2 (February).– P. 48–49.
6. Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В. В. Использование переноса ветвей для порождения схем с одинаковым числом элементов // Электричество.– 2011.– № 5.– С. 62–66.
7. Anuntahirunrat K., Fongsamut C., Surakamponorn W., Fujii N. On the use of norator transformation in oscillator circuits // TENCON IEEE Region 10 Conference.– 14–17 Nov. 2006.– Hong Kong, 2006. 5 p.
8. Горшков К.С., Филаретов В.В. Преобразование электрических цепей переносом активных элементов через сечения и контуры с нуллорами // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: международ. сб. науч. тр. – Ульяновск: УлГТУ, 2009. – Вып. 7. – С. 37–44.

Gennadiy Mayko (Майко Геннадий Владимирович) – канд. техн. наук, Sr. Principal Engineer, Broadcom Corporation, USA. E-mail: gmayko@gmail.com

РАСЧЕТ НЕСИММЕТРИЧНЫХ ТРЕХФАЗНЫХ СИСТЕМ ПО ЧАСТЯМ МЕТОДОМ НЕЗАВИСИМЫХ СХЕМНЫХ МИНОРОВ

Е. Р. Бодряков

Для символического расчета установившихся режимов несимметричных трехфазных систем предлагается использовать метод независимых схемных миноров, позволяющий уменьшить существенно как число раскрываемых схемных миноров, так и число арифметических операций в символических формулах.

For the symbolic calculation of the steady States of unbalanced three-phase systems is proposed to use the method of independent circuit minors, allowing to reduce significantly as the number of disclosed circuit minors, and the number of arithmetic operations in symbolic formulas.

Метод схемных миноров (СМ) позволяет формировать по частям символические выражения токов и напряжений сложных цепей [1]. В то же время при увеличении числа полюсов подсхемы наблюдается многократный рост числа СМ и, как следствие, повышение трудоемкости анализа. Так, подсхема с 3-мя полюсами имеет 6, а подсхема с 4-мя и 6-ю полюсами – 20 и 252 схемных миноров соответственно [1]. Можно раскрывать только часть СМ, а остальные получить с помощью тождеств Якоби. Так, для упомянутых подсхем с 4-мя и 6-ю полюсами достаточно раскрыть 11 и 27 независимых СМ соответственно, а остальные 9 и 225 СМ можно получить с помощью тождеств [2].

В статье поставлена цель показать эффективность применения независимых СМ для символического анализа несимметричных трехфазных систем.

Анализ электрической системы при однофазном коротком замыкании. Рассмотрим пример анализа трехфазной системы, представленной на рис. 1. Данная система несимметричная и параметры

элементов в каждой фазе различны. Схемы соединения обмоток синхронного генератора (СГ) и асинхронного двигателя (АД) показаны на рис. 2. Длина линии передачи электроэнергии от СГ к АД 1 км. На расстоянии 300 м от СГ происходит однофазное короткое замыкание на землю. Сопротивление короткого замыкания равно нулю. Требуется получить символьное выражение и численный результат для тока короткого замыкания.

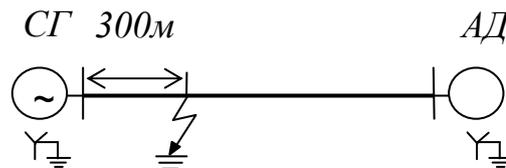


Рис. 1. Однолинейное изображение трехфазной системы

Схема замещения трехфазной системы для реальных величин с представлением синхронного генератора и асинхронного двигателя системными схемами замещения представлена на рис. 2 [3]. Параметры элементов следующие: ЭДС трехфазного генератора: $E_a=j380$; $E_b=j380 \cdot a^2$; $E_c=j380 \cdot a$ (где $a=e^{j120^\circ}$); $Z_{da}^{cc} = Z_{dc}^{cc} = 5,7735 + j40$; $Z_{db}^{cc} = 5,65803 + j39,2$; $Z_{ra}^{cc} = Z_{rb}^{cc} = Z_{rc}^{cc} = 11,547$ – системные параметры Z -моделей СГ, $Z_{da}^{ad} = Z_{db}^{ad} = Z_{dc}^{ad} = 0,35$; $Z_{ra}^{ad} = Z_{rb}^{ad} = Z_{rc}^{ad} = 0$; $Z_N^{ad} = -0,047$ – системные параметры Z -моделей асинхронного двигателя как обобщенной нагрузки [4], $Z_a = Z_b = Z_c = j0,252$; $Z_{a1b} = Z_{a1c} = Z_{ba1} = Z_{bc} = Z_{ca1} = Z_{cb} = j0,114$; $Z_{a2} = j0,588$; $Z_{a2b} = Z_{a2c} = Z_{ba2} = Z_{ca2} = j0,267$ – фазные собственные и взаимные сопротивления (в омах) между проводами.

Сопротивление обмоток СГ фазы B отличается от сопротивлений фаз A и C на допустимое отклонение в 2%, данное условие не позволяет рассчитать рассматриваемый пример методом симметричных составляющих.

Для анализа трехфазной системы используется метод объединения в сочетании с неявным принципом наложения [2, 5]. Ток однофазного замыкания находится по формуле

$$I_{кз}^{(1)} = \frac{N}{D}, \quad (1)$$

где N, D – числитель и знаменатель выражения искомого выражения.

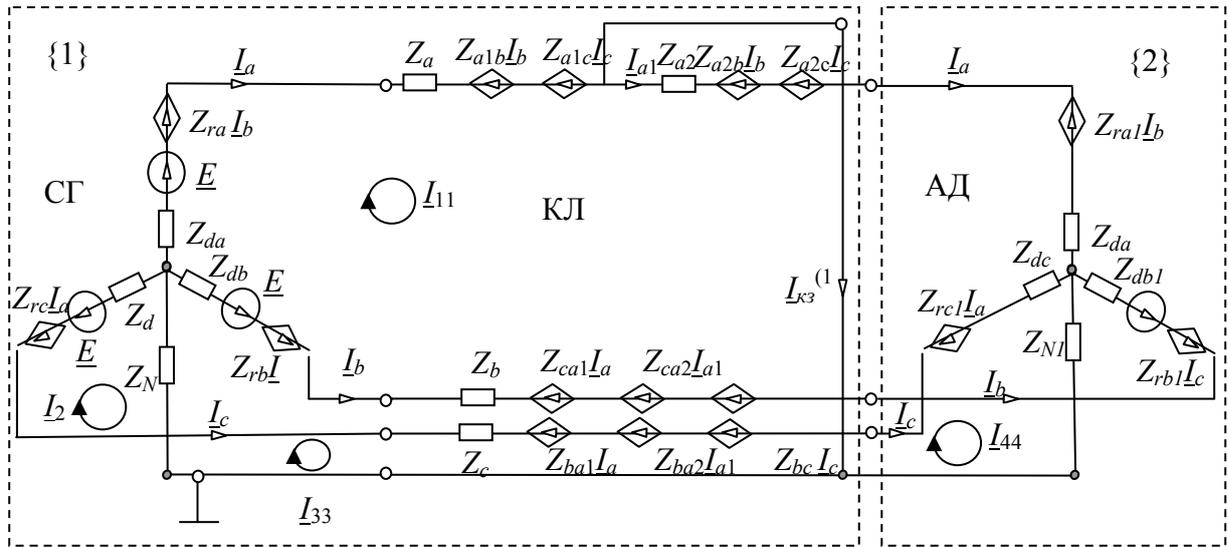


Рис. 2. Схема замещения трехфазной системы

Символьное выражение знаменателя D для тока однофазного короткого замыкания находится при нейтрализации системы ЭДС трехфазного генератора. При объединении блоков 1 и 2 образуется блок 3, при этом для первого и второго блока необходимо отыскать 20 СМ, из которых 11 СМ независимые, а остальные 9 находятся по формулам Якоби, к примеру, для блока 1 (2):

$$\Delta_1(110110) = \frac{\Delta_1(100100)\Delta_1(010010) - \Delta_1(100010)\Delta_1(010100)}{\Delta_1(000000)};$$

$$\Delta_1(011110) = \frac{\Delta_1(010100)\Delta_1(001010) - \Delta_1(010010)\Delta_1(001100)}{\Delta_1(000000)};$$

$$\Delta_1(110011) = \frac{\Delta_1(100010)\Delta_1(010001) - \Delta_1(100001)\Delta_1(010010)}{\Delta_1(000000)};$$

$$\Delta_1(011011) = \frac{\Delta_1(010010)\Delta_1(001001) - \Delta_1(010001)\Delta_1(001010)}{\Delta_1(000000)};$$

$$\Delta_1(101110) = \frac{\Delta_1(100100)\Delta_1(001010) - \Delta_1(100010)\Delta_1(001100)}{\Delta_1(000000)};$$

$$\Delta_1(101011) = \frac{\Delta_1(100010)\Delta_1(001001) - \Delta_1(100001)\Delta_1(001010)}{\Delta_1(000000)};$$

$$\Delta_1(110101) = \frac{\Delta_1(100100)\Delta_1(010001) - \Delta_1(100001)\Delta_1(010100)}{\Delta_1(000000)};$$

$$\Delta_1(011101) = \frac{\Delta_1(010100)\Delta_1(001001) - \Delta_1(010001)\Delta_1(001100)}{\Delta_1(000000)};$$

$$\Delta_1(101101) = \frac{\Delta_1(100100)\Delta_1(001001) - \Delta_1(100001)\Delta_1(001100)}{\Delta_1(000000)}.$$

Для нахождения определителя схемы знаменателя используется формула четырехузловой бисекции (2) [1]:

$$\begin{aligned} D = & \Delta_1(000000)\Delta_2(111111) + \Delta_1(001001)\Delta_2(110110) - \Delta_1(001010)\Delta_2(110101) \\ & + \Delta_1(001100)\Delta_2(110011) - \Delta_1(010001)\Delta_2(101110) + \Delta_1(010010)\Delta_2(101101) - \\ & - \Delta_1(010100)\Delta_2(101011) + \Delta_1(011011)\Delta_2(100100) - \Delta_1(011101)\Delta_2(100010) + \\ & + \Delta_1(011110)\Delta_2(100001) + \Delta_1(100001)\Delta_2(011110) - \Delta_1(100010)\Delta_2(011101) + \\ & + \Delta_1(100100)\Delta_2(011011) - \Delta_1(101011)\Delta_2(010100) + \Delta_1(101101)\Delta_2(010010) - \\ & - \Delta_1(101110)\Delta_2(010001) + \Delta_1\Delta_1(110011)\Delta_2(001100) - \Delta_1(110101)\Delta_2(001010) + \\ & + \Delta_1(110110)\Delta_2(001001) + \Delta_1(111111)\Delta_2(000000), \end{aligned} \quad (2)$$

Символьные значения независимых СМ для блоков 1 и 2 находятся в программе *CIRSYMW* [6]. Для этого сделаем замену параметров УИ и сопротивлений, которые используются в программе:

$$\begin{aligned} H_1 = Z_{ra}; H_2 = Z_{rb}; H_3 = Z_{ra}; H_4 = Z_{a1b}; H_5 = Z_{a1c}; H_6 = Z_{ba1}; H_7 = Z_{ba2}; H_8 = Z_{ca1}; \\ H_9 = Z_{ca2}; H_{10} = Z_{bc}; H_{11} = Z_{cb}; H_{12} = Z_{a2b}; H_{13} = Z_{a2c}; H_{14} = Z_{ra1}; H_{15} = Z_{rc1}; \\ H_{16} = Z_{rb1}; R_2 = Z_{db}; R_3 = Z_{dc}; R_4 = Z_{da}; R_5 = Z_{a1}; R_6 = Z_b; R_7 = Z_c; R_{100} = Z_N; \\ R_{200} = Z_{a2}; R_{20} = Z_{db1}; R_{30} = Z_{dc1}; R_{10} = Z_{da1}; R_{70} = Z_{N1}; K_1 = E_a; K_2 = E_c; \\ K_3 = E_b. \end{aligned}$$

Символьное выражение числителя N для тока однофазного короткого замыкания находится при использовании неявного метода наложения [5]. Схема числителя для блока 1 представлена на рис. 3. Как и для знаменателя D , при объединении блоков 1 и 2 образуется блок 3, при этом для первого и второго блока необходимо отыскать 20 СМ, из которых 11 СМ независимые, а остальные 9 находятся по формулам Якоби. Для нахождения определителя схемы числителя используется формула четырехузловой бисекции (2) [1].

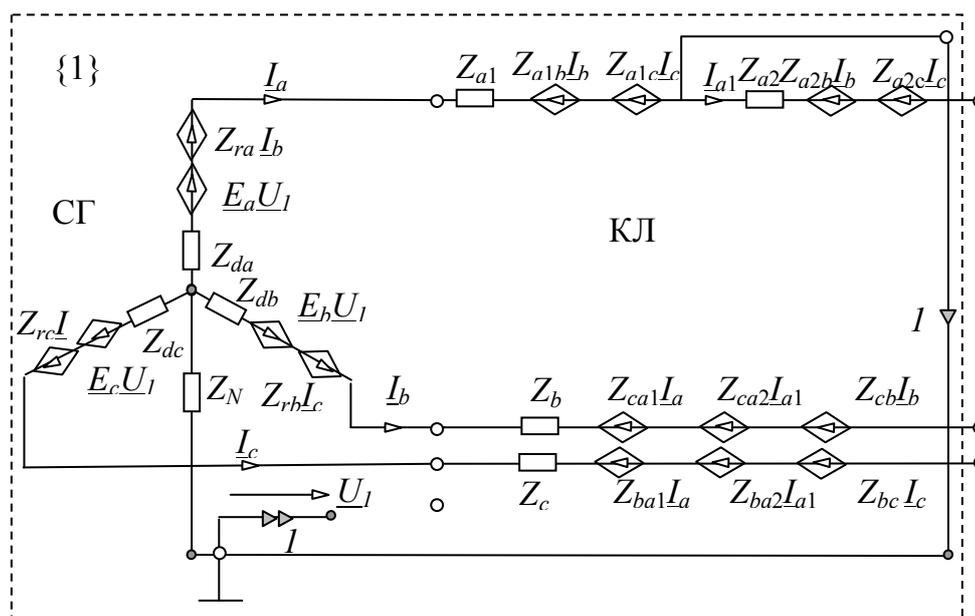


Рис 3. Схема числителя блока 1 при нахождения тока однофазного короткого замыкания трехфазной системы

Численное значение тока однофазного замыкания после подстановки численных параметров СГ, линии передачи и АД в полученную формулу имеет вид $I_{\text{кз}}^{(1)} = 516,40 - 215,23j = 559,45 \cdot e^{-j22,6^\circ} \text{ A}$.

Для сравнения результатов найдем ток короткого замыкания в схеме на рис. 2 методом контурных токов [8,9]. Уравнение метода контурных токов:

$$Z \cdot I = E, \quad (3)$$

где Z – матрица контурных сопротивлений; I – вектор контурных токов; E – вектор контурных ЭДС.

Построение матрицы контурных сопротивлений Z , вектора контурных токов I и вектора контурных ЭДС E для схемы, изображенной на рис. 2:

$$Z = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{pmatrix}; I = \begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \\ I_{44} \end{pmatrix}; E = \begin{pmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ E_{33} \\ E_{44} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где $Z_{11} = Z_{da} + Z_{ra} + Z_{a1} + Z_{a1b} + Z_{a1c} + Z_{a2} + Z_{a2b} + Z_{a2c} + Z_{ra1} + Z_{da1} + Z_{db1} + Z_{rb1} + Z_{bc} + Z_{ba2} + Z_{ba1} + Z_b + Z_{rb} + Z_{db}$; $Z_{12} = -(Z_{db1} + Z_{rb1} + Z_{bc} + Z_{ba2} + Z_{ba1} + Z_b + Z_{rb} + Z_{db})$; $Z_{13} = (Z_{da} + Z_{ra} + Z_{a1} + Z_{a1b} + Z_{a1c})$; $Z_{14} = (Z_{a2} + Z_{a2b} + Z_{a2c} + Z_{ra1} + Z_{da1})$; $Z_{21} = Z_{12}$; $Z_{22} = Z_{db1} + Z_{rb1} + Z_{bc} + Z_{ba2} + Z_{ba1} + Z_b + Z_{rb} + Z_{db} + Z_{dc} + Z_{rc} + Z_c + Z_{ca1} + Z_{ca2} + Z_{cb} + Z_{rc1} + Z_{dc1}$; $Z_{23} = 0$; $Z_{24} = 0$; $Z_{31} = Z_{13}$; $Z_{32} = Z_{23}$; $Z_{33} = Z_n + Z_{da} + Z_{ra} + Z_{a1} + Z_{a1b} + Z_{a1c}$; $Z_{34} = 0$; $Z_{41} = Z_{14}$; $Z_{42} = Z_{24}$; $Z_{43} = Z_{34}$; $Z_{44} = Z_{a2} + Z_{a2b} + Z_{a2c} + Z_{ra1} + Z_{da1} + Z_{n1}$; $E_{11} = E_a - E_c$; $E_{22} = E_c - E_b$; $E_{33} = E_a$; $E_{44} = 0$.

Искомый ток однофазного короткого замыкания находится как разность двух контурных токов: $I_{кз}^{(1)} = I_{33} - I_{44}$. Для нахождения контурных токов I_{33} и I_{44} необходимо решить уравнение (4) относительно неизвестных токов методом Крамера. Для получения компактной символьной формулы искомого тока $I_{кз}^{(1)}$ была использована программа *Maple* 11. Численное значение тока однофазного короткого замыкания в полученное выражение после подстановки численных параметров трехфазной системы с точностью до 9 знаков совпадает с результатом полученным методом независимых СМ.

Решим предыдущую задачу с учетом, что полное сопротивление обмоток СГ фазы B отличается от сопротивлений фаз A и C на недопустимое отклонение в 10% ($Z_{da}^{cr} = Z_{dc}^{cr} = 5,7735 + j40$; $Z_{db}^{cr} = 5,1961 + j36$). Для получения численного результата новые параметры системы подставляются в полученную ранее формулу, подсчитанный результат для тока однофазного короткого замыкания: $I_{кз}^{(1)} = 519,96 - 306,46j = 603,55 \cdot e^{-j30,5^\circ}$ А. Результаты расчета тока однофазного короткого замыкания показали, что при большей несимметрии сопротивлений обмоток СГ ток $I_{кз}^{(1)}$ возрастает.

Сравнение вычислительных характеристик различных формул тока однофазного короткого замыкания в трехфазной системе. Для сравнения вычислительных характеристик метода независимых СМ, метода контурных токов и метода СМ подсчитанное число аддитивных и мультипликативных операций для искомого тока $I_{кз}^{(1)}$ сведено в табл. 1.

Таблица 1. Число аддитивных и мультипликативных операций в символьной формуле для искомого тока $I_{кз}^{(1)}$

Метод	Математические операции	
	аддитивные	мультипликативные
– независимых СМ	925	1469
– контурных токов со сверткой по Maple	897	4603
– схемных миноров	3216	5328

Как видно из табл. 1, число мультипликативных операций в формуле по методу независимых СМ в 3 раза меньше, чем в формулах, полученных по методу контурных токов с помощью системы Maple и методу СМ.

Выводы. Символьный анализ несимметричных трехфазных систем, целесообразно проводить методом независимых схемных миноров. Метод сокращает существенно число раскрываемых схемных миноров. При этом полученная формула содержит значительно меньшее число мультипликативных операций, чем формулы по методу схемных миноров и методу контурных токов с использованием системы Maple.

Список литературы

1. Филаретов В. В. Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям // Электричество.–2001.–№ 8.– С.33–42.
2. Бодряков Е.Р., Курганов С.А. Применение независимых схемных миноров для анализа линейных электрических цепей по частям // Синтез,

анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов. – Ульяновск: УлГТУ, 2011.–Вып. 9.– С. 108–118.

3. Шакиров М. А. Системные схемы замещения трехфазных машин и их применение для расчета несимметричных режимов электрических систем // Электротехника. – 2003. – № 10. – С. 26–35.

4. Теоретические основы электротехники: в 2 т. – Т. 1. Основы теории линейных цепей / П. А. Ионкин, А. И. Даревский, Е. С. Кухаркин, В. Г. Миронов, Н. А. Мельников.– М.: Высш. шк., 1976. – 544 с.

5. Курганов С. А.Схемно-алгебраический анализ, диакоптика и диагностика линейных электрических цепей / С. А. Курганов, В. В. Филаретов : учебное пособие. Ульяновск : УлГТУ, 2005. 320 с.

6. Вольнов В.Е., Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ сложных электрических цепей и сетей с помощью программы *CIRSYMD* // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. межд. конф. КЛИН-2004.– Ульяновск: УлГТУ, 2004.– Т.4.– С.75–80.

7. Дьяконов В.П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании.– М.: СОЛОН-Пресс, 2006.–720 с.

8. Аполонский С.М., Леонтьев В.В. Электротехника и электроника. Трехфазные электрические цепи: Учеб. пособие:– СПб.: СЗТУ, 2002.–59 с.

9. Коробчук К. В. Методика расчета с помощью ЦВМ статического предела мощности сложных энергосистем.– В кн.: Анализ режимов электроэнергетических систем при помощи вычислительных машин. Киев: Институт электродинамики АН УССР, 1968.– С. 80–98.

Бодряков Егор Романович – аспирант кафедры «Электроснабжение» Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ); e-mail: egor.bodryakov@yandex.ru

АНАЛИЗ И ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ И СИСТЕМ

ИНТЕРВАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СТРУКТУРНОЙ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ

А. А. Гришкевич

Сформулирована задача интервальной оценки вклада состояния отказа в результирующие показатели структурной надежности сложной системы в форме задачи оптимизации на прямоугольном брусе. Представлены результаты численного решения задач оптимизации с использованием компьютера на тестовых значениях показателей надежности элементов системы. Сформулированы рекомендации по выбору начальных приближений с целью уменьшения сложности оптимизации.

The problem of an interval estimation of the failure states contribution in the resulting reliability indices of a complex system is defined in terms of the optimization problem in a parallelepiped. The resulting numerical solution of the following optimization problem, obtained with the help of the computer and the test data for the reliability indices of the system elements, is presented. The recommendations for choosing the initial approximations with the purpose of reducing the complexity of the optimization process are stated.

Введение. Важнейшим элементом энергетической безопасности страны/региона является обеспечение надежной работы систем энергетики, в частности, бесперебойное снабжение потребителей электрической энергией. Перерывы электроснабжения вследствие аварий

могут приводить к значительным материальным потерям и ставить под угрозу жизнь людей.

В крупнейших городах США и Канады 14 августа 2003 г. произошли перебои в подаче электроэнергии, вызвавшие каскадное развитие аварии. Более 100 электростанций прекратили работу. На территории площадью 24 тыс. квадратных километров с населением около 50 млн. человек на 10 часов прекратилась хозяйственная деятельность.

Расчет показателей структурной надежности электроэнергетических систем. Пусть каждый элемент $I \in L$ электрической системы (применительно к электроэнергетике это трансформатор, выключатель и т.д.) может находиться в одном из четырех состояний. Будем считать In состоянием нормальной работы, Is – состоянием между отказом и завершением оперативных переключений, Ir – состоянием аварийного ремонта, Im – состоянием предупредительного ремонта (преднамеренного отключения) элемента I . Показатели надежности $\lambda = (\lambda_i)$ элемента I задаются вектором

$$\lambda = \lambda_i = (\lambda_i)_{1 \times 5} = (LnsI, LnmI, TsrI, TrnI, TmnI),$$

где $LnsI, LnmI$ – интенсивность отказов (переходов из состояния In в состояние Is) и предупредительных ремонтов ($In \rightarrow Im$) элемента I соответственно; $TsrI=1/MsrI, TrnI=1/MrnI, TmnI=1/MmnI$ – среднее время переключений ($Is \rightarrow Ir$), аварийного ($Ir \rightarrow In$) и профилактического ($Im \rightarrow In$) ремонтов элемента I соответственно. Приведенные соотношения представляют модель Маркова функционирования одного элемента электрической системы с точки зрения надежности.

Показатели надежности элементов I, K задаются вектором

$$\lambda = \lambda_{IK} = \lambda_I \lambda_K = (\lambda_i)_{1 \times 10} = (LnsI, LnmI, TsrI, TrnI, TmnI, LnsK, LnmK, TsrK, TrnK, TmnK).$$

Состояние системы

$$\omega = \{I\alpha : I \in L, \alpha \in \{M, N, R, S\}\} \in \Omega$$

определяется состоянием каждого элемента системы.

Установившиеся вероятности состояний при известных ограничениях удовлетворяют системе линейных уравнений [1,2]

$$\begin{cases} P_{1 \times n} A_{n \times n}^T = O_{1 \times n} (A_{n \times n} P_{n \times 1} = O_{n \times 1}), \\ P_{1 \times n} I_{n \times 1} = 1, \end{cases} \quad (1)$$

где n – число рассматриваемых состояний; $P = (p_i)$ – вектор, i -м членом которого является p_i , т.е. стационарная вероятность нахождения в i -м состоянии; O – нулевой вектор; $A_{n \times n}^T$ – матрица интенсивностей переходов; $A_{n \times n} = (a_{ij})$ – транспонированная матрица интенсивностей переходов, элементы которой

$$\begin{cases} a_{ij} = \lambda_{ij} \text{ при } i \neq j, \\ a_{ii} = -\sum_{j \neq i} \lambda_{ij}, \end{cases}$$

выражаются через λ_{ij} – интенсивности переходов из состояния i в состояние j . Матрица интенсивностей для модели функционирования двух элементов (15 порядка) приводится в [3]. В настоящей статье исследуется базовая версия модели функционирования двух элементов с точки зрения надежности [4].

Установившиеся вероятности состояний $P\omega = P\omega(\lambda)$, $\omega \in \Omega$ из системы уравнений (1) есть функции параметров $\lambda = (\lambda_i)$. Для модели функционирования двух элементов рассматриваются функции

$$\begin{aligned} P\omega(\lambda) &= P\omega(\lambda_i, \lambda_k), \\ \omega &\in \{PlsKm, PlrKm, PlsKr, PlrKr, PlmKr, PlsKs, PlrKs, \\ &PlmKs\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Задача оценки надежности электрической системы методом пространства состояний (Марковских процессов) [1, 5] заключается в определении асимптотических значений показателей надежности:

1. Вероятности состояния отказа системы P_F

$$P_F = \sum_{\omega \in \Omega_F} P_\omega, \quad (3)$$

где P_ω – вероятность пребывания системы в состоянии ω , $\Omega_F \in \Omega$ – подмножество состояний отказа системы.

2. Среднего параметра потока отказов системы f_F

$$f_F = \sum_{\omega \in \Omega_F} f_{\omega} = \sum_{\omega \in \Omega_F} P_{\omega} \left(\sum_{\nu \in \Omega_W} \lambda_{\omega\nu} \right), \quad (4)$$

где f_{ω} – интенсивность переходов системы в состояние ω , $\lambda_{\omega\nu}$ – интенсивность переходов системы из состояния ω в состояние ν , $\Omega_W \in \Omega$ – подмножество состояний успешной работы системы.

3. Средней продолжительности состояния отказа системы T_F

$$T_F = P_F / f_F,$$

$T_F = P_F / f_F$, равной средней продолжительности пребывания системы в совокупном состоянии Ω_F .

4. Средней продолжительности состояния безотказной работы системы T_W

$$T_W = (1 - P_F) / f_F,$$

равной средней продолжительности пребывания системы в совокупном состоянии Ω_W .

При расчетах надежности обычно ограничиваются рассмотрением состояний отказа одного, двух и трех элементов.

Интервальные оценки показателей структурной надежности состояний. Численные данные, особенно о показателях надежности, весьма условны. Разумно считать, что показатели надежности элементов известны с некоторой неопределенностью, которую будем предполагать интервальной

$$\lambda_{\min,i} \leq \lambda_i \leq \lambda_{\max,i}.$$

Интервал $[\lambda_{\min,i}, \lambda_{\max,i}]$ определяется либо с помощью параметров λ_i^c, ε

$$[\lambda_{\min,i}, \lambda_{\max,i}] = [\lambda_i^c (1 - \varepsilon), \lambda_i^c (1 + \varepsilon)] \quad (\lambda_i^c = \frac{\lambda_{\min,i} + \lambda_{\max,i}}{2}), \quad (5)$$

либо с помощью условной переменной λ_i^0

$$\lambda_i = \lambda_{\min,i} + (\lambda_{\max,i} - \lambda_{\min,i}) \lambda_i^0 \quad (\lambda_i^0 = \frac{\lambda_i - \lambda_{\min,i}}{\lambda_{\max,i} - \lambda_{\min,i}}), \lambda_i^0 \in [0,1].$$

Использование переменной λ_i^0 весьма удобно при описании решений на граничных точках интервалов.

Соответственно, неопределенность должна быть присуща и показателям структурной надежности (вероятностям состояний), полученным расчетными методами на основе таких данных

$$P_{\min, \omega} \leq P_{\omega} \leq P_{\max, \omega}. \quad (6)$$

В этой связи представляется важным развитие методов получения интервальных оценок результирующих показателей структурной надежности при принятых допущениях на неопределенность исходных данных [2].

Интервальные оценки для формул частного вида при расчетах структурной надежности рассматривались в [6,7,8].

Основным подходом получения интервальных оценок является метод Монте-Карло (статистического моделирования) [9]. Однако подобный подход весьма трудоемок. Требуется использование вычислительных ресурсов суперкомпьютера с соответствующим программным обеспечением и хороших генераторов случайных чисел (генерирования длинных неповторяющихся последовательностей чисел).

В случае монотонности функции $P_{\omega}(\lambda)$ интервальные оценки показателей структурной надежности достигаются на границах интервалов исходных данных. Это утверждение, известное как теорема Бека-Никеля [10, стр. 241, теорема 5.3.4], справедливо для модели функционирования одного элемента [4]. Статистические испытания [9,11] не опровергли теорему Бека-Никеля для модели функционирования двух и трех элементов. Такие результаты позволяют достаточно эффективно получать интервальные оценки методом перебора крайних точек интервалов исходных данных [11]. В настоящей статье исследуются возможности снижения трудоемкости получения указанных интервальных оценок за счет использования методов оптимизации. Достоинством предлагаемого подхода является возможность проведения расчетов на персональном компьютере (без использования суперкомпьютера).

Оптимизационный подход к получению интервальных оценок показателей структурной надежности состояний. В качестве

интервальной оценки вероятности состояния ω можно принять решения следующих задач оптимизации

$$P_{\min, \omega} = \min_{\forall \lambda_i \in [\lambda_{\min, i}, \lambda_{\max, i}]} P_{\omega}(\lambda) = \min_{\forall \lambda_i^0 \in [0, 1]} P_{\omega}(\lambda^0), \quad (7)$$

$$P_{\max, \omega} = \max_{\forall \lambda_i \in [\lambda_{\min, i}, \lambda_{\max, i}]} P_{\omega}(\lambda) = \max_{\forall \lambda_i^0 \in [0, 1]} P_{\omega}(\lambda^0). \quad (8)$$

Таким образом, нахождение интервальной оценки (6) сводится к двукратному решению задачи оптимизации функции $P_{\omega}(\lambda)$ (7), (8) на прямоугольном брусе $\lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max}$.

Нахождение максимума в (8) можно заменить нахождением минимума путем изменения знака в выражении (1), т.е. нахождением минимума решения системы

$$\begin{cases} P_{1 \times n} A_{n \times n}^T = O_{1 \times n} \quad (A_{n \times n} P_{n \times 1} = O_{n \times 1}), \\ P_{1 \times n} I_{n \times 1} = -1. \end{cases} \quad (9)$$

Целевые функции задачи оптимизации (7) в случае нахождения интервальных оценок состояний двух элементов задаются выражением (2).

Дальнейшее исследование представленного подхода требует выбора программного обеспечения для решения задачи оптимизации (7) и проведения численных экспериментов на компьютере.

Численный эксперимент. Тестовые интервальные значения показателей надежности элементов I, K (параметр λ_i^e) взяты согласно [12,13]. Примем 10% неопределенность показателей надежности (табл. 1) (параметр $\varepsilon=0,1$ в выражении (5)).

Таблица 1
Тестовые интервальные значения показателей надежности элементов
электроэнергетических систем

Элемент	Lns 1/rok	Lnm 1/rok	Tsr godz.	Trn godz.	Tmn godz.
I	[0,009;0,011]	[1,98;2,42]	[1,8;2,2]	[10,251;12,529]	[7,164;8,756]
K	[0,036;0,044]	[0,9;1,1]	[1,8;2,2]	[1,971;2,409]	[6,3;7,7]

Декартово произведение представленных интервалов представляет область оптимизации для задач (7), (8). Это прямоугольный брус в десятимерном пространстве для элементов I, K .

На компьютере решение задач оптимизации (7), (8) производилась процедурой `minbleicoptimize()`, решение систем линейных уравнений (1), (9) с целью нахождения целевой функции (2) осуществлялось процедурой `rmatrixsolve()` в версии для языка программирования C++ из пакета программ ALGLIB [14]. Функция `minbleicoptimize()` использовала численное дифференцирование с целью нахождения градиента целевой функции.

В качестве параметров процедуры `minbleicoptimize()` приняты:

```
epsq=1e-014; epsf=0; epsx=0; epso=1e-012;
epsi=1e-013; diffstep=1e-007 (diffstep=1e-008).
```

Масштаб по переменным при оптимизации в модели функционирования двух элементов

```
real_1d_array s = "[
1,1,1000000000000000,1000000000000000,1000000000000000,
1,1,1000000000000000,1000000000000000,1000000000000000]";
```

Результаты решения задач оптимизации (7), (8) на прямоугольном брусе (табл.1) для состояний двух элементов (модель функционирования двух элементов) представлены в табл.2.

Таблица 2
Решение задач оптимизации (7), (8) для состояний ω
двухэлементных моделей

$P\omega$	$[\text{argmin}P_{\omega}(\lambda^0), \text{argmax}P_{\omega}(\lambda^0)]$
$PIsKm$	[0110010001, 1001101110]
$PIrKm$	[0101010001, 1010101110]
$PIsKr$	[0110001110, 1001110001]
$PIrKr$	[0111001110, 1000110001]
$PImKr$	[1000101010, 0111010101]
$PJ5=PIsKs$	[0110001100, 1001110011]
$PIrKs$	[0111001100, 1000110011]
$PImKs$	[1000101100, 0111010011]
$PJ3=PIrKm+PIrKr+PImKr$	[0001100011, 1110011100]
$PJ4=PIsKm+PIsKr$	[0110000011, 1001111100]
$PJ6=PIsKm+PIsKr+PIrKs+PImKs$	[0011100111, 1100011000]

Оптимальные решения задач оптимизации получены на граничных точках интервалов оптимизации (табл.2) и совпадают с решениями, полученными перебором граничных точек [11].

Если рассматривать оптимальные решения как бинарные числа, то с использованием битовой операции поразрядного дополнения « \oplus » (поразрядного сложения по модулю 2), можно получить

$$\arg \min P_{\omega}(\lambda^0) \oplus \arg \max P_{\omega}(\lambda^0) = 11\dots 1.$$

Таким образом, минимум и максимум целевой функции находится в противоположных вершинах прямоугольного бруса области оптимизации. Это может быть использовано для выбора начальных приближений при инициализации методов оптимизации.

Рассмотрим решения задач оптимизации:

$$PIrKm \in [1.917230626e-009, 4.680891788e-009],$$

$$PIrKr \in [8.506673238e-011, 1.900155993e-010],$$

$$PImKr \in [7.848752145e-009, 1.898038447e-008],$$

$$PIrKm+PIrKr+PImKr \in [9.855221017e-009, 2.384120166e-008].$$

В соответствии с правилами действий с интервальными числами [15], имеем

$$\begin{aligned} & [PIrKm] + [PIrKr] + [PImKr] = \\ & [1.917230626e-009 + 8.506673238e-011 + 7.848752145e-009, \\ & 4.680891788e-009 + 1.900155993e-010 + 1.898038447e-008] = \\ & [9.851049503e-009, 2.385129186e-008]. \end{aligned}$$

Выполняется включение

$$\begin{aligned} & [9.855221017e-009, 2.384120166e-008] \subseteq \\ & [9.851049503e-009, 2.385129186e-008]. \end{aligned}$$

Таким образом, интервальная оценка величины $[PIrKm+PIrKr+PImKr]$ величиной $[PIrKm]+[PIrKr]+[PImKr]$ оказывается завышенной. Это следует из того, что оптимальные решения для $PIrKm$, $PIrKr$, $PImKr$ находятся в разных вершинах прямоугольного бруса (табл. 2). Указанное следует учитывать при интервальном обобщении формул (3), (4).

Выбор начальных приближений в методах оптимизации. Сравнение количества операций произведенных методом перебора всех возможных комбинаций граничных точек и пошаговой оптимизации при

различном выборе начальных приближений проводилось на основе подсчета количества решений систем линейных уравнений (табл.3). Для представленных состояний подсчитывалось наименьшее и наибольшее количество решений системы при выборе в качестве начальной точки оптимизации некоторой комбинации граничных точек (сумма числа решений задач (7) и (8); после решения задачи (7) из этой же начальной точки решалась задача (8) без использования предсказания).

Таблица 3. Суммарное количество решений систем уравнений (1) и (9)

$P\omega$	Перебор возможных сочетаний граничных точек	Оптимизация из граничной точки	
		min	max
$PlsKm$	1024	48	1388
$PlrKm$	1024	48	1388
$PlsKr$	1024	48	1159
$PlrKr$	1024	48	1345
$PlmKr$	1024	48	1982
$PJ5=PlsKs$	1024	48	1482
$PlrKs$	1024	48	1343
$PlmKs$	1024	48	1497
$PJ3=PlrKm+PlrKr+PlmKr$	1024	48	1172
$PJ4=PlsKm+PlsKr$	1024	48	1292
$PJ6=PlsKm+PlsKr+PlrKs+PlmKs$	1024	48	1149

Для модели функционирования двух элементов рекомендуется применение оптимизационных методов с предсказанием точки экстремума. Незначительное увеличение числа итераций в случае неудачного предсказания компенсируется существенным уменьшением числа итераций в случае удачного предсказания.

Шаги процедуры оптимизации служат дополнительной проверкой на наличие локальных экстремумов внутри области оптимизации (относительно метода перебора крайних точек интервалов исходных данных). При практическом использовании методов оптимизации рекомендуется встроить в компьютерную программу блок

дополнительного анализа на случай обнаружения локальных экстремумов внутри области оптимизации.

Выводы. Интервальная оценка вероятности суммы состояний эффективнее (имеет меньший диаметр) суммы интервальных оценок отдельных состояний одной и той же совокупности элементов системы. Для поиска интервальных оценок вероятностей состояний двух элементов электрических систем рекомендуется использовать методы оптимизации.

Список литературы

1. Эндрени, Дж. Моделирование при расчетах надежности в электроэнергетических системах. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 336 с.

2. Ge H., Asgarpoor S., Reliability evaluation of equipment and substations with fuzzy Markov processes // IEEE Transactions on Power Systems, Vol 25, No 3, 2010. – P. 1319–1328.

3. Гришкевич А.А., Бурмутаев А.Е., Аналитические формулы для вычисления вклада сечений в результирующие показатели надежности // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей / под ред. В.В.Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2009. – Вып 7. – С. 113–117.

4. Бурмутаев А. Е. Оценка структурной надежности электротехнических комплексов и систем электроснабжения : автореферат дис. ... кандидата технических наук : 05.09.03. – Саратов, 2012. – 19 с.

<http://www.sstu.ru/files/aspirantura/Burmutaev-130212.doc>

5. Диллон Б., Сингх Ч. Инженерные методы обеспечения надежности систем. – М.: Мир, 1984. – 318 с.

6. Bai X., Asgarpoor S., Fuzzy-based approaches to substation reliability evaluation // Electric power system research, № 69, 2004. – P. 197–204.

7. Filipiak S., Methods of reliability estimations of high/medium voltage electrical substations // Numerical Methods and Computer Systems in Automatic Control and Electrical Engineering. – Częstochowa: Częstochowa University of Technology, 2005. – S. 97–102.

8. Grishkevich A.A., Piątek Ł., Burmutaew A., Метод интервальной оценки показателей структурной надежности схем систем электроснаб-

жения // Proc. of the fifth Int. Scientific Symposium Elektroenergetika 2009. – Slovakia: Technical University of Kosice, 2009. – P. 302–304.

9. Гришкевич А.А., Бурмутаев А.Е. Статистическое моделирование интервальных оценок показателей структурной надежности электрических систем // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов / под ред. В.В.Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2011. – Вып. 9. – С. 163–170.

10. Шарый С.П., Конечномерный интервальный анализ. – Институт вычислительных технологий СО РАН, 2013.

<http://www.nsc.ru/interval/Library/InteBooks/SharyBook.pdf>

11. Гришкевич А.А., Гришкевич М.А. Интервальные оценки вероятностей состояний на основе всевозможных комбинаций граничных значений интервалов исходных данных // Синтез анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов / под ред. В. В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2012. – Вып. 10. – С. 134–139.

12. Гришкевич, А.А. Комбинаторные методы исследования экстремальных структур математических моделей электрических цепей и систем: монография. – Челябинск, Издательство ЮУрГУ, 2004. – 258 с.

13. Grishkevich A.A., Hudym V.I., Kruczynin A.M., Sawicki A., Zagadnienia energetyczne wybranych współczesnych urządzeń i systemów elektrostalowniczych: Seria Monografie Nr 195. – Częstochowa, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, 2010. – 272 p.

14. ALGLIB cross-platform numerical analysis and data processing library. <http://www.alglib.net/>

15. Jaulin L., Kieffer M., Didrit O., Walter E., Applied interval analysis. – London: Springer, 2001.

<http://www.nsc.ru/interval/Library/ApplBooks/ApIntAnal.pdf>

Гришкевич Андрей Александрович – д.т.н., чл.-корр. АЭН, профессор Ченстоховского политехнического института; Polska, 42-200, Czestochowa, al. Armii Krajowej, 17, Politechnika Czestochowska (Czestochowa university of technology)); e-mail: a.grischkevich@el.pcz.czest.pl; grishkev_ramb@rambler.ru

СХЕМНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО РЕЖИМА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Л. Н. Канов

Предлагается метод схемного моделирования, предназначенный для численного анализа нестационарных режимов в электротехнических системах со сложным математическим описанием. Метод основан на применении эквивалентных электрических схем замещения. Метод иллюстрируется примером построения схемной модели автономной системы электроснабжения постоянного тока.

The method of circuit design, intended for the numerical analysis of the non-stationary modes in the electrical engineering systems with difficult mathematical description, is offered. A method is based on application of equivalent electric circuits of substitution. A method is illustrated the example of construction of circuit model of the off-line system of electrosupply of direct-current.

Введение. Эффективность проектирования электротехнических систем невозможна без расчета режимов и количественного анализа протекающих в них процессов. Необходимость подобных расчетов возникает при проектировании систем электроснабжения, состоящих из генераторов, статических и динамических нагрузок, систем электроприводов. Подобные расчеты представляют затруднения ввиду сложностей математического описания и невозможности получения точных аналитических решений. Численный расчет затруднен тем, что распространенные математические пакеты предполагают приведение математического описания к определенным стандартным формам, что не всегда возможно.

Одним из путей преодоления этих затруднений является моделирование электротехнических систем. В этой области применяются такие специализированные пакеты схемотехнического моделирования, как

COLO [1], PSpice, EWB [2] и др. Используется также универсальные программные комплексы имитационного моделирования, реализующие визуально – ориентированный подход, например, MatLab [3, 4]. Вместе с тем, несмотря на появление постоянно обновляющихся версий этих программ, они не всегда в достаточной степени удовлетворяют требованиям точности, охвата всех особенностей исследуемых систем, надежности, скорости выполнения расчетов.

Эффективным решением этой проблемы является применение схемных моделей электротехнических систем, построенных на основе эквивалентных электрических схем замещения [5]. Схемные модели позволяют достаточно точно отразить электромагнитные, электромеханические и иные процессы и определить их основные эксплуатационные и энергетические показатели. Наличие наборов схемных моделей основных элементов электротехнических систем позволит снизить затраты на разработку и проектирование, целенаправленно управлять их качеством с помощью встраиваемых алгоритмов и методов оптимизации.

Постановка задачи. Целью работы является развитие метода схемного моделирования электротехнических систем основе разработки новой схемной модели автономной системы электроснабжения и расчета ее режима.

Методика и материалы исследования. Рассмотрим автономную систему электроснабжения, состоящую из электрической машины постоянного тока параллельного возбуждения в режиме генератора и переменной резистивной нагрузки. Упрощенная схема системы изображена на рис. 1. Особенностью системы является то, что нагрузка может изменяться произвольным образом, а машина приводится во вращение моментом ветротурбины, зависимость которого от скорости вращения Ω и скорости ветра V представляется выражением [6]

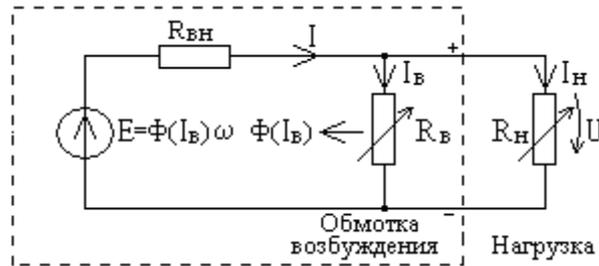


Рис. 1. Схема системы электроснабжения

$$M_B = \frac{D^3 \rho \pi V^2}{16} \cdot (k_1 e^{-k_2(z-z_0)^2} + k_3 e^{-k_4 z} + k_5 \sin z - k_6 z^5), \quad (1)$$

где D – диаметр ветроколеса; ρ – плотность воздуха; $z = \frac{D\Omega}{2V}$; $k_1 = 0,09$; $k_2 = -0,35$; $k_3 = 0,006$; $k_4 = 0,03$; $k_5 = 0,009$; $k_6 = 3 \cdot 10^{-7}$; $z_0 = 4,2$.

Электродвижущая сила машины зависит от скорости вращения и потока $e = \Omega \Phi(i_g)$, где i_g – ток обмотки возбуждения, обладающей сопротивлением r_g . С учетом насыщения магнитной цепи зависимость потока от тока возбуждения аппроксимирована выражением

$$\Phi(i_g) = 3,1 \arctg(4i_g) + 0,06i_g. \quad (2)$$

Электромагнитный момент машины зависит от тока i и потока

$$M = i \Phi(i_g), \quad (3)$$

где ток якоря i определяется выражением

$$i = \frac{e}{r_{\text{вн}} + \frac{r_g r_n}{r_g + r_n}}. \quad (4)$$

С учетом (2), (4) электромагнитный момент имеет вид

$$M = \frac{\Omega \cdot \Phi(i_g)^2}{r_{\text{вн}} + \frac{r_g r_n}{r_g + r_n}}. \quad (5)$$

С другой стороны $i = i_g + i_n = i_g \cdot \left(1 + \frac{r_g}{r_n}\right)$, и с учетом (4) получаем

уравнение для тока возбуждения

$$i_e \left(1 + \frac{r_e}{r_n} \right) = \frac{\Omega \cdot \Phi(i_e)}{r_{en} + \frac{r_e r_n}{r_e + r_n}}. \quad (6)$$

При переменной скорости вращения динамика системы описывается на основании (1), (5) уравнением

$$M_B(\Omega, V) = J \frac{d\Omega}{dt} + M + k_{mp} \Omega \quad (7)$$

с дополнительным алгебраическим уравнением (6). В уравнении (7) J – момент инерции вращающихся масс; k_{mp} – коэффициент трения. Решение уравнений (6), (7) численными методами с помощью существующих программных средств затруднено.

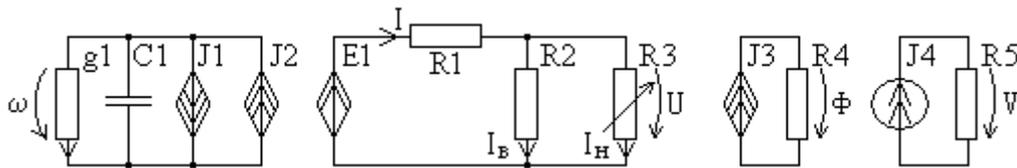


Рис. 2. Схемная модель системы

Построим схемную модель системы, которая изображена на рис. 2. На этом рисунке обозначены: емкость $C1 \Rightarrow J$; проводимость $g1 \Rightarrow k_{mp}$; сопротивления: $R1 = r_{en}$; $R2 = r_e$; $R3 = r_n$; $R4 = R5 = 1$; управляемые источники тока: $J1 \Rightarrow M$ по (3); $J2 \Rightarrow M_B(\Omega, V)$ по (1); $J3 \Rightarrow \Phi(i_e)$ по (2); управляемый источник ЭДС $E1 = \Omega \Phi(i_e)$; независимый переменный источник тока $J4 \Rightarrow V(t)$. Напряжение на емкости $C1$ численно соответствует скорости Ω ; на сопротивлении $R4$ – потоку $\Phi(i_e)$; на сопротивлении $R5$ – скорости ветра.

Обсуждение результатов. Построенная схемная модель может быть рассчитана программным обеспечением, допускающим построение управляемых источников вида (1)–(3), например, EWB. На рис. 3 изображены графики режима системы электроснабжения небольшой мощности при переменной скорости ветра, полученные с помощью

построенной схемной модели со следующими типичными значениями параметров: $D = 3 \text{ м}$; $J = 2,2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$; $k_{mp} = 0,01$; $R1 = 1 \text{ Ом}$; $R2 = 182 \text{ Ом}$.

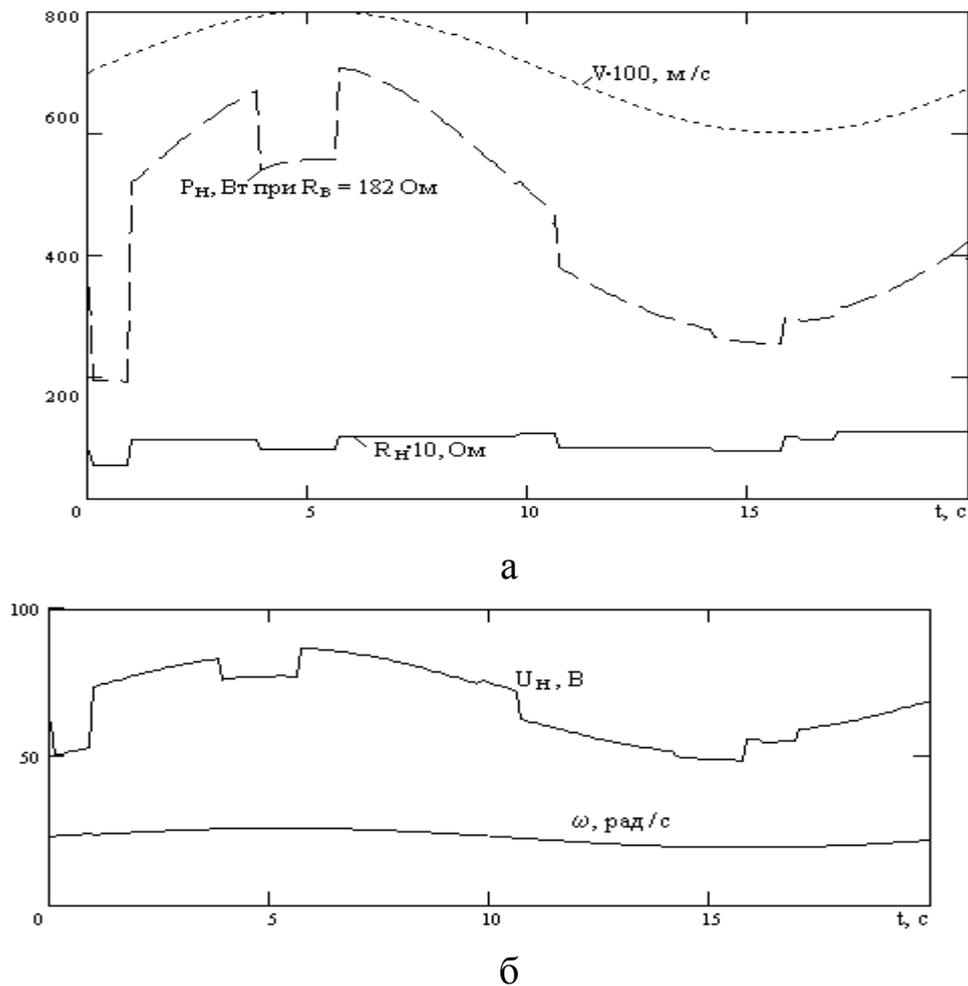


Рис. 3. Режим работы ВЭУ:

- а) скорость ветра, сопротивление и мощность нагрузки;
- б) напряжение нагрузки и скорость генератора

График скорости ветра для наглядности показан увеличенным в 100 раз, а график сопротивления нагрузки – в 10 раз. Скорость вращения отслеживает скорость ветра, на напряжение нагрузки оказывает влияние, как скорость ветра, так и сопротивление нагрузки. Мощность нагрузки также испытывает значительные колебания. Перспективным направлением развития этой работы является построение и моделирование системы стабилизации выходного напряжения и оптимизации режима системы электроснабжения.

Список литературы

1. Тиховод С.М. Метод компьютерного моделирования установившихся периодических электромагнитных процессов / С.М.Тиховод, И.О.Атанасьева, Т.М.Корнус // Электротехника та електроенергетика. – 2009. – № 1. – С. 23 – 28.
2. Карлащук В.И. Электронная лаборатория на IBM PC. – М.: Издательство «Солон-Р», 2001. – 726 с.
3. Герман-Галкин С.Г. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем в MatLab 6.0. – СПб.: Изд-во «Корона-Принт», 2001. – 320 с.
4. Черных И.В. Моделирование электротехнических устройств в MatLab, SimPower Systems и Simulink. – М.: Издательство «ДМК-Пресс»; СПб.: Издательство «Питер», 2008. – 288 с.
5. Канов Л.Н. Анализ переходных процессов в электрических машинах постоянного тока методом схемного моделирования // Электротехніка і електромеханіка. – 2004. – №3. – С. 34–37.
6. Олейников А.М. Моделирование динамики режима автономной ВЭУ малой мощности / А.М.Олейников, Ю.В.Матвеев, Л.Н.Канов, Е.И.Зарицкая // Праці ІЕД НАНУ: Збірник наук. праць. – Вип. 24. – Київ, 2009. – С. 11–18.

Канов Лев Николаевич, к. т. н., доц. кафедры судовых и промышленных электромеханических систем Севастопольского национального технического университета. 299053, Севастополь, ул. Университетская, 33, ауд. В209. E-mail: lkanov48@mail.ru

АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРОПРИВОДАХ МЕТОДОМ СХЕМНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

В. В. Костюков

Предлагается метод, предназначенный для численно-аналитического анализа переходных процессов в электроприводах постоянного тока в линейном режиме. Метод иллюстрируется примером моделирования переходного процесса пуска однодвигательного электропривода с упругими связями.

A method, intended for numeral, is offered – analytical analysis of transients in the electromechanics of direct-current in the linear mode. A method is illustrated the example of design of transient of starting of one-engined electromechanic with resilient connections.

Введение. Переходные процессы являются следствием перераспределения энергии, заключенной в системе при переходе от одного установившегося режима к другому. При переходных процессах возникают перенапряжения и сверхтоки, поэтому их анализ представляет научный и практический интерес.

Анализ переходных процессов в линейных системах осуществляется в основном тремя методами: классическим, операторным и методом переменных состояния. Наиболее наглядным является классический метод, позволяющий получить аналитические выражения для каждой из переменных, описывающих режим системы. В сложных системах применение классического метода затруднено громоздкостью вычислений при определении постоянных интегрирования в выражениях для переменных [1, 2]. Операторный метод не требует нахождения постоянных интегрирования, но сопряжен с трудностями при переходе в область оригиналов. Составление и решение уравнений в методе переменных состояния также связано с большим объемом вычислений.

Одним из направлений анализа переходных процессов является имитационное компьютерное моделирование с применением моделирующих и аналитических программных средств [3, 4]. Однако такие программные продукты, как Maple 5, Mathematica, PSpise, Simulink, COLO и др. не позволяют получить аналитического решения переходного процесса непосредственно по конфигурации системы. Поэтому, несмотря на имеющиеся достижения в области анализа переходных процессов в линейных системах, создание метода, сохраняющего привлекательные черты классического анализа, является актуальным. Преодоление отмеченных затруднений возможно применением предлагаемого численно аналитического метода схемных коэффициентов.

Цель работы. Работа посвящена разработке метода схемных коэффициентов для анализа переходных процессов в линейных системах, сочетающего преимущества численных методов и классического метода и позволяющего моделировать нестационарные и переходные режимы в сложных линейных системах.

Методика и материалы исследования. Каждая переменная состояния в системе n -го порядка при переходном процессе описывается выражением

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^n A_{ij} e^{p_j t}; \quad i, j = 1, 2 \dots n.$$

В общем случае для определения n^2 постоянных интегрирования $A_{ij}; i, j = 1, 2 \dots n$ необходимо составить и решить n систем линейных алгебраических уравнений n -го порядка, куда будут входить начальные условия по каждой переменной состояния и по их $n-1$ производным. Идея предлагаемого метода состоит в установлении связи между постоянными интегрирования для всех переменных состояния системы и благодаря этому существенному сокращению трудоемкости получения аналитических выражений для каждой переменной состояния [5].

Сущность предлагаемого метода рассмотрим на примере анализа переходного процесса пуска электропривода постоянного тока с упругими

связями. Кинематическая схема привода включает в себя двигатель, передаточные звенья и исполнительный механизм, которому передается крутящий момент. Каждый элемент кинематической цепи обладает конечной жесткостью и массой (моментом инерции). Так как передаточные звенья обычно обладают небольшими моментами инерции, их влиянием можно пренебречь [6]. В этих условиях привод представляется схемой, изображенной на рис. 1, где обозначены: D – приводной двигатель с постоянным потоком Φ , вращающим моментом M и скоростью ω_1 ; J_1 – приведенный момент инерции; M_1 – момент сопротивления; $ИМ$ – исполнительный механизм с моментом сопротивления нагрузки M_2 , скоростью ω_2 и моментом инерции J_2 ; M_{12} – крутящий момент, передающий вращение к исполнительному механизму (момент нагрузки передачи); C_{12} – коэффициент суммарной жесткости передачи.

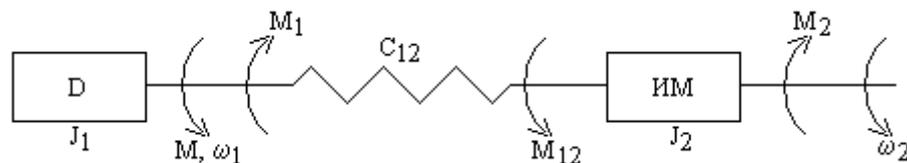


Рис. 1. Кинематическая схема

Момент передачи нагрузки зависит от разности углов поворота вала двигателя и перемещения исполнительного механизма

$$M_{12} = C_{12} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (1)$$

Уравнение якорной цепи двигателя с индуктивностью L , сопротивлением R и напряжением U имеет вид

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \Phi \omega_1 = U. \quad (2)$$

Момент двигателя Φi затрачивается на преодоление динамического момента $J_1 \frac{d\omega_1}{dt}$, момента сопротивления M_1 и момента нагрузки передачи M_{12}

$$\Phi i = J \frac{d\omega_1}{dt} + M_1 + M_{12}. \quad (3)$$

Момент нагрузки передачи M_{12} затрачивается на преодоление динамического момента нагрузки $J_2 \frac{d\omega_2}{dt}$ и момента сопротивления нагрузки M_2

$$M_{12} = J_2 \frac{d\omega_2}{dt} + M_2. \quad (4)$$

Дифференцируя выражение (1), получаем последнее уравнение системы

$$\frac{dM_{12}}{dt} = C_{12}(\omega_1 - \omega_2). \quad (5)$$

Уравнения (2) – (5) дают линейную модель однодвигательного двухмассового электропривода.

Для получения характеристического уравнения применим формальную алгебраизацию однородных уравнений (2) – (5)

$$\left. \begin{aligned} pLi + Ri + \Phi\omega_1 = 0; \quad pJ_1\omega_1 - \Phi i + M_{12} = 0; \\ pJ_2\omega_2 - M_{12} = 0; \quad pM_{12} = C_{12}\omega_1 - C_{12}\omega_2 \end{aligned} \right\}.$$

Последовательным исключением i из первого уравнения, M_{12} – из второго, ω_2 – из четвертого и после сокращения ω_1 получаем характеристическое уравнение четвертого порядка

$$Lp^4 + Rp^3 + [C_{12}(J_1^{-1} + J_2^{-1}) + \Phi^2 J_1^{-1}]p^2 + RC_{12}(J_1^{-1} + J_2^{-1})p + \Phi^2 C_{12} J_1^{-1} J_2^{-1} = 0$$

Для определения схемных коэффициентов установим связь между переменными состояния в системе (2) – (5). За базисную переменную примем ток i . Общий вид компонента переходного процесса, соответствующего корню p характеристического уравнения для переменных определяется выражениями: $i = A_1 e^{pt}$; $\omega_1 = A_2 e^{pt}$; $\omega_2 = A_3 e^{pt}$; $M_{12} = A_4 e^{pt}$. Подставляя i и ω_1 в однородное уравнение (2), получаем

$$LA_1 p + RA_1 + \Phi A_2 = 0, \text{ откуда } K_2(p) = \frac{A_2}{A_1} = -\frac{Lp + R}{\Phi}. \text{ Подставляя } i, \omega_1 \text{ и } M_{12}$$

в однородное уравнение (3), получаем $J_1 A_2 p - \Phi A_1 + A_4 = 0$, откуда $K_4(p) = \frac{A_4}{A_1} = \Phi + \frac{J_1 p(Lp + R)}{\Phi}$. Подставляя ω_2 и M_{12} в однородное уравнение (4), получаем $J_2 A_3 p - A_4 = 0$, откуда $K_3(p) = \frac{A_3}{A_1} = \frac{\Phi}{J_2 p} + \frac{J_1(Lp + R)}{\Phi J_2}$. Полный набор коэффициентов получается подстановкой в $K_2(p), K_3(p), K_4(p)$ корней характеристического уравнения p_1, \dots, p_4 .

Таким образом, для определения постоянных интегрирования A_{1i} для тока i при $i = 1, 2 \dots 4$ получаем систему уравнений

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ K_2(p_1) & K_2(p_2) & K_2(p_3) & K_2(p_4) \\ K_3(p_1) & K_3(p_2) & K_3(p_3) & K_3(p_4) \\ K_4(p_1) & K_4(p_2) & K_4(p_3) & K_4(p_4) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} A_{11} \\ A_{12} \\ A_{13} \\ A_{14} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i(0) - i_{уст} \\ \omega_1(0) - \omega_{1уст} \\ \omega_2(0) - \omega_{2уст} \\ M_{12}(0) - M_{12уст} \end{vmatrix}. \quad (6)$$

После численного решения этой системы переменные переходного процесса выражаются соотношениями

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^4 A_{1j} K_i(p_j) e^{p_j t} + x_{iуст}; \quad i = 1, 2 \dots 4,$$

где $K_i(p_j) = 1$ при $i = j$, а значения индекса i соответствуют переменным: $x_1 = i$, $x_2 = \omega_1$, $x_3 = \omega_2$, $x_4 = M_{12}$.

Обсуждение результатов. В качестве иллюстрации выполнен анализ переходного процесса пуска электропривода мощностью 55 кВт и со следующими типичными параметрами: напряжение 220 В, ток 287 А, сопротивление якоря 0,195 Ом, поток 1,23 В·с, $J_1 = 2,47 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $J_2 = 1,98 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $C_{12} = 10^3$, $M_1 = M_2 = 15 \text{ Н}\cdot\text{м}$, $L = 0,101 \text{ Гн}$ [6]. Характеристическое уравнение имеет две пары комплексно – сопряженных корней: $p_{1,2} = -0,972 \pm j1,564$, $p_{3,4} = -0,002921 \pm j30,21$. Установившиеся значения переменных: $i = 24,39 \text{ А}$; $\omega_1 = \omega_2 = 174,6 \text{ с}^{-1}$; $M_{12} = 15 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

Схемные коэффициенты $K_i(p_j)$, соответствующие нулевым начальным условиям, принимают значения: $K_2(p_{1,2}) = -0,08 \mp j0,127$;

$$K_2(p_{3,4}) = -0,158 \mp j2,456; K_3(p_{1,2}) = -0,079 \mp j0,128;$$

$$K_3(p_{3,4}) = 0,197 \pm j3,043; K_4(p_{1,2}) = 0,548 \pm j0,001834;$$

$$K_4(p_{3,4}) = -182,04 \pm j11,79.$$

Решением системы (6) получаем постоянные интегрирования для тока: $A_{11,12} = -12,214 \mp j693,849$; $A_{13,14} = 0,018 \mp j0,108$. Приведем значения остальных постоянных интегрирования, полученные с помощью схемных коэффициентов: $A_{21,22} = -87,23 \pm j56,718$; $A_{23,24} = -0,268 \mp j0,028$;
 $A_{31,32} = -87,83 \pm j56,356$; $A_{33,34} = 0,332 \pm j0,035$; $A_{41,42} = -5,422 \mp j380,37$;
 $A_{43,44} = -2,078 \pm j19,862$.

На рис.2 изображены графики переходного процесса включения привода на постоянное напряжение, рассчитанные с помощью схемных коэффициентов. Пусковой ток превышает номинальное значение в 2,4 раза. Такой же всплеск имеет момент нагрузки передачи. Подобный характер тока и момента обусловлен первой парой корней характеристического уравнения $p_{1,2}$, обеспечивающих период колебания $T \approx 4$ с с декрементом 54,6.

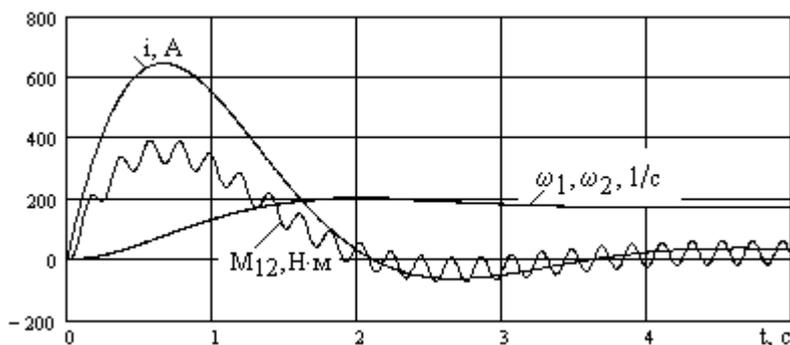


Рис. 2. Переходный процесс включения

Присутствие этих низкочастотных колебаний во всех переменных обеспечивается большими значениями модулей постоянных

интегрирования, соответствующих $p_{1,2}$. Высокочастотные колебания с периодом $T \approx 0,21$ с и с почти единичным декрементом характерны лишь для момента, что объясняется модулем постоянной $|A_{43,44}| \approx 20$. В то же время для тока и скоростей модули соответствующих постоянных пренебрежимо малы, поэтому в графиках этих переменных высокочастотные колебания не проявляются.

Отметим, что постоянные $A_{21,22}$ и $A_{31,32}$ почти не отличаются, что говорит о почти идентичности изменения скоростей ω_1, ω_2 . Незначительные расхождения в противофазе между постоянными $A_{23,24}$ и $A_{33,34}$ объясняются скручиванием вала механической передачи и вследствие упругости появления момента M_{12} . Из – за большого коэффициента жесткости незначительные колебания скоростей начала и конца вала передачи приводят к заметным высокочастотным колебаниям момента. Амплитуда высокочастотных колебаний момента в 2,6 раза превосходит установившееся значение.

Таким образом, при воздействии момента двигателя на упругую механическую систему возникают колебательные процессы, увеличивающие максимальные нагрузки передач и рабочего оборудования. Допустимым значениям этих нагрузок соответствуют определенные допустимые значения максимального момента двигателя. Поэтому в общем случае для электропривода следует задать максимально допустимое значение момента двигателя, выбранное с учетом нагрузочной способности самого двигателя и с учетом допустимых максимальных нагрузок механического оборудования. Динамические перегрузки тем больше, чем больше при заданном моменте инерции двигателя приведенный момент инерции механизма J_2 .

Выводы

Предложенный численно – аналитический метод основан на определении полной матрицы постоянных интегрирования и предназначен для расчета переходных процессов в линейных системах.

Метод является дальнейшим развитием классических методов расчета переходных процессов в линейных системах. Достоинством метода является возможность оценки вклада каждого собственного числа системы дифференциальных уравнений в формирование свободной составляющей переходного процесса, а также отсутствие необходимости в определении производных от переменных системы для нахождения постоянных интегрирования.

Список литературы

1. Теоретические основы электротехники. Т.2 / К.С.Демирчян, Л.Р.Нейман, Н.В.Коровкин, В.Л.Чечурин. – СПб.: Изд-во «Питер», 203. – 576 с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – М.: Изд-во «Гардарики», 2006. – 701 с.
3. Семененко М.Г. Введение в математическое моделирование. – М.: Изд-во «Солон-Р», 2001. – 112 с.
4. Тиховод С.М. Моделирование динамических электромагнитных процессов в трансформаторе с современной электротехнической сталью // Электротехника та електроенергетика. – 2006. – №1. – С. 37–41.
5. Костюков В.В. Численно – аналитическое моделирование переходных процессов в электротехнических системах / В.В.Костюков, Л.Н.Канов // Электротехника та електроенергетика. – 2007. – №1. – С. 52–56.
6. Ключев В.И. Ограничение динамических нагрузок электропривода. – М.: Энергия, 1971. – 320 с.

КОСТЮКОВ Валентин Викторович – к.т.н., доц. кафедры судовых и промышленных электромеханических систем Севастопольского национального технического университета. 299053, Севастополь, ул. Университетская, 33, ауд. В209. E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua

МАТРИЧНЫЙ АНАЛИЗ И ТЕОРИЯ ГРАФОВ

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЗНАКА АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ДОПОЛНЕНИЯ ЭЛЕМЕНТА МАТРИЦЫ

И. В. Ерохов

Предложено правило для нахождения знака алгебраического дополнения элемента матрицы. Правило учитывает как изменение номеров строк и столбцов после каждого применения теоремы Лапласа, так и более общий алгоритм, основанный на понятии «инверсии». Понятие «мера беспорядка» позволяет избежать процедуры присвоения новых номеров абсолютно всем строкам и столбцам, оставшимся в матрице после очередного применения теоремы Лапласа, так как новый номер вычисляется только для индексов последнего элемента разложения.

The rule for finding the sign of the cofactors of the matrix element is proposed. The rule takes into account both the changing numbers of rows and columns after each application of the theorem by Laplace and the more general algorithm based on the concept of «inversion». The concept of «measure of disorder» avoids the procedure of assigning new numbers to all rows and columns remaining in the matrix after another application of the Laplas' theorem, as a new number is calculated only for the index of the last element decomposition.

Поиски технологичного алгоритма вычисления знака алгебраического дополнения были вызваны необходимостью многократного применения теоремы Лапласа для разложения по строке или столбцу к одной и той же матрице. В такой ситуации самый простой рецепт сводится к присвоению строкам и столбцам новых номеров после каждого применения теоремы. Однако от реализации этого рецепта пришлось отказаться, так как

изменение номеров строк и столбцов приводило к нежелательным изменениям индексации элементов матрицы.

Решение нашлось случайно. Было применено алгоритмическое правило вычисления знака, которое не требует многократного изменения индексации элементов матрицы [1]:

$$(-1)^{(i-x)+(j-y)} \quad (1)$$

где i, j – индексы элемента матрицы, сомножителя алгебраического дополнения; x, y – «мера беспорядка» среди номеров ранее удаленных строк и столбцов.

Приведем простой пример:

$$A_{4:6}^{1.3.8:5.9.11} \quad (2)$$

Верхний индекс алгебраического дополнения (2) состоит из номеров удаленных строк и столбцов, которые разделяет двоеточие. Нижний индекс – содержит номера строки и столбца ячейки матрицы, в которой ранее располагался элемент разложения $a_{4:6}$. Так как элемент вычеркивается, то верхний индекс алгебраического можно дополнить строкой и столбцом 4, 6 из нижнего индекса: 4.1.3.8:6.5.9.11.

Для определения «меры беспорядка» в ряду номеров удаленных строк надо подсчитать число индексов, которые меньше по модулю номера 4. Таких индексов два (1.3), следовательно $x = 2$. «Меру беспорядка» в ряду номеров удаленных столбцов, где только один индекс (5) меньше по модулю номера 6, находим аналогично $y = 1$. Таким образом, знак алгебраического дополнения (2) определяем по формуле (1):

$$(-1)^{(4-2)+(6-1)} = -1 \quad (3)$$

Формула (1) работала хорошо, поэтому в процессе исследования нового математического аппарата, где нужно было неоднократно определять знаки алгебраических дополнений, не возникал вопрос обоснованности этого алгоритмического правила [2].

Об определении подобных знаков известно [3]:

«Определитель, детерминант, квадратной матрицы $A = [a_{i,j}]$ порядка n над ассоциативно-коммутативным кольцом K с единицей 1 – элемент кольца K , равный сумме всех членов вида

$$(-1)^t a_{1:i_1}, \dots, a_{n:i_n}, \quad (4)$$

где i_1, \dots, i_n – перестановка чисел $1, \dots, n$, а t – число инверсий перестановки i_1, \dots, i_n ».

Попробуем проиллюстрировать эту цитату простым примером.

Дана квадратная матрица 3-го порядка:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Найдем слагаемые детерминанта матрицы (5) по школьному правилу.

1. Добавим дополнительно два первых столбца (записываем только индексы)

$$\Delta[M] \Rightarrow \begin{vmatrix} 11 & 12 & 13 & 11 & 12 \\ 21 & 22 & 23 & 21 & 22 \\ 31 & 32 & 33 & 31 & 32 \end{vmatrix};$$

2. Выделим главные и второстепенные диагонали

$$\begin{array}{ccccccc} + & + & + & & - & - & - \\ 11 & 12 & 13 & & & 13 & 11 & 12 \\ & 22 & 23 & 21 & & 22 & 23 & 21 \\ & & 33 & 31 & 32 & 31 & 32 & 33 \end{array}$$

Запишем (сверху-вниз) слагаемые трех главных диагоналей, так как при такой записи сомножителей первые индексы представляют собой упорядоченный ряд чисел, что соответствует требованиям формулы (4):

$$11 \cdot 22 \cdot 33 \quad 12 \cdot 23 \cdot 31 \quad 13 \cdot 21 \cdot 32,$$

выделим ряды перестановки чисел для каждого слагаемого:

$$1 \ 2 \ 3 \quad 2 \ 3 \ 1 \quad 3 \ 1 \ 2.$$

Определим количество инверсий t в каждом ряду чисел:

0 2 2.

Знак слагаемых определителя матрицы (5), расположенных на главных диагоналях, после подстановки значений t в (4) будет «+».

Запишем слагаемые трех второстепенных диагоналей:

$13 \cdot 22 \cdot 31$ $11 \cdot 23 \cdot 32$ $12 \cdot 21 \cdot 33$,

Выделим ряды перестановки чисел для каждого слагаемого:

3 2 1 1 3 2 2 1 3.

Определим количество перестановок (инверсий) t в каждом ряду чисел:

3 1 1.

Знак слагаемых определителя матрицы (5), расположенных на второстепенных диагоналях, после подстановки значений t в формулу (4) будет минус.

Очевидно, что правило знака, применимое к слагаемым определителя, может быть распространено на алгебраическое дополнение. Добавим к последовательностям чисел верхнего индекса (2) числа нижнего индекса 4:6:

$$4.1.3.8:6.5.9.11. \quad (6)$$

Число перестановок в первой последовательности чисел (до достижения порядка расположения их по модулю) равно 2-м, во второй числовой последовательности – равно 1-е. Знак алгебраического дополнения определится по формуле (4): $(-1)^{2+1} = -1$.

Способ определения знака по числу инверсий в последовательностях индексов, предложенный в статье [3], пригоден для вычисления знака алгебраического дополнения. Однако таким правилом определения знака в работе [2] автор настоящей статьи не пользовался.

Смысл понятия «мера беспорядка» можно установить другим путем. Запишем последовательность индексов строк оставшихся после предыдущих вычеркиваний в матрице, а ниже разместим новые номера этих строк:

Старые номера 2, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11.

Новые номера 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. (7)

Как видно из сопоставления старых и новых номеров строк, вычеркиваемая строка 4 имеет новый номер 2. Это же значение мы получаем при вычислениях с использованием понятия «мера беспорядка» (3): $(4-2)=2$. Другими словами, вычисляется новое значение индекса 4.

Проверим этот вывод, сравнивая ряды индексов столбцов:

Старые номера 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10.

Новые номера 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. (8)

Как видим, вычеркиваемый столбец 6 имеет новый номер 5, что также подтверждается вычислением, с использованием понятия «мера беспорядка» (3): $(6-1)=5$.

Итак, правило знака (1) включает в себя одновременно как простой рецепт изменения номеров строк и столбцов после каждого применения теоремы Лапласа, так и более общий алгоритм определения знака (4), основанный на понятии «инверсии». Понятие «мера беспорядка» позволяет избежать процедуры присвоения новых номеров абсолютно всем строкам и столбцам, оставшимся в матрице после очередного применения теоремы Лапласа, так как новый номер вычисляется только для индексов последнего элемента разложения. Можно предположить, что формула (1) найдет свое эффективное программное оформление.

Список литературы

1. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры.– М.: Наука, 1970.– 400 с.
2. Ерохов И.В. Машинное моделирование и анализ радиоэлектронных цепей на основе ветвящихся целных дробей / Дис. канд. техн. наук. – Одесса: ОЭИС, 1982. – 175 с.
3. Математическая энциклопедия. – М: «Советская энциклопедия», 1984.– Т.4, стб. 30.

Ерохов Игорь Васильевич – кандидат технических наук, г.Запорожье, Украина. E-mail: yerokhov@bigmir.net.

ЭФФЕКТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ РАЗЛОЖЕНИЯ МАТРИЧНЫХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ²

М. В. Недорезов, В. В. Филаретов

Предложены рекурсивные алгебраические алгоритмы разложения определителей матриц и суммарно-разностных алгебраических дополнений. Алгоритмы не требуют перенумерации строк и столбцов, не используют их порядковые номера для нахождения знака слагаемых, предусматривают операции с исходной последовательностью индексов элементов матриц и производными от нее последовательностями. Выполняется одновременное выделение четырех элементов, имеющих одинаковое значение и расположенных на пересечении двух строк и столбцов. Это исключает образование взаимно уничтожающихся слагаемых и обеспечивает сложение повторяющихся слагаемых.

The recursive algebraic algorithms decomposition of determinants of matrices and sum-difference algebraic additions are proposed. The algorithms do not require renumbering rows and columns, not used their ordinal numbers to find the sign of summands, there is only operations with the original sequence of indices of matrix elements and derived sequences. The simultaneous extraction of four elements having the same value at the intersection of two rows and two columns eliminates the formation of cancelled summands and provides the summation of duplicate summands.

Противоречие матричной алгебры. Начала теории определителей, истоки которой восходят к работе Готфрида Лейбница 1693 года [1], содержат некоторое методическое противоречие. С одной стороны, определитель матрицы в виде суммы отдельных слагаемых можно найти без использования нумерации строк и столбцов, применив для этого символные обозначения.

²Поддержано Российским Фондом Фундаментальных Исследований (РФФИ), заявка №15-07-05847

С другой стороны, желая получить компактное (вложенное) выражение определителя с помощью разложения Лапласа по строке (столбцу) или нескольким строкам (столбцам), приходится использовать понятие алгебраического дополнения, которое отличается от соответствующего минора матрицы знаком, учитывающим порядковые номера строк и столбцов [2].

Для матриц высокой размерности индуктивное построение определителя оказывается предпочтительным или единственно возможным. Разложение определителя матрицы M по некоторому элементу m_{ij} (выделение элемента m_{ij}) имеет вид

$$\Delta = (-1)^{i+j} m_{ij} \Delta_{ij} + \Delta(m_{ij}=0), \quad (1)$$

где Δ_{ij} – минор, то есть определитель матрицы, образованной из матрицы M путем вычеркивания строки i и столбца j ; $\Delta(m_{ij}=0)$ – определитель матрицы, полученной из матрицы M в результате удаления элемента m_{ij} . Формула (1) применяется к определителям Δ_{ij} и $\Delta(m_{ij}=0)$ рекурсивно до получения матриц первого порядка и вырожденных матриц.

Теорема Лапласа в ее общем или специальных случаях довольно широко используется при аналитическом решении систем линейных алгебраических уравнений [3] и формировании символьных схемных функций электрических цепей [4–7]. При этом нахождение знака требует существенной доли в затратах времени на разложение определителей. Это связано не только и не столько с наличием дополнительных операций сложения, а с необходимостью перенумерации строк и столбцов в результате выделения элементов матриц.

Алгебраическое правило нахождения знака (формула (1)), возможно, обладает наглядностью при раскрытии определителей вручную. Однако в случае матриц высокой размерности, которые имеют, как правило, высокую разреженность, приходится использовать их списочное кодирование, задавая списками-множествами только ненулевые элементы [8]. Соответствующие методики опираются на графовые (топологические) представления и широко применяются в настоящее время при численном

решении систем уравнений [3]. По существу, нельзя отрицать, что современные технологии решения систем уравнений фактически отрицают понятие матрицы как таблицы элементов.

При разложении определителя матрицы M в символьном (буквенном) виде также желательно ее представление в виде топологического объекта, заданного списком элементов, каждому из которых соответствуют номер строки и номер столбца. Номера строки a и столбца c характеризуют положение элемента m_{ac} в исходной или производной матрице, но не используются для вычисления знаков при разложении определителя.

В статье предлагаются алгоритмы раскрытия матричных определителей как содержащих, так и не содержащих одинаковых элементов, не требующие повторной нумерации строк и столбцов в ходе преобразований.

Топологическое раскрытие матричного определителя.

Определитель D матрицы G можно раскрыть рекурсивно по формуле [9]

$$D = \operatorname{sgn}(a, c) g_{ac} D_{ac} + D_{(g_{ac}=0)}, \quad (2)$$

где $\operatorname{sgn}(a, c)$ – знаковая функция, равная 1 при $a=c$ и -1 при $a \neq c$; g_{ac} – элемент матрицы G , расположенный на пересечении строки a и столбца c ; D_{ac} – определитель матрицы, образованной из матрицы G в результате следующих преобразований: 1) вычеркивания элементов с номерами строки a и столбца c ; 2) замены номера a в списке элементов матрицы G на номер c . Если $a=c$, то второе преобразование не выполняется.

При повторном использовании формулы (2), как и в случае формулы (1), индексы элементов матрицы G могут приобретать новые номера, не связанные с координатами этих элементов в матрице. Формула (1) в отличие от формулы (2) требует трудоемкого восстановления порядковой нумерации строк и столбцов. Выражения определителей, полученные на основе формул (1) и (2), могут различаться только знаками подвыражений и полностью совпадают при раскрытии скобок.

Пример 1. Ниже выполнено разложение по строкам с помощью формулы (2) определителя D матрицы третьего порядка.

$$\begin{aligned}
D &= \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \beta_{12} & \gamma_{13} \\ \delta_{21} & \varepsilon_{22} & \zeta_{23} \\ \eta_{31} & \theta_{32} & \iota_{33} \end{vmatrix} = \operatorname{sgn}(1,1) \alpha D_{11}(1 \rightarrow 1) + \operatorname{sgn}(1,2) \beta D_{12}(1 \rightarrow 2) + \\
&\quad + \operatorname{sgn}(1,3) \gamma D_{13}(1 \rightarrow 3) = \\
&= \alpha \begin{vmatrix} \varepsilon_{22} & \zeta_{23} \\ \theta_{32} & \iota_{33} \end{vmatrix} - \beta \begin{vmatrix} \delta_{22} & \zeta_{23} \\ \eta_{32} & \iota_{33} \end{vmatrix} - \gamma \begin{vmatrix} \delta_{23} & \varepsilon_{22} \\ \eta_{33} & \theta_{32} \end{vmatrix} = \\
&= \alpha (\operatorname{sgn}(2,2) \varepsilon \iota_{33} + \operatorname{sgn}(2,3) \zeta \theta_{32}) - \beta (\operatorname{sgn}(2,2) \delta \iota_{33} + \operatorname{sgn}(2,3) \zeta \eta_{32}) - \\
&- \gamma (\operatorname{sgn}(2,3) \delta \theta_{32} + \operatorname{sgn}(2,2) \varepsilon \eta_{33}) = \alpha (\varepsilon \iota - \zeta \theta) - \beta (\delta \iota - \zeta \eta) - \gamma (-\delta \theta + \varepsilon \eta).
\end{aligned}$$

Строго говоря, сомножители D_{12} , D_{12} и D_{13} не являются минорами матрицы, поэтому для них, как и для самого определителя, не было использовано обычное обозначение Δ . Однако, хотя указанные сомножители могут отличаться от соответствующих миноров знаком, определитель матрицы D равен Δ , то есть обычному алгебраическому определителю.

На рис. 1 показаны графы, отображающие исходную и производные матрицы.

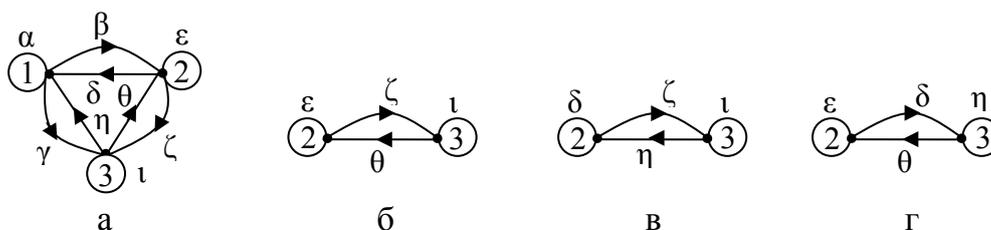


Рис. 1. Графы матриц: исходной (а)

и производных после выделения элементов первой строки (б–г)

Список элементов в этом примере только для наглядности помещен в матрицу. Это не обязательно, поскольку для применения формулы (2) элементы матрицы, отображаемые греческими буквами, могут быть представлены списком, а индексы при буквенных обозначениях могут не иметь отношения к строкам и столбцам матрицы. В формуле (2) операция сложения номеров строки и столбца заменена операцией сравнения,

которая применима не только к цифровым, но и к буквенным, знаковым и т.д. объектам.

Суть топологического раскрытия определителя заключается в том, что после выделения элементов первой строки обрабатываются матрицы, индексы элементов которых не имеют порядковой нумерации и даже расположены не в порядке возрастания номеров. Затраты на изменение этих «фиктивных» номеров строк и столбцов несопоставимо меньше затрат, которые требуются при порядковой нумерации строк и столбцов после выделения очередного элемента матрицы по формуле (1).

Матрично-алгебраическое доказательство формулы (2). Будем вести доказательство при помощи полной индукции относительно n , сводя определитель n -го порядка к определителю $(n-1)$ -го порядка. Сначала рассмотрим случай $n=1$. Для индексов строки и столбца $i=j=1$ алгебраическое дополнение Лапласа $(-1)^{1+1}\Delta_{11}$ и определитель $sgn(1,1)D_{11}(1\rightarrow 1)$ совпадают по модулю и знаку. Теперь по принципу полной индукции принимается, что для измерения $n-1$ при $n\geq 2$ формула (2) уже доказана, и необходимо показать, что для измерения n формула (2) также справедлива.

Производные определители Δ и D в формулах (1) и (2) отличаются только знаком. Поэтому нет необходимости в сложных построениях, подобных общему индуктивному рассмотрению [2]. Прежде всего, обратим внимание на то, что при равенстве индексов строки и столбца $i=j$ отличие в знаке у Δ_{11} и D_{11} не появляется.

Рассмотрим отдельно случаи нечетных и четных сумм $i+j$. Отличие в знаке от правила Лапласа, появляющееся при четных степенях $i+j$, обусловлено неупорядоченностью столбцов. Например, в третьем определителе $sgn(1,3)\gamma D_{13}(1\rightarrow 3)$ из примера 1 следует поменять местами столбцы, чтобы знак $sgn(1,3)$ совпал со знаком $(-1)^{1+3}$ соответствующего алгебраического дополнения Лапласа:

$$\alpha \begin{vmatrix} \varepsilon_{22} & \zeta_{23} \\ \theta_{32} & \iota_{33} \end{vmatrix} - \beta \begin{vmatrix} \delta_{22} & \zeta_{23} \\ \eta_{32} & \iota_{33} \end{vmatrix} - \gamma \begin{vmatrix} \delta_{23} & \varepsilon_{22} \\ \eta_{33} & \theta_{32} \end{vmatrix} = \alpha \begin{vmatrix} \varepsilon_{22} & \zeta_{23} \\ \theta_{32} & \iota_{33} \end{vmatrix} - \beta \begin{vmatrix} \delta_{22} & \zeta_{23} \\ \eta_{32} & \iota_{33} \end{vmatrix} + \gamma \begin{vmatrix} \varepsilon_{22} & \delta_{23} \\ \theta_{32} & \eta_{33} \end{vmatrix}.$$

Указанная переменная местами двух столбцов с номерами 3 и 2 равносильна замене номера у столбца (с номером строки 1) на номер столбца 3 в соответствии с операцией $D_{13}(1 \rightarrow 3)$. Таким образом, в предложенной формуле (2) по сравнению с формулой Лапласа неявно выполняется перестановка столбцов в производных определителях. Поэтому алгебраическое дополнение Лапласа $(-1)^{1+3}\Delta_{13}$ отличается знаком от дополнения $\text{sgn}(1,3)D_{13}(1 \rightarrow 3)$.

В случае второго определителя $\text{sgn}(1,2) \beta D_{12}(1 \rightarrow 2)$ из примера 1 замена номера у столбца (с номером строки 1) на номер столбца 2 в соответствии с операцией $D_{12}(1 \rightarrow 2)$ не равносильна перестановке столбцов, поскольку столбцы 1 и 2 – соседние. Поэтому алгебраическое дополнение Лапласа $(-1)^{1+2}\Delta_{12} = \text{sgn}(1,2)D_{12}(1 \rightarrow 2)$.

Приведенная выше индукция для $n=3$ и $n-1=2$ является только иллюстрацией. Далее, при строгом доказательстве, будем считать, что матрица $(n-1)$ -го порядка дополняется n -й строкой и n -м столбцом, а разложение определителя n -го порядка выполняется по n -й строке. Удобно перейти от записи правила знака в виде $(-1)^{n+j}$ к записи в виде $(-1)^{n-j}$, что доказывается добавлением четного значения $2j$: $(-1)^{n+j-2j} = (-1)^{n-j}$ [2].

При индуктивной реконструкции формулы (1), рассмотренной в [2], изменение знака происходит только тогда, когда столбец j меняется местами со столбцом n [2, с.66]. Такое изменение положения для сохранения порядка следования столбцов с индексами, большими j , требует перестановки $n-j$ столбцов, требующей $n-j$ изменений знака.

Уже отмечалось, что в формуле (2) правило знака при $n=j$ переходит в $\text{sgn}(n,n)=1$ и не отличается от знака $(-1)^{n+n}=1$. В случае $n \neq j$ формула (2) требует $D_{1j}(1 \rightarrow j)$, то есть замены индекса столбца 1 на индекс столбца j . Это означает, что столбец 1 переходит на место удаленного столбца j , что нарушает первоначальное расположение столбцов матрицы. Для

возвращения столбцу 1 «правильного» номера, очевидно, требуется $n-j+1$ перестановок столбцов.

Если эти перестановки выполнить, то правило знака в формуле (1) совпадет с правилом знака в формуле (2) не только для $n=j$, но и для $n \neq j$. Действительно, для формулы (1) знак положителен при четных разностях $n-j$, когда выполняется нечетное число $n-j+1$ перестановок столбцов в формуле (2). Поэтому с учетом $\text{sgn}(n,j)=-1$ при $n \neq j$ сравниваемые формулы оказываются эквивалентными.

В формуле (1) знак отрицателен при нечетных разностях $n-j$, когда выполняется четное число $n-j+1$ перестановок столбцов в формуле (2). Поэтому сравниваемые формулы с учетом $\text{sgn}(n,j)=-1$ при $n \neq j$ опять оказываются эквивалентными. После указанного упорядочения столбцов производный определитель D_{ij} приобретает знак $(-1)^{n-j}$ и становится классическим алгебраическим дополнением Δ_{ij} .

Следовательно, различие формул (1) и (2) заключается в том, что в формуле (2) изменяется нумерация столбцов и знаковая функция sgn компенсирует возврат столбцов на прежнее место. После такого преобразования разложение определителей $(n-1)$ -го порядка не будет отличаться от разложения исходного определителя n -го порядка, поскольку правило сравнения перейдет в правило Лапласа.

Вне рамок доказательства предложенный нами алгоритм не требует упорядочения строк или столбцов, так как работает не с разреженной в общем случае матрицей, а с индексами ее ненулевых элементов. Для обеспечения знакового соответствия производных определителей, полученных по правилу сравнения, алгебраическим дополнениям Лапласа можно выполнять упорядочение строк или столбцов в определителях при четных степенях $(-1)^{i+j}$. Однако для работы в качестве вычислительного алгоритма такая модификация нецелесообразна.

Схемно-алгебраическое доказательство формулы (2). При схемно-алгебраическом доказательстве формулы (2) используется то обстоятельство, что матрица G порядка n может быть отображена электрической схемой G с n^2 источниками тока, управляемыми

напряжением, которая имеет $n+1$ узлов [10–12]. При разложении определителя такой схемы используется формула, реализующая метод стягивания и удаления ветвей [13]:

$$D = \operatorname{sgn}(a, c) g_{(a+b)(c+d)} D_{(a+b)(c+d)} + D_0, \quad (3)$$

где $g_{(a+b)(c+d)}$ – параметр источника тока, направленного от узла a к узлу b , управляемого напряжением, ориентированным от узла c к узлу d ; $D_{(a+b)(c+d)}$ – определитель схемы, полученной из первоначальной схемы в результате следующих преобразований: 1) стягивание генератора (приемника) выделяемого управляемого источника таким образом, чтобы генераторы тока (приемники напряжения), которые присоединены к узлу a (узлу c) переключились на узел b ; 2) объединение узлов a и c ; D_0 – определитель схемы, образованной из первоначальной схемы путем нейтрализации выделяемого управляемого источника ($g_{(a+b)(c+d)}=0$).

Параметр $g_{(a+b)(c+d)}$ в формуле (3) соответствует элементу g_{ac} в матрице G при $b=d=0$. Преобразование 1 в формуле (3) изоморфно вычеркиванию строки a и столбца c в матрице G , а преобразование 2 – замене номеров оставшихся строк и столбцов $a \rightarrow c$. Это доказывает формулу (2) и подтверждает эквивалентность вложенных выражений определителей, получаемых с помощью формул (2) и (3) для матрицы и отображающей ее схемы, соответственно.

Суммарные алгебраические дополнения и тождества с ними. Формула (3) заимствует обозначение многократных суммарных алгебраических дополнений (МСАД) [4], которые представляются в виде последовательности пар номеров строк и столбцов, задающей операции над некоторой матрицей. Например, МСАД первого порядка с одной парой суммарно-разностных индексов можно представить в виде: $\Delta_{(a\pm b)(c\pm d)}$.

Индексов строк (a и b) или столбцов (c и d) могут быть соединены в паре суммой или разностью. Сумма указывает на добавление строки a к строке b и удаление строки a из матрицы. Разность предполагает

инверсию (присвоение противоположного знака) элементам столбца c , добавление столбца c к столбцу d и удаление столбца c из матрицы.

Добавление строки или столбца к столбцу или строке с номером 0 (отсутствующим в матрице базисным строке или столбцу) соответствует удалению этой строки и столбца в матрице, поэтому вместо « $a+0$ » или « $c+0$ » пишется просто « a » или « c », как в формуле (2):

$$\Delta_{ac} = \Delta_{(a+0)(c+0)}.$$

Для единообразия положительные одиночные индексы можно не использовать. Например, к индексам вида Δ_{ac} добавляется 0 (индекс базисной строки и столбца) и записывается $\Delta_{(a+0)(c+0)}$. Вычитание базисной строки или столбца равносильно ее добавлению: $\Delta_{(a-0)(c-0)} = \Delta_{(a+0)(c+0)}$.

МСАД позволяют задать исключение из матрицы одинаковых по модулю элементов, имеющих различные или одинаковые знаки (табл. 1). После применения тождеств (слева в табл. 1) из матриц (справа в табл. 1) удаляются строка a и столбец c вместе с исчезновением соответствующих параметров N , T , Q или M .

Матричные тождества, приведенные в строках 1–4 табл. 1 доказываются непосредственным применением теоремы Лапласа для разложения определителя по строке или столбцу.

В процессе изменения номеров индексов МСАД могут образовываться вырожденные пары, например, $(a+a)(c+d)$ или $(a+b)(c+c)$, что означает равенство МСАД нулю, что является следствием тождества в строке 1 табл. 1.

Сумма индексов несимметрична, например,

$$\Delta_{(a+b)(c-d)} = -\Delta_{(b+a)(c-d)}, \quad (4)$$

а разность индексов симметрична:

$$\Delta_{(a+b)(c-d)} = \Delta_{(a+b)(d-c)}. \quad (5)$$

Разность одинаковых индексов не приводит к вырождению МСАД, и пары вида $(a-a)(c+d)$ или $(a+b)(c-c)$ выделяются на основе тождеств

$$\Delta_{(a-a)(c+d)} = 2\Delta_{a(c+d)} \quad \text{или} \quad \Delta_{(a+b)(c-c)} = 2\Delta_{(a+b)c}, \quad (6)$$

которые следуют из тождеств в строке 2 или строке 3 табл 1.

Таблица 1. Соответствие миноров, образующих МСАД, элементам матрицы

	Матричное тождество	Элементы матрицы									
1	$\Delta_{(a+b)(c+d)} = \Delta_{ac} + \Delta_{bd} - \Delta_{ad} - \Delta_{bc}$	<table border="1"> <tr> <td></td> <td><i>c</i></td> <td><i>d</i></td> </tr> <tr> <td><i>a</i></td> <td><i>N</i></td> <td><i>-N</i></td> </tr> <tr> <td><i>b</i></td> <td><i>N</i></td> <td><i>-N</i></td> </tr> </table>		<i>c</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>N</i>	<i>-N</i>	<i>b</i>	<i>N</i>	<i>-N</i>
	<i>c</i>	<i>d</i>									
<i>a</i>	<i>N</i>	<i>-N</i>									
<i>b</i>	<i>N</i>	<i>-N</i>									
2	$\Delta_{(a-b)(c+d)} = \Delta_{ac} - \Delta_{bd} - \Delta_{ad} + \Delta_{bc}$	<table border="1"> <tr> <td></td> <td><i>c</i></td> <td><i>d</i></td> </tr> <tr> <td><i>a</i></td> <td><i>T</i></td> <td><i>-T</i></td> </tr> <tr> <td><i>b</i></td> <td><i>T</i></td> <td><i>-T</i></td> </tr> </table>		<i>c</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>T</i>	<i>-T</i>	<i>b</i>	<i>T</i>	<i>-T</i>
	<i>c</i>	<i>d</i>									
<i>a</i>	<i>T</i>	<i>-T</i>									
<i>b</i>	<i>T</i>	<i>-T</i>									
3	$\Delta_{(a+b)(c-d)} = \Delta_{ac} - \Delta_{bd} + \Delta_{ad} - \Delta_{bc}$	<table border="1"> <tr> <td></td> <td><i>c</i></td> <td><i>d</i></td> </tr> <tr> <td><i>a</i></td> <td><i>Q</i></td> <td><i>Q</i></td> </tr> <tr> <td><i>b</i></td> <td><i>-Q</i></td> <td><i>-Q</i></td> </tr> </table>		<i>c</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>Q</i>	<i>Q</i>	<i>b</i>	<i>-Q</i>	<i>-Q</i>
	<i>c</i>	<i>d</i>									
<i>a</i>	<i>Q</i>	<i>Q</i>									
<i>b</i>	<i>-Q</i>	<i>-Q</i>									
4	$\Delta_{(a-b)(c-d)} = \Delta_{ac} + \Delta_{bd} + \Delta_{ad} + \Delta_{bc}$	<table border="1"> <tr> <td></td> <td><i>c</i></td> <td><i>d</i></td> </tr> <tr> <td><i>a</i></td> <td><i>M</i></td> <td><i>M</i></td> </tr> <tr> <td><i>b</i></td> <td><i>M</i></td> <td><i>M</i></td> </tr> </table>		<i>c</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>b</i>	<i>M</i>	<i>M</i>
	<i>c</i>	<i>d</i>									
<i>a</i>	<i>M</i>	<i>M</i>									
<i>b</i>	<i>M</i>	<i>M</i>									

Одновременное выделение четырех элементов матрицы: обобщение формулы (3). Формула (3) может быть использована для эффективного раскрытия символьных матричных определителей в общем случае – когда исходная матрица содержит не только одиночные элементы, но и одинаковые элементы, образующие подматрицы, показанные в табл. 1. При этом не потребуется представлять матрицу схемой или графом, хотя на каждом шаге выделения полученная последовательность индексов соответствует ориентированным графам с петлями подобно графам, показанным на рис. 1.

Известные формулы или алгоритмы учета подматриц (табл. 1) вида 1 [14, 15] или подматриц видов 2–4 [16] требуют или повторной нумерации строк (столбцов) или предназначены для построения диаграммы выделения параметров (PDD) [16] без возможности представления последовательности индексов графом. Исключением является методика [17], предусматривающая отображение МСАД нулловой схемой, но не предназначенная для раскрытия МСАД, которые заданы последовательностями индексов, как это принято в матричной алгебре.

Предлагаемые ниже алгебраические алгоритмы для разложения МСАД не нуждаются в отображении производных схем или графов, соответствующих промежуточным МСАД, которые модифицированы в результате выделения пар элементов. Основой этих алгоритмов является следующее обобщение формулы (3):

$$D = \operatorname{sgn}(a, c) g_{(a\pm b)(c\pm d)} D_{(a\pm b)(c\pm d)} + D_0, \quad (7)$$

где $g_{(a\pm b)(c\pm d)}$ – параметр матрицы, расположенный на пересечении строк a , b и столбцов c , d ; $D_{(a\pm b)(c\pm d)}$ – определитель матрицы, полученной из первоначальной матрицы в результате преобразований, соответствующих последовательности индексов $(a\pm b)(c\pm d)$; D_0 – определитель схемы, образованной из первоначальной схемы путем удаления четырех параметров $g_{(a\pm b)(c\pm d)}=0$, образующих подматрицу со строками a , b и столбцами c , d (табл. 1).

В результате выделения параметра $g_{(a\pm b)(c\pm d)}$ из последовательности индексов удаляется пара индексов $(a\pm b)(c\pm d)$. В оставшейся последовательности индексов выполняются следующие замены номеров: $a \rightarrow \pm b$ в строках, $c \rightarrow \pm d$ в столбцах, если $a \neq c$, то $a \rightarrow c$ в строках и столбцах. Текущему знаку МСАД присваивается значение $\operatorname{sign} = \operatorname{sign}^*(-1)$, если $a \neq c$, или $\operatorname{sign} = \operatorname{sign}$, если $a = c$.

Следует отличать задачу разложения определителя от частной, но также важной для практики, задачи нахождения МСАД. В последнем случае формула (4) используется без второго слагаемого ($D_0=0$). Выделение пар индексов выполняется рекурсивно по формуле (4) до исчерпания последовательности индексов МСАД. Выделять пары

индексов можно в произвольном порядке, так как это не влияет на знак МСАД. По виду последовательности индексов можно сделать заключение о целесообразном порядке выделения пар.

В частности, последовательность индексов перед «глубокой» обработкой желательно освободить от пар индексов вида $(a+b)(a+b)$, которые не влияют ни на значение, ни на знак МСАД. Результатом выделения пары индексов вида $(a+b)(a+b)$ является замена номера a на номер b в других парах индексов МСАД. Возможны другие простые преобразования МСАД, позволяющие уменьшить объем выкладок.

На завершающем шаге разложения МСАД, отличного от нуля, в списке должен оставаться единственный элемент: $\Delta_{(a+b)(a+b)}=1$ или $\Delta_{(a+b)(b+a)}=-1$. В других случаях МСАД равен нулю, например, $\Delta_{(a+b)(c+d)}=0$ и т.д.

Пары вида $(a-a)(c+d)$ или $(a+b)(c-c)$ учитываются на основе тождеств (6) по мере образования в первоочередном порядке, поскольку это упрощает решение. При этом появляющиеся в силу тождеств (6) коэффициенты 2 удобно учитывать в переменной знака sign .

На каждом шаге выделения пар из списка МСАД сохраняется или изменяется текущий знак МСАД $\text{sign}=\pm 1$. При наличии разностей переменная sign может принимать значения, по модулю отличные от единицы и кратные двум. После выделения последнего элемента списка значение МСАД находится как $\Delta=\text{sign}$.

В процессе замены номеров у индексов могут получаться отрицательные индексы a и c . Это происходит в случае, когда выполняется замена первого индекса в сумме или разности на отрицательный номер. Чтобы избежать этого здесь предлагаются два несложных способа.

Перестановка индексов перед присвоением отрицательных значений. В процессе преобразований, предусмотренных формулой (7) положительный индекс может становиться отрицательным и, наоборот, отрицательный индекс – положительным. Перед проведением этих замен

изменяемый индекс в сумме или разности следует поместить вторым по порядку в соответствии с тождествами (4) и (5). Такая перестановка приводит к изменению знака определителя только в случае суммы (тождество (4)).

Таким образом, при замене отрицательным номером $a \rightarrow -b$ сумма номеров строк становится разностью $(x+a) \rightarrow (x-b)$, а разность – суммой: $(x-a) \rightarrow (x+b)$. Аналогично, при замене отрицательным индексом $c \rightarrow -d$ сумма номеров столбцов становится разностью $(x+c) \rightarrow (x-d)$, а разность – суммой: $(x-c) \rightarrow (x+d)$.

Ниже рассматриваются примеры 2 и 3, решаемые на основе формулы (4) алгоритмом с упорядочением индексов перед присвоением отрицательных номеров.

Пример 2. Выполнить разложение МСАД вида (8) по формуле (7)

$$\Delta_{(1-2)(2+1),(1-3)(0+1),(1+3)(1+3)}. \quad (8)$$

Промежуточные наборы индексов, получающиеся после удаления первой пары индексов и поэтапной модификации оставшихся пар, будем называть «заготовками МСАД». Вначале выполним решение подробно, используя преобразование исходной матрицы, в которой содержатся два T -элемента и один N -элемент.

	1	2	3
1	$-T_1 - T_2 + N_1$	T_1	$-N_1$
2	$-T_1$	T_1	
3	$-T_2 - N_1$		N_1

После удаления из МСАД (8) первой пары индексов ($a=1, b=-2, c=2, d=1$), соответствующей в матрице элементу T_1 , получаются матрица:

	1	2	3
1	$-T_2 + N_1$		$-N_1$
2			
3	$-T_2 - N_1$		N_1

и заготовка МСАД $\Delta_{(1-3)(0+1),(1+3)(1+3)}$.

После замены в строках $1 \rightarrow -2$ получаются матрица

	1	2	3
2	$T_2 - N_1$		N_1
3	$-T_2 - N_1$		N_1

и заготовка МСАД $\Delta_{(-2-3)(0+1),(-2+3)(1+3)}$.

После замены в столбцах $2 \rightarrow 1$ получаются матрица

	1	3
2	$T_2 - N_1$	N_1
3	$-T_2 - N_1$	N_1

и заготовка МСАД $\Delta_{(-2-3)(0+1),(-2+3)(1+3)}$.

После замены в строках и столбцах $1 \rightarrow 2$ получаются матрица

	2	3
2	$T_2 - N_1$	N_1
3	$-T_2 - N_1$	N_1

и МСАД $\Delta_{(-2-3)(0+2),(-2+3)(2+3)}$. Поскольку $1 \neq 2$, то $\text{sign} = -1$.

Изменение знака у двух строк 2 и 3 приводит к матрице

	2	3
2	$-T_2 + N_1$	$-N_1$
3	$T_2 + N_1$	$-N_1$

и МСАД $\Delta_{(2+3)(0+2),(2-3)(2+3)}$.

Как видно, в матрице для этого МСАД происходит изменение типов:

$T_2 \rightarrow N_2$ и $N_1 \rightarrow T_3$, и далее необходимо использовать матрицу вида:

	2	3
2	$N_2 + T_3$	$-T_3$
3	$-N_2 + T_3$	$-T_3$

Если перед заменами в $\Delta_{(1-3)(0+1),(1+3)(1+3)}$ и получением $\Delta_{(-2-3)(0+2),(-2+3)(2+3)}$ провести преобразования в строках

$$\Delta_{(1-3)(0+1),(1+3)(1+3)} = -\Delta_{(3-1)(0+1),(3+1)(1+3)},$$

то было бы получено выражение $-\Delta_{(3+2)(0+2),(3-2)(2+3)}$, эквивалентное результату $\Delta_{(2+3)(0+2),(2-3)(2+3)}$, полученному инверсией строк 2 и 3.

Перестановка изменяемых индексов на второе место в разностях (без смены знака) или в суммах (со сменой знака) позволяет избежать последующей инверсии знаков у всех элементов соответствующих строк для повышения эффективности алгоритма раскрытия МСАД.

После удаления из МСАД (7) первой пары индексов ($a=2, b=3, c=0, d=2$), соответствующей в матрице элементу N_2 , получаются матрица:

	2	3
2	T_3	$-T_3$
3	T_3	$-T_3$

и заготовка МСАД $\Delta_{(2-3)(2+3)}$.

После замены в строках $2 \rightarrow 3$ получаются матрица

	2	3
3	T_3+T_3	$-T_3-T_3$

и заготовка МСАД $\Delta_{(3-3)(2+3)}$.

После замены в столбцах $0 \rightarrow 2$ получаются матрица с удаленным столбцом

	3
3	$-T_3-T_3$

и заготовка МСАД $\Delta_{(3-3)(2+3)}$ (без изменения). При замене в строках и столбцах $2 \rightarrow 0$ матрица не изменяется, и получается МСАД $\Delta_{(3-3)(0+3)}$. Поскольку $2 \neq 0$, то $\text{sign}=1$. В силу тождества (6): $\Delta_{(3-3)(0+3)} = -\Delta_{(3-3)(3+0)} = -2\Delta_{(3+0)(3+0)} = -2$.

Как видно, приводимые в решении матрицы лишь иллюстрируют выкладки, не упрощают решение, а загромождают его. Матрица, как объект хранения информации о МСАД, отличается разреженностью и не делает решение более понятным, особенно, если отказаться от инверсии строк или столбцов. Ниже приводится это решение в компактном виде.

$$\Delta_{(1-2)(2+1), (1-3)(0+1), (1+3)(1+3)}$$

$1 \rightarrow -2$ в строках, $2 \rightarrow 1$ в столбцах, $1 \rightarrow 2$ везде; $1 \neq 2 \rightarrow \text{sign} = -1$.

Перемещение индекса 1, которому присваивается отрицательное значение, на второе место и выполнение замен:

$$\Delta_{(1-3)(0+1),(1+3)(1+3)} = -\Delta_{(3-1)(0+1),(3+1)(1+3)} = -\Delta_{(3+2)(0+2),(3-2)(2+3)} = \Delta_{(2+3)(0+2),(2-3)(2+3)}$$

2→3 в строках, 0→2 в столбцах; 2≠0→sign=1:

$$\Delta_{(3-3)(0+3)} = -\Delta_{(3-3)(3+0)} = -2\Delta_{(3+0)(3+0)}; \text{sign}=1 \rightarrow \Delta = -2.$$

Ниже без комментариев рассматривается более сложный пример. Решить эту задачу с помощью инверсии столбцов в последовательности индексов C_1 нельзя, поскольку при устранении минуса перед номером 5 в скобке (−5−7) появляется минус перед номером 5 в другой скобке (5−7).

Пример 3. Выполнить по формуле (7) разложение МСАД вида (9)

$$\Delta_{(1-2)(1-5),(2-3)(3-5),(3-4)(4-5),(4-5)(2-6),(5-6)(3-7),(6-7)(5-7),(7-1)(6-5)}. \quad (9)$$

МСАД (9) соответствует 8-узловой схеме на рис. 2 с семью парами аномальных зеркальных элементов [17], показанной на рис. 3.

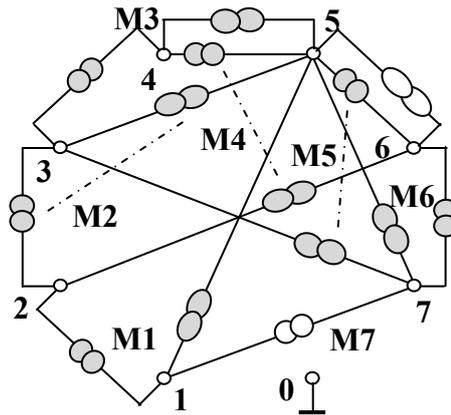


Рис. 2. 8-узловая схема с семью зеркальными идеальными элементами

Для облегчения работы с последовательностью индексов МСАД запишем ее в виде двух последовательностей – последовательности для строк R и последовательности для столбцов C :

$$R = (1-2) (2-3) (3-4) (4-5) (5-6) (6-7) (7-1)$$

$$C = (1-5) (3-5) (4-5) (2-6) (3-7) (5-7) (6-5)$$

$$1 \rightarrow -2 \text{ в } R, 1 \rightarrow -5 \text{ в } C, 1=1 \rightarrow \text{sign}=1$$

$$R_1 = (2-3) (3-4) (4-5) (5-6) (6-7) (7+2)$$

$$C_1 = (3-5) (4-5) (2-6) (3-7) (5-7) (6-5)$$

$$2 \rightarrow -3 \text{ в } R_1, 3 \rightarrow -5 \text{ в } C_1, 2 \rightarrow 3 \text{ в } R_1 \text{ и } C_1, 2 \neq 3 \rightarrow \text{sign}=-1$$

$$R_2 = (3-4) (4-5) (5-6) (6-7) (7-3)$$

$$C_2 = (4-5) (2-6) (3-7) (5-7) (6-5)$$

$$C_2 = (4-5) (2-6) (7-3) (5-7) (6-5)$$

$$C_2 = (4-5) (3-6) (7+5) (5-7) (6-5)$$

$$3 \rightarrow -4 \text{ в } R_2, 4 \rightarrow -5 \text{ в } C_2, 3 \rightarrow 4 \text{ в } R_2 \text{ и } C_2, 3 \neq 4 \rightarrow \text{sign}=1$$

$$R_3 = (4-5) (5-6) (6-7) (7+4), C_3 = (4-6) (7+5) (5-7) (6-5)$$

$$4 \rightarrow -5 \text{ в } R_3, 4 \rightarrow -6 \text{ в } C_3, 4=4 \rightarrow \text{sign}=1$$

$$R_4 = (5-6) (6-7) (7-5), C_4 = (7+5) (5-7) (6-5)$$

$$5 \rightarrow -6 \text{ в } R_4, 7 \rightarrow 5 \text{ в } C_4, 5 \rightarrow 7 \text{ в } R_4 \text{ и } C_4, 5 \neq 7 \rightarrow \text{sign}=-1$$

$$R_5 = (6-7) (7+6), C_5 = (7-7) (6-7)$$

$$\text{В силу тождества из (6) } \text{sign}=-2: R_6 = (6-7) (7+6), C_6 = (7+0) (6-7)$$

$$6 \rightarrow -7 \text{ в } R_6, 7 \rightarrow 0 \text{ в } C_6, 6 \rightarrow 7 \text{ в } R_6 \text{ и } C_6, 6 \neq 7 \rightarrow \text{sign}=2$$

$$R_7 = (7-7), C_7 = (7-0), C_7 = (7+0)$$

$$\text{В силу тождества из (6) } \text{sign}=4: R_8 = (7+0), C_8 = (7+0), \Delta = \text{sign}=4.$$

Для проверки решения на программе CIRSVM [17] составляется cir-файл:

```
M1 1 2 1 5 M2 2 3 3 5 M3 3 4 4 5 M4 4 5 2 6 M5 5 6 3 7
M6 6 7 5 7 M7 7 1 6 5 .end
```

Отсюда получается результат: $g=1, \det=g-(-g)+g+g=4$.

Преобразование отрицательных индексов в положительные.

«Неудобные» индексы в виде алгебраической суммы двух отрицательных номеров и разности с первым отрицательным номером, появившиеся в результате замены одного из номеров в разности или сумме на отрицательный номер, можно учесть другим способом.

Такие пары индексов перед выделением по формуле (7) требуют следующих преобразований, вытекающих из тождеств (4) и (5):

$$((-a)+b) \rightarrow -(b+(-a)) \rightarrow -(b-a) \rightarrow -(a-b), \quad (10)$$

$$((-a)-b) \rightarrow (b-(-a)) \rightarrow (b+a) \rightarrow -(a+b), \quad (11)$$

$$((-c)+d) \rightarrow -(d+(-c)) \rightarrow -(d-c) \rightarrow -(c-d), \quad (12)$$

$$((-c)-d) \rightarrow (d-(-c)) \rightarrow (d+c) \rightarrow -(c+d). \quad (13)$$

Результатом преобразований (10)–(13) является инверсия знака МСАД. В случаях результирующей суммы (выражения (11) и (13)) от этой инверсии можно избавиться, переставив индексы местами (тождество (4)).

Задачи, поставленные в примерах 2 и 3, решаются ниже на основе алгоритма с преобразованиями (10)–(13).

Пример 4. Выполнить по формуле (7) разложение МСАД вида (8) с использованием преобразований (10)–(13).

$$\Delta_{(1-2)(2+1),(1-3)(0+1),(1+3)(1+3)} \cdot$$

Выполняя замены: $1 \rightarrow -2$ в строках, $2 \rightarrow 1$ в столбцах, $1 \rightarrow 2$ везде; $1 \neq 2 \rightarrow \text{sign} = -1$, получаем $\Delta_{(-2-3)(0+2),(-2+3)(2+3)}$. В результате раскрытия подвыражений $(-2-3)$ и $(-2+3)$ по формулам (11) и (10) получается

$$-\Delta_{(3+2)(0+2),(2-3)(2+3)} \cdot$$

$3 \rightarrow 2$ в строках, $0 \rightarrow 2$ в столбцах; $3 \neq 0 \rightarrow \text{sign} = 1$:

$$-\Delta_{(2-2)(2+0)} = -\Delta_{(2-2)(2+0)} = -2\Delta_{(2+0)(2+0)}; \text{sign} = 1 \rightarrow \Delta = -2.$$

Ниже без комментариев рассматривается новое решение примера 3.

Пример 5. Выполнить по формуле (7) разложение МСАД вида (9) с использованием преобразований (10)–(13).

$$R = (1-2) (2-3) (3-4) (4-5) (5-6) (6-7) (7-1)$$

$$C = (1-5) (3-5) (4-5) (2-6) (3-7) (5-7) (6-5)$$

$$1 \rightarrow -2 \text{ в } R, 1 \rightarrow -5 \text{ в } C, 1=1 \rightarrow \text{sign} = 1$$

$$R_1 = (2-3) (3-4) (4-5) (5-6) (6-7) (7+2)$$

$$C_1 = (3-5) (4-5) (2-6) (3-7) (5-7) (6-5)$$

$$2 \rightarrow -3 \text{ в } R_1, 3 \rightarrow -5 \text{ в } C_1, 2 \rightarrow 3 \text{ в } R_1 \text{ и } C_1, 2 \neq 3 \rightarrow \text{sign} = -1$$

$$R_4 = (3-4) (4-5) (5-6) (6-7) (7-3)$$

$$C_4 = (4-5) (3-6) (-5-7) (5-7) (6-5)$$

$$C_4 = (4-5) (3-6) (7+5) (5-7) (6-5)$$

$$3 \rightarrow -4 \text{ в } R_4, 4 \rightarrow -5 \text{ в } C_4, 3 \rightarrow 4 \text{ в } R_4 \text{ и } C_4, 3 \neq 4 \rightarrow \text{sign} = 1$$

$$R_5 = (4-5) (5-6) (6-7) (7+4), C_5 = (4-6) (7+5) (5-7) (6-5)$$

$$4 \rightarrow -5 \text{ в } R_5, 4 \rightarrow -6 \text{ в } C_5, 4=4 \rightarrow \text{sign} = 1$$

$$R_6 = (5-6) (6-7) (7-5), C_6 = (7+5) (5-7) (6-5)$$

$$5 \rightarrow -6 \text{ в } R_6, 7 \rightarrow 5 \text{ в } C_6, 5 \rightarrow 7 \text{ в } R_6 \text{ и } C_6, 5 \neq 7 \rightarrow \text{sign} = -1$$

$$R_7 = (6-7) (7+6), C_7 = (7-7) (6-7)$$

В силу тождества из (6): $R_8 = (6-7) (7+6)$, $C_8 = (7+0) (6-7)$, $\text{sign} = -2$

$$6 \rightarrow -7 \text{ в } R_8, 7 \rightarrow 0 \text{ в } C_8, 6 \rightarrow 7 \text{ в } R_8 \text{ и } C_8, 6 \neq 7 \rightarrow \text{sign} = 2$$

$$R_9 = (7-7), C_9 = (7-0), C_9 = (7+0).$$

Согласно тождеству из (6): $R_{10} = (7+0)$, $C_{10} = (7+0)$, $\Delta = \text{sign} = 4$, что совпадает с результатом, полученным в примере 3.

Сравнение решений примеров 2 и 3 с решениями примеров 4 и 5, выполненных по формуле (7), но при использовании различных способов учета отрицательных индексов, показывает, что оба алгоритма обеспечивают примерно одинаковый объем выкладок. Первый алгоритм требует использования двух формул (4) и (5), а второй четырех – (10)–(13). В то же время второй алгоритм позволяет формально подходить к заменам индексов, не обращая внимания на их положение для выполнения перестановки. Важно, что в рассмотренных алгоритмах в отличие от методики [17] не требуется на каждом шаге выделения учитывать, что выделяется – сумма или разность. Эффективность предложенных алгоритмов подтверждается программными реализациями [18].

Выводы

1. Предложены рекурсивные алгебраические алгоритмы разложения определителей матриц и суммарно-разностных алгебраических дополнений, не требующие перенумерации строк и столбцов, а также не использующие их порядковые номера для нахождения знаков.

2. Предложенные алгоритмы соответствуют схемно-алгебраическому алгоритму разложения МСАД, но не требуют схемных представлений, ограничиваясь только операциями с исходной последовательностью индексов и производными от нее последовательностями.

3. Разработаны две модификации алгоритма: 1) с перестановкой индексов перед присвоением отрицательных значений; 2) с использованием дополнительных формул для преобразования отрицательных индексов в положительные. Объем вычислений, затрачиваемых алгоритмами, минимизирован также за счет упрощения правила знаков.

Список литературы

1. Muir T. The Theory of Determinants in the Historical Order of Development.– London, 1960.– Vol.1: General and special determinants up to 1841.– 491 p.

2. Шрейер О., Шпернер Г. Введение в линейную алгебру в геометрическом изложении: Т. 1 / Пер. с нем.– М.-Л.: Объединенное науч.-техн. изд-во: Главная редакция общетехнических дисциплин.– 1934.– 210 с.
3. Smit J. The efficient calculation of symbolic determinants // Proc. of the ACM symposium on symbolic and algebraic computation. – 1976. – P. 105–113.
4. Сигорский В.П. Анализ электронных схем.– Киев: Гос. изд-во техн. лит. УССР, 1960.– 176 с.
5. Мигулин И.Н., Чаповский М.З. Усилительные устройства на транзисторах.– Киев: Техника, 1971.–324 с.
6. Pierzchala M., Rodanski B. Obtaining symbolic network functions of large circuits by block decomposition of the node admittance matrix // Proc. of the European conference on circuit theory and design.– 1995.– P. 71–74.
7. Verhaegen W., Gielen G. An efficient evaluation scheme for linear transfer functions using the determinant decision diagram representation of the system determinant // Proc. of the fifth international workshop on symbolic methods and applications in circuit design.– 1998.– P. 125–129.
8. Писсанецки С. Технология разреженных матриц.– Москва: Мир, 1988.– 410 с.
9. Филаретов В.В. О взаимосвязи схемного и матричного определителей // Системы искусственного интеллекта: алгоритмы обработки и модели: Тр. международ. конф. КЛИН–2002.– Ульяновск: УлГТУ, 2002. – Т. 4. – С. 85–93.
10. Филаретов В.В. Схемное отображение матрицы для символьного решения систем линейных алгебраических уравнений // Логико-алгебраические методы, модели, прикладные применения: Тр. международ. конф.– Ульяновск: Ульян. гос. техн. ун-т, 2001.– С. 13–15.
11. Горшков К. С., Филаретов В. В. Реализация структурных схем электрических цепей на основе транскондуктивных усилителей // Электричество. – 2009.– № 1.– С. 32–40.

12. Filaretov V.V., Gorshkov K.S. Transconductance realization of block-diagrams of electronic networks // Proc. of International Conference on signals and electronic systems (ICSES'08).– Krakow, Poland.– 2008 (Sept).– P. 261–264.

13. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // Электричество.– 2001.– № 4.– С. 43–51.

14. Галямичев Ю.П. Расчет активных схем при помощи деревьев схемы // Электросвязь.– 1960.– № 8.– С. 48–57.

15. Alderson G.E., Lin P.M. Computer generation symbolic network functions – a new theory and implementation // IEEE Trans. on Circuit Theory.– 1973.– Vol. CT–20, no. 1.– P. 48–56.

16. Lasota S. Multilevel hierarchical always cancellation-free symbolic analysis method for large electric networks // Elektronika: konstrukcje, technologie, zastosowania (Poland). – 2013.– Vol. 54, no. 2.– P. 51–57.

17. Филаретов В.В. Разложение многократных суммарных и разностных алгебраических дополнений методом схемных определителей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: международ. сб. науч. тр. – Ульяновск: УлГТУ, 2013. – Вып. 11. – С. 191–212.

18. Филаретов В.В. Преобразование стягиванием зеркальных аномальных элементов в электрических цепях // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: международ. сб. науч. тр. – Ульяновск: УлГТУ, 2015. – Вып. 12. – С. 102–122. (в настоящем выпуске)

Недорезов Максим Владимирович – студент 3-го курса группы 261 факультета аэромеханики и летательных аппаратов Московского Физико-Технического Института. E-mail: nedmv@rambler.ru

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НЕЙРОННЫХ МОДЕЛЕЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Е. Б. Соловьева

Рассмотрены достоинства и недостатки разных форм нейронных сетей, часто используемых для моделирования и синтеза нелинейных динамических систем. Нейронные сети рассматриваются как аппроксиматоры нелинейного оператора, устанавливающего однозначное соответствие между множествами входных и выходных сигналов нелинейной системы.

Advantages and disadvantages of different forms of neural networks often used for modeling and synthesis of nonlinear dynamical systems are represented. Neural networks are considered as nonlinear operator approximators establishing functional input/output dependence of a nonlinear system.

Развитие устройств со сверхбольшой степенью интеграции и широкое применение вычислительной техники вызвало в последние годы огромный интерес к нейронным сетям и существенный прогресс в их исследовании. Однако до сих пор отсутствует оптимальное решение задачи, как построить специализированную нейронную сеть, в которую встроена априорная информация.

Основные достоинства и недостатки нейронных сетей, часто используемых для моделирования и синтеза нелинейных динамических систем по соотношению вход/выход, представлены в табл. 1.

Таблица 1. Анализ аппроксимационных свойств нейронных сетей

Форма сети	Достоинства сети	Недостатки сети
Многослойная персептронная сеть [1], [2]	<ul style="list-style-type: none"> Наличие скрытых слоев нейронов, не являющихся частью входа или выхода сети, позволяет сети обучаться решению задач, последовательно извлекая важные признаки из входного сигнала. Способность скрытых нейронов выделять статистические зависимости высокого порядка особенно существенна, когда размер входного слоя достаточно велик. Математическое описание сети может быть выражено в виде алгебраической зависимости. 	<ul style="list-style-type: none"> Высокая степень связности сети (повышение точности аппроксимации в одной точке сети приводит к понижению точности в другой точке сети). Наличие скрытых слоев нейронов делает обучение сети трудным для визуализации. Распределенная форма нелинейности и высокая связность сети существенно усложняют ее теоретический анализ.
Рекуррентная нейронная сеть [1], [2]	Наличие обратных связей ведет к уменьшению числа весовых коэффициентов по сравнению с многослойными сетями.	Наличие обратных связей порождает необходимость исследования устойчивости сети.
Радиально-базисная сеть [1], [2]	<ul style="list-style-type: none"> В силу локального характера радиальных функций активации легко устанавливается зависимость между параметрами базисных функций и физическим размещением обучающих данных в многомерном пространстве. В результате 	<ul style="list-style-type: none"> Трудность выбора количества нейронов в скрытом слое. Малое количество нейронов не позволяет в достаточной степени уменьшить погрешность аппроксимации, большое их число увеличивает

Продолжение табл. 1

Форма сети	Достоинства сети	Недостатки сети
	<p>относительно просто находятся удовлетворительные начальные условия, что упрощает алгоритм обучения сети.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Гибридный алгоритм, при котором этап подбора параметров базисных функций отделяется от этапа нахождения весов сети, ускоряет процесс обучения сети. 	<p>вычислительную сложность.</p> <ul style="list-style-type: none"> • В процессе обучения сети на участках поверхности нейросетевой модели между отдельными гауссовыми «колоколами», перекрывающимися друг друга, могут наблюдаться «спады». Если расстояние между центрами «колоколов» большое, а охватываемые диапазоны малы, то на поверхности модели могут возникнуть «ямы», вызванные локальной нечувствительностью модели к входным изменениям.
<p>Вейвлет-нейронная сеть [3]</p>	<p>Применение ортонормированных вейвлет-базисов увеличивает скорость сходимости алгоритма обучения сети.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Высокая чувствительность скорости сходимости алгоритма обучения сети к начальным условиям. • Трудность выбора из известных вейвлет-функций формы материнского вейвлета в качестве функции активации.

Продолжение табл. 1

Форма сети	Достоинства сети	Недостатки сети
<p>Функционально связанная искусственная нейронная сеть [4]</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Сеть является однослойной, поэтому алгоритм ее обучения содержит небольшое число преобразований и обеспечивает быструю сходимость задачи аппроксимации. • Введение базисных функций направлено на понижение числа обусловленности при решении задачи аппроксимации. 	<p>Аппроксимационные возможности однослойной сети уступают возможностям многослойных сетей.</p>
<p>Полиномиальная персептронная сеть [5]</p>	<p>Сеть является однослойной, поэтому алгоритм ее обучения содержит небольшое число преобразований и обеспечивает быструю сходимость к решению задачи аппроксимации.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Аппроксимационные возможности однослойной сети уступают возможностям многослойных сетей. • Использование высокой степени внутреннего многомерного преобразователя ведет к высокой погрешности при обучении сети.
<p>Сплайновая нейронная сеть [6]</p>	<p>Малая степень нелинейности математических конструкций ведет к отсутствию численных погрешностей, свойственных моделям с высокой степенью нелинейности.</p>	<p>Большое количество сохраняемых параметров сети.</p>

Окончание табл. 1

Форма сети	Достоинства сети	Недостатки сети
<p>Каноническая кусочно-линейная нейронная сеть [7]</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Использование общей (в канонической форме) кусочно-линейной модели ведет к сокращению определяемых параметров по сравнению с раздельным линейным моделированием областей. • Для моделирования существенной нелинейности требуется меньше параметров сети по сравнению с полиномом Вольтерры. • Представление функций активации удобно для реализации в цифровом базисе (непрерывные сигмоидальные функции заменяются комбинациями линейных функций). 	<p>Вложение абсолютных функций одна в другую порождает неявную форму функциональной модели и, как следствие, ограничивает круг нелинейных систем, моделируемых канонической сетью.</p>
<p>Адаптивная сеть с системой нечеткого вывода [8]</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Компактность иерархической системы нечеткого логического вывода, когда небольшим числом нечетких правил в иерархических базах знаний можно описать многомерную зависимость вход/выход. • Гибридный алгоритм, в котором этап подбора параметров базисных функций отделяется от этапа нахождения весов сети, ускоряет процесс обучения. 	<p>Рост числа правил и параметров функций принадлежности с увеличением числа входов модели ведет к стремительному росту размерности задачи аппроксимации.</p>

При синтезе нейронных сетей решается сложный вопрос представления знаний в сети. В сеть должны быть встроены априорная информация и инварианты, которые упрощают архитектуру и процесс обучения сети. Данная задача играет особую роль, поскольку правильная конфигурация сети обеспечивает ее специализацию, что важно по следующим причинам [1], [2]:

- нейронная сеть со специализированной структурой обычно включает значительно меньшее количество свободных параметров, которые нужно настраивать, чем полносвязная сеть;

- специализированные сети характеризуются большей пропускной способностью;

- стоимость создания специализированных нейронных сетей сокращается, поскольку их размер существенно меньше размера полносвязных сетей.

Значительно меньшее количество свободных параметров, которые нужно настраивать, упрощает обучение специализированной сети, требуя меньше данных. При этом не только затрачивается меньше времени на обучение, но и такая сеть обладает лучшей обобщающей способностью в рамках решаемого класса задач.

Выводы

1. К настоящему времени разработано много форм нейронных сетей, в результате оценки достоинств и недостатков которых выбирается структура (или структуры), приемлемая для решения задач в областях исследований, тесно связанных с математикой, физикой, инженерией, нейробиологией, психологией.

2. Априорная информация и инварианты, упрощающие архитектуру и процесс обучения сети, обеспечивают повышение эффективности ее работы за счет специализации.

Список литературы

1. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс.– М.: Издательский дом «Вильямс», 2006.– 1104 с.
2. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации.– М.: Финансы и статистика, 2002.– 344.
3. Alexandridis A. K., Zapranis A. D. Wavelet neural networks: with applications in financial engineering, chaos and classification.– New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2014.– 247 p.
4. Identification of nonlinear dynamic systems using functional link artificial neural networks / J. C. Patra, R. N. Pal, B. N. Chatterji, G. Panda // IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics – Part B: Cybernetics.– 1999.– Vol. 29, № 2.– P. 254–262.
5. Nikolaev N. Y., Iba H. Adaptive learning of polynomial networks: Genetic programming, backpropagation and Bayesian methods.– Springer Science + Business Media, Inc., 2006.
6. Hong X., Chen S. Modeling of complex-valued Wiener systems using B-spline neural network // IEEE Trans. Neural Networks.– 2011.– Vol. 22, № 5.– P. 818–825.
7. Wen C., Ma X. A Canonical piecewise-linear representation theorem: geometrical structures determine representation capability // IEEE Trans. Circuits and Systems II: Express Briefs.– 2011.– Vol. 58, № 12.– P. 936–940.
8. Пегат А. Нечеткое моделирование и управление.– М.: БИНОМ Лаборатория знаний, 2013.– 798 с.

Соловьева Елена Борисовна – д.т.н., профессор, зав. кафедрой ТОЭ, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
Адрес: 197376, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, д. 5, СПбГЭТУ, кафедра ТОЭ. Тел.: (812) 346-17-96, selenab@hotmail.ru

СИНТЕЗ АДАПТИВНЫХ ПРЕДКОМПЕНСАТОРОВ ДЛЯ ЛИНЕАРИЗАЦИИ УСИЛИТЕЛЕЙ МОЩНОСТИ

А. В. Кондаков

Рассмотрены полиномиальные модели предкомпенсатора, объединенные принципом «черного ящика». Синтезирован адаптивный предкомпенсатор на основе декомпозиционной кусочно-полиномиальной модели для линеаризации модели Винера-Гаммерштейна усилителя мощности. Выполнен сравнительный анализ моделей предкомпенсаторов, приведены оценки точности линеаризации характеристик усилителя мощности.

Polynomial models of predistorter combined by the «black box» principle have been considered. An adaptive predistorter was synthesized based on decomposed piecewise memory polynomial for linearizing the Wiener-Hammerstein model of power amplifiers. The comparative analysis of the predistorter model was made, estimates accuracy of the linearization characteristics of the power amplifier are presented.

Усилитель мощности (power amplifier, PA) является неотъемлемой частью многих систем связи. PA – нелинейное устройство, в котором передаваемый сигнал искажается, его спектр расширяется и выходит за границы полосы пропускания используемого канала связи. В результате в многоканальных системах связи усиливаются искажения, вызванные влиянием соседних каналов друг на друга [1-3].

Для предотвращения расширения спектров выходных сигналов PA, а также поддержания высокого КПД усилителя выполняется линеаризация его характеристик. Одним из универсальных способов линеаризации PA является цифровое предискажение (предкомпенсация), для которого характерны робастность, простота аппаратной реализации, высокий уровень подавления нелинейности устройства [4,5].

Задача предкомпенсатора (digital predistorter, DPD) – линейризовать характеристику РА путем внесения предискажения, компенсирующего нелинейные искажения усилителя мощности. В широкополосных каналах связи РА с высоким КПД обладает динамической нелинейностью и описывается нелинейной моделью с памятью. Следовательно, DPD – цифровое нелинейное динамическое устройство, которое включается в систему передачи цифровых данных на стороне передатчика [3].

Линейризация РА с помощью DPD перспективна, поскольку позволяет повысить КПД усилителя при сохранении его габаритов и без существенного увеличения его стоимости [5].

Многие DPD синтезируются на основе полиномиальных моделей. Однако эти модели имеют недостатки: сложность математического представления при высокой степени и длине памяти, существенные вычислительные затраты на решение задачи аппроксимации [3,5]. В результате потребность в модификации полиномиальных моделей и разработке новых форм аппроксиматоров DPD сохраняется.

Полиномиальные модели предкомпенсатора. Полиномиальные модели DPD строятся на базе усеченного ряда Вольтерры [1]:

$$y(n) = \sum_{k=1}^P \sum_{i_1=0}^M \sum_{i_2=0}^M \cdots \sum_{i_k=0}^M h_K(i_1, i_2, \dots, i_k) \prod_{r=1}^k x(n-i_r), \quad (1)$$

где $x(n)$, $y(n)$ – входной и выходной сигналы модели соответственно; $h_K(i_1, i_2, \dots, i_k)$ – многомерная импульсная характеристика (ядро Вольтерры) k -го порядка, M – длина памяти модели; P – степень усеченного ряда Вольтерры. Ядро Вольтерры $h_K(i_1, i_2, \dots, i_k)$ – функция, симметризованная относительно своих аргументов.

При воздействии $x(n)$ с квадратурной амплитудной модуляцией из модели (1) формируются низкочастотные модели, связывающие комплексные огибающие входного и выходного сигналов DPD. Простыми низкочастотными моделями DPD являются [5]:

- Полином с памятью (memory polynomial, MP) [6], представленный в виде

$$y(n) = \sum_{k=0}^{K_a} \sum_{l=0}^{L_a-1} a_{k,l} x(n-l) |x(n-l)|^{2k}, \quad (2)$$

где $x(n)$, $y(n)$ – комплексные огибающие входного и выходного сигналов соответственно; $(2K_a + 1)$ – степень полинома; $(L_a - 1)$ – длина памяти МР.

• Кусочно-полиномиальная модель DPD (piecewise memory polynomial, РМР) [6] вида

$$y(n) = \sum_{m=0}^M \sum_{k=0}^{(P-1)/2} a_{k,m}^{(i)} x(n-m) |x(n-m)|^{2k}, \quad (3)$$

где i – номер зоны, установленный в момент времени n ; $P (P \geq 3)$ – нечетная степень полинома; M – длина памяти РМР; $a_{k,m}^{(i)}$ – параметр модели.

В работе рассмотрен синтез предкомпенсатора на основе декомпозиционной кусочно-полиномиальной модели DPD (decomposed piecewise memory polynomial, DPMP). В DPMP учитывается тот факт, что каждая область K множества комплексной огибающей $x(n)$ воздействия DPD делится на две подзоны в зависимости от динамики изменения модуля $x(n)$. В случае, если модуль, находящийся в области i комплексной огибающей $x(n)$, убывает, т.е.

$$\Delta|x(n)| = |x(n)| - |x(n-1)| < 0, \quad (4)$$

сигнал $x(n)$ относится к 1-й подзоне ($g = 1$) данной области. В противном случае сигнал $x(n)$ относится ко 2-й подзоне ($g = 2$) области i . Декомпозиция РМР дает модель вида

$$y(n) = \sum_{m=0}^M \sum_{k=0}^{(P-1)/2} a_{k,m}^{(i,g)} x(n-m) |x(n-m)|^{2k}, \quad (5)$$

где i, g – номер зоны и подзоны, установленные в момент времени n соответственно; $P (P \geq 3)$ – нечетная степень полинома, M – длина памяти DPMP; $a_{k,m}^{(i,g)}$ – параметр модели.

Рассмотрим пример построения модели DPD для линеаризации характеристик РА модели Винера-Гаммерштейна.

Линеаризация модели Винера-Гаммерштейна усилителя мощности. На рис.1 изображена блок-схема низкочастотной модели РА, представляющая собой каскадное соединение следующих блоков [7]:

–линейной динамической части с передаточной функцией

$$H_1(z) = 0,666 \frac{1 + 0,25z^{-2}}{1 - 0,4z^{-1}};$$

–безынерционной нелинейности (БН)

$$w(n) = ((8,00335 - 4,61157i) \cdot \arctan(2,26895|v(n)|) + (-3,77167 + 12,03758i) \cdot \arctan(0,8234|v(n)|)) \cdot e^{i\angle v(n)};$$

–линейной динамической части с передаточной функцией

$$H_2(z) = 1,923 \frac{1 - 0,1z^{-2}}{1 + 0,2z^{-1}}.$$

Описанная модель соответствует классу АВ усилителя мощности [1], [2], [7].



Рис. 1

Воздействие $u(n)$ низкочастотной модели УМ – комплексная огибающая GSM-сигнала с четырьмя несущими в частотной полосе 36 МГц, расположенной относительно центральной частоты 1,845 ГГц. Частота дискретизации огибающей GSM-сигнала $f_d = 245,76$ МГц.

На рис. 2 показаны характеристики РА. Нормированная нелинейная амплитудная характеристика $|r|_{n,n}(|u|_{n,n})$, где $|r|_{n,n} = \frac{|r(n)|}{\max_{n \in [0, N-1]} |r(n)|}$, $|u|_{n,n} = \frac{|u(n)|}{\max_{n \in [0, N-1]} |u(n)|}$ изображена на рис. 2, а; смещение фазы $\Delta \angle r_n(|u|_{n,n})$, где $\Delta \angle r_n = \angle r(n) - \angle r(n-1)$, \angle – знак фазы комплексного числа, – на рис. 2, б.

При линеаризации РА оценивалась нормированная среднеквадратичная погрешность (normalized mean-square error, NMSE, дБ) по следующей формуле

$$\text{NMSE} = 10 \log_{10} \left(\frac{\sum_{n=0}^{N-1} |u(n) - x(n)|^2}{\sum_{n=0}^{N-1} |u(n)|^2} \right),$$

где $x(n) = r(n)/G$, G – коэффициент усиления РА. Входной сигнал $u(n)$ имел длительность $N = 143360$ отсчетов.

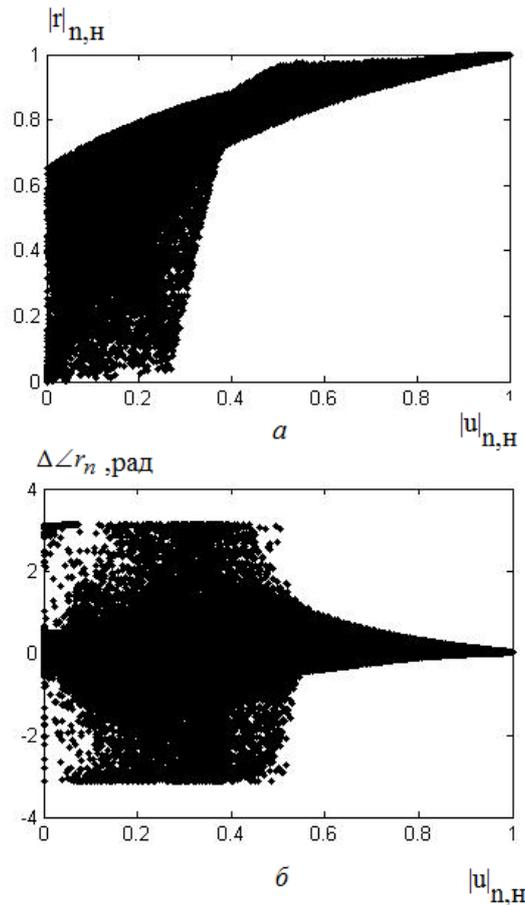


Рис. 2

В табл. 1 представлены погрешности NMSE на 5-й итерации линейризации РА (на последующих итерациях погрешности менялись незначительно), число областей K и число параметров Q в моделях DPD при разных степенях P . Из табл. 1 видно, что предкомпенсатор DPMP обеспечивает наибольшую точность линейризации модели Винера-Гаммерштейна УМ по сравнению с рассмотренными моделями-аналогами.

DPMP и PMP имеют одинаковую сложность, однако DPMP-модель превосходит PMP по точности линеаризации РА.

Таблица 1. Погрешность линеаризации РА, число областей и параметров в моделях DPD

Модель	K	P = 3		P = 7	
		NMSE	Q	NMSE	Q
MP	–	–65,457	11	–72,971	21
PMP	36	–74,780	396	–76,850	756
DPMP	18	–77,044	396	–79,267	756

Характеристики РА, линеаризованные с помощью DPMP модели предкомпенсатора, изображены на рис. 3, а, б.

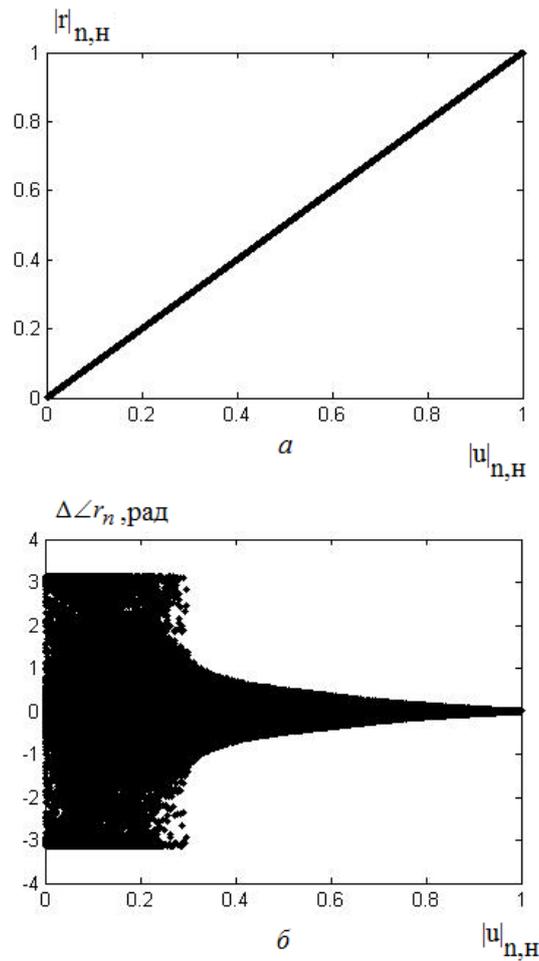


Рис. 3

Выводы. Для компенсации амплитудных и фазовых искажений в усилителе мощности предложено использовать декомпозиционную кусочно-полиномиальную модель DPD. При синтезе DPMP-модели предкомпенсатора учитывается, что нелинейный усилитель мощности преобразует комплексные огибающие сигналов по-разному в зависимости от возрастания или убывания модуля огибающей, Учет данного свойства РА в DPMP-модели обеспечивает повышение точности линеаризации РА по сравнению с линеаризацией, выполненной PMP- и MP-моделями DPD.

Список литературы

1. RF power amplifier behavioral modeling / D.Schreurs, M.O'Droma, A.A.Goacher, M.Gadringer.— N. Y.: Cambridge University Press, 2009.— 269 p.
2. Legarda J. Feedforward amplifiers for wideband communication systems.— The Netherlands, Dordrecht: Springer, 2006.— 177 p.
3. Zhou D., DeBrunner V. E. Novel adaptive nonlinear predistorters based on the direct learning algorithm // IEEE Trans. SP.— 2007.— Vol. 55.—№1.—P.120–133.
4. Соловьева Е.Б. Кусочно-полиномиальная и каскадная модели предкомпенсатора для линеаризации усилителя мощности // Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника.—2012.—Т.55,№ 8.—С.49–55.
5. Соловьева Е.Б. Предкомпенсатор Вольтерры с девиацией динамики для линеаризации усилителя мощности // Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника.— 2011.— Т.54, № 10.— С.29–36.
6. A generalized memory polynomial model for digital predistortion of RF power amplifiers / D.R. Morgan, Z. Ma, J. Kim, M.G. Zierdt, J. Pastalan // IEEE Trans. SP.— 2006.— Vol. 54.— № 10.— P. 3852–3860.
7. A robust digital baseband predistorter constructed using memory polynomials / L. Ding, G. T. Zhou, D. R. Morgan, Z. Ma, J. S. Kenney, J. Kim, C. R. Giardina // IEEE Trans. Com.— 2004.— Vol. 52.— № 1.— P. 159–165.

Кондаков Александр Викторович – аспирант кафедры ТОЭ,
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
Тел.: (812) 346-17- 96, KAV-03@mail.ru

РЕАЛИЗАЦИЯ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ НА ОСНОВЕ КАСКАДНОГО СОЕДИНЕНИЯ ФАЗОВЫХ ЗВЕНЬЕВ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

В. П. Довгун, М. О. Чернышов, В. В. Новиков, П. Д. Буянкин

Предложен регулярный метод реализации низко-чувствительных цифровых фильтров в форме каскадного или параллельного соединения фазовых звеньев. Предлагаемый метод позволяет реализовать передаточные функции с различным расположением нулей. Синтезируемые фильтры могут быть использованы в устройствах подавления сосредоточенных помех.

The regular method of implementing low-sensitivity digital filters in the form of a cascade or parallel connection of phase levels is proposed . The method allows to realize a transfer function with a different location of the zeros. The synthesized filters can be used in suppress devices of concentrated interference.

Важным классом низкочувствительных цифровых фильтров являются решетчатые структуры [1, 2]. Помимо низкой чувствительности и малого уровня шумов округления решетчатые структуры имеют ряд свойств, делающих их особенно привлекательными при конвейерной цифровой обработке. Такими свойствами являются модульная структура, наличие только локальных связей между отдельными модулями.

Однако решетчатые БИХ-фильтры, реализующие передаточные функции общего вида, представляют, по существу, сочетание решетчатого фильтра и цифровой линии задержки с отводами. Это ухудшает многие критерии качества, например чувствительность характеристик.

В докладе рассмотрен метод синтеза цифровых фильтров в форме каскадного соединения фазовых фильтров решетчатой структуры.

Рассмотрим вектор передаточных функций

$$\begin{bmatrix} B_1(z) \\ B_2(z) \end{bmatrix} = \frac{1}{G(z)} \begin{bmatrix} F(z) \\ H(z) \end{bmatrix}.$$

Здесь $B_1(z) = \frac{F(z)}{G(z)}$ – заданная передаточная функция; $G(z)$, $H(z)$, $F(z)$ – полиномы от z с вещественными или комплексными коэффициентами.

Нули знаменателя $G(z)$ расположены внутри единичной окружности. Полиномы $H(z)$ и $F(z)$ связаны соотношением

$$H(z) = z^n F(z^{-1}).$$

Функции $B_1(z)$ и $B_2(z)$ образуют пару взаимно дополняющих передаточных функций, отвечающих условию

$$|B_1(z)|^2 + |B_2(z)|^2 = 1.$$

Процедура реализации заключается в последовательном понижении порядка передаточных функций $B_1(z)$ и $B_2(z)$ за счет выделения составляющих звеньев. Для понижения порядка передаточных функций $B_1(z)$ и $B_2(z)$ воспользуемся соотношениями

$$\frac{F^{(n+1)}(z)}{G^{(n+1)}(z)} = \frac{1}{\sqrt{|d_i|^2 - |c_i|^2}} \frac{(d_i \cdot F^{(n)}(z) + c_i \cdot H^{(n)}(z))}{G^{(n)}(z)}; \quad (1)$$

$$\frac{H^{(n+1)}(z)}{G^{(n+1)}(z)} = \frac{1}{\sqrt{|d_i|^2 - |c_i|^2}} \frac{(\dot{c}_i \cdot F^{(n)}(z) + \dot{d}_i \cdot H^{(n)}(z))}{G^{(n)}(z)}. \quad (2)$$

Здесь a_i – полюс реализуемой передаточной функции; c_i, d_i – параметры выделяемой секции.

Понижение порядка полиномов $G^{(n+1)}(z)$, $F^{(n+1)}(z)$, $H^{(n+1)}(z)$ происходит за счет сокращения множителей $(z - a_i)$ и $(1 - z\dot{a}_i)$ в числителе и знаменателе (1) и (2). Для этого должны выполняться условия

$$H^{(n+1)}(a_i) = 0; \quad (3)$$

$$F^{(n+1)}(a_i) = 0. \quad (4)$$

Из (3) и (4) следует, что для понижения порядка полиномов $H^{(n)}(z)$ и $F^{(n)}(z)$ необходимо выполнение условий

$$\frac{c_i}{d_i} = -\frac{F^{(n)}(a_i)}{H^{(n)}(a_i)}, \quad (5) \quad \frac{\dot{c}_i}{\dot{d}_i} = -\frac{H^{(n)}\left(\frac{1}{\dot{a}_i}\right)}{F^{(n)}\left(\frac{1}{\dot{a}_i}\right)}. \quad (6)$$

Формулам (5) и (6) соответствует выделение четырехполюсной секции (рис. 1), имеющей матрицу цепных параметров

$$[B] = [Q]^{-1} = \frac{1}{\sqrt{|d_i|^2 - |c_i|^2}} \begin{bmatrix} \dot{d}_i & -c_i \frac{1 - \dot{a}_i z}{z - a_i} \\ -\dot{c}_i & d_i \frac{1 - \dot{a}_i z}{z - a} \end{bmatrix}.$$

Из равенств (5) – (6) следует, что один из параметров (c_i или d_i) может быть принят равным единице.

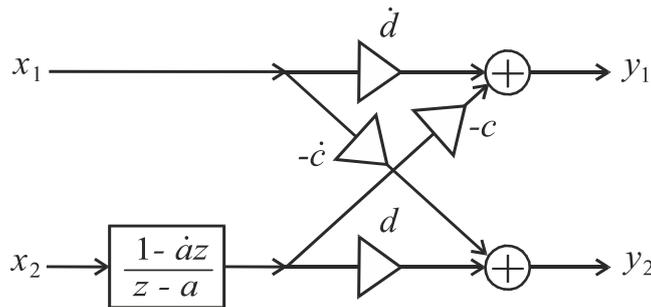


Рис. 1. Структурная схема выделяемого звена

Процесс выделения составляющих секций повторяется до тех пор, пока порядок передаточных функций $B_1(z)$ и $B_2(z)$ не станет равным нулю. Общая структура синтезируемого фильтра показана на рис. 2.

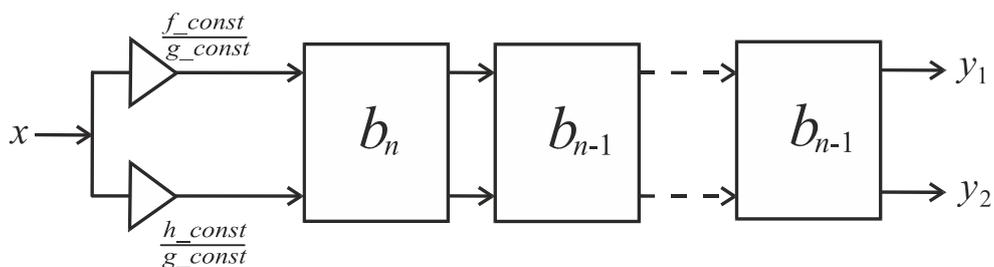


Рис. 2. Общая структура синтезируемого фильтра

Заметим, что при $G(z)=1$ получим фильтр с конечной импульсной характеристикой, реализующий две передаточных функции, нули которых расположены зеркально относительно единичной окружности. Таким образом, предложенный метод можно рассматривать как обобщение известных процедур синтеза КИХ-фильтров решетчатой структуры на случай фильтра с бесконечной импульсной характеристикой.

Оценим о производительность предложенной структуры. Как видно из рис. 2, фильтр имеет T -каскадную структуру, поэтому выполнение операций секции зависит от готовности предыдущей и не зависит от готовности следующей секции. Следовательно, данная структура легко конвейеризуема. Производительность фильтра определяется шагом конвейеризации, определяемым формулой [2]

$$t_k = \max\{t_i\}.$$

Здесь t_k – время, через которое фильтр готов к обработке нового массива данных; t_i – время обработки массива данных i -м звеном.

Шаг конвейеризации для рассматриваемой структуры будет минимальным, так как она состоит из однотипных звеньев.

Используем предложенную процедуру для реализации цифровых фильтров с низкой чувствительностью АЧХ в полосе пропускания. Синтез низкочувствительных аналоговых и цифровых фильтров рассматривают обычно как задачу реализации двух взаимно дополняющих передаточных функций, отвечающих условию

$$|B_1(z)|^2 + |B_2(z)|^2 = 1.$$

В [3] показано, что существует ряд передаточных функций (фильтры Баттерворта, Чебышева, эллиптические и т. д.), для которых заданный $F(z)$ и зеркальный $H(z)$ полиномы равны. Это приводит к тому, что факторизация исходного вектора становится невозможна.

Для реализации таких передаточных функций используем следующую процедуру.

1. Для исходной передаточной функции находим дополняющую.

2. Формируем фазовый вектор из исходной и дополняющей функций:

$$[B(z)] = \frac{1}{G(z)} \begin{bmatrix} F(z) \\ H(z) \end{bmatrix}.$$

3. Полученный вектор умножаем на матрицу преобразования $[Q0]$. В результате этого для прямой и дополняющей функций выполняется зеркальное соответствие $F(z) = \dot{H}(z)$.

В зависимости от вида симметрии исходной и дополняющей функций выделим четыре варианта матриц преобразования $[Q0]$ (табл. 1).

Таблица 1. Варианты матрицы преобразования $[Q0]$

$\begin{matrix} * \\ F(z) = F(z) \\ * \\ H(z) = -H(z) \end{matrix}$	$\begin{matrix} * \\ F(z) = -F(z) \\ * \\ H(z) = H(z) \end{matrix}$	$\begin{matrix} * \\ F(z) = F(z) \\ * \\ H(z) = H(z) \end{matrix}$	$\begin{matrix} * \\ F(z) = -F(z) \\ * \\ H(z) = -H(z) \end{matrix}$
$[Q] = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	$[Q] = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	$[Q] = \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix}$	$[Q] = \begin{bmatrix} -1 & j \\ 1 & j \end{bmatrix}$

Рассмотрим пример, иллюстрирующий предложенную процедуру реализации. Необходимо синтезировать низкочувствительный фильтр Чебышева пятого порядка с величиной пульсаций в полосе пропускания 0,5 дБ и частотой среза $0.25 \omega/\omega_d$. Здесь ω_d – частота дискретизации.

Передаточная функция фильтра

$$W(z) = \frac{z^5 + 5z^4 + 10z^3 + 10z^2 + 5z + 1}{35,5z^5 - 33,5z^4 + 51,1z^3 - 34,2z^2 + 18,8z - 5,7}.$$

Числитель исходной функции симметричен, следовательно, нельзя сразу находить зеркальный полином. Найдем дополняющую функцию. В результате имеем триплет канонических полиномов:

$$F(z) = z^5 + 5z^4 + 10z^3 + 10z^2 + 5z + 1;$$

$$H(z) = 14,3z^5 - 29,7z^4 + 45,4z^3 - 45,4z^2 + 29,7z - 14,3;$$

$$G(z) = 35,5z^5 - 33,5z^4 + 51,1z^3 - 34,2z^2 + 18,8z - 5,7.$$

Исходный фазовый вектор домножим на матрицу преобразования:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \times \frac{1}{G(z)} \begin{bmatrix} F(z) \\ H(z) \end{bmatrix} = \frac{1}{G(z)} \begin{bmatrix} F'(z) \\ H'(z) \end{bmatrix}.$$

В результате получим зеркальные передаточные функции:

$$F^{(0)} = -13,32z^5 + 34,69z^4 - 35,41z^3 + 55,41z^2 - 24,69z + 15,32;$$

$$H^{(0)} = 15,32z^5 - 24,69z^4 + 55,41z^3 - 35,41z^2 + 34,69z - 13,32.$$

Осуществляя процедуру понижения порядка фазового вектора, определяем параметры всех четырехполюсников матрицы $[B_i]$ (табл. 2).

Таблица 2. Параметры выделенных секций

Выделяемый полюс	c	d
$a_1 = 0,4681$	0	1
$a_2 = 0,2536 - j0,6061$	-1	0
$a_3 = 0,2536 + j0,6061$	0	1
$a_4 = -0,0158 - j0,8953$	-1	0
$a_5 = -0,0158 + j0,8953$	0	1

Спроектированный фильтр представляет структуру, образованную каскадным соединением пяти четырехполюсников первого порядка с вырожденными связями (рис. 3).

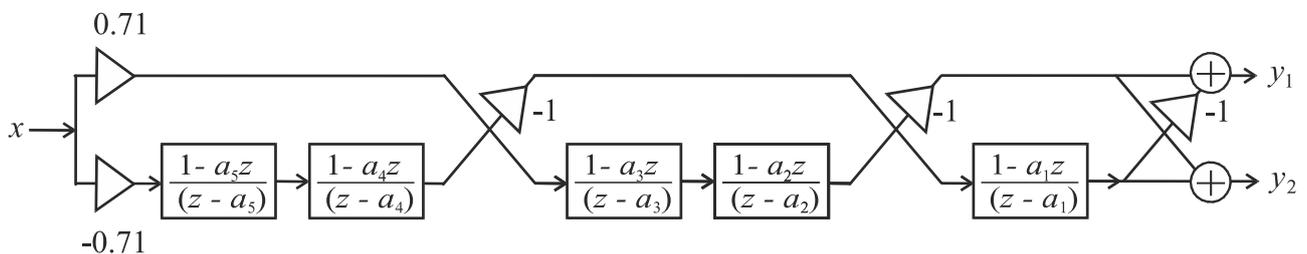


Рис. 3. Структурная схема спроектированного фильтра

На рис. 4 представлены амплитудно-частотные характеристики полученной структуры при бесконечном задании коэффициентов

умножителей (сплошная линия) и при их округлении до четырех разрядов (пунктир).

Если в схеме на рис. 4 исключить выход y_2 , то получим схему, образованную параллельным соединением фазовых звеньев (рис. 5).

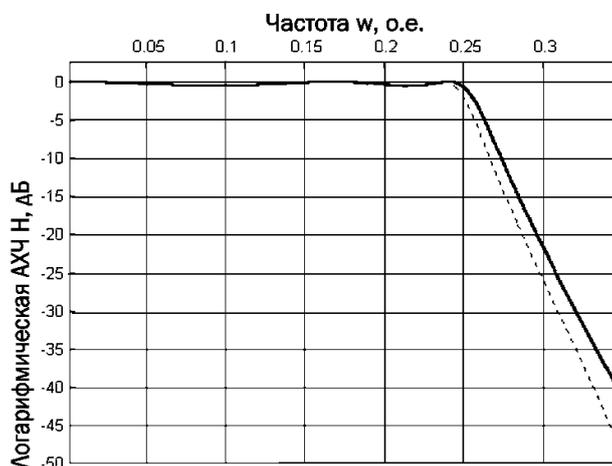


Рис. 4. Амплитудно-частотная характеристика синтезированного фильтра

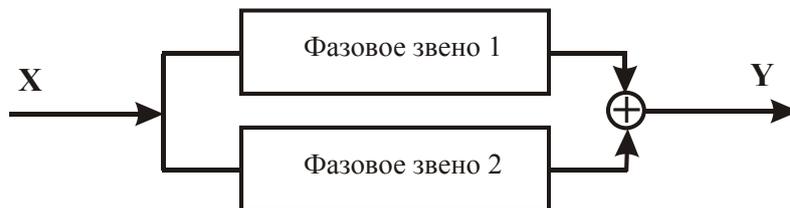


Рис. 5. Цифровой фильтр, образованный параллельным соединением фазовых звеньев

Выводы

Предложен регулярный метод реализации низко-чувствительных цифровых фильтров в форме каскадного или параллельного соединения фазовых звеньев. Предлагаемый метод позволяет реализовать передаточные функции с различным расположением нулей. Синтезируемые фильтры могут быть использованы в устройствах подавления сосредоточенных помех.

Список литературы

1. Маркел, Дж. Линейное предсказание речи: пер. с англ. / Дж. Маркел, Ф. Грей. – М.: Связь, 1980. – 308 с.
2. Сверхбольшие интегральные схемы и современная обработка сигналов / Под ред. С. Гуна, Х. Уайтхауса, Т. Кайлата. – М.: Радио и связь, 1989. – 472 с.
3. Regalia P., Mitra S. K. Implementation of real coefficient digital filters using complex arithmetic // IEEE trans. on circuits and systems.– 1987.– Vol. CAS-34, no. 4.– P. 345–351.

Довгун Валерий Петрович – д.т.н., профессор кафедры «Системы автоматки, автоматизированное проектирование и управление» Сибирского федерального университета (СФУ). Домашний адрес: 660135, Красноярск, ул. Весны, д. 10, кв. 67. Тел. 8-913-5190796. E-mail: vdovgun@sfu-kras.ru.

Чернышов Максим Олегович – аспирант Сибирского федерального университета (СФУ). Тел. 8-923-3648234. E-mail: chernyshov.m.o@gmail.com.

Новиков Виктор Валерьевич – к.т.н., доцент кафедры «Системы автоматки, автоматизированное проектирование и управление» Сибирского федерального университета (СФУ). Тел. 8-902-9271469. E-mail: nvfagot@mail.ru.

Буянкин Павел Дмитриевич – аспирант Сибирского федерального университета (СФУ). Тел. 8-913-5112267.

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ МНОГОЛУЧЕВОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН СЕТЕЙ WI-FI В ЗАКРЫТЫХ ПОМЕЩЕНИЯХ

Н. Б. Догадин

Приведены результаты экспериментального исследования отражения и особенностей распределения уровня излученного сигнала диапазона 2,4 ГГц в условиях многолучевого распространения радиоволн в закрытых помещениях. Полученные результаты полезны при выборе места расположения базовой станции сети Wi-Fi.

The results of the experimental research of the reflection and the particularities of the radiated signal level distribution at the range of 2,4 GHz in condition of multipath radio waves propagation indoors are given. The got results are useful in choosing the location of the base station of network Wi-Fi.

В настоящее время все большее распространение получают беспроводные локальные вычислительные сети стандартов IEEE 802.11, IEEE 802.11a, IEEE 802.11.b, IEEE 802.11.g, IEEE 802.11.n, часто называемые сетями Wi-Fi. Они позволяют обеспечить удобный доступ как к информационным ресурсам локальной сети, так и сети «Интернет». Такие сети часто создают в различных образовательных организациях и все шире используют в повседневном образовательном процессе, в том числе, для полноценного формирования информационно-технологических компетенций обучающихся.

Возможности сетей Wi-Fi позволяют повысить качество обучения, что привело к повсеместному распространению таких сетей и

предложению о внесении изменений в Федеральный закон от 29 декабря 2012 года № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации», согласно которым в зданиях образовательных организаций высшего образования должен быть обеспечен беспроводной доступ к сети «Интернет» по стандартам серии IEEE 802.11 (Wi-Fi).

Для реализации сетей Wi-Fi торговые фирмы предлагают многочисленное оборудование, однако его инструкции по применению содержат сведения для выполнения только программной настройки аппаратуры. Это приводит к тому, что при развертывании сети и установке оборудования самими сотрудниками образовательных учреждений, часто основным критерием расположения аппаратуры служит лишь удобство ее размещения, поэтому, как правило, такое оборудование расположено произвольно.

Образовательные организации для осуществления своей деятельности располагают не только аудиториями, но и многочисленными лабораториями (оснащенными специализированной и измерительной аппаратурой), компьютерными классами, учебными мастерскими и т.д. Занимаемые ими здания построены из различных материалов и строительных конструкций, все помещения оснащены мебелью (в том числе ученической), а оборудование часто имеет металлические корпуса. Все эти факторы определяют распределение электромагнитного поля излучения в помещении, и для его прогнозирования экспериментальное исследование реальных значений параметров, влияющих на конфигурацию поля и возможные варианты его распределения в условиях учебных лабораторий, актуально.

Сейчас для организации сетей Wi-Fi могут быть использованы два радиочастотных диапазона: 2,4 ГГц и 5 ГГц, но наиболее распространенным продолжает оставаться первый из них, поэтому экспериментальные исследования проводились для радиосигналов диапазона 2,4 ГГц (2400...2483,5 МГц). Беспроводный доступ к локальной вычислительной сети в простейшем случае осуществляет два устройства: базовая и абонентская станции, которые вместе со средой

распространения образуют канал связи между коммутируемым устройством и локальной сетью. Базовая станция может одновременно выполнять различные функции сетевого взаимодействия, но в любом случае на физическом уровне она представляет собой приемопередатчик, подключенный проводной связью к локальной вычислительной сети. При эксперименте для объективности анализа в качестве базовых станций применялись беспроводные маршрутизаторы моделей TD-W8901G и TL-WR542G, имеющие одинаковую величину максимальной эквивалентной изотропно-излучаемой мощности, равную 50 мВт (17 дБм). Как показал анализ результатов измерений, выполненных при использовании этих моделей, полученные данные близки между собой и позволяют выявить исследуемые особенности.

Предлагаемая торговыми фирмами аппаратура комплектуется, как правило, внешними штыревыми антеннами, представляющими собой установленные вертикально либо одиночный симметричный полуволновой вибратор, либо коллинеарную антенну, состоящую из набора последовательно включенных синфазных полуволновых вибраторов. Для снижения влияния возможных дополнительных эффектов при эксперименте в качестве излучающей антенны использовался подсоединенный непосредственно к приемопередатчику типовой, входящий в комплект оборудования, одиночный симметричный полуволновой вибратор.

В качестве абонентских станций в сетях Wi-Fi применяют различные устройства: стационарные компьютеры, ноутбуки, планшетные компьютеры, смартфоны и т.д. Все они имеют различные значения технических параметров, влияющих на обмен данными внутри сети: чувствительности радиоприемного устройства, коэффициента усиления и диаграммы направленности антенны, поляризации формируемого колебания и т.д. Поэтому при эксперименте в качестве радиоприемного устройства использован смартфон модели Samsung GT-I7500, как одно из простейших устройств, которое должно обеспечивать сетевое взаимодействие. Однако его средства визуализации уровня принимаемого

сигнала недостаточны для необходимого анализа, поэтому они были расширены применением установленной на смартфон программы «WiFi Analyzer». Эта программа позволяет определить значение уровня принимаемого сигнала и воспроизвести его на экране смартфона различными способами, в том числе, числовыми значениями в диапазоне 30...100 дБм с шагом в 1 дБм, а так же определить и указать номер принимаемого канала сети Wi-Fi и его несущую частоту. При выполненных наблюдениях записывались значения, воспроизводимые на экране смартфона в течение 1 мин, которые затем обрабатывались по методике, приведенной в [1].

Эксперимент проводился в помещении лаборатории радиотехники Волгоградского государственного социально-педагогического университета, представляющим собой прямоугольную комнату шириной 6 м, длиной 9 м, в которой расположены две опорные кирпичные колонны квадратного сечения с шириной стороны 0,56 м. На 35 % площади комнаты размещены учебные столы с расположенными на них радиоизмерительными приборами.

Радиосигналы диапазона 2,4 ГГц относятся к СВЧ-колебаниям, известной особенностью которых служит возможность определения пути их распространения на основании законов геометрической оптики. В соответствии с ними, колебания, излученные расположенной в закрытом помещении антенной, прямолинейно распространяясь, встречают на своем пути препятствия и частично проходят сквозь них, а частично отражаются, изменяя свое направление, и продолжают прямолинейно распространяться до следующего препятствия. В таких помещениях переотражения колебаний происходят многократно: от пола, потолка, стен, крупной мебели и т.п., постоянно изменяя направление распространения сигнала и формируя в закрытых помещениях ярко выраженное многолучевое распространение радиоволн.

Приход в любую точку пространства колебаний как непосредственно от передающей антенны, так и отразившихся от различных препятствий, изменяет распределение электромагнитного поля излучения в помещении,

создавая интерференционные эффекты, проявления которых зависят от соотношения значений фаз взаимодействующих колебаний. Выбор места расположения антенны, руководствуясь только удобством размещения и крепления аппаратуры, приводит к тому, что антенну часто располагают в непосредственной близости от отражающей поверхности, на произвольном от нее расстоянии. Отражающая поверхность редко бывает однородной: корпус любого изделия может быть выполнен из различного материала, прошедшего в процессе изготовления определенную обработку и окраску; материал стен помещения то же может быть различным, а перед окраской их поверхности, как правило, штукатурят, выравнивают и шлифуют, придавая необходимую гладкость. Поэтому в зависимости от материала, его обработки и окраски величина коэффициента отражения и фаза отраженного сигнала могут быть различными.

Фаза отраженного сигнала либо остается той же, либо – изменяется на противоположную. Для ее определения излучающая антенна была размещена непосредственно перед отражающей поверхностью, а смартфон располагался в зоне прямой видимости на фиксированном расстоянии от центра антенны, создавая вместе с ней перпендикуляр к отражающей поверхности. В этом случае измерялся результат отражения при нормальном падении излучения на отражающую поверхность. При изменении расстояния между антенной и отражающей поверхностью, расстояние от антенны до смартфона оставалось неизменным, поэтому значения уровня принимаемого сигнала показывали результат взаимодействия излученного и отраженного сигналов.

Одними из наиболее распространенных в учебных лабораториях служат металлические отражающие поверхности: корпуса компьютеров, радиоизмерительных приборов, а также другие металлические части аппаратуры. Поэтому при эксперименте в качестве одной из отражающих поверхностей использован корпус стационарного компьютера, тем более, что, как показывают наблюдения, расположение антенны в непосредственной близости от него служит одним из типовых мест ее

размещения. Кроме того, в качестве модуля сети Wi-Fi может быть применена плата расширения, устанавливаемая непосредственно в стационарный компьютер, антенна которой расположена непосредственно рядом с его корпусом.

Измерения выполнялись при равномерном фиксированном отодвигании отражающей поверхности в пределах расстояния, равного длине волны излучаемого колебания. В результате оказалось, что уровень принимаемого сигнала увеличивался, когда расстояние между антенной и отражающей поверхностью было кратно нечетному числу четверть волн излучаемого сигнала, и уменьшался при расстоянии, кратном четному числу четверть волн. Следовательно, отражение от корпуса стационарного компьютера (прошедшего промышленную обработку и окраску) можно рассматривать, как отражение от металлической поверхности, при которой отраженный сигнал изменяет свою фазу на 180° .

Такие измерения были проведены при расстояниях между центром антенны и смартфоном, равных 1,5 м; 3 м и 4,5 м. Полученные результаты показывают, что при сохранении общей закономерности чередования интерференционных максимумов и минимумов, получаемые конкретные значения во многом зависят от количества окружающих антенну отражающих поверхностей и длины пути, прошедшего излученным радиосигналом до радиоприемника. В эксперименте с увеличением расстояния между антенной и смартфоном числовые значения, соответствующие максимуму, увеличивались, а соответствующие минимуму – уменьшались, и их некоторые значения были частично смещены. Анализ полученных результатов показал, что при ориентировочных расчетах в рассматриваемом случае можно коэффициент отражения по мощности принять равным 1.

Из перечисленного выше следует, что расположение излучающей антенны на определенном расстоянии перед металлической поверхностью может значительно изменить распределение излучения в закрытом помещении. Это можно использовать либо для увеличения уровня принимаемого сигнала, либо для улучшения помеховой обстановки. В то

же время необходимо помнить, что увеличение результирующего колебания расширяет границу санитарно-защитной зоны, устанавливаемую вокруг оборудования и обеспечивающую требуемый уровень безопасности людей при эксплуатации оборудования в штатном режиме. В этом случае при расчете указанной зоны величину мощности сигнала, излучаемого антенной в этом направлении, целесообразно увеличить на 3 дБ, рассматривая возможное превышение реальными значениями плотности потока энергии расчетных, как определенный гигиенический запас.

Аналогичные наблюдения были выполнены для отражающей поверхности, представляющей собой участок кирпичной кладки наружной стены, покрытой чередующимися слоями окрашенной штукатурки. Они показали, что отражение изменяло уровень мощности принимаемого сигнала примерно на 30%. При этом принимаемый сигнал уменьшался, когда расстояние между антенной и отражающей поверхностью было кратно нечетному числу четверть волн излучаемого колебания, и увеличивался – при их четном числе. Таким образом, отражение от такой строительной конструкции не изменяет фазу отраженного сигнала.

Одним из реальных типовых мест расположения базовой станции сети Wi-Fi служит ее размещение на той же поверхности стола, что и корпуса компьютеров и приборов, в непосредственной близости от них, т.е. антенна базовой станции размещена ниже высоты корпусов окружающего оборудования. Другим типовым местом служит расположение антенны в непосредственной близости от компьютеров и приборов, но над их корпусами. Ныне действующими нормативными документами, например, [2], граница санитарно-защитной зоны установлена на уровне 2 м от подстилающей поверхности, поэтому одним из очевидных мест расположения антенны служит ее размещение над границей этой зоны, например, на расстоянии 215 см от подстилающей поверхности. Каждое из таких размещений могут создавать за корпусами приборов и устройств (в области их геометрической тени) зоны

пониженного уровня радиосигнала, которые могут сделать предпочтительным одно из указанных размещений.

Для определения этого было проведено измерение уровня принимаемого сигнала при расположении базовой станции на поверхности стола, на высоте корпусов приборов, и при увеличении подъема до высоты, обеспечивающей требования [2]. При этом для определенности предполагалось, что оптимальное расположение базовой станции – на стене, поэтому антенна размещалась на расстоянии 1,8 см от стены, имитируя такое крепление.

При первом из указанных выше расположений, базовая станция размещалась между двумя симметрично расположенными относительно антенны корпусами генераторов ГЗ-118, установленных на их боковые поверхности. Угол между отражающей стеной и перпендикулярами к корпусам приборов, проходящими через ось антенны, был равен 30° , а расстояние от антенны до прибора составляло 30 см. Приборы размещались симметрично этим перпендикулярам, а их отражающая поверхность имела высоту 30,5 см, а ширину – 29,5 см. Измерения проводились на линиях продолжений этих перпендикуляров за корпусом каждого из приборов на расстоянии 40 см от него. Такое место измерения выбрано, как одно из типовых расположений смартфонов обучающихся.

Кроме этих мест, уровень сигнала измерялся на таком же расстоянии, но за корпусами двух других расположенных так же симметрично генераторов ГЗ-118, у которых расстояние до антенны составляло 250 см (место расположения очередных учебных столов). При этом углы между отражающей стеной и перпендикулярами к корпусам этих приборов, проходящих через ось вибратора, были равны 60° .

В результате оказалось, что при расположении базовой станции непосредственно на столе, уровни сигналов за отражающими поверхностями ближних приборов имели значения порядка -33 дБм, которые при подъеме базовой станции уменьшались и достигли значений порядка -45 дБм при наибольшем подъеме. В двух других местах измеряемые уровни сигналов изменились с -55 дБм (при расположении

базовой станции на столе) до -51 дБм (при наибольшем подъеме антенны).

Таким образом, на основании результатов приведенных выше экспериментальных исследований можно рекомендовать при организации сети Wi-Fi устанавливать излучающую антенну базовой станции на высоте, обеспечивающей выполнение требований [2] по предельно допустимым значениям ППЭ. В этом случае обеспечивается как выполнение санитарно-эпидемиологических правил и нормативов, так и более равномерное распределение уровней излучения в помещении.

При прогнозировании и анализе размеров зоны действия сети Wi-Fi необходимо учитывать структуру отражающих поверхностей, расположенных в непосредственной близости к передающей антенне, и возможность изменения фазы отраженного сигнала, которая при интерференционных явлениях влияет на порядок чередования максимальных и минимальных значений мощности принимаемого сигнала.

В ориентировочных расчетах можно принять: при отражении от металлических корпусов оборудования коэффициент отражения по мощности равным 1, и изменение на 180° фазы отраженного сигнала; для окрашенных кирпичных стен – коэффициент отражения по мощности до 0,3 и синфазность падающей и отраженных волн.

Список литературы

1. ГОСТ Р 8.736-2011: Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения.
2. СанПиН 2.1.8/2.2.4.1383-03: Гигиенические требования к размещению и эксплуатации передающих радиотехнических объектов.

Догдин Николай Борисович – д.т.н, профессор, профессор кафедры общей физики Волгоградского государственного социально-педагогического университета.
E-mail: dogadin@vspsu.ru

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСТЕКАНИЯ ТОКА ЧЕРЕЗ НЕПРОВОДЯЩУЮ ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ РЕШЕТКУ

Е. Н. Меньшов

Излагается подход математического моделирования процесса растекания тока в системе многих элементов через математическую модель для одного элемента.

Outlines the approach of mathematical modeling of the process of current spreading in the system with many elements through a mathematical model for a single item.

Ограничимся исследованием плоской картиной растекания тока, которая правомерна для случая, когда длина прутьев решетки намного превышает их диаметр. На рисунке 1 непроводящая цилиндрическая решетка помещена в проводящую среду с проводимостью γ , в которой протекает электрический ток. Классически задача решается на основе решения уравнения Лапласа [1]

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0, \quad (1)$$

с граничными условиями:

– на поверхности непроводящих цилиндрических профилей для электрического потенциала

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0; \quad (2)$$

– плотности тока на бесконечности

$$-\gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x}(\infty) = \delta_n. \quad (3)$$

Традиционно решение такой задачи получается на основе рядов или при помощи конформного отображения. В обоих случаях решение представляется сложными формулами, которые для задач анализа требуют процедуры аппроксимации. При изменении параметров системы требуются новые аппроксимационные зависимости.

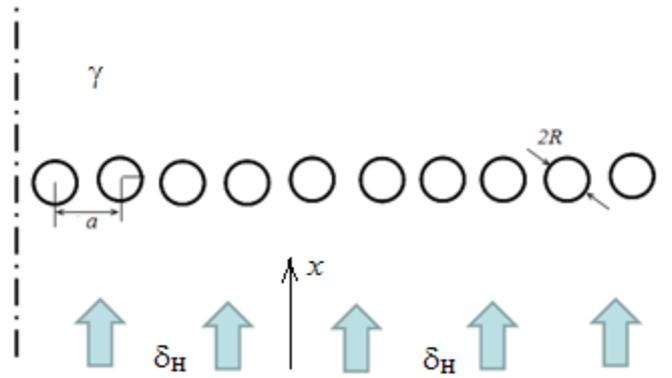


Рис. 1. Профили цилиндрической решетки в проводящей среде с током

В данной работе предлагается подход, который на основе обоснованных приближений приводит к универсальной математической модели растекания тока.

За основу возьмем математическую модель растекания тока через одиночный цилиндр в полярной системе координат, полученной в [2] на основе решения уравнения (1)-(3):

$$\delta_{r0} = \delta_n \cos \theta \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right), \quad (4)$$

$$\delta_{\theta 0} = -\delta_n \sin \theta \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right), \quad (5)$$

где δ_n – плотность тока на гипотетической бесконечности. Распределение линий тока по формулам (4)-(5) представлены на рисунке 2. Угловая координата θ отсчитывается против часовой стрелки (против тока).

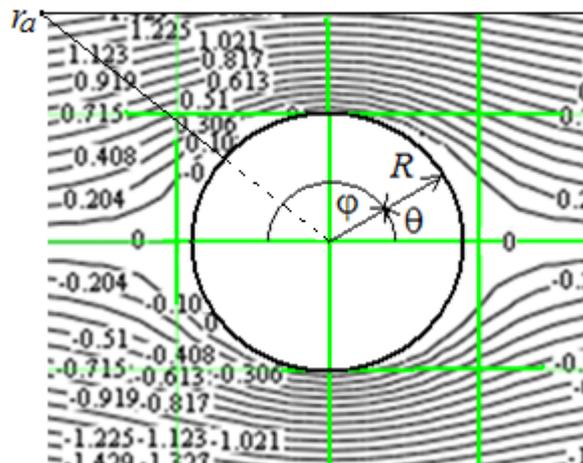


Рис. 2. Растекание линий тока вокруг одиночного непроводящего цилиндра

Навяжем уравнениям (4)-(5) свойства потока вектора плотности тока через решетку цилиндрических профилей, расположенных друг от друга на расстоянии a , представив (4)-(5) в следующем виде

$$\delta_r = \delta_n k_1 \cos \theta \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right), \quad (6)$$

$$\delta_\theta = -\delta_n k_2 \sin \theta \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right), \quad (7)$$

Для новой угловой координаты $\varphi = \pi - \theta$ тангенциальная составляющая плотности тока (7) примет вид

$$\delta_\varphi = \delta_n k_2 \sin \varphi \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right).$$

Коэффициент k_2 определим из условия непрерывности тока. Рассчитываем ток через наклонную плоскую поверхность шириной l , которая проходит через радиальную ось полярной системы координат и ограничена снизу и сверху соответствующими точками $r = R$ и $r = r_a$ (рисунок 2):

$$I_r(\varphi) = \int_{S_r} \delta_\varphi dS = \delta_n k_2 l \sin \varphi \int_R^{r_a} \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) dr = \delta_n k_2 l \sin \varphi \left(r_a - \frac{R^2}{r_a}\right). \quad (8)$$

В (8) точка r_a лежит на пересечении радиальной оси и серединной линии, делящей расстояние a между двумя противоположными цилиндрическими профилями на две равные части.

Накладывая условие непрерывности тока $I_r(\varphi) = I_\infty \equiv a \delta_n l / 2$ и учитывая $r_a = a / 2 \sin \varphi$, получаем k_2 из (8):

$$k_2 = \left[1 - \left(\frac{2R}{a}\right)^2 (\sin \varphi)^2\right]^{-1}. \quad (9)$$

Коэффициент k_1 в (6) определяем из условия потенциальности плотности тока $\bar{\delta} = \gamma \bar{E} = -\gamma \text{grad} \varphi$. Интегрируя тангенциальную составляющую плотности тока (7), выраженную через электрический потенциал в полярной системе координат $\delta_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}$ [3], получаем его выражение

$$\varphi = -\delta_n r \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) \int \frac{\sin \theta d\theta}{\left[1 - \left(\frac{2R}{a}\right)k^2(\sin \theta)^2\right]} = \frac{\delta_n}{k\sqrt{1-k^2}} r \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) \operatorname{arctg}\left(\frac{k \cos \theta}{\sqrt{1-k^2}}\right), \quad (10)$$

где $k = 2R/a$. Дифференцируя потенциал (10) по координате r и учитывая то, что радиальная составляющая плотности тока есть выражение $\delta_r = \frac{\partial u}{\partial r}$ [3], которое сопоставляем с (6) и получаем k_1 :

$$k_1 = \frac{1}{k\sqrt{1-k^2} \cos \theta} \operatorname{arctg}\left(\frac{k \cos \theta}{\sqrt{1-k^2}}\right) = \frac{1}{k\sqrt{1-k^2} \cos \varphi} \operatorname{arctg}\left(\frac{k \cos \varphi}{\sqrt{1-k^2}}\right). \quad (11)$$

Система уравнений растекания тока в системе координат (r, φ) на основании (6)-(7) с учетом (9) и (10) примет вид:

$$\delta_r = -\frac{\delta_n}{k\sqrt{1-k^2}} \operatorname{arctg}\left(\frac{k \cos \varphi}{\sqrt{1-k^2}}\right) \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right), \quad (12)$$

$$\delta_\varphi = -\delta_\theta = v_n [1 - k^2(\sin \varphi)^2]^{-1} \sin \varphi \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right). \quad (13)$$

Вывод. Получена математическая модель (12)-(13) составляющих плотности тока для описания процесса растекания тока через непроводящую цилиндрическую решетку. Несложная по форме модель удовлетворяет фундаментальным свойствам – непрерывности и потенциальности линий тока.

Список литературы

1. Грей Э, Мэтьюз Г.Б. Функции Бесселя и их приложение к физике.– М.: Издательство иностранной литературы, 1953.– 372 с.
2. Седов Л.И. Механика сплошной среды.– Т. 2.– М.: Наука, 1973.– 584 с.
3. Кугущев А.М., Голубева Н.С. Основы радиоэлектроники (Линейные электромагнитные процессы).– М.: Энергия, 1969.– 880 с.

Меньшов Евгений Николаевич – к.т.н., доцент УлГТУ, г. Ульяновск.
E-mail: men@ulstu.ru.

ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ

О НАХОЖДЕНИИ НУЛЕЙ И ПОЛЮСОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПО СТЕПЕННЫМ ПОЛИНОМАМ СХЕМНЫХ ФУНКЦИЙ

С. А. Курганов

Для построения полиномов схемных функций рекомендуется использовать вместо традиционного интерполяционного метода, который критичен к выбору частотных точек и нормированию параметров, метод непосредственного формирования символьных полиномов на основе схемных определителей. Компьютерная программа CIRSYM по методу схемных определителей позволяет получить символьные степенные полиномы для произвольных линейных цепей до 30-го порядка.

The method to construct polynomials of circuit functions, it is recommended to use instead of the traditional interpolation method, which is critical to the selection of frequency points and the normalization parameters is presented. This method is direct forming a symbolic polynomial by means of circuit determinants. To application there is computer program CIRSYM that allows to obtain symbolic polynomials for arbitrary linear network of up to 30-th order.

Нули и полюсы схемных функций используются для анализа как установившихся, так и переходных режимов электрических цепей. Методы их нахождения делятся на две группы [1]. К первой группе относятся методы, основанные на построении полиномов числителя и знаменателя передаточной функции и решении полученных степенных уравнений путем понижения порядка. Ко второй группе – методы

преобразования матричных определителей к блочно-диагональному виду, например, QR -метод [1,2].

Для больших схем – в качестве типичной в [1] приведена схема активного фильтра 9-го порядка с 26-ю узлами (рис. 1) – более экономными по временным затратам считаются методы первой группы [1]. При этом полиномиальные коэффициенты для передаточных функций находятся методом интерполяции значений определителя в выбранных частотных точках. Недостатком интерполяционного подхода является сложность выбора частотных точек и способа нормирования параметров схемы, обеспечивающих достоверность и необходимую точность полиномиальных коэффициентов. Поэтому формирование полиномов и определение их корней приходится выполнять для нескольких вариантов нормирования с последующей проверкой полученных нулей и полюсов. Так, в упомянутом примере активного фильтра [1] для получения удовлетворительного результата пришлось проверить три варианта нормирования параметров и последующего расчета полиномиальных коэффициентов.

В [3] предлагается оригинальный подход к определению нулей и полюсов для RC -цепей в частном случае, когда корни расположены на действительной оси комплексной плоскости. Для этого используются амплитудно-частотные характеристики соответствующих LC -цепей. Однако такой подход не упрощает решение задачи даже в этом частном случае, а только дает графическую визуализацию значений (точнее, корней из этих значений) нулей и полюсов в виде точек пересечения амплитудно-частотной характеристики с осью частот.

Упростить решение задачи нахождения нулей и полюсов на основе степенного полинома можно, заменив интерполяционный метод прямым методом формирования степенных полиномов. Наиболее эффективным методом построения символьных полиномов числителя и знаменателя передаточной функции является метод схемных определителей (МСО) [4]. Компьютерная программа *CIRSYM*, разработанная В. В. Филаретовым на основе МСО, позволяет построить символьные полиномы для цепей до

30-го порядка при использовании компьютера с частотой 3 ГГц и оперативной памятью 1 Гбайт [5,6]. В то же время для нахождения нулей и полюсов требуется численно-символьная функция с одним символом – комплексной частотой p , поэтому в этом случае допустимая сложность анализируемой цепи с помощью программы *CIRSYM* будет значительно выше.

Краткое описание алгоритма программы *CIRSYM* формирования степенного полинома передаточной функции [7]. Каждый полиномиальный коэффициент формируется отдельно путем набора степени оператора p рекурсивным выделением реактивных элементов из определителя исходной схемы. При этом исключается разбиение полиномиального коэффициента на многочисленные схемные миноры и тем самым обеспечивается выделение элементов в соответствии с правилами формирования оптимальных выражений. В первую очередь учитываются элементы, подлежащие нейтрализации или выделению по частным формулам – содержащим одно из двух слагаемых. При этом полиномиальный коэффициент формируется в свернутом компактном виде.

Степень оператора p у каждого слагаемого свернутого выражения записывается неявным образом – путем присваивания ее паре скобок, которая появляется после выделения любого элемента. При выделении конденсаторов и катушек индуктивности вновь образующейся паре скобок присваивается показатель на единицу больший, чем у ближайшей внешней пары скобок. При выделении резистивных элементов и управляемых источников показатель у новой пары скобок остается таким же, как у ближайшей внешней пары скобок.

После выделения каждого элемента осуществляется контроль показателя степени новой пары скобок. Если показатель превышает степень искомого полиномиального коэффициента, то эта пара скобок вместе с соответствующим схемно-алгебраическим фрагментом стирается из памяти. Удаляются также скобки со своим содержимым, если их показатели меньше степени искомого коэффициента и их схемно-

алгебраические выражения не содержат реактивных элементов. Оставшиеся безреактивные схемные определители в скобках с искомым показателем степени преобразуются к символьным выражениям с применением диакоптического метода схемных миноров [8].

Пример построения численно-символьных степенных полиномов фильтра 9-го порядка с помощью программы CIRSYM. Требуется найти нули и полюсы передаточной функции напряжения $K(p)=U_{out}(p)/U_{in}(p)$ схемы фильтра на рис. 1. Параметры элементов имеют следующие значения: $R_1=5477.9$ Ом; $R_2=2007.6$ Ом; $R_3=R_4=3300$ Ом; $R_5=4589.8$ Ом; $R_6=4440$ Ом; $R_7=5999.9$ Ом; $R_8=R_9=3300$ Ом; $R_{10}=4257.25$ Ом; $R_{11}=3220.1$ Ом; $R_{12}=5883.27$ Ом; $R_{13}=R_{14}=3300$ Ом; $R_{15}=5625.99$ Ом; $R_{16}=3636.78$ Ом; $R_{17}=1030.1$ Ом; $R_{18}=R_{19}=3300$ Ом; $R_{20}=5808.498$ Ом; $R_{21}=1220.1$ Ом; $c_1=12 \cdot 10^{-9}$ Ф; $c_2=10 \cdot 10^{-9}$ Ф; $c_3=6.8 \cdot 10^{-9}$ Ф; $c_4=1 \cdot 10^{-8}$ Ф; $c_5=4.7 \cdot 10^{-9}$ Ф; $c_6=1 \cdot 10^{-8}$ Ф; $c_7=6.8 \cdot 10^{-9}$ Ф; $c_8=c_9=1 \cdot 10^{-8}$ Ф. Операционные усилители представляются нуллорами.

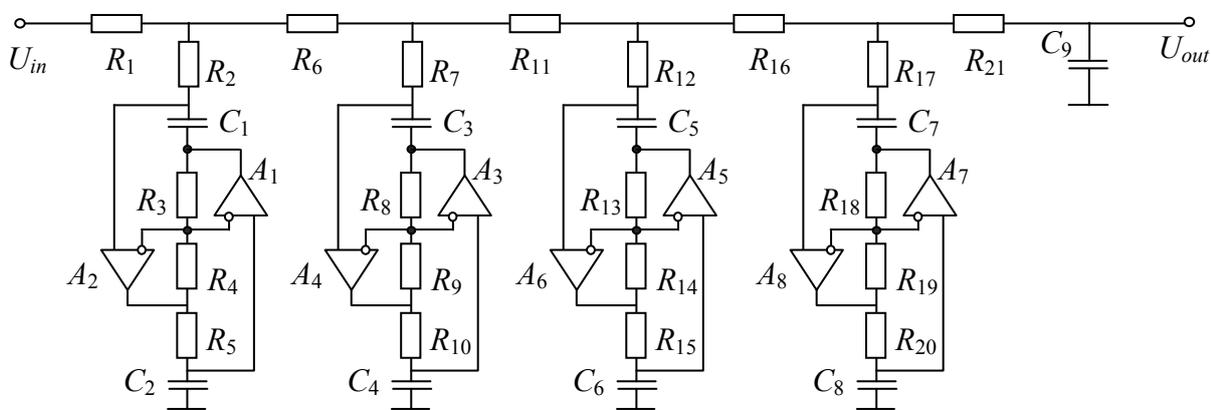


Рис. 1. Активный фильтр нижних частот

Символьные степенные полиномы числителя N и знаменателя D передаточной функции напряжения, полученные после ввода в программу CIRSYM входной информации о цепи по правилам [9], приведены ниже:

$$N=p^8*c1*R3*R5*c2*R2*c3*R8*R10*c4*R7*c5*R13*R15*c6*R12*c7*R17*R18*R20*c8+p^6*(c1*R3*R5*c2*R2*(c3*R8*R10*c4*R7*(c5*R13*R15*c6*R12*R19+R14*c7*R17*R18*R20*c8)+c5*R13*R15*c6*c7*R18*R20*c8*R17*R12*R9)+c3*R8*R10*c4*c5*R13*R15*c6*c7*R18*R20*c8*R17*R12*R7*R4)+p^4*(c1*R3*R5*c2*R2*(c3*R8*R10*c4*R7*R14*R19+c5*R13*R15*c6*R9*R12*R19+c7*R18*R20*c8*R17*R9*R14)+c3*R8*R10*c4*(c5*R13$$

$$*R15*c6*R4*R12*R7*R19+c7*R18*R20*c8*R17*R7*R4*R14)+c5*R13*R15*c6*c7*R18*R20*c8*R17*R12*R4*R9)+p^2*(c1*R3*R5*c2*R2*R9*R14*R19+c3*R8*R10*c4*R4*R7*R14*R19+c5*R13*R15*c6*R4*R12*R9*R19+c7*R18*R20*c8*R17*R4*R9*R14)+R4*R9*R14*R19;$$

$$D=p^9*c1*R3*R5*c2*c3*R8*R10*c4*c5*R13*R15*c6*c7*R18*R20*c8*c9*(R1*((R2+R6)*((R11+R7)*((R12+R16)*(R17+R21)+R17*R21)+R12*(R16*(R17+R21)+R17*R21))+R7*(R11*((R12+R16)*(R17+R21)+R17*R21)+R12*(R16*(R17+R21)+R17*R21)))+R2*(R12*(R17*(R11+R16+R21)*(R6+R7)+R6*R7)+R21*((R11+R16)*(R6+R7)+R6*R7))+R11*(R6+R7)*(R16*(R17+R21)+R17*R21)+R6*R7*(R16*(R17+R21)+R17*R21))+p^8*c1*R3*R5*c2*c3*R8*R10*c4*c5*R13*R15*c6*c7*R18*R20*c8*(R1*((R16+R17)*((R11+R12)*(R2+R6+R7)+(R2+R6)*R7)+R12*((R2+R6)*(R11+R7)+R11*R7))+R2*((R16+R17)*((R11+R12)*(R6+R7)+R6*R7)+R12*(R11*(R6+R7)+R6*R7)))+p^7*(c1*R3*R5*c2*(c3*R8*R10*c4*(c5*R13*R15*c6*R19*c9*((R16+R21)*((R11+R12)*(R6+R7)*(R1+R2)+R1*R2)+R7*(R1*(R2+R6)+R2*R6))+R12*(R1*((R2+R6)*(R11+R7)+R11*R7)+R2*(R11*(R6+R7)+R6*R7)))+c7*R18*R20*c8*R14*c9*(R1*((R2+R6)*((R11+R16+R7)*(R17+R21)+R17*R21)+R7*((R11+R16)*(R17+R21)+R17*R21))+R2*(R17*((R11+R16+R21)*(R6+R7)+R6*R7)+R21*((R11+R16)*(R6+R7)+R6*R7)))+c5*R13*R15*c6*c7*R18*R20*c8*R9*c9*(R1*((R11+R6+R2)*((R12+R16)*(R17+R21)+R17*R21)+R12*(R16*(R17+R21)+R17*R21))+R2*((R11+R6)*((R12+R16)*(R17+R21)+R17*R21)+R12*(R16*(R17+R21)+R17*R21)))+c3*R8*R10*c4*c5*R13*R15*c6*c7*R18*R20*c8*R4*c9*((R1+R6)*((R11+R7)*(R12+R16)*(R17+R21)+R17*R21)+R12*(R16*(R17+R21)+R17*R21))+R7*(R11*((R12+R16)*(R17+R21)+R17*R21)+R12*(R16*(R17+R21)+R17*R21)))+p^6*(c1*R3*R5*c2*(c3*R8*R10*c4*(c5*R13*R15*c6*R19*(R1*((R11+R12)*(R2+R6+R7)+(R2+R6)*R7)+R2*((R11+R12)*(R6+R7)+R6*R7))+c7*R18*R20*c8*R14*(R1*((R11+R16+R17)*(R2+R6+R7)+(R2+R6)*R7)+R2*((R11+R16+R17)*(R6+R7)+R6*R7)))+c5*R13*R15*c6*c7*R18*R20*c8*R9*(R1*((R11+R6+R2)*(R12+R16+R17)+R12*(R16+R17))+R2*((R11+R6)*(R12+R16+R17)+R12*(R16+R17)))+c3*R8*R10*c4*c5*R13*R15*c6*c7*R18*R20*c8*R4*((R1+R6)*((R11+R7)*(R12+R16+R17)+R12*(R16+R17))+R7*((R16+R17)*(R11+R12)+R11*R12)))+p^5*(c1*R3*R5*c2*(c3*R8*R10*c4*R14*R19*c9*((R11+R16+R21)*((R6+R7)*(R1+R2)+R1*R2)+R7*(R1*(R2+R6)+R2*R6))+c5*R13*R15*c6*R9*R19*c9*((R16+R21)*((R11+R6+R12)*(R1+R2)+R1*R2)+R12*((R11+R6)*(R1+R2)+R1*R2))+c7*R18*R20*c8*R9*R14*c9*(R1*((R11+R6+R16+R2)*(R17+R21)+R17*R21)+R2*((R11+R6+R16)*(R17+R21)+R17*R21))+c3*R8*R10*c4*(c5*R13*R15*c6*R4*R19*c9*((R1+R6)*((R11+R7)*(R12+R16+R21)+R12*(R16+R21))+R7*((R16+R21)*(R11+R12)+R11*R12))+c7*R18*R20*c8*R4*R14*c9*((R1+R6)*((R11+R16+R7)*(R17+R21)+R17*R21)+R7*((R11+R16)*(R17+R21)+R17*R21)))+c5*R13*R15*c6*c7*R18*R20*c8*R4*R9*c9*((R1+R6+R11)*(R12+R16)*(R17+R21)+R17*R21)+R12*(R16*(R17+R21)+R17*R21)))+p^4*(c1*R3*R5*c2*(c3*R8*R10*c4*R14*R19*(R1*(R2+R6+R7)+R2*(R6+R7))+c5*R13*R15*c6*R9*R19*(R1*(R11+R6+R12+R2)+(R11+R6+R12)*R2)+c7*R18*R20*c8*R9*R14*(R1*(R11+R6+R16+R2+R17)+(R11+R6+R16+R17)*R2))+c3*R8*R10*c4*(c5*R13*R15*c6*R4*R19*((R1+R6)*(R11+R7+R12)+(R11+R12)*R7)+c7*R18*R20*c8*R4*R14*((R1+R6)*(R11+R16+R7+R17)+(R11+R16+R17)*R7))+c5*R13*R15*c6*c7*R18*R20*c8*R4*R9*((R1+R6+R11)*(R12+R16+R17)+R12*(R16+R17)))+p^3*(c1*R3*R5*c2*R9*R14*R19*c9*((R11+R6+R16+R21)*(R1+R2)+R1*R2)+c3*R8*R10*c4*R4*R14*R19*c9*((R11+R16+R21)*(R1+R6+R7)+(R1+R6)*R7)+c5*R13*R15*c6*R4*R9*R19*c9*((R1+R6+R11)*(R12+R16+R21)+R12*(R16+R21))+c7*R18*R20*c8*R4*R9*R14*c9*((R1+R6+R11+R16)*(R17+R21)+R17*R21))+p^2*(c1*R3*R5*c2*R9*R14*R19*(R1+R2)+c3*R8*R10*c4*R4*R14*R19*(R1+R6+R7)+c5*R13*R15*c6*R4*R9*R19*(R1+R6+R11+R12)+c7*R18*R20*c8*R4*R9*R14*(R1+R6+R11+R16+R17))+p*R4*R9*R14*R19*c9*(R1+R6+R11+R16+R21)+R4*R9*R14*R19.$$

После подстановки численных данных полиномы преобразуются к численно-символьному виду

$$\begin{aligned}
 D &= 0.3452083881 \cdot 10^{-24} \cdot p^9 + 0.1634413248 \cdot 10^{-19} \cdot p^8 + 0.8355825940 \cdot 10^{-15} \cdot p^7 + \\
 &+ 0.2469525370 \cdot 10^{-10} \cdot p^6 + 0.6551828972 \cdot 10^{-6} \cdot p^5 + 0.1271265536 \cdot 10^{-1} \cdot p^4 + \\
 &+ 204.4300402 \cdot p^3 + 2465896.471 \cdot p^2 + 0.2134050608e11 \cdot p + 118592100000000; \\
 N &= 0.1441643143 \cdot 10^{-21} \cdot p^8 + 0.6603766887 \cdot 10^{-12} \cdot p^6 + 0.9644330432 \cdot 10^{-3} \cdot p^4 + \\
 &+ 569858.3914 \cdot p^2 + 118592100000000.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Корни полиномов (1) могут быть найдены последовательно путем понижения их порядка [1] или с помощью оператора Solve из компьютерной системы Maple [10], применение которого к (1) дает 8 нулей и 9 полюсов соответственно:

$$\begin{aligned}
 p_{01} &= -49576.27911j; p_{02} = 49576.27911j; p_{03} = -30072.80259j; \\
 p_{04} &= 30072.80259j; p_{05} = -25353.74981j; p_{06} = 25353.74981j; \\
 p_{07} &= -23994.34850j; p_{08} = 23994.34850j; \\
 p_{x1} &= -13457.18494; p_{x2} = -9922.920736 - 13260.48504j; p_{x3} = -9922.920736 + \\
 &+ 13260.48504j; p_{x4} = -4744.242949 - 19443.09552j; p_{x5} = -4744.242949 + \\
 &+ 19443.09552j; p_{x6} = -1818.000553 - 21590.49792j; p_{x7} = -1818.000553 + \\
 &+ 21590.49792j; p_{x8} = -459.0928564 - 22242.32107j; p_{x9} = -459.0928564 + \\
 &+ 22242.32107j.
 \end{aligned} \tag{2}$$

В численных значениях нулей и полюсов в (2) и в [1], полученных путем интерполяции, совпадают 3 или 4 значащие цифры. При этом в (2) верными значениями являются 9 цифр из 10-ти, что проверено при увеличенной разрядной сетке. Можно получить численные значения нулей и полюсов с любой заданной точностью, поскольку имеются символьные выражения полиномиальных коэффициентов, а, следовательно, можно получить их точные значения, которые нельзя найти с помощью численных методов интерполяции.

Вывод. При нахождении нулей и полюсов схемных функций путем решения степенного уравнения рекомендуется формировать его полиномиальные коэффициенты методом схемных определителей, который позволяет получить выражение полинома с заданной точностью

в отличие от традиционного интерполяционного метода, критичного к нормированию параметров и выбору частотных точек.

Список литературы

1. Влах И., Сингхал К. Машинные методы анализа и проектирования электронных схем: Пер. с англ.– М.: Радио и связь, 1988.– 560 с.
2. Чуа Л. О., Лин П. М. Машинный анализ электронных схем: Алгоритмы и вычислительные методы.– М.: Энергия, 1980.– 640 с.
3. Hashemian R. Extraction of Poles and Zeros of an RC Circuit with Roots on the Real Axis // IEEE Transactions on circuits and systems—ii: express briefs, vol. 61, no. 8, august 2014. – P. 624–628.
4. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– №5.– С. 43–52.
5. Вольнов В.Е., Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ сложных электрических цепей и сетей с помощью программы *CIRSYMD* // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. междунаро. конф. КЛИН–2004.– Ульяновск: УлГТУ, 2004.– Т. 3.– С. 75–80.
6. Курганов Д. С., Филаретов В. В. Алгоритм и программа формирования полиномиальных схемных функций электронных цепей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: междунаро. сб. науч. тр. – Ульяновск : УлГТУ, 2008. – Вып. 6. – С. 140–151.
7. Бондаренко А. В., Курганов С. А., Филаретов В. В. Формулы для анализа чувствительности схемных функций линейных электрических цепей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: междунаро. сб. науч. тр. – Ульяновск : УлГТУ, 2013. – Вып. 11. – С. 79–96.
8. Филаретов В. В. Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям // Электричество.–2001.–№8.–С.33–42.
9. Курганов С.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ, диакоптика и диагностика линейных электрических цепей: Учебное пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– 320 с.
10. Дьяконов В.П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании.– М.: Солон Пресс, 2006, 720 с.

СИМВОЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ФИЛЬТРА НИЖНИХ ЧАСТОТ

А. А. Буртаев, К. С. Горшков, С. А. Никулин

Предлагается сравнение эффективности схемного и матричного подходов к расчету чувствительности схемных функций электрических цепей, на примере методов основанных на аппарате схемных определителей и модифицированного узлового анализа. Для оценки эффективности выполнен расчет фильтра нижних частот Баттерворта 4-го порядка.

In this paper the comparison of matrix and circuit approach to network functions sensitivity calculation is presented. The methods based on the generalised parameter extraction technique and modified nodal matrix are compared. The sensitivity computation of Butterworth low-pass 4-order active filter for efficiency estimation is performed.

Введение. В процессе проектирования сложной электронной аппаратуры большое значение имеет анализ чувствительности передаточной функции электрической схемы на изменение одного или сразу нескольких параметров [1]. Зависимость комплексной схемной функции F по параметру W представляется дифференциальной формулой:

$$S = \frac{dF}{F} \frac{W}{dW}. \quad (1)$$

Численное дифференцирование сопряжено с низкой вычислительной точностью, поскольку основано на вычитании чисел, отличающихся в последних разрядах. Поэтому для анализа чувствительности электрических цепей целесообразно использование символьных методов, позволяющих сократить объем вычислений и повысить их точность.

Задача повышения эффективности методов символьного анализа чувствительности остается актуальной, что подтверждается многочисленными публикациями последних лет [2–7]. Для её решения

предлагается применение матричного аппарата [2, 4, 5], элементов теории графов [3], а также схемного подхода [6, 7].

Использование графовых моделей электрических цепей, например, модифицированного графа Коутса, для анализа активных схем приводит к возникновению в формулах взаимно уничтожающихся слагаемых, что увеличивает объем вычислений [7]. Кроме того, процедура определения знака выражения символьного определителя модифицированного графа Коутса для схем с нулловыми моделями ОУ в работе [3] не формализована, что привело к ошибкам в приведенных примерах.

Как было показано в [7], схемный подход к расчету функций чувствительности позволяет получить символьные выражения, свободные от дубликаций, и более компактные, по сравнению с трансимпедансным методом и методом на основе модифицированного графа Коутса. Использование для анализа чувствительности компьютерной программы CIRSVM обеспечивает формирование функций для схем с порядком сложности, более чем в 3 раза превышающим порядок сложности схем при расчете символьным блоком системы Maple [8].

В данной статье предлагается сравнение эффективности схемного и матричного подходов к расчету чувствительности, на примере методов предложенных в [4–7].

Сравнение методов. Метод символьного анализа чувствительности линейных электрических цепей, разработанный группой румынских авторов [4, 5], основан на построении модифицированной узловой матрицы для исследуемой схемы, с последующим её дифференцированием. Предложенные алгоритмы были реализованы в компьютерной программе ТААСР – Tolerance Analysis of Analog Circuit Program [4]. Программа использует в качестве входных данных представление схемы в виде SPICE-совместимой таблицы соединений элементов (формат `cir`-файла). Результатами анализа становятся полностью символьные, или символьно-численные выражения, на основе которых программа может построить графические функции.

В качестве примера эффективности метода в работе [5] представлен анализ чувствительности фильтра нижних частот Баттерворта четвертого порядка с частотой среза 10 кГц. На рис. 1 изображена нулорная схема замещения фильтра, реализованная средствами системы SCAD (www.intersyn.net). Численные значения параметров элементов: $E_1=1 \text{ В}$; $R_{10}=16000 \text{ Ом}$; $R_{11}=100000 \text{ Ом}$; $R_{12}=16000 \text{ Ом}$; $R_{13}=123000 \text{ Ом}$; $R_{14}=16000 \text{ Ом}$; $R_{15}=100000 \text{ Ом}$; $R_{16}=16000 \text{ Ом}$; $R_{17}=15200 \text{ Ом}$; $R_{18}=100000 \text{ Ом}$; $R_{21}=100000 \text{ Ом}$; $R_{22}=100000 \text{ Ом}$; $R_{23}=39000 \text{ Ом}$; $C_5=1\text{e-}09 \text{ Ф}$; $C_6=1\text{e-}09 \text{ Ф}$; $C_7=1\text{e-}09 \text{ Ф}$; $C_8=1\text{e-}09 \text{ Ф}$.

В работе [5] приведена передаточная функция фильтра, но только в символьно-численной форме:

$$K_U = \frac{1.0012}{6.554 \cdot 10^{-20} p^4 + 1.073 \cdot 10^{-14} p^3 + 8.765 \cdot 10^{-10} p^2 + 4.19 \cdot 10^{-5} p + 1} \cdot (2)$$

Для оценки чувствительности выбраны три элемента электрической цепи C_5 , C_6 и R_{10} . Однако никаких символьных результатов расчетов авторы не приводят. Вместо этого функции чувствительности, полученные с помощью программы ТААСР, представлены в графическом виде (рис. 2).

Таким образом, предложенная в работах [4, 5] методика, не позволяет получить символьных выражений схемных функций и их чувствительностей в приемлемой для чтения форме.

В то же время, применение схемного подхода обеспечивает формирование компактных выражений символьных функций, что было подтверждено анализом чувствительности НЧ-фильтра с помощью программы *cirsymw* (автор В. Филаретов). Ниже приведены выражения числителя и знаменателя коэффициента передачи фильтра $K_U = \Delta_{(1+2)(1+2)} / \Delta$:

$$\Delta_{(1+2)(1+2)} = (R_{21} * R_{23} * ((R_{11} + R_{13}) * ((R_{15} + R_{17})))), \quad (3)$$

$$\Delta = (R_{18} * R_{22} * ((y_5 * (R_{12} * (y_6 * (-R_{10} * R_{11}) + R_{13})) - R_{11} * (y_6 * ((R_{10} + R_{12})) + 1))) * (y_7 * (R_{16} * (y_8 * (-R_{14} * R_{15}) + R_{17})) - R_{15} * (y_8 * ((R_{14} + R_{16})) + 1))), \quad (4)$$

где $y_5 = p * C_5$; $y_6 = p * C_6$; $y_7 = p * C_7$; $y_8 = p * C_8$.

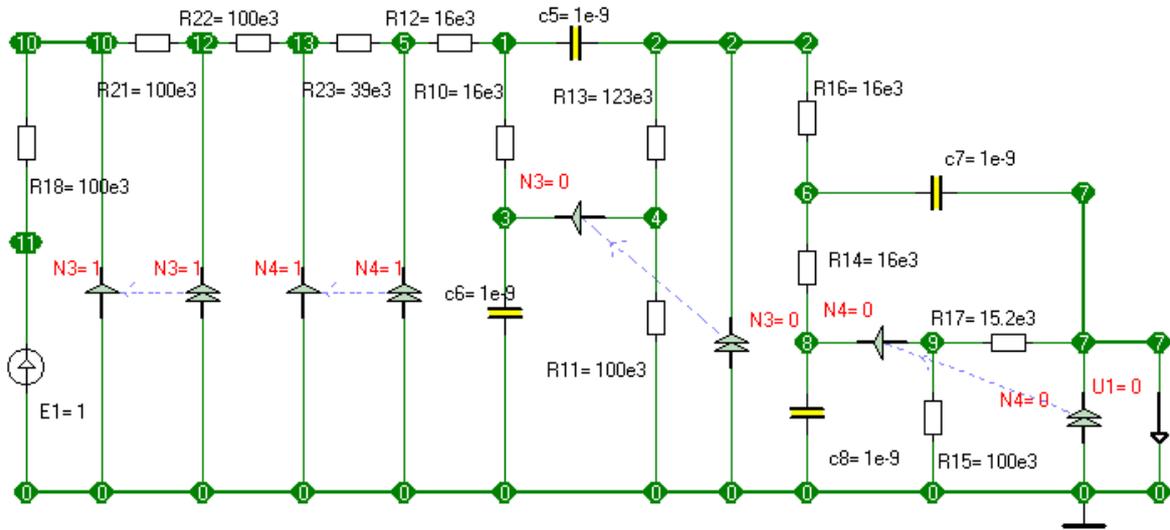


Рис. 1. НЧ-фильтр Баттерворта четвертого порядка

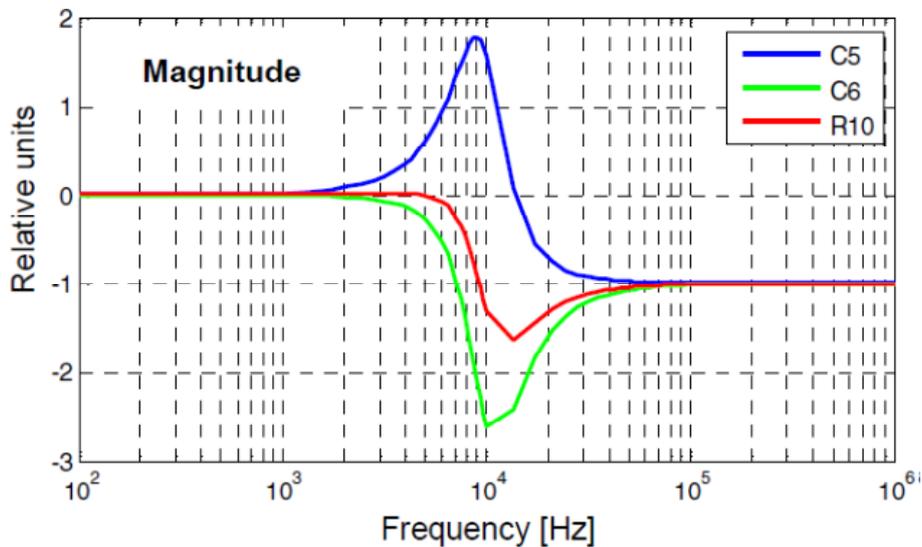


Рис. 2. АЧХ функций чувствительности элементов C_5 , C_6 и R_{10} , представленные в [5]

После подстановки численных значений получаем полином:

$$K_U = \frac{0.10018944 \cdot 10^{21}}{6.554 p^4 + 1072332 \cdot p^3 + 0.8765 \cdot 10^{11} p^2 + 0.419 \cdot 10^{16} p + 10^{20}}.$$

Полученное выражение передаточной функции эквивалентно (2).

Для расчета чувствительности использовались формулы, приведенные в работе [7]:

$$S_Z^K = Z \cdot \left(\frac{\Delta_{(1+2)(1+2)}^\infty}{\Delta_{(1+2)(1+2)}} - \frac{\Delta^\infty}{\Delta} \right), \quad (5) \quad S_Y^K = Y \cdot \left(\frac{\Delta_{(1+2)(1+2)}^\infty}{\Delta_{(1+2)(1+2)}} - \frac{\Delta^\infty}{\Delta} \right). \quad (6)$$

где $\Delta_{(1+2)(1+2)}^\infty$ и Δ^∞ – числитель и знаменатель схемной функции при $Y \rightarrow \infty$.

Отметим, что для формирования функций чувствительности известного коэффициента передачи по формулам (5) и (6) достаточно дополнительно рассчитать только по 2 новым определителя $\Delta_{(1+2)(1+2)}^\infty$ и Δ^∞ для каждого схемного элемента. С помощью программы *circsymw* были получены промежуточные выражения для расчета чувствительности передаточной функции по отношению к следующим элементам:

– емкость C_5 :

$$\Delta^\infty = (R18 * R22 * R12 * ((R16 * (y6 * (-R10 * R11) + R13)) * ((y7 * (R14) + 1) * (-R15 * y8) + (y7) * (R17)) + (y6 * (-R10 * R11) + R13) * (-R15 * (y8 * (R14) + 1)))));$$

– емкость C_6 :

$$\Delta^\infty = (-R18 * R11 * R22 * ((y5 * (R10 * R12) + (R10 + R12)) * (y7 * (R16 * (y8 * (-R14 * R15) + R17)) - (R14 * R15) + R17)) - R15 * (y8 * ((R14 + R16) + 1)));$$

– сопротивление R_{10} :

$$\Delta^\infty = (-R18 * R22 * y6 * R11 * ((y5 * (R12) + 1) * (y7 * (R16 * (y8 * (-R14 * R15) + R17)) - R15 * (y8 * ((R14 + R16) + 1))))).$$

Для всех трех параметров $\Delta_{(1+2)(1+2)}^\infty = 0$. После подстановки численных значений получаем:

$$S_{c5}^K = -0.256e-4 * p * (p - 76875) / (0.256e-4 * p^2 + 1.232 * p + 100000), \quad (7)$$

$$S_{c6}^K = 0.256e-4 * (p + 125000) * p / (0.256e-4 * p^2 + 1.232 * p + 100000), \quad (8)$$

$$S_{R10}^K = (-0.256e-4 * p^2 - 1.6 * p) / (0.256e-4 * p^2 + 1.232 * p + 100000). \quad (9)$$

Для построения графиков на основе полученных функций чувствительности используем систему Maple7 [8] (рис. 3).

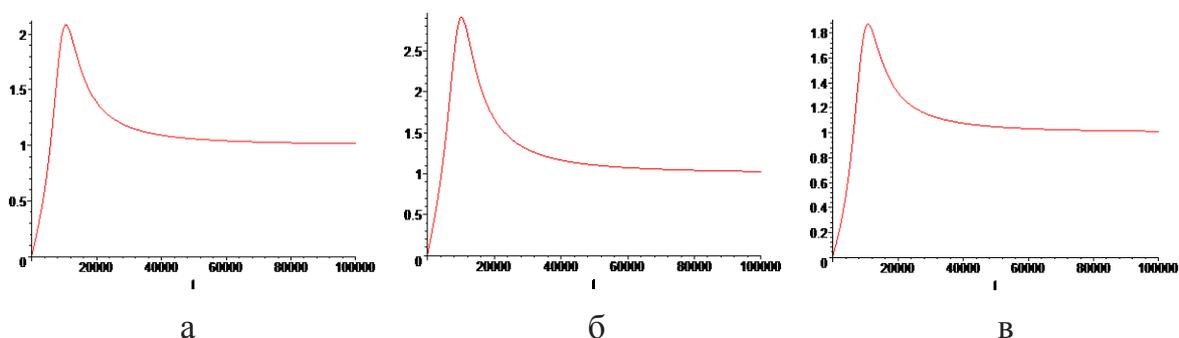


Рис. 3. АЧХ функций чувствительности элементов C_5 (а), C_6 (б) и R_{10} (в)

Поскольку полученные графические зависимости показывают существенное расхождение результатов работы программ ТААСР (рис. 2) и *circsymw* (рис. 3), было принято решение выполнить расчет чувствительности передаточной функции НЧ-фильтра классическим методом прямого дифференцирования по формуле (1). Ниже приведены символьные выражения для расчета чувствительности передаточной функции по отношению к следующим элементам:

– емкость C_5 :

$$S_{c5}^K = (-y_5 / (y_5 * R_{12} * (-y_6 * R_{10} * R_{11} + R_{13}) - R_{11} * (y_6 * (R_{10} + R_{12}) + 1))) * R_{12} * (-y_6 * R_{10} * R_{11} + R_{13});$$

– емкость C_6 :

$$S_{c6}^K = (-y_6 / (y_5 * R_{12} * (-y_6 * R_{10} * R_{11} + R_{13}) - R_{11} * (y_6 * (R_{10} + R_{12}) + 1))) * (-y_5 * R_{12} * R_{10} * R_{11} - R_{11} * (R_{10} + R_{12}));$$

– сопротивление R_{10} :

$$S_{R10}^K = (-R_{10} / (y_5 * R_{12} * (-y_6 * R_{10} * R_{11} + R_{13}) - R_{11} * (y_6 * (R_{10} + R_{12}) + 1))) * (-y_5 * R_{12} * y_6 * R_{11} - y_6 * R_{11}).$$

Если подставить численные значения в полученные выражения можно легко убедиться в их эквивалентности представленным выше функциям чувствительности (7)–(9).

Выводы. Сравнение символьных методик расчета чувствительности схемных функций показало, что схемный подход обеспечивает точность решения и автоматизированное формирование выражений функций чувствительности в оптимальной форме.

Список литературы

1. Бодэ Г. Теория цепей и проектирование усилителей с обратной связью: Пер. с англ. – М.: ГИИЛ, 1948. – 641 с.
2. Balik F., Rodanski B. Calculation of symbolic sensitivities for large-scale circuits in the sequence of expressions form via the transimpedance method // Analog Integrated Circuits and Signal Processing. – Vol. 40. – 2004. – P. 265–276.

3. Asenova I. N. Calculation of first-, second-order and multiparameter symbolic sensitivity of active circuits by using nullor model and modified Coates flow graph // International Journal of microelectronics and computer science. – Vol. 2, N. 4.– 2011. – P. 129–135.

4. Dumitriu L., Iordache M., Mandache L. Sensitivity and Tolerance Analysis in Analog Circuits using Symbolic Methods // Proc. of the 10th International Conference on Development and Application Systems. – Suceava, Romania. –2010. – P. 230-235.

5. Niculae D., Gabriela Sirbu I. Sensitivity Analysis of Analog Circuits Based on a Modified Nodal Approach // Proc. of International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM-2014). – Bran, Romania. – 2014. – P. 83 – 88.

6. Бондаренко А.В., Курганов С.А., Филаретов В.В. Формулы для анализа чувствительности схемных функций линейных электрических цепей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: международ. сб. науч. тр. – Ульяновск: УлГТУ, 2013. – Вып. 11. – С. 79–96.

7. Filaretov V., Gorshkov K., Kurganov S. A Cancellation-Free Symbolic Sensitivity Technique Based on Network Determinant Expansion // Advances in Electrical Engineering. – Vol. 2015. – Article ID 328517. – 13 p.

8. Аладьев В.З. Основы программирования в Maple. Таллинн, 2006.– 301 с.

Горшков Константин Сергеевич – к.т.н., доцент кафедры «Электроснабжение» Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ); домашний адрес: г. Ульяновск, ул. Тельмана, д. 14, кв. 9; тел: +7 (908) 470-31-59; e-mail: K.Gorshkov@ulstu.ru.

Буртаев Андрей Александрович – студент 2-курса факультета Информационных Систем и Технологий УлГТУ.

Никулин Сергей Александрович – студент 2-курса факультета Информационных Систем и Технологий УлГТУ.

В ПОРЯДКЕ ОБСУЖДЕНИЯ

ДВОЙСТВЕННОСТЬ И ДУАЛЬНОСТЬ

И. В. Ерохов

“Diese Dualität ist keine Dualismus!“

«Эта двойственность не является дуальностью!»

(Авенариус).

Показано, что отношение двойственности и отношение дуальности различаются по результатам трансформации исходной цепи. В первом случае баланс мощностей виртуальной электрической цепи, которая представляется вектором токов ветвей исходной и вектором напряжений двойственной цепей, равен нулю. Во втором случае условие теоремы Зеляха-Теллегена не выполняется, так как нарушается соответствие между контуром исходной и узлом дуальной цепей, которые участвуют в преобразовании.

It is shown that the duality relation and the relation of duality vary according to the results of the transformation of the original circuit. In the first case, the power balance of the virtual circuit, which is represented by the vector currents of the branches of the source and vector of dual voltage equal to zero. In the second case, the condition of theorem Zelyach-Tellegen fails because will be closed path between the source and the node of the dual circuits that are involved in the transformation.

В теории электрических цепей термин дуальность воспринимается как синоним двойственности. Никто не доказывал тождества этих понятий, просто термин дуальная электрическая цепь возник в теории давно без консультаций со специалистами по высшей алгебре и топологии

[1]. На деле в теории используют чаще отношение двойственности, а мыслят ее как дуальность. Например, напряжение и ток ветви связаны отношением двойственности, что дает возможность по известному уравнению Ома записать его двойственный образ:

$$U = R \cdot I \Leftrightarrow I = G \cdot U, \quad (1)$$

где R, G - сопротивление и проводимость одного и того же участка цепи.

Отметим, что двойственный образ получен простой сменой множества переменных на их двойственный комплект. Этот прием можно применить ко многим известным уравнениям теории электрических цепей – структура уравнений сохраняется, заменяются только переменные. *А вот дуализм предполагает несводимость некоторых основополагающих начал процесса трансформации, т.е. дуальный образ должен испытать заметные изменения, которые существенно больше, чем в двойственном уравнении из нашего примера (1).*

Рассмотрим эту проблему на примере простой электрической цепи (рис.1).

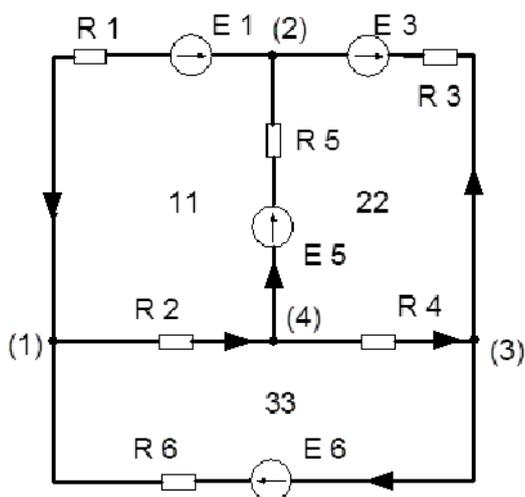


Рис.1. Простая электрическая цепь.

Назначим для элементов цепи следующие значения параметров: $R1=20 \text{ Ом}$, $R4=50 \text{ Ом}$, $E1=10 \text{ В}$, $E6=40 \text{ В}$, $R2=30 \text{ Ом}$, $R5=60 \text{ Ом}$, $E3=20 \text{ В}$, $R3=40 \text{ Ом}$, $R6=70 \text{ Ом}$, $E5=30 \text{ В}$.

Составим систему уравнений Кирхгофа [2], [3]:

$$\begin{bmatrix} R_1 & R_2 & 0 & 0 & R_5 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & R_4 & -R_5 & 0 \\ 0 & -R_2 & 0 & -R_4 & 0 & -R_6 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -E_1 + E_5 \\ -E_3 - E_5 \\ -E_6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Систему уравнений (2) выбираем потому, что она всегда содержит квадратную матрицу. Это свойство ей гарантирует формула Эйлера:

$$n_c = n_b - (n_n - 1), \quad (3)$$

где n_b – число ветвей; n_c – число независимых контуров; n_n – число узлов. Заметим, что в скобках формулы (3) находится число независимых узлов, а, следовательно, сумма числа независимых узлов и контуров всегда равна количеству ветвей.

После подстановки численных значений в уравнение (2) решаем систему по методу Крамера и получаем токи ветвей (значения в амперах):

$$\begin{aligned} I_1 &= -0.31599, & I_4 &= -0.0974, \\ I_2 &= 0.227500, & I_5 &= 0.324907, \\ I_3 &= -0.64089, & I_6 &= 0.543494. \end{aligned} \quad (4)$$

Электрическая цепь, двойственная исходной, рис.1, может быть построена заменой двухполюсников. Для этого двухполюсник сопротивления заменяем двухполюсником проводимости, а источник напряжения – источником тока (при соблюдении эквивалентности преобразования).

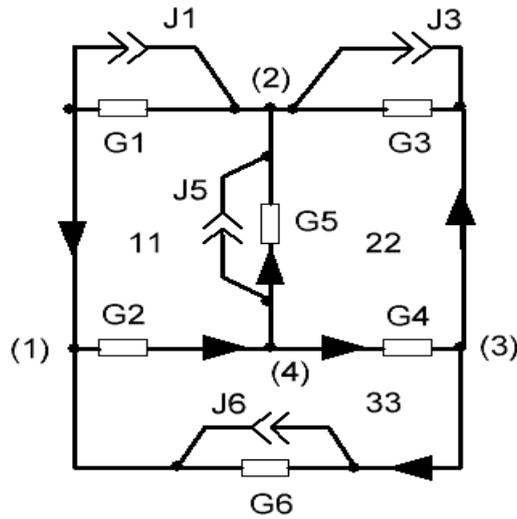


Рис.2. Электрическая цепь двойственная цепи рис.1.

Преобразуется и система уравнений (2) – нижний блок переместится наверх, но места единиц займут соответствующие проводимости (знак сохраняется). Верхний блок опустится вниз, а места сопротивлений займут единицы (знак сохраняется). Система уравнений Кирхгофа для двойственной цепи будет иметь вид:

$$\begin{bmatrix} -G_1 & G_2 & 0 & 0 & 0 & -G_6 \\ G_1 & 0 & -G_3 & 0 & -G_5 & 0 \\ 0 & 0 & G_3 & -G_4 & 0 & G_6 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J_1 + J_6 \\ J_1 - J_3 + J_5 \\ J_3 - J_6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Величины проводимостей получаем как обратные значения соответствующих сопротивлений (размерность Ом⁻¹):

$$\begin{aligned}
 G_1 &= 0.05; & G_4 &= 0.02; \\
 G_2 &= 0.033333; & G_5 &= 0.016666; \\
 G_3 &= 0.025; & G_6 &= 0.014285.
 \end{aligned}$$

Эквивалентные источники тока (размерность амперы):

$$J_1 = \frac{10}{20} = 0.5; J_3 = \frac{20}{40} = 0.5; J_5 = \frac{30}{60} = 0.5; J_6 = \frac{40}{70} = 0.571428.$$

После подстановки численных значений в уравнение (5) решаем систему по методу Крамера и получаем напряжения ветвей (значения в вольтах):

$$\begin{aligned} U_1 &= 3.680338, & U_4 &= -4.86998, \\ U_2 &= 6.825414, & U_5 &= -10.5058, \\ U_3 &= -5.63577, & U_6 &= -1.95543. \end{aligned} \quad (6)$$

Множество токов ветвей (4) и напряжений ветвей (6) соответствуют первому и второму законам Кирхгофа. Баланс мощностей выполняется с большой точностью:

$$5,639025 - 5,639121 = -0,000096 \approx 0.$$

С точки зрения алгебраической топологии ветвь является 1-мерным симплексом, а контур определяется как 2-мерный симплекс, который сконструирован из 1-мерных R - ветвей. Множество G - ветвей, сходящихся в узле, также образуют 2-мерный симплекс. Оба 2-мерных симплекса можно расположить на любой плоскости, даже криволинейной. Это обстоятельство позволяет установить двойственность между контуром исходной и узлом дуальной цепи. Дуальную цепь, рис.3, получаем по известному алгоритму [1].

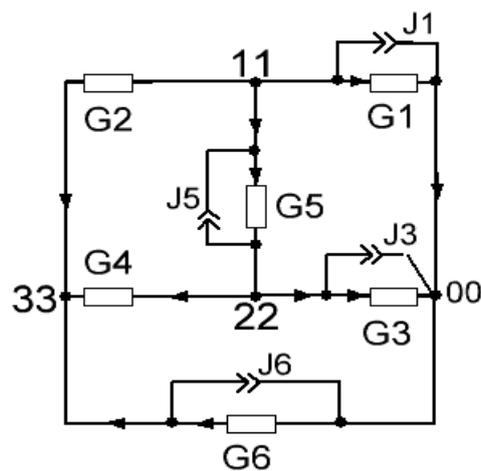


Рис. 3. Электрическая цепь, дуальная цепи рис.1.

Для того чтобы подчеркнуть соответствие узла дуальной схемы конкретному контуру исходной, обозначаем его тем же символом. Уравнения этих 2-мерных симплексов имеют одинаковую структуру:

$$\text{Контур 11: } I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_5 R_5 = E_5 - E_1;$$

$$\text{Узел 11: } U'_1 G'_1 + U'_2 G'_2 + U'_5 G'_5 = J'_5 - J'_1.$$

$$\text{Контур 22: } I_3 R_3 + I_4 R_4 - I_5 R_5 = -E_3 - E_5;$$

$$\text{Узел 22: } U'_3 G'_3 + U'_4 G'_4 - U'_5 G'_5 = -J'_3 - J'_5.$$

$$\text{Контур 33: } -I_2 R_2 - I_4 R_4 - I_6 R_6 = -E_6,$$

$$\text{Узел 33: } -U'_2 G'_2 - U'_4 G'_4 - U'_6 G'_6 = -J'_6.$$

Параметры элементов дуальной цепи (как и переменные) отмечены штрихом, так как проводимость дуальной ветви в общем случае не равна обратному значению параметра исходной, т.е. $G'_i \neq \frac{1}{R_i}$.

Отметим, что знак тока в узле дуальной цепи определяется знаком напряжения в контуре исходной цепи. Если напряжение в контуре совпадает с условно положительным направлением (против часовой стрелки), то и ток в ветви дуальной цепи направляется в положительном направлении (от узла) относительно узла. При определении направления источника надо учитывать одно обстоятельство – у источника тока нет величины ЭДС, а у источника напряжения есть. По сути дела, номинал источника тока аналогичен понятию напряжения холостого хода источника напряжения, которое ориентировано встречно стрелке ЭДС. Однако в правой части уравнения располагаются именно напряжения холостого хода, хотя используются обозначения ЭДС. Поэтому знаки источников тока совпадают с источниками напряжения.

При определении значений проводимостей дуальной цепи используется формула [1]:

$$G'_i = \frac{R_i}{k^2},$$

где k^2 – имеет размерность [Ом²].

Изучая литературу по вопросу дуальных схем, автору статьи не удалось найти рекомендаций по выбору значений этого коэффициента. По этой причине зададимся величиной коэффициента сами. Допустим, что коэффициент определяется по величине параметра исходной R - ветви и равен $k^2 = R_i^2$, тогда $G'_i = \frac{1}{R_i}$.

Запишем систему уравнений для цепи, рис.3, составленную методом узловых потенциалов :

$$\begin{bmatrix} G'_1 + G'_2 + G'_5 & -G'_5 & -G'_2 \\ -G'_5 & G'_3 + G'_4 + G'_5 & -G'_4 \\ -G'_2 & -G'_4 & G'_2 + G'_4 + G'_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi'_{11} \\ \varphi'_{22} \\ \varphi'_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J_1 + J_5 \\ -J_3 - J_5 \\ -J_6 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Подставим численные значения, подготовим данные для решения:

$$\begin{bmatrix} 0,099999 & -0,016666 & -0,033333 \\ -0,016666 & 0,061666 & -0,02 \\ -0,033333 & -0,02 & 0,066666 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -0.571428 \end{bmatrix}.$$

Решим систему уравнений (7) методом Крамера (результаты в вольтах):

$$\varphi'_{11} = -12.0024; \varphi'_{22} = -26.7935; \varphi'_{33} = -22.6108.$$

Вычислим напряжения ветвей дуальной цепи, рис.3, (результаты в вольтах):

$$\begin{aligned} U'_1 &= \varphi'_{11} - \varphi'_{00} = -12.0024; & U'_4 &= \varphi'_{22} - \varphi'_{33} = -4.1827; \\ U'_2 &= \varphi'_{11} - \varphi'_{33} = 10.6084; & U'_5 &= \varphi'_{11} - \varphi'_{22} = 14.7911; \\ U'_3 &= \varphi'_{22} - \varphi'_{00} = -26.7935; & U'_6 &= \varphi'_{00} - \varphi'_{33} = 22.6108. \end{aligned}$$

Получено множество напряжений ветвей, значения которых отвечают второму закону Кирхгофа. Исходная цепь имеет ту же самую структуру и множество токов ветвей (4) отвечают первому закону Кирхгофа. Номер ветви цепи рис.3 соответствует номеру ветви электрической цепи рис.1, однако баланс псевдо-мощностей ветвей одного номера не равен нулю.

Удивительно, но условия теоремы Зеляха–Теллегена [4] не выполняются для цепей одной структуры. Вероятно, такой результат получается потому, что потеряна связь между узлом дуальной цепи и контуром исходной, рис.1.

Чтобы восстановить соответствие узел-контур для дуальной и исходной цепей, составим особую систему уравнений Кирхгофа (8). Заметим, что матрица системы уравнений состоит из двух блоков. Верхний блок заполнен значениями проводимостей ветвей узловых уравнений дуальной цепи, а нижний блок описывает систему контуров исходной цепи. Таким образом, в матрице объединены узлы дуальной цепи и соответствующие им контура исходной цепи, также и вектор правой части системы уравнений

$$\begin{bmatrix} 0.05 & 0.033333 & 0 & 0 & 0.016666 & 0 \\ 0 & 0 & 0.025 & 0.02 & -0.016666 & 0 \\ 0 & -0.033333 & 0 & -0.02 & 0 & -0.013285 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -0.571428 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

В результате решения системы уравнений (8) по методу Крамера получаем напряжений ветвей (значения в вольтах):

$$\begin{aligned} U_1 &= 20.0058536, & U_4 &= 233.345757, \\ U_2 &= -40.01170729, & U_5 &= 20.0058536, \\ U_3 &= -213.3399032, & U_6 &= -193.3340496. \end{aligned}$$

Еще раз отметим, что каждый блок матрицы (8) составлен по разным схемам: верхний блок – по схеме рис.3, а нижний – по схеме рис.1. Так сделано потому, что любому узлу схемы рис.3 нельзя сопоставить контур той же цепи, который имеет структуру дуального контура, рис.1. Например, узлу 11 схемы рис.3 должен соответствовать контур с ветвями 1, 2, 3. Однако на рис.3 такого контура нет. Таким образом, один блок

матрицы (8) описывает узлы схемы рис.3, а второй блок – контура схемы рис.1. Интересно, что баланс мощностей, составленный из токов ветвей схемы рис.1 и напряжений ветвей схемы рис.3, выполняется (размерность результата [Ватт]):

$$\begin{aligned}
 P_1 &= -0.31599 \cdot (20.0058536) = -6.321649, \\
 P_2 &= 0.227500 \cdot (-40.01170729) = -9.102663, \\
 P_3 &= -0.64089 \cdot (-213.3399032) = +136.727410, \\
 P_4 &= -0.0974 \cdot (233.345757) = -22.727876, \\
 P_5 &= 0.324907 \cdot (20.0058536) = +6.500041, \\
 P_6 &= 0.543494 \cdot (-193.3340496) = -105.075895. \\
 143.227451 - 143.228083 &= -0.000632 \approx 0.
 \end{aligned}$$

Выполнено условие теоремы Зеляха-Теллегена, что подтверждает соответствие структур блоков системы уравнений (8).

Проведем вычисления для другого значения коэффициента $k^2 = \frac{R_i^2}{2}$.

Материал к решению задачи приводим ниже:

$$\begin{bmatrix} 0.1 & 0.066666 & 0 & 0 & 0.033332 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 & 0.04 & -0.033332 & 0 \\ 0 & -0.066666 & 0 & -0.04 & 0 & -0.02857 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -0.571428 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

В результате решения по методу Крамера получаем значения напряжений ветвей (значения в вольтах):

$$\begin{aligned}
 U_1 &= 10.0029268, & U_4 &= 116.672878, \\
 U_2 &= -20.0058536, & U_5 &= 10.0029268, \\
 U_3 &= -106.6699516, & U_6 &= -96.66702478.
 \end{aligned}$$

Как можно заметить, проводимости матрицы (9) имеют значения, отличающиеся от аналогичных величин матрицы (8) в два раза, а полученные значения напряжений ветвей в два раза меньше

соответствующих величин решения системы уравнения (8). Поэтому, даже не производя вычислений, можем утверждать, что условие теоремы Зеляха-Теллегена, баланс псевдо-мощностей, выполняется.

Вывод. Показано, что отношение двойственности и отношение дуальности различаются по результатам трансформации исходной цепи. В первом случае баланс мощностей виртуальной электрической цепи, которая представляется вектором токов ветвей исходной и вектором напряжений двойственной цепей, равен нулю. Во втором случае условие теоремы Зеляха-Теллегена не выполняется, так как нарушается соответствие между контуром исходной и узлом дуальной цепей, которые участвуют в преобразовании.

Список литературы

1. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. – СПб.: «Лань», 2009. – 592 с.
2. Кирхгоф Г. О решении уравнений, к которым приводит изучение линейного распределения гальванических токов // Избранные труды Г.Кирхгофа. – М.: Наука, 1988. – С. 170–178.
3. Ерохов И.В. О системе уравнений Кирхгофа для электрической цепи. // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов. – Вып. 11 / под ред. В.В.Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2013. – С. 69–79.
4. Ерохов И.В. Энергетический баланс электрической цепи в трудах Г.Кирхгофа // Праці УНДІРТ, 1(45)–2(46), 2006. – С. 101–103.

Ерохов Игорь Васильевич – кандидат технических наук, г. Запорожье (Украина). E-mail: yerokhov@bigmir.net.

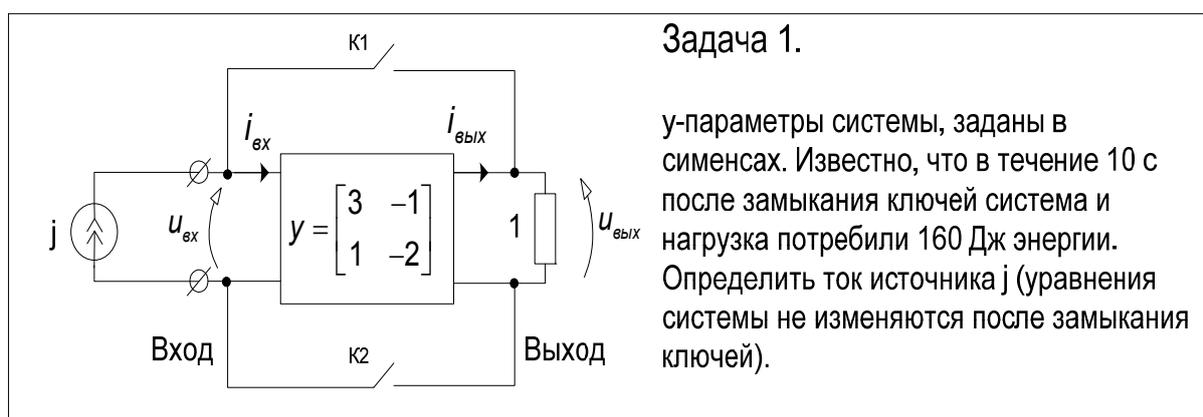
МЕТОДИКИ И РАСЧЕТЫ

РЕШЕНИЕ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

О. А. Витязь

VII открытая олимпиада по теории электронных цепей ТЭЦ–2014. В Национальном техническом университете Украины (Киевском политехническом институте) 20 ноября 2014 года состоялась VII открытая олимпиада по теории электронных цепей «ТЭЦ–2014», посвященная памяти профессора **Виталия Петровича Сигорского**.

Разрешалось использовать печатные и рукописные материалы. Пользоваться электронными устройствами было нельзя. Фамилии победителей указаны на сайте КПИ <http://kpi.ua/ru/node/9536>. В данном сообщении приводится подробное решение трех задач, предложенных студентам на этой олимпиаде.



Решение. В исходной схеме на рис. 1 (а) токи связаны следующими соотношениями:

$$i_{\text{вх}} = \tilde{i}_{\text{вх}}; \quad i_{\text{вых}} = \tilde{i}_{\text{вых}}, \quad (1)$$

что позволяет описывать связь между токами и напряжениями на сторонах системы при помощи двух уравнений и четырех параметров:

$$\begin{aligned} i_{\text{ex}} &= y_{11}u_{\text{ex}} + y_{12}u_{\text{вbx}}; \\ i_{\text{вbx}} &= y_{21}u_{\text{ex}} + y_{22}u_{\text{вbx}}. \end{aligned} \quad (2)$$

На рис. 1 (б) приведена схема после замыкания ключей. Запишем уравнения по первому закону Кирхгофа для проведенных сечений (замкнутая штриховая линия):

$$\begin{aligned} -j + i_{\text{ex}} - i_{\text{вbx}} + i_{\text{н}} &= 0; \\ +j - \tilde{i}_{\text{ex}} + \tilde{i}_{\text{вbx}} - i_{\text{н}} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

По условию задачи замыкание ключей не приводит к изменению уравнений системы, т.е., соотношение (1) не изменится. Тогда, подставив (2) в одно из уравнений (3) и выразив ток нагрузки через напряжение по закону Ома, получим:

$$-j + y_{11}u_{\text{ex}} + y_{12}u_{\text{вbx}} - y_{21}u_{\text{ex}} - y_{22}u_{\text{вbx}} + r_{\text{н}}^{-1}u_{\text{вbx}} = 0 \quad (4)$$

После замыкания ключей имеет место равенства напряжений

$$u_{\text{ex}} = u_{\text{вbx}} \quad (5)$$

Подставив (5) в (4) и решив относительно u_{ex} , получим:

$$u_{\text{ex}} = \frac{j}{y_{11} + y_{12} - y_{21} - y_{22} + r_{\text{н}}^{-1}} = \frac{j}{4} [B] \quad (6)$$

Параметры системы – вещественные числа, поэтому при постоянном токе источника все остальные токи и напряжения в системе будут также постоянны. Тогда потребление энергии W системой и нагрузкой после замыкания ключа происходит при постоянной мощности P , равной

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{160}{10} = 16 [Bm], \quad (7)$$

С другой стороны, по теореме о балансе мощности, сумма

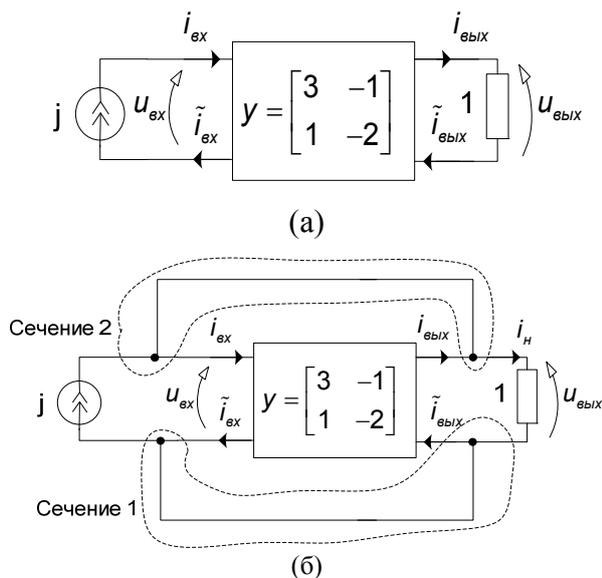


Рис 1. (а) исходная схема (система с двумя сторонами, источник тока и нагрузка); (б) система после замыкания ключей.

мощностей на всех компонентах схемы равна нулю:

$$P_{ист} + P = 0, \quad (8)$$

где

$$P_{ист} = -u_{ex}j = -\frac{j^2}{4} \quad (9)$$

Подставив (7) и (9) в (8), находим $j = \pm 8 [A]$.

Второй способ решения задачи 1. Состоит в замене системы схемной моделью, как показано на рис. 2. В результате получается схема с двумя узлами, т.е., ее узловая модель будет содержать одно уравнение.

Сформируем узловую модель схемы, используя правила учета в модели компонентов, образующих схему:

$$(y_{11} + y_{12} - y_{21} - y_{22} + g_n)V_1 = j, \quad (10)$$

где V_1 – узловое напряжение узла 1, $g_n = 1C_n$ – проводимость нагрузки.

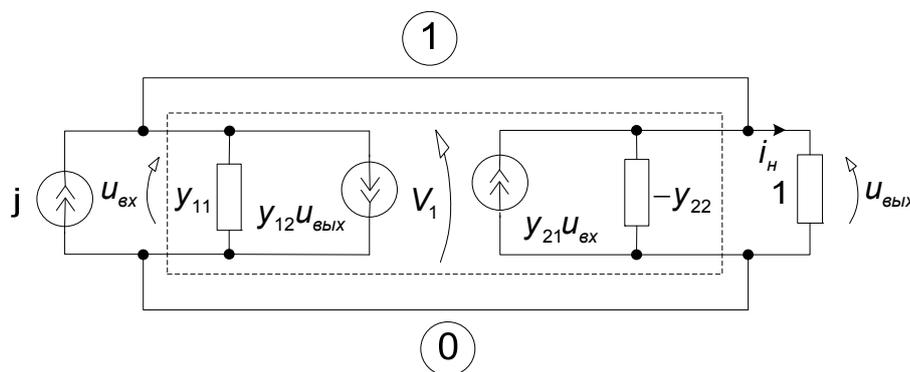


Рис.2. Схема, полученная заменой системы с двумя сторонами схемной моделью с двумя зависимыми источниками.

Решив уравнение, получим:

$$V_1 = \frac{j}{y_{11} + y_{12} - y_{21} - y_{22} + g_n} = \frac{j}{4}. \quad (11)$$

Поскольку $u_{ex} = V_1$, дальнейшее решение задачи выполняется так, как описано ранее (см. (6)).

Уравнение (10) можно записать также по первому закону Кирхгофа для узлов 1 или 0 схемы рис. 2, выразив предварительно токи, текущие

через проводимости и зависимые источники тока, через узловое напряжение V_1 .

Задача 2.

Заменить каждую дугу графа сопротивлением 1 Ом и представить схему эквивалентным источником относительно узлов α, β .

-схемное обозначение
идеального источника
напряжения 10В

Решение. На рис. 3 (а) приведена исходная схема, имеющая пять узлов и состоящая из идеального источника напряжения и графа, где каждая дуга графа представляет сопротивление $r = 1 \text{ Ом}$. На Рис. 3 (б) изображен эквивалентный источник напряжения (схема Тевенена), характеризуемый двумя параметрами $e_3 = u^{x.x}$ и r_3 , где $u^{x.x}$ - напряжение холостого хода между узлами α, β , r_3 - сопротивление эквивалентного источника, которые и требуется определить. Для этого сформируем узловую модель схемы в матричной форме (0 – базисный узел):

$$\begin{bmatrix} 4g & -g & -g \\ -g & 4g & -g \\ -g & -g & 4g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_\alpha \\ V_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ge \\ ge \\ ge \end{bmatrix}, \quad (12)$$

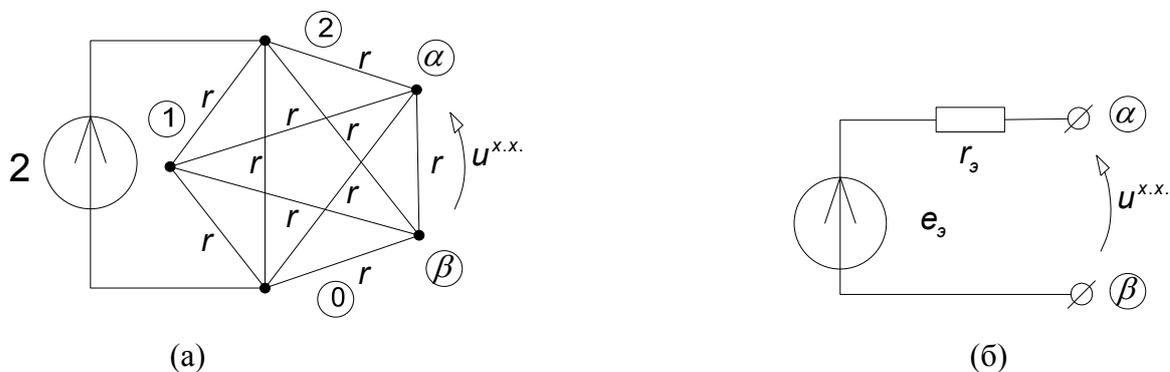


Рис 3. (а) исходная схема; (б) эквивалентный источник напряжения (схема Тевенена).

где $g = r^{-1} = 1 C_m$ – проводимость дуг, входящих в граф, V_α, V_β, V_1 – неизвестные узловые напряжения. Решив (12), например, методом Крамера или Гаусса, получим:

$$V_\alpha = \frac{1}{2}e; V_\beta = \frac{1}{2}e. \quad (13)$$

Тогда по второму закону Кирхгофа $e_s = V_\alpha - V_\beta = 0 [B]$.

Эквивалентное сопротивление r_s находим по формуле

$$r_s = \frac{\Delta_{(\alpha+\beta)(\alpha+\beta)}}{\Delta} = \frac{\det \begin{bmatrix} 6g & -2g \\ -2g & 4g \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} 4g & -g & -g \\ -g & 4g & -g \\ -g & -g & 4g \end{bmatrix}} = \frac{20g^2}{50g^3} = 0,4[Ом].$$

Таким образом, исходную схему относительно узлов α, β можно заменить эквивалентной схемой, состоящей из одного сопротивления $r_s = 0,4 Ом$ (сопротивление идеального источника напряжения равно нулю).

Второй способ решения задачи 2. Состоит в преобразовании полного пятиугольника в эквивалентную пятилучевую звезду (рис. 4) где $y_i, i \in (0,1,2,\alpha,\beta)$ – проводимости дуг звезды.

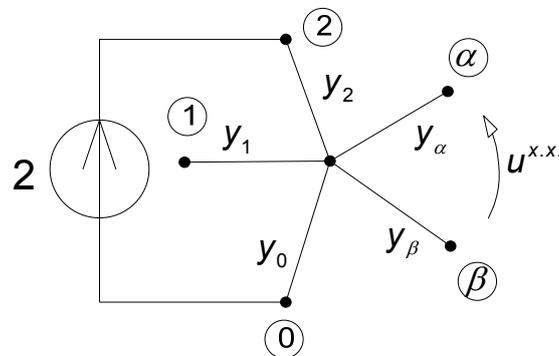


Рис 4. Исходная схема после преобразования полного пятиугольника в пятилучевую звезду.

Такое преобразование возможно при выполнении следующих условий:

$$\frac{g_{kl}}{g_{ki}} = \frac{g_{jl}}{g_{ji}} = \dots; i \neq j \neq k \neq l; i, j, k, l \in (1, \dots, n), \quad (14)$$

где n – количество узлов (вершин графа) в полном n - угольнике (в нашем случае $n = 5$), g_{kl} - проводимость дуги графа n -угольника, подключенной между узлами k и l , и т.д. В нашем случае все проводимости дуг полного

пятиугольника одинаковы и равны g , поэтому условие **Ошибка! Источник ссылки не найден.** выполняется и переход к схеме рис.4 возможен. Поскольку по дугам y_α, y_β ток протекать не будет и по закону Ома напряжение на них будет равно нулю, то по II закону Кирхгофа напряжение $u^{x.x}$ будет также равно нулю, что совпадает с результатом, полученным узловым методом.

Сопротивление эквивалентного источника r_s можно найти как сопротивление последовательно соединенных дуг с проводимостями y_α, y_β . Проводимости y_α, y_β можно найти по формулам преобразования полного n -угольника в n -лучевую звезду. Проводимость y_i дуги звезды, подключенной к узлу i , определяется по формуле

$$y_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n g_{ij} + \frac{g_{li}}{g_{lk}} g_{ik}; \quad l \neq k \neq i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (14)$$

Проводимости всех дуг, образующих полный много-угольник и входящих в (14) в нашем случае одинаковы, поэтому соотношение (14) принимает следующий вид:

$$y_i = ng, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (15)$$

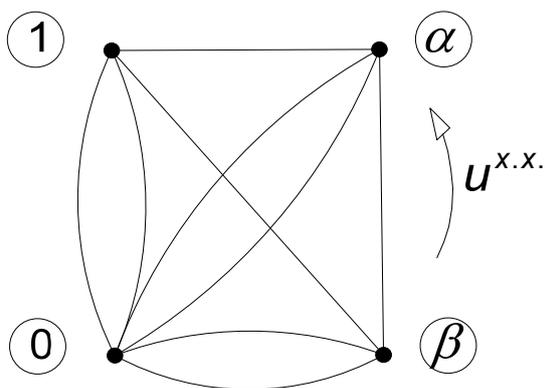


Рис 5. Граф схемы после подавления источника напряжения (сопротивление каждой дуги равно 1 Ом).

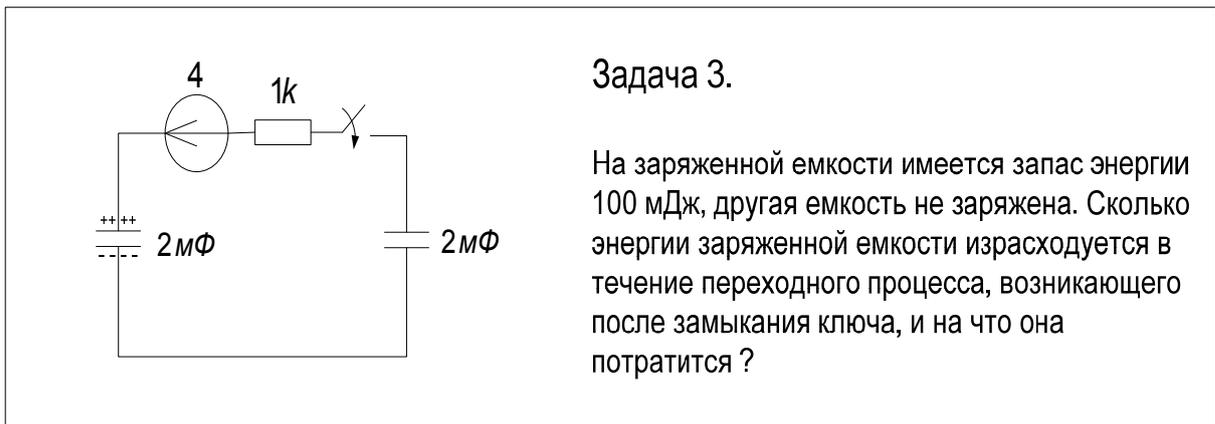
Из (15) находим $y_i = 5Cm, i \in (0, 1, 2, \alpha, \beta)$, т.к. $n = 5, g = 1Cm$.

Тогда $r_s = \frac{1}{y_\alpha} + \frac{1}{y_\beta} = 0,4 Ом$, что совпадает с результатом, полученным узловым методом.

Третий способ решения задачи 2. Позволяет избежать применения соотношения (14) и пригоден для общего случая,

когда сопротивления многоугольника не равны друг другу. Сопротивление эквивалентного источника r_s можно найти как сопротивление между узлами α, β при подавленном источнике напряжения.

Нейтрализация источника сводится к объединению узлов, к которым он подключен, то есть узлов 2 и 0. На рис. 5 приведен граф схемы при подавленном источнике напряжения. Путем эквивалентных преобразований, самым трудоемким из которых является преобразование звезды в треугольник, находим $r_3 = 0,4 \text{ Ом}$.

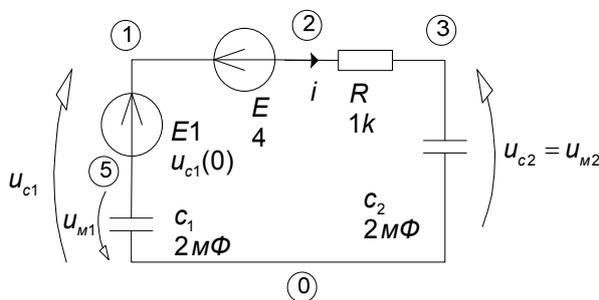


Решение. Момент замыкания ключа примем за начальный, т.е., соответствующее ему значение времени t равно нулю. Начальное напряжение $u_{c1}(0)$ на заряженной емкости c_1 можно выразить через запасенную энергию по формуле

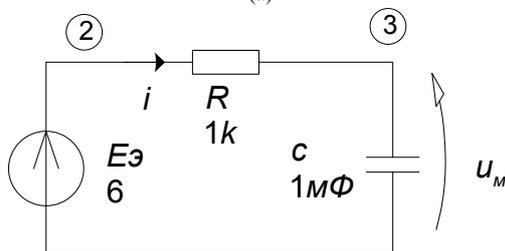
$$W_c = \frac{cu_c^2}{2},$$

(16)

откуда $u_{c1}(0) = \sqrt{\frac{2W_{c1}(0)}{c_1}} = 10 \text{ В}$. Вторая емкость c_2 не заряжена, поэтому напряжение на ней $u_{c2}(0) = 0$.



(a)



(б)

Рис 6. (а) исходная схема после замыкания ключа;

После замыкания ключа начнется переходный процесс, исследовать который можно по схеме, приведенной на Рис. 6 (а), где заряженная емкость заменена моделью, состоящей из незаряженной

емкости c_1 (емкости модели) и источника напряжения $u_{c1}(0)$. Упрощенная схема, полученная путем эквивалентных преобразований, приведена на Рис. 6 (б). Это схема заряда емкости при нулевых начальных условиях, и мы можем воспользоваться известными результатами ее расчета, которые обычно находятся классическим или операторным методом:

$$\begin{aligned} u_m(t) &= 6(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}); \\ i(t) &= C \frac{du_m}{dt} = \frac{6}{r} e^{-\frac{t}{\tau}}, \end{aligned} \quad (17)$$

где $\tau = rc = 1 \text{ c}$ – постоянная времени заряда емкости. В конце переходного процесса ($t \rightarrow \infty$) напряжение $u_m(\infty) = u_{35} = 6 \text{ В}$ (см. (17)), где u_{35} – напряжение между узлами 3, 5 схемы на рис. 6 (а).

Во время переходного процесса через емкости моделей, незаряженные в начальный момент времени, протекает один и тот же ток i , так как они включены последовательно. Поэтому после завершения переходного процесса на каждой из емкостей в схеме рис. 1 (а) накопится заряд одной и той же величины, который найдем по формуле $q_1 = q_2 = cu_m(\infty) = 6 \text{ мКл}$.

Зная величину емкости и заряд на ней, можно определить напряжение на емкостях моделей по завершении переходного процесса:

$$\begin{aligned} u_{m1}(\infty) &= \frac{q_1}{c_1} = 3 \text{ В}; \\ u_{m2}(\infty) &= \frac{q_2}{c_2} = 3 \text{ В}. \end{aligned}$$

Как и следовало ожидать, напряжение u_{35} поделится между емкостями пополам, так как емкости одинаковы и включены последовательно.

Зная напряжения на емкостях моделей, находим напряжения на емкостях исходной схемы с учетом начальных условий по второму закону Кирхгофа:

$$\begin{aligned} u_{c1}(\infty) &= u_{c1}(0) - u_{m1}(\infty) = 7 \text{ В}; \\ u_{c2}(\infty) &= u_{c2}(0) + u_{m2}(\infty) = 3 \text{ В}. \end{aligned}$$

Таким образом, переходный процесс завершится уменьшением напряжения на первой емкости с 10 В до 7 В (заряд первой емкости

уменьшится на 6 мКл) и увеличением напряжения на второй емкости с 0 до 3 В (вторая емкость зарядится до 6 мКл).

Находим энергию, запасенную на емкостях после окончания переходного процесса:

$$W_{c1}(\infty) = \frac{c_1 u_{c1}^2(\infty)}{2} = 49 \text{ мДж};$$

$$W_{c2}(\infty) = \frac{c_2 u_{c2}^2(\infty)}{2} = 9 \text{ мДж};$$

В ходе переходного процесса первая емкость потратит 51 мДж энергии, 9 мДж из которой потратится на заряд второй емкости. Еще 42 мДж должны быть связаны с процессами, протекающими в оставшихся компонентах схемы, т.е., источнике напряжения E и сопротивлении R .

Рассчитаем энергию, рассеянную сопротивлением (превращенную в тепло) при протекании через него тока $i(t)$ (см. (17)) как интеграл от мгновенной мощности:

$$W_R = \int_0^{\infty} r i^2(t) dt = \frac{36r}{r^2} \int_0^{\infty} e^{-\frac{2t}{\tau}} dt = 18 \text{ мДж},$$

Тогда по закону сохранения энергии, оставшиеся 24 мДж должны пополнить запас энергии в источнике напряжения E . Проверим это, проинтегрировав мгновенную мощность источника:

$$W_E = \int_0^{\infty} 4i(t) dt = \frac{4 \cdot 6}{r} \int_0^{\infty} e^{-\frac{t}{\tau}} dt = 24 \text{ мДж},$$

Таким образом, установлено, сколько энергии, изначально запасенной емкостью c_1 , расходуется и сколько энергии потребляется другими компонентами во время переходного процесса, возникающего после замыкания ключа.

На решение рассмотренных выше трех задач отводится два часа, но затем, по просьбе студентов, добавляется 30 минут.

Витязь Олег Алексеевич – к.т.н., доцент кафедры «Физическая и биомедицинская электроника», Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт». Адрес: просп. Победы, 37, Киев 03056, Украина; тел.раб. +380 44 454 90 64. E-mail: ovityaz@hotmail.com.

МЕТОДИКА ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ К ОЛИМПИАДАМ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Е. Р. Бодряков

На протяжении уже восьми лет студенты кафедры «Электроснабжение» Ульяновского государственного технического университета участвуют во Всероссийских и Международных олимпиадах энергетического профиля.

«Электроэнергетика-2013». С 12 по 14 ноября 2013 года в городе Иваново прошла Первая Международная студенческая олимпиада по электроэнергетике среди студентов электроэнергетических и электротехнических специальностей. В олимпиаде приняли участие более 120 студентов из 18 ведущих университетов России, Белоруссии, Казахстана и Украины. В общекомандном зачёте студенты Ульяновского государственного технического университета заняли почетное второе место, уступив первое только хозяевам – команде Ивановского государственного энергетического университета.

В ходе состязания будущим энергетикам были предложены 12 заданий по основным энергетическим дисциплинам, среди которых: «Теоретические основы электротехники», «Электрические части электростанций и подстанций», «Электрические системы и сети», «Релейная защита и автоматика», «Техника высоких напряжений» и «Электроснабжение». По итогам решений были получены квалификационные результаты, исходя из которых распределялись призовые места.

Честь Ульяновской области на олимпиаде защищали студенты пятого курса энергетического факультета УлГТУ: Дарья Погодина, Егор Бодряков, Рустем Тимиргазин и Ринат Камаев. Руководитель команды – доцент кафедры «Электроснабжение» Ю.С. Крежевский. Отрадно, что молодым энергетикам Политеха удалось обойти сильных соперников из таких университетов, как Московский энергетический институт, Санкт-

Петербургский государственный политехнический университет, Новосибирский государственный технический университет, Южно-Уральский государственный университет и других. В личном зачёте студенты УЛГТУ также отличились: Дарья Погодина заняла второе место, а Руستم Тимиргазин – третье.

«Электроэнергетика-2014». 18 ноября 2014 года команда Ульяновского государственного технического университета приняла участие в Международной студенческой олимпиаде по электроэнергетике в городе Иваново. Всего в интеллектуальном соревновании приняли участие двадцать команд. В Ивановский государственный энергетический университет приехали студенты не только из разных городов России, но и из Казахстана, Украины, Белоруссии, Франции и Германии.

Олимпиада проходила в три дня. В первый команды ожидало четырехчасовое состязание, в ходе которого ребятам предстояло решить двенадцать задач по шести направлениям: «Теоретические основы электротехники», «Техника высоких напряжений», «Релейная защита и автоматика», «Электрические сети», «Электрическая часть станции, подстанции» и «Электроснабжение».

Во второй день участников повезли на увлекательную экскурсию в Суздаль, а в третий победители отправились в Москву на официальное награждение, которое проходило на международном форуме энергоэффективности и энергосбережения ENES 2014.

Чсть УЛГТУ на олимпиаде защищали студенты пятого курса энергетического факультета в составе Ирины Воробьевой, Руслана Еланского, Андрея Куташова, Ольги Тимагиной и Валентины Сидоновой под руководством доцента кафедры «Электроснабжение» Юрия Степановича Крежевского.

Результаты олимпиады следующие: первое место разделили команды Ивановского государственного энергетического университета (ИГЭУ) и Национального исследовательского университета МЭИ, а второе получила команда Ульяновского государственного технического, которая

регулярно занимает призовые места на международных олимпиадах по электроэнергетике.

Методика подготовки студентов. К состязаниям такого уровня студентов усиленно готовят в течение месяца преподаватели кафедры. Высокие показатели ульяновской команды – призовые места на олимпиадах – это следствие длительной и продуктивной работы, а также наличие большого опыта участия в мероприятиях подобного рода. Методика подготовки студентов состоит из двух уровней: консультативных занятий с преподавателями различных профильных предметов и самостоятельное освоение дополнительных материалов по соответствующим дисциплинам олимпиады.

Консультативные занятия преподавателей проходят в два этапа:

1. Разбор олимпиадных задач предыдущих годов с их подробным решением и выпиской частных формул, встречающихся в решениях.
2. Краткое повторение материала по одной из дисциплин олимпиады, с выпиской общих формул, законов, графиков и т.п.

При самостоятельной подготовке к олимпиаде студенты повторяют лекционные записи по соответствующим предметам, а также используют учебные пособия, написанные преподавателями кафедры «Электроснабжение» УлГТУ, среди которых можно выделить [1, 2].

Список литературы

1. Андреев В.А. Релейная защита систем электроснабжения в примерах и задачах: Учебное пособие – Ульяновск: УлГТУ, 2002. – 231 с.
2. Шингаров В.П. Монтаж кабельных линий: Учебное пособие под ред. Л.Т. Магазинника. – Ульяновск: УлГТУ, 2002. – 95 с.

Бодряков Егор Романович – аспирант кафедры «Электроснабжение» Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ); e-mail: egor.bodryakov@yandex.ru

ИЗ ИСТОРИИ ОТКРЫТИЙ

ПРОСТОЙ СПОСОБ ПОЛУЧЕНИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ КОНТУРНОЙ МАТРИЦЫ ИНЦИДЕНЦИЙ

И. В. Ерохов

Рассмотрены методические и исторические аспекты методик построения контурных уравнений. Показано, что обход контура по направлению тока ветви-связи является предпочтительным, поскольку позволяет избегать ошибок.

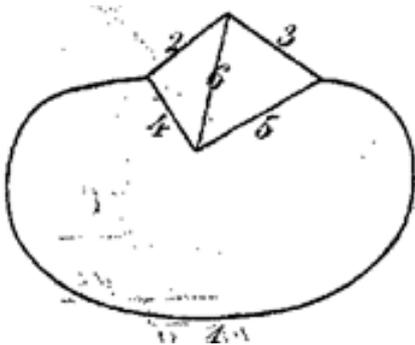
Deals with methodological and historical aspects of the techniques contour equations. It is shown that the traversal of a path in the direction of the branch this contour is preferable because it allows to avoid mistakes.

Пионеры теории электрических цепей понимали особое значение такого элемента схемы как контур. Например, Г. Ом, изучая проводимость разных материалов, работал с элементарным контуром из двух ветвей, но свою книгу назвал «Гальваническая цепь, описанная математически» [1]. Другими словами, элементарный контур он считал электрической цепью, т.к. в нем течет ток.

В статье 1845 года Г. Кирхгоф впервые опубликовал законы теории электрических цепей, нумерация которых соответствует современным учебникам, а в статье 1847 года применил их для расчета электрических цепей [2], [3]. Во введении к статье [3] автор напомнил законы своего имени, однако изменил их нумерацию – на первое месте он поставил уравнение равновесия электрического контура, т.е. подчеркнул особую роль этого элемента схемы в работе электрической цепи.

В качестве примера Г. Кирхгоф рассмотрел электрическую цепь, граф которой (из текста оригинала статьи [3]) приведен ниже. Очевидно, что ветвь 1 может пересечь ветвь 6, если провести ее самым коротким путем. Чтобы избежать этого ветвь 1 располагают либо так, как показано на рисунке, либо «поднимают» над основной частью графа. В каждом из этих вариантов графа можно составить уравнение по второму закону Кирхгофа для одного и того же контура, содержащего ветвь 1, и убедиться, что обход этих контуров по заданному направлению не может служить надежным «правилом знака». Знаки слагаемых уравнения, например, контура (1, 4, 5) будут зависеть от положения ветви 1 – ниже или выше основной части графа.

Граф из статьи [3] является планарным, что показал Максвелл, уложив его на плоскости без пересечений ветвей (см. дальше в тексте). Схема с таким графом будет использоваться в настоящей статье как пример при рассмотрении более сложных электрических цепей, у которых пересечение ветвей может указывать на отсутствие свойства планарности. Применение графа из статьи Кирхгофа [3] здесь объясняется только тем, что иллюстрация должна быть обозримой. Кроме того, правила, установленные для описания сложных схем, не должны приводить к ошибкам при моделировании простых цепей.



пример при рассмотрении более сложных электрических цепей, у которых пересечение ветвей может указывать на отсутствие свойства планарности. Применение графа из статьи Кирхгофа [3] здесь объясняется только тем, что иллюстрация должна быть обозримой. Кроме того, правила, установленные для описания

сложных схем, не должны приводить к ошибкам при моделировании простых цепей. .
 Для описания сложных графов, планарность которых не имеет смысла подтвердить, были предложены, так называемые, фундаментальные матрицы инцидентий, при построении которых используется только одно «правило знака» – для узла [4]. Эти матрицы применяются при построении математической модели электрической цепи в программах автоматического анализа электронных схем [5]. «Правило знака» для контура было признано ненадежным и его употребляют только в случае расчета простых планарных электрических цепей.

Напомним алгоритм получения фундаментальных матриц инцидентий, для получения которых используется только «правило знака» для узла (во всех ветвях проставлены условные направления тока). В качестве первого шага выбирается фундаментальное дерево графа схемы, и выделяется множество ветвей-связей. Вторым шагом проводятся главные сечения графа, в каждом из которых будет пересечена только одна ветвь дерева, остальные ветви сечения будут связями. Записываем ветви главных сечений в матрицу $[S]$. Третий шаг – приведение матрицы сечений к блочному виду, что эквивалентно получению фундаментальной узловой матрицы инцидентий:

$$[A_f] = [E \quad F], \quad (1)$$

где E – единичная матрица.

Четвертый шаг алгоритма – вычисление одного из блоков фундаментальной контурной матрицы инцидентий:

$$[K] = -[F]^t. \quad (2)$$

Пятый шаг – составление фундаментальной контурной матрицы инцидентий:

$$[B_f] = [K \quad E]. \quad (3)$$

Покажем работу этого алгоритма на примере из статьи [6].

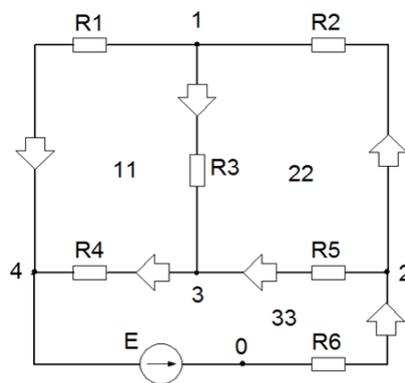


Рис. 1. Простая электрическая цепь.

Выделим дерево электрической цепи – (3, 4, 5), тогда множество ветвей-связей будет (1, 2, 6). На рис.2 показано, как проведены главные сечения.

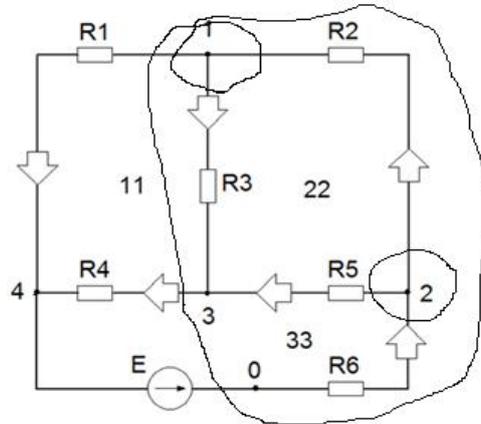


Рис. 2 Сечение, проведенные на изображении цепи.

Отметим, что стрелка тока любой ветви дерева выходит из замкнутого сечения, что гарантирует знак плюс единице в соответствующей ячейке матрицы инцидентий. Ветви-связи входят в строку матрицы с плюсом или минусом в зависимости от направления тока по отношению к сечению. Итак, заполняем матрицу главных сечений:

$$[S] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Столбцы матрицы пронумерованы слева направо, т.е. соответствуют ветвям электрической цепи. После перестановки столбцов в матрице (4) получим фундаментальную узловую матрицу инцидентий:

$$[A_f] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

В процессе перестановки столбцы сохраняют свою начальную нумерацию, поэтому в матрице (5) их расположение будет следующим:

$$(3 \ 4 \ 5 \ 2 \ 1 \ 6).$$

Строки матрицы (5) соответствуют узлам электрической цепи рис.1 (1, 4, 2).

Найдем один из блоков фундаментальной контурной матрицы инциденций, вычисляя его по формуле (2):

$$-F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow -F^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = K.$$

Блоки фундаментальной контурной матрицы инциденций располагаем в порядке, установленном формулой (3):

$$[B_f] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Нумерация столбцов матрицы (6) соответствует нумерации столбцов в матрице (5). Строки матрицы (6) соответствуют контурам электрической цепи рис.1: (2, 3, 5); (1, 3, 4); (4, 5, 6) соответственно.

Проверка алгоритма получения фундаментальных матриц инциденций производится по формуле (7):

$$[B_f] \cdot [A_f]^t = [0]. \quad (7)$$

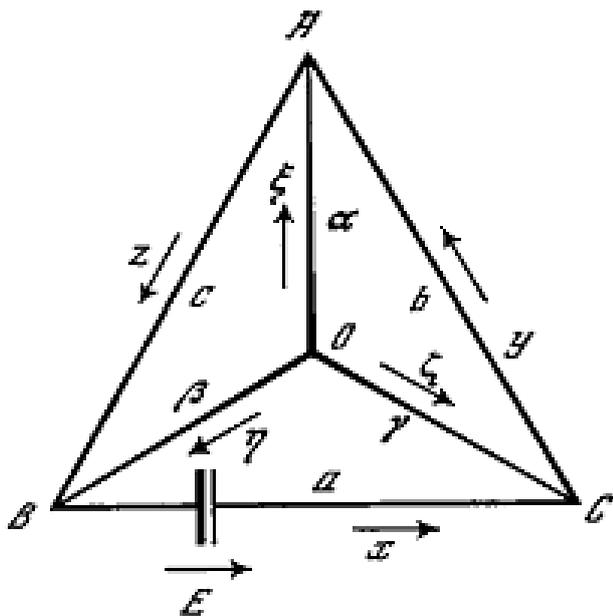
Из выражения (7) следует формула (2), по которой мы вычисляли блок К фундаментальной контурной матрицы, что легко показать:

$$[B_f] \cdot [A_f]^t = [K \quad E] \cdot \begin{bmatrix} E \\ F^t \end{bmatrix} = K \cdot E + E \cdot F^t = 0. \quad (8)$$

Отметим, что равенство (7) является формальной формой записи теоремы Зеляха-Теллегена [7].

Следующим классиком теории электрических цепей, который уделил должное внимание электрическому контуру, был Джеймс Клерк Максвелл [8]. В своем фундаментальном труде «Трактат об электричестве и магнетизме» он предположил, что в каждом контуре может циркулировать некоторый ток, который потом назовут контурным. В первом томе своего Трактата, под номером 282б Максвелл пишет:

«Если проводники образуют простую сеть, и мы предполагаем, что в каждой ее ячейке циркулирует некоторый ток, тогда в том проводнике, который является общим для двух соседних ячеек, ток будет равен разности токов, циркулирующих в этих двух ячейках, причем токи считаются положительными, если они **циркулируют в направлении против часовой стрелки**».



Заложив теоретические основы метода контурных токов, Максвелл возвращается к этому методу расчета в пункте под номером 347 и приводит в виде примера граф схемы моста Уинстона (оригинальная иллюстрация расположена слева). Он пишет:

«Применяя это правило к случаю трех контуров OBC, OCA и OAB, в которых циркулируют токи

x, y, z соответственно, мы получим три уравнения, а именно

$$\begin{array}{rclcl}
(a + \beta + \gamma)x & -\gamma y & -\beta z & = & E \\
-\gamma x & +(b + \gamma + \alpha)y & -\alpha z & = & 0 \\
-\beta x & -\alpha y & +(c + \alpha + \beta)z & = & 0
\end{array} \quad (9)$$

Отметим, что параметры трех ветвей этого графа Максвелл обозначил буквами латинского алфавита, а параметры оставшихся трех ветвей – буквами греческого алфавита. Очевидно, что второе множество ветвей можно считать деревом, в то время как первое – ветвями-связями.

В современной теории электрических цепей систему контуров связывают с определенным деревом графа. Каждый контур получают после подсоединения к дереву выбранной ветви-связи, а после составления уравнения контура эту связь удаляют. Подчеркнем, что каждая связь из множества ветвей-связей образует свой контур. Этот порядок получения системы контуров справедлив для любых графов. В своем примере Максвелл выделил ветви связей тем, что обозначил их параметры латинскими буквами. Условное направление тока в этих ветвях он выбрал таким, которое соответствует обходу каждого контура по **часовой стрелке**.

В процессе описания контуров необходимо определять знаки слагаемых. Сегодня это делается с помощью правила знака, который устанавливают **неизменным** (как у Максвелла) для всех контуров. Однако в реальном графе условные направления токов в ветвях связей могут быть расставлены не так удачно как у Максвелла. В развитие взглядов Максвелла на роль электрического контура мы можем несколько изменить правило знака, совершая обход контура по направлению тока ветви-связи. Проиллюстрируем это на примере.

На рис. 3 приведен граф электрической цепи рис.1, где жирными линиями отмечены ветви дерева, тонкими – ветви-связи.

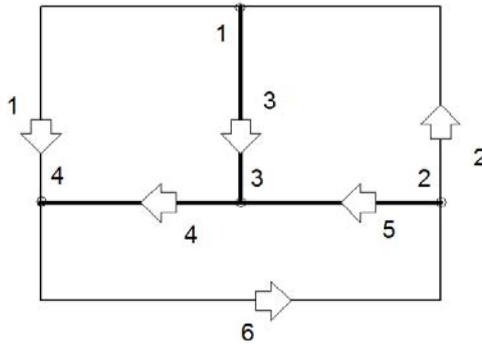


Рис. 3. Граф электрической цепи рис.1.

Будем замыкать связи в порядке 2, 1, 6 (в соответствие с матрицей (6)), а результаты обхода контуров заносим в таблицу

$$\begin{array}{cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\
 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\
 6 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1
 \end{array} \quad (10)$$

В таблице (10) номера столбцов соответствуют шести ветвям графа, а строки – только номерам связей. Переставим столбцы таблицы (10) по образцу матрицы (6)

$$\begin{array}{cccccc}
 & 3 & 4 & 5 & 2 & 1 & 6 \\
 2 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\
 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 6 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1
 \end{array} \quad (11)$$

Запишем таблицу (11) в виде матрицы

$$[B_f] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Сравнивая матрицы (12), (6) можно убедиться в их тождественности.

Итак, фундаментальная контурная матрица инцидентий может быть записана по графу электрической цепи при условии, что обход каждого контура производится по направлению тока ветви-связи. Другую

фундаментальную матрицу инцидентий можно получить либо из матрицы главных сечений (4), либо вычислить ее неединичный блок по формуле, которая следует из уравнения (8):

$$F = -K^t,$$

$$-K = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow -K^t = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = F.$$

Результат вычислений легко сравнить с соответствующим модулем матрицы (5).

Описанный простой алгоритм получения фундаментальной контурной матрицы инцидентий подобен способу получения фундаментальной узловой матрицы (5). Разнятся только приемы, с помощью которых обеспечиваются положительные знаки единичного блока. Обход контура по направлению тока ветви-связи делает это также надежно, как и ориентация тока ветви дерева в направлении – из замкнутого контура.

Выводы. Если предположить, что в контуре циркулирует контурный ток, то его продвижение по контуру начинается только после замыкания части ветвей дерева ветвью-связью. Логично предположить, что направление контурного тока должно совпадать с условным направлением тока ветви-связи.

Условные направления токов всегда устанавливаются в электрической цепи произвольно, что является необходимым для применения законов Кирхгофа. Всем известно, что во избежание ошибок установленные направления токов нельзя изменять в процессе расчета цепи. Однако, применяя **постоянное направление** обхода контуров, мы фактически изменяем условное направление тока в некоторых ветвях-связях. Нарушая условные направления для токов в ветвях, мы незаметно совершаем ошибки, но делаем вывод о ненадежности «правила знака» в контуре.

Однако «правило знака» – обход контура по направлению тока ветви-связи является надежным, что и показано выше.

Список литературы

1. Ohm G.S. Die galvanische Kette, mathematisch bearbeitet. - Berlin: T.H. Riemann, 1827 j. – 247 s.

2. Кирхгоф Г. О прохождении электрического тока через плоскую пластину, например, круглой формы// Избранные труды Г.Кирхгоф. – М.: Наука, 1988. – С. 155–166.

3. Кирхгоф Г. О решении уравнений, к которым приводит изучение линейного распределения гальванических токов // Избранные труды Г.Кирхгоф. – М.: Наука, 1988. – С. 170–178.

4. Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети и алгоритмы. – М.: Мир, 1984 – 454 с.

5. Stern T.E. On the equation of Nonlinear Networks // IEEE Transaction on Circuit Theory. – 1966. – vol. CT-13, №1, pp. 74 – 81.

6. Ерохов И.В. О системе уравнений Кирхгофа для электрической цепи.// Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов. – Ульяновск: УлГТУ, 2013. Вып.11. – С. 59–79.

7. Ерохов И.В., Филаретов В.В. Теорема Зеляха-Теллегена // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов / Под.ред.В.В.Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – Вып.6. – С. 6–14.

8. Максвелл Дж. К. Трактат об электричестве и магнетизме / В 2-х т.: Т. 1 . – М.: Наука, 1989. – 416 с.

Ерохов Игорь Васильевич – кандидат технических наук, г.Запорожье, Украина. E-mail: yerokhov@bigmir.net.

КЛАССИКИ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ

ВИТАЛИЙ ПЕТРОВИЧ СИГОРСКИЙ

(22.11.1922 – 13.08.2007)



«Буду профессором». Виталий Петрович Сигорский родился на Черкащине, в селе Бубнова Слободка Золотоношского района. Там его корни, там и поныне хранят о нем память его родные и односельчане. Ходить и читать он научился почти одновременно. Его мама, Мария Трофимовна Лысенко, была учительницей сельской начальной школы, и школа была ему детским садом. Эпизод, рассказанный мамой: «Однажды, когда Виталию не было еще и шести лет, в нашем доме собрались пообщаться люди. Кто-то из присутствующих задал ему, наблюдавшему за происходящим, вопрос: «Виталик, а кем ты будешь, когда вырастешь?»».

Ответ был коротким: «Профессором». Всеобщий смех был, как казалось тогда, уместной реакцией». Стало ли это действительно целью – сказать трудно. Но путь к ней оказался нелегким. Некоторые его вехи мы хотели бы отметить ниже.

Вехи пути. В 1939 году Виталий Петрович становится студентом строительного факультета Харьковского инженерно-строительного института. Учиться пришлось недолго. В 1940 году его со второго курса направляют работать учителем физики и математики в Харьковскую область. Там образовалась нехватка учителей в связи с военными действиями против Финляндии. Недолгая карьера 18-летнего школьного учителя завершилась в 1941 году с началом Великой Отечественной войны. Он просится в армию, но из-за слабого зрения в действующие части его не берут, а направляют работать сначала директором школы в г. Ялуторовск (Западная Сибирь, р. Тобол), а затем в военное летное училище преподавать физику и математику. Так учитель оказался сверстником своих учеников.

После холодных и голодных военных лет Виталий Петрович продолжил образование в Львовском политехническом институте на электротехническом факультете. Студенческая жизнь была далека от стереотипа веселой и беззаботной. Чтобы выучиться и прокормить семью, приходилось работать по ночам. Чрезвычайная работоспособность и целеустремленность дали свои плоды: диплом с отличием, защищенный в 1949 году, доказал способность продолжать учебу в аспирантуре.

Через три года, в 1952 году, им была защищена кандидатская диссертация. Далее работа в должности зам. директора по науке Института машиноведения и автоматики АН УССР, годы увлекательной работы над теоретическими основами нового для того времени направления - автоматизации проектирования с использованием ЭВМ. Логичным результатом была блестящая защита докторской диссертации в 1959 г.

В 37 лет Виталий Петрович становится самым молодым доктором технических наук в своей научной области. С 1959 г. он работает в

Сибирском отделении Академии наук СССР, решение о создании которого было принято в 1957 г. по инициативе академика М.А. Лаврентьева. Виталий Петрович совмещает научную работу в институте автоматики и электрометрии и преподавательскую работу в Новосибирском университете с профсоюзной, являясь председателем профкома СО АН СССР. Тогда строительство первых зданий знаменитого сейчас Академгородка еще только начиналось, и нетронутая тайга уступала место новому центру науки и образования (см. фотографию). Свою лепту первопроходца в процесс становления Академгородка внес и Виталий Петрович.



В.П. Сигорский на фоне новостроек Академгородка СО АН СССР

КПИ–НТУУ. С 1964 года и до последнего дня его жизнь была связана с Киевским политехническим институтом, получившим ныне статус Национального технического университета Украины. С 1964 по 1971 г.г. он заведовал кафедрой промышленной электроники. В 1974 г. Виталий Петрович создал кафедру теоретической электроники, которая

сыграла ключевую роль в обеспечении общеинженерной подготовки на факультете электронной техники.

Концепция многоступенчатой подготовки инженеров (общеобразовательная, общеинженерная, специальная), разработанная им в начале семидесятых годов прошлого века, позволила обеспечить единый базовый уровень электронного образования студентам всех специальностей факультета в течение 3,5 лет обучения.

Много труда вложил Виталий Петрович в методическое обеспечение и организацию учебного процесса. Под его руководством были созданы сбалансированные программы общеинженерных дисциплин, проведено их согласование с общеобразовательными и специальными дисциплинами, оборудованы новые учебные лаборатории, внедрены технические средства обучения для всех видов аудиторных занятий.

Научная школа. За время работы в КПИ Виталием Петровичем была создана научная школа в области теории электронных цепей и автоматизированного проектирования электронных систем. Им разработана матричная теория схем с многополюсными элементами, на основе которой развиты машинные алгоритмы анализа и синтеза электронных схем, являющиеся основой современных систем автоматизированного проектирования.

Широко известны идеи Виталия Петровича в области построения многозначных элементов вычислительной техники, новых технических средств отбора и преобразования информации, защищенные несколькими десятками авторских свидетельств и 22 иностранными патентами. Он является основоположником проблемной адаптации САПР как способа повышения эффективности и интеллектуализации автоматизированного проектирования.

Виталий Петрович опубликовал 375 научных трудов, в том числе 24 монографии и учебных пособия, часть из которых были изданы за рубежом. Среди них «Общая теория четырехполюсника», «Методы анализа электрических схем с многополюсными элементами», «Анализ электронных схем», «Многозначные элементы дискретной техники»,

«Матрицы и графы в электронике», «Алгоритмы анализа электронных схем», «Основы теории электронных схем», «Математический аппарат инженера». Им подготовлено 30 кандидатов и 10 докторов технических наук.

Почти 25 лет В.П.Сигорский был главным редактором межведомственного научно-технического сборника «Автоматизация проектирования в электронике», вышло в свет 48 его номеров. Виталий Петрович был организатором и руководителем республиканского семинара по автоматизации проектирования в электронике, имевшего всесоюзную популярность, руководил секцией электронных цепей НТО радиотехники и электросвязи им. А.С. Попова.

В течение последних 35 лет проходит международная конференция «Современные проблемы электроники», инициатором и неизменным председателем которой был Виталий Петрович. Его работа отмечена орденом Трудового Красного Знамени, медалью «За трудовую доблесть», четырьмя золотыми медалями и Дипломом Почета ВДНХ СССР. Ему присвоено звание заслуженного деятеля науки и техники Украины. Он является лауреатом трех премий Министерства образования Украины: за лучшую научную работу в 1981 и 1987 годах, за достижения в научной и методической работе в 1998 г.

Остался студентом. Виталий Петрович всегда чувствовал пульс студенческой жизни. Когда профессору В.П. Сигорскому, обладателю всех дипломов ВАК, было уже за пятьдесят, его принимают в студенческий стройотряд, и в течение двух месяцев наравне со всеми он работает на стройках Сахалина.

Удивительно, что там Виталию Петровичу пригодились знания, полученные в инженерно-строительном институте: прикомандированный к стройотряду местный техник, в обязанности которого входила работа с теодолитом, по известным причинам оказался в хроническом неработоспособном состоянии. Выручил Виталий Петрович, пришлось вспомнить устройство теодолита, и стройотряд смог продолжать работу согласно графику.



Участники VII открытой олимпиады по теории электронных цепей «ТЭЦ'2014»

Одаренность, талант и редкая работоспособность Виталия Петровича уникальны. Он был прекрасным ученым и организатором науки, педагогом и наставником молодого поколения – будущих инженеров, бакалавров, магистров. Дверь его дома была всегда открыта для студентов, коллег, друзей и товарищей, желающих обсудить с ним научные и житейские проблемы за чашкой чая.

Многие помнят прекрасный киевский пейзаж с золотыми куполами Печерской Лавры, открывавшийся с балкона его дома. Виталий Петрович всегда был душой компании, хорошо пел, играл на гитаре, мандолине, балалайке, прекрасно танцевал, был мастером на все руки. Это качество особенно отмечали те, кто на весельной лодке, построенной его руками, с ним покорял днепровские просторы.

В память о проф. Сигорском В.П. в Национальном техническом университете Украины «Киевский политехнический институт» ежегодно в 20-х числах ноября проводится открытая студенческая олимпиада по теории электронных цепей, приуроченная его дню рождения. Ее организатором является кафедра физической и биомедицинской электроники факультета электроники. В 2014 году была проведена уже VII олимпиада. Добро пожаловать на будущие олимпиады!

Список литературы

1. Сигорский В.П. Общая теория четырехполюсника.– К.: Изд-во Академии Наук Украинской ССР, 1955. – 315 с.
2. Сигорский В.П. Методы анализа электрических схем с многополюсными элементами.– К.: Изд-во Академии Наук Украинской ССР, 1958. – 402 с.
3. Сигорский В.П. Анализ электронных схем.– К.: Гос. изд-во техн. литературы, 1960. – 176 с.
4. Сигорский В.П. Анализ электронных схем. – К.: 1963. – 184 с.
5. Sigorskij V.P. Rešenie elektrónkových a tranzistorových obvodov / Z rus. orig. prel. Teodor Petric. – Bratislava: Slovenske vydavateľstvo technickej literatury, 1963. – 221 s.
6. Сигорский В.П. Анализ электронных схем. Изд. 3-е стереотипное. - К.: Гос. Изд-во техн. литературы, 1964. – 199 с.
7. Сигорский В.П. Анализ электронных схем. - К.: Гос. изд-во техн. лит. УССР, 1964. – 216 с.
8. Сигорский В.П., Ситников Л.С., Утяков Л.Л. Схемы со многими устойчивыми состояниями. – Новосибирск: Редакционно-издательский отдел Сибирского отделения АН СССР, 1965. – 142 с.
9. Sigorski W.P. Analiza ukladow elektronicznych.– Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1965.– 184 s.
10. Szigorszki V.P. Aramkor Analizis.– Budapest: Muszaki Konyvkiado, 1966. – 212 s.
11. Многозначные элементы и структуры / Под ред. В. П. Сигорского. М.: Советское радио, 1967. – 208 с.
12. Сигорский В.П., Петренко А.И. Основы теории электронных схем. К.: Техніка, 1967. – 610 с.
13. Сигорский В.П. Матрицы и графы в электронике. – М.: Энергия, 1968. – 176 с.
14. Методы и устройства преобразования графической информации/ Под ред. В. П. Сигорского. – К.: Наукова думка, 1968. – 272 с.
15. Сигорский В.П., Петренко А.И. Алгоритмы анализа электронных схем. – К.: Техніка, 1970. – 396 с.
16. Многоустойчивые элементы и их применение / Под ред. В. П. Сигорского. – М.: Советское радио, 1971. – 320 с.

17. Петренко А.И., Сигорский В.П., Слипченко В.Г., Цурин О.Ф. Анализ электронных схем на ЭЦВМ. – Львов: Издательское объединение «Вища школа», 1975. – 195 с.
18. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера. – К.: Техніка, 1975. – 768 с.
19. Сигорский В.П., Петренко А.И. Алгоритмы анализа электронных схем / Изд. 2-е, перераб. и дополнен. – М.: Советское радио, 1976. – 608 с.
20. Сигорский В.П. Автоматическое программирование жаккардовых ткацких рисунков. – К.: Техніка, 1978. – 192 с.
21. Артюхов В. Г., Денбновецкий С. В., Евсеев Г. Т., Пушняк В. А., Сигорский В. П., Храпак В. И. Времяимпульсные элементы дискретной техники / Под редакцией д-ра техн. наук В. П. Сигорского. – К.: Техніка, 1978. – 224 с.
22. Сигорский В.П. Моделирование электронных схем.– К.: Киевский политехн. ин-т, 1982. – 112 с.
23. Сигорский В.П., Витязь О.А., Минаков В.В. Алгоритмы моделирования резистивных цепей: Учеб. пособие. – К.: УМК ВО, 1988. – 115 с.
24. Petrenko A.I., Sigorsky V.P. Algorithmic analysis of electronic circuits / Translated by C.O. Wilde, Naval Postgraduate School.– Monterey, CA. Edited by S.R. Parker, Rutgers University, NJ.
25. Зубчук В.И., Сигорский В.П., Шкуро А.Н. Справочник по цифровой схемотехнике. – К.: Техніка, 1990. – 448 с.
26. Сигорский В.П., Зубчук В. И., Шкуро А. Н. Элементы цифровой схемотехники: Учебное пособие. – К.: УМК ВО, 1990. – 228 с.
27. Сигорский В. П., Шеин А. Б. Методы формирования уравнений состояния электрических и электронных цепей на основе теории графов: Учеб. пособие / Типография ССМ, Новосибирск, 1997. – 224 с.

О.А.Витязь

Витязь Олег Алексеевич – к.т.н., доцент кафедры «Физическая и биомедицинская электроника», Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт». Адрес: просп. Победы, 37, Киев 03056, Украина; тел.раб. +380 44 454 90 64. E-mail: ovityaz@hotmail.com.

НАШИ ЮБИЛЯРЫ

ОСНОВАТЕЛЬ ХАРЬКОВСКОЙ ШКОЛЫ ПРИМЕНЕНИЯ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ (к 90-летнему юбилею В.Т. Долбни)

27 сентября 2014г. исполнилось 90 лет Виктору Тимофеевичу Долбне, доктору технических наук, профессору, заслуженному работнику высшей школы Украины, профессору кафедры автоматизированных электромеханических систем и почетному профессору Национального технического университета «Харьковский политехнический институт», ветерану Великой Отечественной войны и участнику боевых действий.



Профессор В. Т. Долбня

Виктор Тимофеевич Долбня является инициатором широкого внедрения топологических методов анализа и синтеза электрических и электронных систем в учебный процесс и научные исследования в Харьковском политехническом институте с начала 60-х годов прошлого столетия. Он – основатель школы научных исследований в этой области в Харькове, автор более 175 научных трудов по указанной тематике.

Виктор Тимофеевич родился 27 сентября 1924г. в Харькове в семье бухгалтера. Нормально окончить школу ему не дала война, начало которой пришлось на момент времени, когда Виктор окончил девятый класс. Осенью 1941г. по линии военкомата он с группой допризывников был пешим ходом выведен в Сталинградскую область. Там пришлось работать в колхозе, ютись в хатах в качестве не всегда желанного квартиранта, не имея теплой одежды и не всегда имея пропитание, ничего не зная о судьбе родных, дожидаясь достижения призывного возраста.

Через год был призван, сначала курсантом учебного танкового полка. С 1943г. принимал участие в боевых действиях вплоть до демобилизации в 1947г. Свои воспоминания о военной поре Виктор Долбня кратко записывал в дневниках, а в 1995г. на основе этих записей подготовил книгу «1418 дней», изданную в НТУ «ХПИ» в 2013г. [1].

После демобилизации Виктор Тимофеевич с золотой медалью окончил вечернюю школу, и, работая на заводе им. Малышева, учился на вечернем отделении Харьковского электротехнического института. Его Виктор Тимофеевич также закончил с отличием, и в 1955г. был принят в аспирантуру к доц. Маевскому О.А. на кафедру электрификации промышленных предприятий ХПИ.

В 1959 г. Виктор Тимофеевич защитил кандидатскую диссертацию, с 1962г. работал деканом факультета автоматики и приборостроения, с 1964г. – деканом электромашиностроительного факультета, с 1971г. по 1989г. – заведующим кафедрой промышленной электроники, в период с 1974г. по 1989г. – проректором по учебно-методической работе ХПИ.

В 1979 г. он успешно защитил докторскую диссертацию на тему «Исследование устройств преобразовательной техники топологическим методом».

Вместе со своим учителем проф. О.А. Маевским Виктор Тимофеевич был инициатором открытия в ХПИ новой специальности «Промышленная электроника» и одноименной кафедры, которая родилась в октябре 1963 г.



В.Т. Долбня и О.А. Маевский на Первомайской демонстрации (1969г.)

Первым заведующим кафедрой промышленной электроники был назначен В.Т. Долбня. О.А. Маевский в это время находился в творческом отпуске для завершения докторской диссертации и принял кафедру от Виктора Тимофеевича в сентябре 1964 г. После безвременной кончины проф. Маевского О.А. в 1971г. кафедру опять возглавил В.Т. Долбня, и заведовал ею до 1989г. С 1989г. по настоящее время Виктор Тимофеевич работает профессором кафедры автоматизированных электромеханических систем Харьковского политехнического института.

Страницы военного дневника. Обратимся к страницам военного дневника Виктор Тимофеевича. Вот некоторые выдержки из него.

«8 декабря 1941г. Сегодня мороз уменьшился, день прошел благополучно. У одного из ребят по фамилии Панин купил за 5 рублей книгу «Робинзон Крузо» на украинском языке. Книга привлекла меня тем, что ее общеизвестный вариант занимал не более трети объема этого издания. Далее Дефо описывает путешествия Робинзона по разным странам, в том числе по Китаю и России.

О художественной ценности этих разделов ниже, но интересно, как автор представлял себе другие страны, в том числе Россию. До этого я даже не подозревал, что «Робинзон Крузо» имеет такое продолжение. Впрочем, и сейчас, спустя 54 года, я ни разу не встречал этого полного варианта книги.

Уже сейчас я удивляюсь своей тяге к книгам (которая, впрочем, всегда у меня была), даже полуголодный, я тратил деньги на редкую вещь. Судя по записи, у меня к этому времени оставался определенный «запас» денег, точнее –150 рублей. По тем временам, это были немалые деньги, но я их берег на черный день. Кроме этого «неприкосновенного» запаса у меня оставалось всего 10 рублей.

Сдавая библиотеку приемнику, я передал 24 книги вместо 19: несколько своих книг мне оставили выздоравливающие при выписке из госпиталя. Воспользовавшись своим правом на эти пять книг, я взял из библиотеки одну для меня очень ценную — переписка Александра Блока с Андреем Белым. Взамен нее я и оставил все свои пять книг, тем более что на «Переписку...» особых любителей, кроме меня, вообще не было.

Мне вдруг пришла в голову мысль раздобыть в школе, находившейся в станице Глазуновской (туда ходили дочери хозяев), задачник по алгебре и просмотреть его — соскучился по математике.

3 июня 1943г. Попалась книга Перельмана «Занимательная механика». Выписал для памяти формулы механики и проработал теорию относительности Эйнштейна.

2 января 1943г. Утром были на занятиях, до обеда переносили вещи в новое помещение. После обеда я и Божко перевозили вещи техника-лейтенанта Лысенко. Он считал нас лучшими курсантами. Кроме того, у

меня произошла с Лысенко любопытная история. Однажды на занятиях он посетовал на то, что не может научить нас многому интересному в области радиопеленгации и ориентирования, так как у него нет таблиц логарифмов. Дело в том, что, когда учебный полк уезжал из Средней Ахтубы, многое из вещей пришлось бросить, в том числе и некоторые учебники. Среди них были оставлены и таблицы логарифмов.

Я поднял руку и задал вопрос: «Не подойдут ли четырехзначные таблицы?». Лысенко спросил: «А что, они у тебя есть?». «Да нет», — ответил я. «Но я могу их составить в течение примерно десяти дней, если меня освободят от работы и нарядов.»

Лысенко принял это за шутку или розыгрыш, но я объяснил ему, что в моей памяти сохранились две формулы, по которым можно вычислять логарифмы и антилогарифмы любых чисел с пятью знаками. Для точности пятую цифру можно отбросить и получить абсолютно точные четырехзначные таблицы.

Эти формулы были мне известны по следующей причине. Когда я учился в 8-м или 9-м классе, наш учитель математики Эдмунд Николаевич Юшкевич вел математический кружок. Мы как раз изучали логарифмы, и он предложил мне сделать доклад о том, что существуют две формулы, позволяющие обойтись без пятизначных таблиц. Они были опубликованы неким инженером Н.В. Погоржельским еще до революции в одном математическом журнале.

Я такой доклад сделал, и формулы мне запомнились. Сейчас я их припомнил и приступил к составлению таблиц. Забегая вперед, скажу, что это потрясло воображение Лысенко, он и вообразить себе не мог, что такие формулы могут существовать, и что восемнадцатилетний паренек может такое знать.

Вдобавок к этому, я был лучшим курсантом по радиоделу, и Лысенко даже привлек меня к составлению вопросника (примерно 100 вопросов по устройству, эксплуатации и ремонту танковой радиостанции и ответы на эти вопросы), который он использовал для проверки знаний курсантов

и для обучения. Таким образом, я был признанным его ближайшим помощником в проведении занятий.»

Эти отрывки как нельзя лучше характеризуют цельность натуры Виктора Тимофеевича, его любовь к книге, тягу к знаниям, стремление их систематизировать и применять на практике, его страсть сделать дело наилучшим образом. Эти черты свойственны ему до сих пор. Быть может, именно они и проложили дорогу Виктору Тимофеевичу к топологическим методам.

Толчком послужила книга С. Мэзона и Г. Циммермана «Электронные цепи, сигналы, системы», вышедшая в переводе в 1963г. в издательстве «Иностранная литература». К тому времени Виктор Тимофеевич читал трехсеместровый курс «Основы электронной и импульсной техники», и на первом семестре было запланировано изучение методов анализа электронных схем.

«Эти увлекательные графы...». Автору этих строк выпала удача учиться на специальности «Промышленная электроника» в группе набора 1962г. Виктор Тимофеевич читал применение матриц, графов и унисторов для анализа характеристик электронных схем. Я был захвачен этими методами.

То, что показывал Виктор Тимофеевич на лекции, было сродни волшебству. А ведь это был только 1965 год. Звучали слова «граф», «передача графа», «топологическая формула Мэзона», «инверсия графа», «унистор», «дерево графа». Все было новое, передовое, только-только появившееся в зарубежной технической литературе.

Все это Виктор Тимофеевич привнес в учебный процесс, оперативно издал замечательное краткое учебное пособие в виде конспекта лекций в двух частях [2]. Его и по нынешним меркам я считаю методически безукоризненным. Толковые математические выводы и доказательства, четкие формулировки, наглядные примеры на каждый раздел.

Отлично был поставлен и второй курс – «Электронная и импульсная техника». В нем повсеместно использовались графы и унисторы для углубленного анализа электронных усилителей, генераторов,

мультивибраторов. Получалась стройная картина при изучении: постановка задачи и математический вывод с помощью графов и унисторов, затем анализ математических выражений и осмысление физики процессов на основе получаемых эквивалентных схем с ответами на вопросы «Что произойдет, если...».

Мы, все студенты, с глубоким уважением относились к работе Виктора Тимофеевича во время лекций. Когда он говорил, то был всецело захвачен этим процессом, и это чувствовалось по его глазам, движениям, интонациям речи. Это страстное отношение к процессу обучения передавалось и нам. Потом, собираясь на обсуждение с конспектом, мы легко восстанавливали весь материал, и это тоже доставляло удовлетворение. Конспект прослушанных у Виктора Тимофеевича лекций получался «говорящий», толковый, логичный и конкретный.

К этому можно ещё добавить, что обязательным было выполнение домашних заданий, посвященных анализу параметров электронной схемы как матричными, так и топологическими методами. При этом надо было самому проверить правильность результатов – ответы должны были совпасть во всех вариантах анализа. Это действительно давало хорошие навыки анализа электронных схем, столь необходимые при изучении конкретных электронных схем непрерывного и импульсного действия.

В защиту метода графов. В 1969–70 гг. на страницах журнала «Электричество» возникла дискуссия о целесообразности изучения и применения топологических методов. Начало обсуждению положила статья О.М.Богатырева [3] – противника использования топологических методов в практике расчетов электрических цепей.

В.Т. Долбня с присущей ему страстностью включился в эту дискуссию. Его статья «В защиту метода графов» [4] была, пожалуй, наиболее яркой и убедительной из ряда статей этой дискуссии, поскольку была основана на практических примерах, глубоком знании сущности топологических методов и их преимуществ перед другими методами.

Все идеи широкого привлечения топологических методов для анализа электронных схем в полной мере воплотились при написании учебника

«Электронные цепи непрерывного и импульсного действия» [5], который вышел с грифом Минвуза СССР (тогда получить гриф было нелегко – не в пример нынешним временам).

Учебник готовился и в связи с тем, что Виктор Тимофеевич в это время стал проректором по учебно-методической работе, и с присущей ему скрупулёзностью решил образцово подготовить курс, начав именно с себя. За короткое время были поставлены 12 новых лабораторных работ, разработаны практические занятия и написан этот учебник, прошедший двойное довольно пристальное рецензирование – и в Киеве, и в Москве.

В это же время Виктор Тимофеевич готовил к защите свою докторскую диссертацию, посвященную анализу преобразовательных схем, на тему «Исследование устройств преобразовательной техники топологическим методом», которая была успешно защищена 23 октября 1979г. в специализированном совете Института электродинамики АН УССР в Киеве.



Завкафедрой промышленной электроники В. Т. Долбня
за подготовкой докторской диссертации (1975 г.)

В научных трудах В.Т. Долбни [6] были введены специальные функции, отражающие переходные процессы, и позволяющие в их терминах по топологическим признакам формировать выражения для

вычисления кривых динамических процессов по виду самой анализируемой схемы.

При этом отпадает необходимость в составлении дифференциальных уравнений, операторных изображений и т.п., что характерно для общепринятых классических методов. В дальнейшем разработанные методы были применены к преобразовательным устройствам и методу отображения процессов на комплексную плоскость, обладающему также неоспоримой новизной и оригинальностью [7].

Виктор Тимофеевич использовал топологические методы и для решения задач синтеза. К этому его подтолкнули практические потребности, связанные с выполнением специальной тематики НИИ техники высоких напряжений и преобразователей тока ХПИ.

Заведующий этой лабораторией Саул Маркович Фертик в 70-х годах выполнял важную правительственную тематику, связанную с необходимостью разработать методы защиты электронного оборудования от электромагнитного воздействия при действии мощного импульса от взрыва ядерного оружия. Для воспроизведения этого импульса требовалось синтезировать схему, генерирующую требуемый импульс.

Генерирование мощных импульсов. Вот что об этом сказал сам Виктор Тимофеевич [8]. *«Задача оказалась нелегкой. На протяжении нескольких месяцев не удавалось создать установку, которая воспроизводила бы подобный импульс, что позволило бы затем разработать способы защиты от его воздействия.*

Были привлечены многие известные ученые-электрики ХПИ, но результата не было – задача синтеза схемы, воспроизводящей такой импульс, казалась неразрешимой, приходилось идти вслепую опытным путем, при помощи инженерного чутья подбирая элементы схем, но это ни к чему не приводило.

Конечно, затягивание выполнения работ заказчика не устраивало. Назревали немалые неприятности как для лаборатории, так и для института.»

Один из ученых-электриков ХПИ – профессор В. Л. Бенин, посоветовал С. М. Фертику обратиться к заведующему кафедрой промышленной электроники В. Т. Долбне, который в это время занимался вопросами топологического синтеза электрических цепей. Саул Маркович ознакомил Виктора Тимофеевича с задачей и попросил попытаться решить ее хотя бы приближенно с погрешностью не более 10 процентов.

В. Т. Долбня согласился принять участие в решении задачи, но для того, чтобы получить исходные данные (шесть конкретных чисел, входящих в уравнение, описывающее электромагнитный импульс), нужно было иметь допуск к совершенно секретной работе. Именно к таким работам относилось все работы, которыми занималась НИЛ ТВН и ПТ.

На оформление допуска институту потребовалось около месяца. За это время Виктор Тимофеевич подготовил четыре варианта возможных схем генератора нужного импульса, оставалось лишь подставить в полученные им выражения засекреченные числовые данные.

В это время ему позвонил заместитель начальника научно-исследовательского отдела В. М. Наконечный и порекомендовал не браться за эту работу, так как С. М. Фертик уже обращался ко многим ученым-электрикам, но их попытки решить задачу успеха не имели, и они сочли задачу неразрешимой. Но В. Т. Долбня проигнорировал этот совет, так как считал, что разработанный им топологический метод поможет с такой задачей справиться.

Наконец допуск В. Т. Долбни к секретной работе был получен, Виктор Тимофеевич записал на клочке бумаги необходимые шесть цифр и ушел домой. В течение вечера он определил параметры элементов для трех наиболее простых схем. На следующий день он сообщил результаты С. М. Фертику.

Проверив схемы, Саул Маркович убедился, что они формируют необходимый импульс совершенно точно, без каких-либо приближений, и выразил желание отблагодарить автора решения такой важной задачи денежной премией. Тут же он, правда, поправился и сказал, что это сделать ему не удастся, так как В. Т. Долбня не является сотрудником

лаборатории, а контролирующие органы пристально следят за расходом средств.

«А я и не претендовал на денежное вознаграждение», – вспоминает Виктор Тимофеевич, Почетный доктор НТУ «ХПИ», д. т. н., профессор кафедры АЭМС. «Но, собираясь защищать докторскую диссертацию, я не отказался бы от отзыва на выполненную работу, в котором, не раскрывая секретных сведений, давалась бы ее оценка».

С. М. Фертик такой отзыв написал, он и сейчас хранится в НИПКИ «Молния». Заключение его Саул Маркович такими словами: «В названной выше задаче доцент В. Т. Долбня определил не только искомые схемы (2 варианта), но, что особенно ценно, доказал, что данные решения являются единственными». Свою благодарность В. Т. Долбне выразил также проректор по науке И. В. Рыжков. Вопрос ответственности С. М. Фертика перед Военно-промышленным комплексом СССР был снят, и работа была благополучно завершена.

Частично решение подобной задачи синтеза электрической системы топологическими методами приведено в монографии [9].

Импульсы творчества. В.Т.Долбня дал мощный творческий импульс для работы его учеников. Под его руководством защитили кандидатские диссертации В.Г. Ягуп (1974г.), Е. И. Сокол (1979г.), Н.И. Лазарев (1986г.), А.И. Кипенский (1991г.). Все они впоследствии защитили докторские диссертации.

В.Т. Долбня стал научным консультантом при подготовке докторских диссертаций В.Г. Ягупа на тему «Исследование электромагнитных процессов в преобразователях электроэнергии на основе сигнальных графов (теория, методы, алгоритмы и их компьютерная реализация) и Е.И. Сокола на тему «Микропроцессорное управление полупроводниковыми преобразователями электрической энергии по вычисляемым прогнозам», которые также были успешно защищены в ИЭД НАНУ. Е.И. Сокол в 2012г. избран член-корреспондентом НАНУ.

Топологические методы широко используются при чтении ряда курсов в различных вузах учениками и коллегами В.Т. Долбни. В

Украинской инженерно-педагогической академии (УИПА, г. Харьков) на протяжении 12 лет читался курс «Методы расчета электронных схем» с применением топологических методов, на основе которого излагались курсы «Электроника и микросхемотехника» и «САПР электронных схем» для студентов специальности «Электроника, схемотехника и связь».

В Харьковском национальном университете городского хозяйства им. А.Н. Бекетова с использованием топологических методов излагается курс «Математические задачи электроэнергетики», а при изучении дисциплины «Энергетическая электроника» применяется система компьютерного моделирования тиристорных преобразователей СИМПАТ, полностью основанная на аппарате сигнальных графов.



В.Т. Долбня на 50-летнем юбилее кафедры промышленной и биомедицинской электроники НТУ «ХПИ» (май 2013 г.)

В Украинской государственной академии железнодорожного транспорта (г. Харьков) топологические методы внедрены на кафедре автоматизированных систем электротранспорта при чтении курсов «Специальные методы расчетов», «Моделирование систем», «Методы расчета устройств преобразовательной техники».

Курсы по моделированию электромеханических систем с использованием сигнальных графов были прочитаны студентам-электрикам Харьковского национального автомобильного университета, Харьковского национального технического университета сельского

хозяйства им. Петра Василенко, Донбасской государственной машиностроительной академии (г. Краматорск).



Первые выпускники кафедры промышленной электроники поздравляют В.Т. Долбню с презентацией книги о войне «1418 дней» в НТУ «ХПИ» (октябрь 2013 г.)

В НТУ «ХПИ» в настоящее время эти методы излагаются профессором В.Т. Долбней в спецкурсе высшей математики для магистров на кафедре автоматизированных электромеханических систем и доцентом Т.В. Миланич в курсе «Аналоговая схемотехника» на кафедре промышленной и биомедицинской электроники [10, 11].

Можно с уверенностью сказать, что дело применения и развития топологических методов в электрических, электронных и электромеханических системах, которому В.Т.Долбня посвятил свою жизнь и творчество, продолжает развиваться и на нынешнем этапе.

В эти юбилейные дни хочется от всей души пожелать Виктору Тимофеевичу быть как можно дольше здоровым, полным сил и присущих ему оптимизма, творческой энергии и неиссякаемой трудоспособности, а также выразить ему глубочайшую благодарность за все его многие добрые дела.

Список литературы

1. <http://www.promelectronika.kharkov.ua/books/1418.pdf>
2. Долбня В.Т. Основы электронной импульсной техники: конспект лекций. В 2-х частях. – Харьков: ХПИ. – 1966.
3. Богатырев О.М. О расчете цепей с помощью графов // Электричество.– 1969. – № 4.– С. 86–91.
4. Долбня В.Т. В защиту метода графов // Электричество.–1970.– № 1.
5. Долбня В.Т., Чикотило И.И., Ягуп В.Г. Электронные цепи непрерывного и импульсного действия.– Киев:Вища школа.–1979.– 336 с.
6. Долбня В.Т. Топологические методы анализа и синтеза электрических цепей и систем: монография. – Харьков: Вища школа. Изд-во при Харьковском ун-те. – 1974. – 144 с.
7. Долбня В.Т. Исследование переходных процессов в преобразователях путем отображения на комплексную плоскость: монография. – Харьков: Вища школа. Изд-во при Харьковском ун-те. – 1988. – 136 с.
8. <http://polytechnic.kpi.kharkov.ua/ViewArticle.asp?id=3308>
9. Долбня В.Т. Топологический анализ и синтез электрических и электромеханических систем: монография. – Харьков: НТУ «ХПИ».–2005. – 336 с.
10. Долбня В.Т., Миланич Т.В. Современные методы анализа электрических и электромеханических систем: учебное пособие. – Харьков: НТУ «ХПИ».– 2002.– 92 с.
11. Долбня В.Т. Методы анализа электронных схем при помощи графов. – Харьков: ХПИ. – 1982. – 84 с.

Ягуп Валерий Григорьевич – докт. техн. наук, профессор Харьковского национального университета городского хозяйства им. А.Н. Бекетова.

E-mail: yagup_walery@mail.ru

НАУЧНЫЕ ШКОЛЫ

ШКОЛА – СЕМИНАР ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ И ЭЛЕКТРОНИКЕ

(воспоминания сорокалетней давности)

Классический формат научной конференции переживает трудные времена. Развитие средств связи (особенно Интернет) практически уничтожает информационную функцию конференции. Остается только функция живого общения между участниками научного форума, а для этого нужны другие условия. В украинской школе теории электрических цепей это осознали в самом начале 70-х годов, что и предшествовало реализации формата школы-семинара.

Рождению школы способствовало счастливое совпадение нескольких второстепенных, но, как оказалось, очень важных факторов. Во-первых, академик Г.Е. Пухов сформировался как ученый в львовской школе теоретической электротехники, и во-вторых, ректор львовского университета, а также заведующий профильной кафедры, Н.Г. Максимович дружил с академиком и имел большие возможности для создания нового научного форума.

Итак, школа-семинар начала свою работу в 1.10.1973 г. на базе отдыха ЛвГУ, недалеко от г. Мукачево. Благодаря слаженной работе членов кафедры Н.Г. Максимовича на школе собрались 96 участников, среди которых было 15-ть докторов и 41-ин кандидат наук. Конечно, такой коллектив ученых собрать было непросто, и в этом плане надо отдать должное кропотливой работе проф. Синицкого Л.А., заместителя ректора университета по кафедре.

Рабочий день участника школы-семинара состоял из двух заседаний. Утреннее заседание проходило с 10 до 13-30, а вечернее – с 15 до 18 часов. Конечно, здесь все проходило традиционно, разве что форма одежды была демократической. Все остальное время отдавалось неформальному общению. Надо заметить, что участники форума находились, главным образом, на территории базы и просто невозможно было избежать межличностных контактов. Общение участников проходило постоянно, с утра до вечера. Общий быт, туристические поездки сближали всех без различия степеней и званий. Происходил обмен адресами, телефонами и информацией. Коммерческой тайны тогда не существовало, поэтому можно было без помех узнать о направлении работ любого научного коллектива, представитель которого приехал на школу.

На форуме работали представители Ленинграда, Эстонии, Литвы, Львова, Киева, Одессы, Харькова, Свердловска, Москвы и других научных центров. Отметим, что география школы расширялась с каждым годом. В последующие годы к семинару добавились: Ташкент, Новосибирск, Томск, Пермь и даже Владивосток.

Утреннее заседание школы-семинара (1.10.73г.) открылось официальным сообщением о порядке работы, а затем, вниманию слушателей был представлен доклад Г.Е. Пухова «Интегральные методы анализа электрических схем». Такое исследование стало возможным благодаря большой аналогии между интегральными уравнениями и более привычными – дифференциальными, алгебраическими. Независимо от типа уравнений электрических цепей у всех схем имелась структура (схема соединений), что и обеспечивало аналогии. Через год академик представит школе другой доклад – «Преобразование Тейлора и его применение для анализа электрических цепей». Название отражало стремление к модернизации теории электрических цепей в свете бурного развития программных методов анализа схем.

Третьим на этом заседании выступил Бардило Т.И. из ЛПИ с докладом «Энергетические соотношения между внешней и внутренней

сторонами объекта». За мягкой, академической формулировкой названия оказалось «революционное» содержание. Докладчик предлагал ввести в систему уравнений мощность излучения схемы, т.е. ставился под сомнение один из постулатов теории электрических цепей. Ведь и сегодня мы рассчитываем только те токи, которые текут в ветвях схемы, представленных на графе. Конечно, в теории давно было сделано исключение из этого правила для катушек связанных общим магнитным полем, но этой необходимой «ереси» специалисты старались не замечать.

Следующий доклад «Алгоритмы построения устойчивых методов интегрирования уравнений» представил проф. Данилов Л.В.. Тема заинтересовала многих, так как численное интегрирование входило в жизнь специалистов по теории электрических цепей. Сопоставление явных и неявных методов интегрирования и проблема численной неустойчивости обострили внимание слушателей. Многим было известно, что неявная формула Эйлера демонстрирует численную устойчивость, дает результат, но иногда он не соответствует реальности. Однако Лев Владимирович не рекомендовал выбрасывать в корзину неверный результат. Он заявил, что с помощью редких теорем операционного исчисления из физически неоправданного результата можно получить точное решение.

Третья школа-семинар 1975 года проходила на новом месте, вблизи города Шацк, на берегу чудесного озера Песчаное. Там располагался географо-биологический стационар Львовского Университета. Здесь, вдали от поселений, среди леса мы работали с 15.09 по 20.09.75 г. Изоляция от цивилизации усилилась, но связь с природой удивительно возросла. После дождя на территории школы-семинара можно было собирать грибы, не выходя в лес. Нет, это не означает, что ворота были закрыты на замок. После ужина, каждый вечер любители ходить пешком совершали путешествие вокруг озера Песчаное, где на ходу велись научные споры, совершались знакомства, завязывалась дружба.

Очень скоро школа-семинар вышла за «местечковые» рамки. Уже в 1978 году она изменила название на «Всесоюзное совещание-семинар по

теоретической электротехнике и электронике». На базу университета близ города Шацк прибыли представители 23-х научных центров, среди которых было 17 докторов и 37 кандидатов наук. Общее количество слушателей возросло, коллектив помолодел. Было подсчитано, что на школе работает 50 участников, возраст которых до 35-ти лет. Приведу далеко неполный перечень докладов по теории электрических цепей:

1. Пухов Г.Е. Операционные методы расчета цепей на основе дифференциальных преобразований;

2. Петренко А.И. Состояние и тенденции развития алгоритмов и программ анализа схем;

3. Ланнэ А.А. Качественные вопросы синтеза нелинейных электрических цепей;

4. Данилов Л.В. Методы численного анализа электрических цепей повышенной точности;

5. Тозони О.В. Электродинамическая теория электрических цепей.

Последний раз мне удалось побывать на школе в 1986 году, в середине 90-х она перестала существовать.

Все, кому посчастливилось работать в творческом коллективе «семинаристов», испытали мощный толчок развития в своих исследованиях. Вырос теоретический уровень не остепенённых слушателей, что отразилось в десятках успешных защит диссертаций разного уровня. Жаль, что такого форума нет сегодня, когда методы теории электрических цепей используются в самых разных научных дисциплинах. Теория электрических цепей сближается с общей теорией систем потому, что имеет на вооружении эффективные, проверенные на практике методы расчета.

Ерохов Игорь Васильевич – кандидат технических наук, г.Запорожье, Украина. E-mail: yerokhov@bigmir.net.

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Синтез электронных цепей</i>		
Свирищёва Э.А.	Симметрии и структурный синтез неизоморфных схем	5
Майко Г.В.	Синтез электрических цепей на основе расширения аномальными элементами матрицы проводимостей: обзор	18
Филаретов В.В.	О взаимосвязи нулловых и зеркальных аномальных элементов электрических цепей	29
Майко Г.В., Филаретов В.В.	Преобразования ориентированных деревьев с нулловыми и зеркальными аномальными элементами	51
<i>Анализ и преобразования электронных цепей</i>		
Бондаренко А.В., Курганов С.А.	О методах построения символьных схемных функций электрических цепей с управляемыми источниками	71
Майко Г.В., Филаретов В.В.	Эквивалентные упрощения электронных схем с нулловыми и зеркальными аномальными элементами	84
Филаретов В.В.	Преобразование стягиванием зеркальных аномальных элементов в электрических цепях	102
<i>Диакоптика электронных цепей</i>		
Манин А. В., Юдин В. В., Юдин А. В.	Метод блочной селекции для анализа электрических цепей	123
Бодряков Е.Р., Курганов С.А.	Использование вырожденных и невырожденных подсхем при анализе электрических цепей методом схемных миноров	134
Майко Г.В., Филаретов В.В.	Многомерные аномальные элементы электрических цепей и их реализация	141
Бодряков Е. Р.	Расчет несимметричных трехфазных систем по частям методом независимых схемных миноров	157
<i>Анализ и диагностика электроэнергетических цепей и систем</i>		
Гришкевич А.А.	Интервальные оценки показателей структурной надежности электрических систем на основе методов оптимизации	165
Канов Л.Н.	Схемное моделирование динамического режима электрической системы	176
Костюков В.В.	Анализ переходных процессов в электроприводах методом схемных коэффициентов	182
<i>Матричный анализ и теория графов</i>		
Ерохов И.В.	Вычисление знака алгебраического дополнения элемента матрицы	190

Недорезов М.В., Филаретов В.В.	Эффективные алгоритмы разложения матричных определителей	195
<i>Цифровая электроника</i>		
Соловьева Е.Б.	Сравнительный анализ нейронных моделей нелинейных динамических систем	216
Кондаков А. В.	Синтез адаптивных предкомпенсаторов для линеаризации усилителей мощности	223
Довгун В. П., Чернышев М. О., Новиков В. В., Буянкин П. Д.	Реализация цифровых фильтров на основе каскадного соединения фазовых звеньев первого порядка	230
<i>Теория электромагнитного поля</i>		
Догадин Н. Б.	Экспериментальное исследование некоторых особенностей многолучевого распространения радиоволн сетей wi-fi в закрытых помещениях	238
Меньшов Е.Н.	Математическая модель растекания тока через непроводящую цилиндрическую решетку	247
<i>Из опыта работы</i>		
Курганов С.А.	О нахождении нулей и полюсов электрических цепей по степенным полиномам схемных функций	251
Буртаев А.А., Горшков К.С., Никулин С.А.	Символьный анализ чувствительности фильтра нижних частот	258
<i>В порядке обсуждения</i>		
Ерохов И.В.	Двойственность и дуальность электрических цепей	265
<i>Методики и расчеты</i>		
Витязь О.А.	Решение олимпиадных задач по теории электрических цепей	275
Бодряков Е.Р.	Методика подготовки студентов к олимпиадам энергетического профиля	284
<i>Из истории открытий</i>		
Ерохов И.В.	Простой способ получения фундаментальной контурной матрицы инцидентий	287
<i>Классики теории цепей</i>		
Витязь О.А.	Виталий Петрович Сигорский	297
<i>Наши юбиляры</i>		
Ягуп В.Г.	В. Т. Долбня – основатель харьковской школы применения топологических методов для анализа и синтеза электрических систем	305
<i>Научные школы</i>		
Ерохов И.В.	Школа-семинар по теоретической электротехнике и электронике	319

TABLE OF CONTENTS

<i>Synthesis of electronic networks</i>		
Svirshyova Je.A.	The symmetry and structural synthesis of nonisomorphic circuits	5
Mayko G.V.	Synthesis of electrical circuits based on the extension of the matrix of conductances by means of nullors: overview	18
Filaretov V.V.	The relationship between nullor and mirror pathological elements of electric circuits	29
Mayko G.V., Filaretov V.V.	The transformations of oriented trees with nullor and mirror pathological elements	51
<i>Analysis and transformations of electronic networks</i>		
Bondarenko A.V., Kurganov S.A.	About the methods for building the symbolic network functions of electrical circuits with controlled sources	71
Mayko G.V., Filaretov V.V.	The equivalent reductions of electronic circuits with nullor and mirror pathological elements	84
Filaretov V.V.	The transformation by means of short-circuit mirror pathological elements in electrical circuits	102
<i>Diacoptic of electronic networks</i>		
Manin A. V., Yudin V. V., Yudin A. V.	Method of block selection for network analysis	123
Bodryakov E.R., Kurganov S.A.,	The selection of degenerate and nondegenerate subcircuits for analysis of electrical circuits by means of method of circuit minors	134
Mayko G.V., Filaretov V.V.	The multidimensional pathological elements of electric circuits and their implementation	141
Bodryakov E.R.	The hierarchical calculation of unbalanced three-phase systems by means of the independent circuit minors method	157
<i>Analysis and diagnosis of electric power circuits and systems</i>		
Grischkevich A.A.	Interval estimations for structure reliability indices of electric systems based on optimization methods	165
Kanov L.N.	The circuit simulation of the dynamic operation for electrical system	176
Kostjukov V.V.	Analysis of transient processes in electric drives by means of the method of circuit coefficients	182
<i>Matrix analysis and graph theory</i>		
Erochov I.V.	The calculation of the sign for the cofactors of a matrix element	190

Nedorezov M.V., Filaretov V.V.	On efficient algorithms for the decomposition of matrix determinants	195
<i>Digital electronics</i>		
Solovyeva E.B.,	Comparative analysis of neural models of nonlinear dynamic systems	216
Kondakov A. V.	The synthesis of adaptive predistorter for linearization of power amplifiers	223
Dovgun V.P., Chernyshyov M. O., Novikov V.V., Buyankin P. D.	The implementation of digital filters based on a cascade connection the phase of the links of the first order	230
<i>Electromagnetic field theory</i>		
Dogadin N.B.	Experimental research of some particularities of multipath radio waves propagation of networks Wi- Fi indoors	238
Menshov E.N.	A mathematical model of the flow of current through a nonconductive cylindrical lattice	247
<i>From experience</i>		
Kurganov S.A.,	About finding the zeros and poles of electric circuits using of exponential polynomials circuit functions	251
Burtaev A.A., Gorshkov K.S., Nikulin S.A.	The symbolic sensitivity analysis for lowpass filter	258
<i>In order to discuss</i>		
Erochov I.V.	Two types duality for electrical circuits	265
<i>Methods and calculations</i>		
Vityaz O.A.	Solution of Olympiad tasks on the circuit theory	275
Bodryakov E.R.	Methods of teaching students for the Olympics the energy profile	284
<i>From the history of discovery</i>		
Erochov I.V.	A easy way to get the matrix incidence for fundamental loops	287
<i>Classics of network theory</i>		
Vityaz O.A.	Vitaliy Petrovich Sigorskiy	297
<i>Our jubilees</i>		
Jagup V.G.	V. T. Dolbnya – founder of the Kharkiv school of an application of the topological methods for analysis and synthesis of electrical systems	305
<i>Scientific schools</i>		
Erochov I.V.	School-seminar on the electrical engineering and electronics	319

Synthesis, analysis and diagnosis of electronic networks : The international scientific transactions.– Volume 11 / under edition V.V. Filaretov. – Ulyanovsk: Ulyanovsk state technical university, 2015. – 328 c.

This collection of scientific works continues a series of specialized collections published in Ulyanovsk State Technical University during international conferences: «Continual algebraic logic calculus and neuralmathematics in science and technics», «Conference on logic, computer science, sociology of science» and «Volgin' Readings».

In this volume discusses the theoretical questions and practical application of the modern theory of electrical and electronic networks. Including: structural synthesis, synthesis of analog and digital filters, topological analysis, decomposition and transformation of electronic circuits presented nullor and mirror pathological elements.

Recommended for specialists in the field of electronic circuitry analog and mixed discrete electronic circuits, undergraduates and graduate students of corresponding specialities.

Научное издание

**СИНТЕЗ, АНАЛИЗ И ДИАГНОСТИКА
ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ**

Международный сборник научных трудов
Выпуск 12

Под редакцией В. В. Филаретова

Компьютерная верстка В. В. Филаретов

Технический редактор М. В. Теленкова

ЛР № 020640 от 22.10.97.

Подписано в печать 20.03.2015. Формат 60×84/16.

Усл. печ. л. 16,51. Тираж 100 экз. Заказ 00.

Ульяновский государственный технический университет
432027, Ульяновск, Северный Венец, 32

Типография УлГТУ. 432027, Ульяновск, Северный Венец, 32