

Схемно-топологические модели

активных электрических цепей:

Синтез и анализ

**Труды международной конференции
«Континуальные алгебраические логики,
исчисления и нейроинформатика
в науке, технике и экономике»
(13–15 мая 2003 года)**

Том 4

Ульяновск 2003

MINISTRY OF EDUCATION OF THE RUSSIAN FEDERATION
ULYANOVSK STATE TECHNICAL UNIVERSITY

Direct topological models for active networks: Synthesis and analysis

Works of international conference «Continual algebraic logic, calculus
and neuralinformatics in science, technics and economics»

Volume 4

This conference CLIN-2003 is devoted to memory of A. N. Kolmogorov (1903–1987), outstanding scientist, who was contributing to significant development of mathematics, probability theory, constructive logic, theory of information and others.

Настоящая конференция КЛИН-2003 посвящена памяти А. Н. Колмогорова (1903–1987), выдающегося ученого, внесшего значительный вклад в развитие математики, теории вероятности, конструктивной логики, теории информации и др.

Ulyanovsk 2003

Министерство образования Российской Федерации
Международная академия информатизации
Ассоциация искусственного интеллекта
Российское философское общество
Союз научных и инженерных общественных объединений
Ульяновской области
Ульяновский Дом техники Российского Союза
научных и инженерных организаций
Ульяновский государственный технический университет

Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ

Труды международной конференции
«Континуальные алгебраические логики,
исчисления и нейроинформатика
в науке, технике и экономике»
(13–15 мая 2003 года)

Том 4

Ульяновск 2003

УДК 621.372.061 (076)

Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Труды международной конференции «Континуальные алгебраические логики, исчисления и нейроинформатика в науке, технике и экономике – КЛИН-2003» (г. Ульяновск, 13–15 мая 2003 г.) / Под общей редакцией Л. И. Волгина.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Том 4.– 115 с.

СОДЕРЖАНИЕ ТРУДОВ КОНФЕРЕНЦИИ ПО ТОМАМ

1. Прикладная философия и социология: Труды международной конференции КЛИН-2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 1.

2. Алгебраические логики, импликативная и предикатная алгебры выбора в задачах науки и техники: Труды международной конференции КЛИН-2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 2.

3. Системы искусственного интеллекта и нейроинформатика: Труды международной конференции КЛИН-2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 3.

4. Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Труды международной конференции КЛИН-2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 4.

5. Математические методы и модели в прикладных задачах науки и техники: Труды международной конференции КЛИН-2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 5.

ПРОГРАММА ПЛЕНАРНОГО ЗАСЕДАНИЯ

1. Приветственное выступление ректора УлГТУ
– **Горбоконенко Александр Дмитриевич**
2. Тенденции и направления развития вузовской науки
– **Мишин Валерий Алексеевич**
проректор по научной работе УлГТУ
3. Алгебраические логики
как основа интеллектуальных информационных технологий
– **Волгин Леонид Иванович**
зав. научной лабораторией «Наукоемкий инжиниринг» УлГТУ
4. Современная логика
– **Шуман Андрей Николаевич**
Европейский гуманитарный университет, г. Минск

Редакционная коллегия:

Вельмисов П. А.,

Волгин Л. И. (научный редактор), Климовский А. Б., Мишин В. А.,

Почкайло Н. А. (секретарь), Соснин П. И.,

Филаретов В. В. (ответственный редактор четвертого тома).

Горшков К. С. (технический редактор)

© УлГТУ, 2003

© Авторы, 2003

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДВУХПОЛЮСНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ ИЗ ЭЛЕМЕНТОВ ДВУХ ТИПОВ

Л. Н. Бондаренко

В связи с синтезом релейно-контактных и переключательных схем в [1] проведен анализ двухполюсных электрических сетей с топологической точки зрения, т.е. без учета электрических характеристик связанных между собой элементов сети. Это позволило решить ряд важных задач перечисления сетей, содержащих комбинации сопротивлений при последовательном и параллельном соединении. Кроме таких комбинаций возможны мостовые соединения типа моста *Уитстона*, причем при возрастании общего числа элементов число сетей мостового типа растет значительно быстрее, чем параллельно-последовательных.

В настоящее время для обработки аналоговых и дискретных сигналов широко используются соответственно аналоговые и цифровые фильтры, причем из-за ряда конструктивных особенностей значительное распространение получили аналоговые *RC*-фильтры и их цифровые аналоги [2]. Рассмотрение входных характеристик таких фильтров в комплексной плоскости, а также имитационное моделирование реальных объектов приводит к различным задачам для двухполюсных сетей, содержащих элементы двух типов. Для аналоговых сетей такие элементы удобно называть проводимостями и обозначать соответственно g и pC , где p – комплексная переменная, а $g = R^{-1}$.

Входная функция схемы замещения объекта является рациональной дробью $H(p) = A_m(p)/B_n(p)$, где $A_m(p)$, $B_n(p)$ – многочлены *Гурвица* соответственно степеней m и n , причем $|m - n| \leq 1$ и старший коэффициент многочлена $B_n(p)$ равен единице. По заданной входной функции можно построить различные *RC*-сети, а задачи перечисления всех возможных таких сетей и определения значений их параметров представляют определенный интерес для компьютерного моделирования. В [3] описаны некоторые алгоритмы, позволяющие без вычисления коэффициентов $H(p)$ идентифицировать значения параметров сетей определенного вида непосредственно по результатам измерений амплитудно-частотной (АЧХ) и фазочастотной (ФЧХ) характеристик исследуемого объекта.

Для решения комбинаторной задачи перечисления сетей, содержащих элементы двух типов необходимо выделить классы эквивалентности сетей, допускающих дуальные и некоторые частотные преобразования. Так как в настоящее время неизвестны методы получения всего множества сетей, реализующих заданную функцию $H(p)$ с фиксированными значениями m и n , то трудность решения такой задачи перечисления очевидна. Также имеется еще одна специфическая трудность: для сети заданной структуры бывает невозможно однозначно идентифицировать значения ее параметров даже по известной функции $H(p)$. В качестве нетривиального примера рассмотрим RC -сеть, граф которой показан на рис. 1

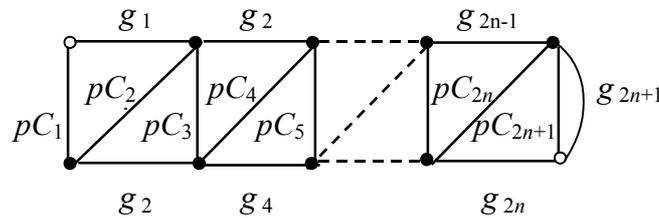


Рис.1

Если параметры двухполюсной сети нельзя вычислить по результатам измерений на внешних зажимах, обозначенных на рис. 1 пустыми кружками, то такой двухполюсник называется неразрешимым [4], причем для сети рис. 1 необходимое условие разрешимости выполняется. Для двухполюсной сети рис. 1 в зависимости от числа параметров с помощью рекуррентных соотношений (1) определяется последовательность комплексных сопротивлений $\{H_m(p)\}_1^{2n+1}$, причем степень числителя каждой рациональной функции $H_m(p)$ на единицу меньше степени знаменателя:

$$\begin{cases} A_{-1}(p) = A_0(p) = 0, & A_1(p) = C_1^{-1}, & B_{-1}(p) = B_0(p) = 1, & q_0 = -1, \\ A_m(p) = (p - q_m - e_{m-1})A_{m-1}(p) - e_{m-1}q_{m-1}A_{m-2}(p) + \\ \quad + C_m^{-1}[B_{m-1}(p) + 2\sum_{k=1}^{m-1} q_{m-1} \cdots q_{m-k} B_{m-k-1}(p)], \\ B_m(p) = (p - q_m - e_{m-1})B_{m-1}(p) - e_{m-1}q_{m-1}B_{m-2}(p), & m \geq 1. \end{cases} \quad (1)$$

В формулах (1) использованы обозначения: $q_m = -g_m C_m^{-1}$, $e_{m-1} = -g_{m-1} C_m^{-1}$.

Таким образом, задача анализа сети рис. 1 решается с использованием (1) в соответствии с заданным m , но по известной функции $H_{2n+1}(p)$ невозможно однозначно найти последовательность $\{H_m(p)\}_1^{2n+1}$, т. е. путем последовательного вычисления найти все параметры сети рис. 1, иначе реализовать сеть по ее схемной функции. Пока даже не удается найти подход для перечисления всех

сетей, полученных на основе всевозможных комбинаций методов канонической реализации *Фостера*, *Кауэра* и *Ли*, которые основаны на различных формах представления рациональной функции $H(p)$: разложении на простейшие дроби, записи в виде непрерывной дроби и использовании определенных рекуррентных соотношений, которые были модифицированы автором для построения компьютерных программ [5].

Метод канонической реализации *Кауэра* является алгоритмически наиболее простым, так как использует эффективный алгоритм *Евклида* деления многочлена на многочлен. Алгоритм преобразования сети *Кауэра* в сеть *Фостера* описан в [6]. Поэтому естественно возникает вопрос о существовании алгоритма преобразования сети *Кауэра* в сеть *Ли*.

Следует отметить, что наибольшее значение для теории *RC*-фильтров представляют канонические сети, полученные методом *Кауэра* и модифицированным методом *Ли*.

Литература

1. Riordan J., Shannon C.E. The number of two-terminal series-parallel networks // Journal of Mathematics and Physics. – 1942. – V. 21. – 2. – P. 83-93.
2. Лэм Г. Аналоговые и цифровые фильтры. Расчет и реализация. – М.: Мир, 1982. – 592 с.
3. Бондаренко Л.Н. Об идентификации систем, описываемых функцией Стилтеса // Материалы XII Международной школы-семинара "Синтез и сложность управляющих систем" (Пенза. 14-20 октября 2002 г.) – М.: Изд-во центра прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ, 2002. – С. 42-46.
4. Кнеллер В.Ю., Боровских Л.П. Определение параметров многоэлементных двухполюсников. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 144 с.
5. Бондаренко Л.Н, Добровинский И.Р., Блинов А.В. Синтез структур многоэлементных двухполюсников на основе обработки результатов измерений их иммитанса в частотной области // Измерительная техника. – 2001. – № 12. – С. 43-46.
6. Бондаренко Л.Н. Алгоритм преобразования параметров *RC*-схем // Компьютерное и математическое моделирование в естественных и технических науках: Материалы IV Всероссийской научной internet конференции. – Тамбов: ИМФИ ТГУ им. Г. Р. Державина. – 2002. – Вып. 20. – С. 59.

Бондаренко Леонид Николаевич – докторант кафедры ИИТ Пензенского государственного университета. E-mail: bond@tl.ru.

НЕПРЕРЫВНО-ЛОГИЧЕСКИЕ ВЫПРЯМИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

Л. И. Волгин, А. Б. Климовский

Функция экстремирования

$$y = \text{ext}(ax_1, bx_2) = ax_1 + bx_2 + S|ax_1 - bx_2|$$

объединяет определяющие операции непрерывной логики – операции выбора (выделения) большего $y = \max(x_1, x_2)$ (при $S = 1$) и меньшего $y = \min(x_1, x_2)$ (при $S = -1$) из двух сигналов x_1, x_2 . Здесь a и b – весовые коэффициенты.

Операция экстремирования лежит в основе функционирования всех типов выпрямительных преобразователей (преобразователи переменного напряжения в постоянное, фазочувствительные демодуляторы и модуляторы, формирование модуля и др.) [1, 2].

В частности, при $y = \max(x, -x)$ функция экстремирования воспроизводит операцию формирования модуля (двухполупериодного выпрямления) $y = |x|$ переменного сигнала $x(t)$. Функции преобразования операционных выпрямителей по рис. 1 и 2, выраженные через операции экстремирования, соответственно имеют вид:

$$\begin{aligned} V_1 &= \max\left(0, -\frac{Z_2}{Z_{11}}x_1 - \frac{Z_2}{Z_{12}}x_2\right), \\ V_2 &= \min\left(0, -\frac{Z_2}{Z_{11}}x_1 - \frac{Z_2}{Z_{12}}x_2\right), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} V_1 &= \max\left[0, \frac{r_2}{r_1 + r_2}\left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)x_1 - \frac{Z_2}{Z_1}x_2\right], \\ V_2 &= \min\left[0, \frac{r_2}{r_1 + r_2}\left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)x_1 - \frac{Z_2}{Z_1}x_2\right] \end{aligned} \quad (2)$$

(функции смещенного двухполупериодного выпрямления). При снятии выходного напряжения с симметричного выхода для рис. 1, 2:

$$V = V_1 - V_2 = \left| -\frac{Z_2}{Z_{11}}x_1 - \frac{Z_2}{Z_{12}}x_2 \right| = |a_1x_1 + a_2x_2|, \quad (3)$$

$$V = V_1 - V_2 = \left| \frac{r_2}{r_1 + r_2}\left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)x_1 - \frac{Z_2}{Z_1}x_2 \right| = |a_1x_1 - a_2x_2| \quad (4)$$

(функции смещенного двухполупериодного выпрямления).

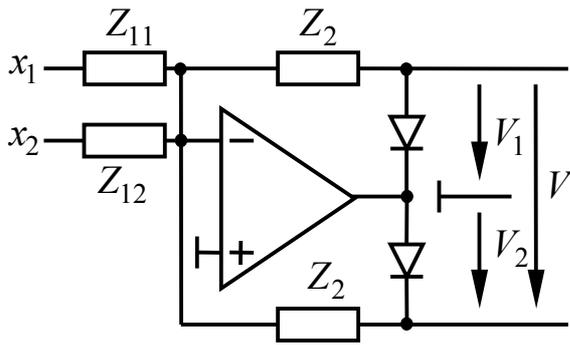


Рис. 1

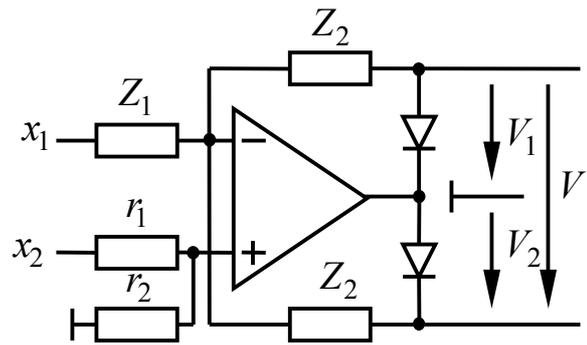


Рис. 2

При $Z_{11} = Z_{12} = Z_1 = Z_2$ и $r_1 = r_2$ коэффициенты $a_1 = a_2 = 1$, т.е. $V = |Sx_1 - x_2|$. Тогда при $S=1$ для схемы по рис. 1 $V_1 = \max(0, -x_1 - x_2)$ и $V_2 = \min(0, -x_1 - x_2)$, для схемы по рис. 2 $V_1 = \max(0, x_1 - x_2)$ и $V_2 = \min(0, x_1 - x_2)$.

Согласно (1)–(4), при $x_1 = 0$ и $x_2 = 0$ схемы по рис. 1 и 2 воспроизводят операции однополупериодного $V_i = 0,5x(1 + S \sin x)$ и двухполупериодного $V = S|x| = x \text{sign}(x)$ выпрямления. Здесь $\text{sign}(x) = |x|/x$ – сигнум-функция. На рис. 3 (а, б) приведены условные обозначения амплитудных селекторов (АС), воспроизводящих функции $y = \max(x_1, x_2)$, $y = \min(x_1, x_2)$ соответственно (1) и (2). Здесь точками обозначены инвертирующие входы (считаем, что коэффициенты $a_1 > 0, a_2 > 0$), символами обобщенной дизъюнкции «V» и конъюнкции «Λ» обозначены максимизирующий и минимизирующий АС. На рис. 3 в представлена схема включения дизъюнктивного амплитудного селектора для воспроизведения модуль-функций $|x(t)|$ – формирование абсолютного значения функции $x(t)$.

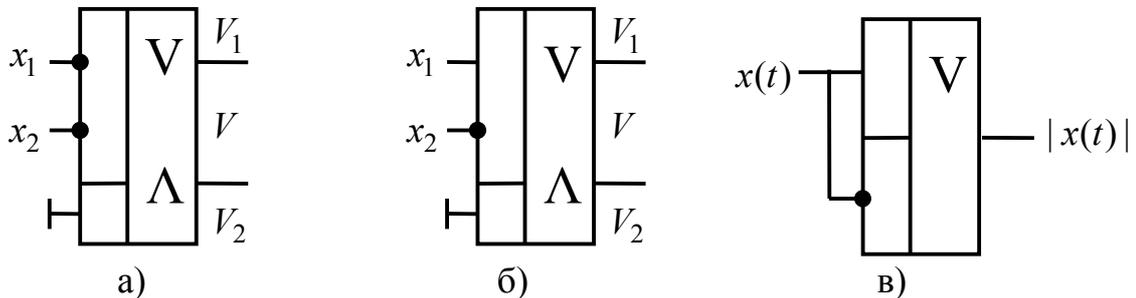


Рис. 3.

Через операцию экстремирования естественным образом может быть выражена функция амплитудной модуляции (демодуляции) [3]:

$$y = 0,5S(|x_1 + x_2| - |x_1 - x_2|). \quad (5)$$

Поскольку операция экстремирования совместима с обычными алгебраическими операциями сложения и вычитания, то функция преобразования (5) фазочувствительного выпрямителя (синхродетектора) может быть получена вычитанием уравнений (3) и (4) при $a_1 = a_2 = 1$:

$$y = \min(0, -x_1 - x_2) - \max(0, -x_1 - x_2) - \min(0, x_1 - x_2) + \max(0, x_1 - x_2).$$

Такую функцию преобразования имеет синхродетектор, описанный в [3]. В качестве другого примера выразим через операцию экстремирования функцию преобразования фазочувствительного детектора, приведенного в работе [4, рис. 11]:

$$y = -\min(-x_1 - x_2, 0) - \max(x_1 - x_2, 0) - x_2.$$

Схемотехника построения прецизионных АС к настоящему времени получила достаточное развитие [2].

Вышеизложенное создает предпосылки для формального синтеза измерительных выпрямительных преобразователей в элементном базисе АС.

Литература

1. Волгин Л.И. Измерительные преобразователи переменного напряжения в постоянное. – М.: Советское радио, 1977, 240 с.
2. Волгин Л.И., Левин В.И. Непрерывная логика. Теория и применения. – Таллин: АН Эстонии, 1990, 210 с.
3. Гэнги А. Замена трансформатора операционным усилителем в схеме фазового детектора. – Электроника, 1969, Т. 42, с. 33.
4. Greiner H. Schaltugen zur phasenempfindlichen Gleichrichtung. – Radio, Fernsehen, Elektronik, 1976, N 7, S. 145-149.

Волгин Леонид Иванович – д.т.н., профессор, заслуженный деятель науки и техники РФ, зав. научно-исследовательской лаборатории наукоемкого инжиниринга, профессор кафедры измерительно-вычислительных комплексов УлГТУ, председатель Ульяновского отделения Российского философского общества. Рабочий адрес: 432027, ул. Северный Венец, 32, УлГТУ, телефоны (842-2) 43-03-23, E-mail: Volgin@ulstu.ru. Дом. адрес: 432027, Ульяновск, ул. Л. Шевцовой, д. 54А, кв. 44, тел. 43-13-12.

Климовский Андрей Борисович – к. ф.-м. н., доцент кафедры физики УлГТУ, тел. (8422)439107.

ВЗАИМНАЯ ОБРАТИМОСТЬ И РЕВЕРСИВНОЕ ТОПОЛОГИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ АКТИВНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Л. И. Волгин, В. В. Филаретов

Принцип обратимости предполагает сохранение передаточной функции при изменении направления передачи сигнала (взаимная замена – реверс входа и выходы схемы) [1]. Обобщенный принцип обратимости или принцип взаимной обратимости справедлив для активных электрических цепей и предусматривает наряду с реверсом входа и выхода схемы, взаимную замену входов и выходов управляемых источников [2 – 5]. Реверсивное топологическое преобразование, в основе которого лежит принцип взаимной обратимости, служит для получения новых схем, эквивалентных и дуальных порождающим схемам по схемным функциям, что используется в процедурах топологического синтеза широкого класса электронных средств [6 – 8]. До сих пор для наиболее общего обоснования принципа взаимной обратимости и его следствий использовалась теорема *Теллегена* [5], матричные методы [4] и теория обратной связи [7]. Здесь предлагается новое доказательство, основанное на теории схемных определителей [9, 10] и позволяющее сформулировать схемно-алгебраический критерий обратимости многополюсника.

Реверсивное преобразование

в схемах с идеальными операционными усилителями

В работе [6] рассмотрен специальный случай реверсивного топологического преобразования для схем, содержащих идеальные операционные усилители (нуллоры), которое доказано на основе теоремы *Теллегена*. Это преобразование иллюстрируют схемы на рис. 1 и 2.

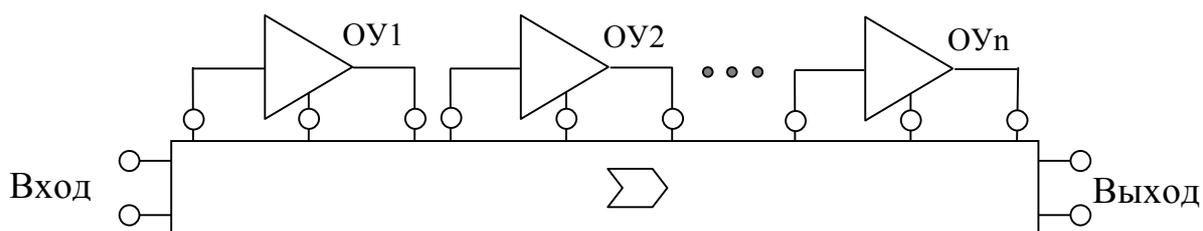


Рис. 1

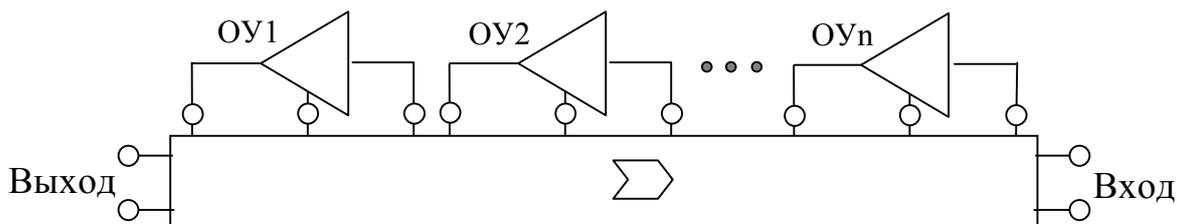


Рис. 2

На схемах показаны неинвертирующие идеальные операционные усилители (ОУ). Однако приводимое ниже обсуждение будет справедливым при использовании в качестве активной элементной базы инвертирующих ОУ, а также ОУ с дифференциальными входами и выходами. Следует подчеркнуть, что подсхема, внешняя по отношению к ОУ, не содержит активных элементов.

В работе [6] утверждается, что схемы на рис. 1 и 2 имеют одинаковые коэффициенты передачи по току и напряжению. Используем это утверждение для обоснования обобщенной формулировки принципа взаимности. В качестве аппарата исследования будем применять метод схемных определителей [9, 10].

Известно, что числители всех четырех передаточных функций некоторой схемы одинаковы. Замещая идеальные ОУ неудаляемыми управляемыми источниками (НУИ), независимый источник напряжения или тока – генератором НУИ, приемник выходного напряжения или тока – приемником НУИ, получаем для рис. 1 и 2 схемные модели числителей, представленные на рис. 3 и 4 соответственно.

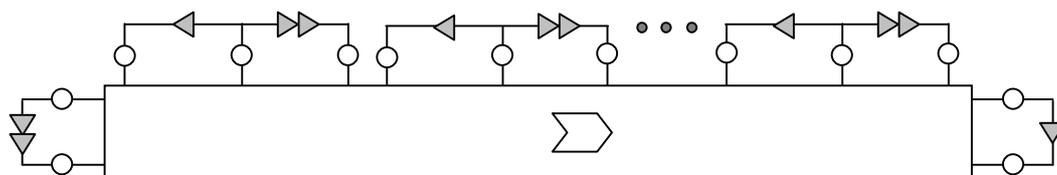


Рис. 3

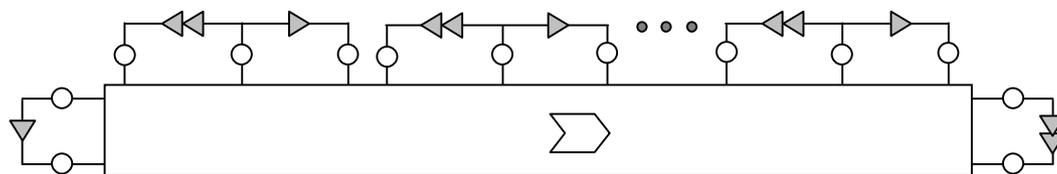


Рис. 4

Реверсивное топологическое преобразование предполагает при переходе от схемы на рис. 1 к схеме на рис. 2 замену независимого источника напряжения на источник тока и приемника напряжения (вольтметра) на приемник тока (амперметр). Отсюда получаются схемы знаменателей передаточных функций, представленные на рис. 5 и 6 соответственно.

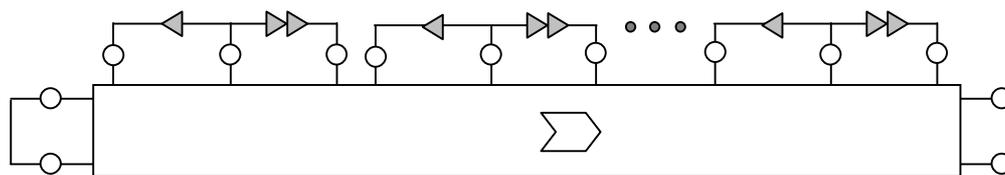


Рис. 5

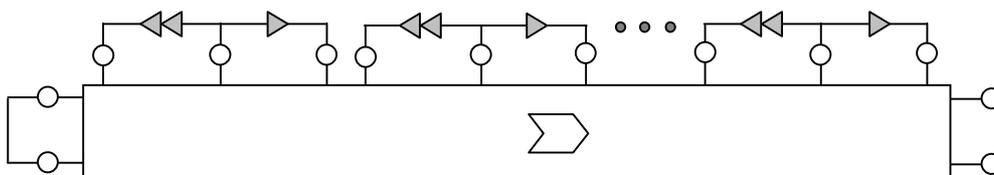


Рис. 6

Передаточная функция по напряжению схемы на рис. 1 оказывается тождественной передаточной функции по току схемы на рис. 2 в том и только в том случае, когда генераторы НУИ в схемах числителей (см. рис. 3 и 4) и в схемах знаменателей (см. рис. 5 и 6) соответствуют приемникам НУИ, и наоборот, приемники НУИ соответствуют генераторам НУИ. Отсюда вытекает схемно-алгебраический критерий обратимости для многополюсников.

Теорема. Два многополюсника являются обратимыми относительно некоторых n входов-портов (n – четное число), если определитель схемы, образованной из первого многополюсника подключением к портам $n/2$ генераторов НУИ и $n/2$ приемников НУИ, равен определителю схемы, образованной в результате замены на тех же портах генераторов НУИ – приемниками НУИ и наоборот.

Реверсивное преобразование в схемах с управляемыми источниками

Опираясь на сформулированную теорему, рассмотрим реверсивное топологическое преобразование в общем случае, когда электрическая цепь содержит управляемые источники (УИ). Прежде всего, следует отметить, что реверсивное топологическое преобразование в схемах с идеальными ОУ, справедливо не только в классах потенциальных и токовых цепей, но и в классах импедансных и адмиттансных цепей [7, 8]. Действительно, при подключении генераторов тока к входам и приемников напряжения к выходам схем на рис. 1 и 2 с учетом критерия обратимости получаем одинаковые знаменатели (вход и выход разомкнуты). В случае подсоединения генераторов напряжения к входам и приемников тока к выходам схемы знаменателей, образованные коротким замыканием входов и выходов также оказываются тождественными.

Рассмотрим схему на рис. 7.

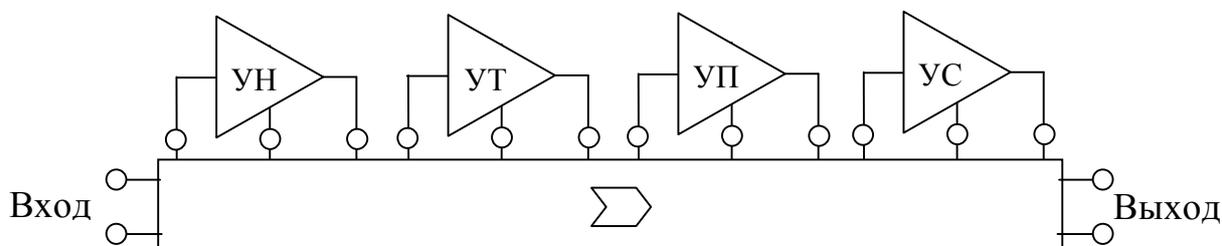


Рис. 7

Эта схема содержит все четыре типа УИ: 1) источник напряжения, управляемый напряжением, или усилитель напряжения (УН);

2) источник тока, управляемый током, или усилитель тока (УТ); 3) источник тока, управляемый напряжением, или усилитель проводимости (УП); 4) источник напряжения, управляемый током, или усилитель сопротивления (УС).

Без потери общности, как и в случае схем с идеальными ОУ, считаем, что УН, УТ, УП, УС могут быть инвертирующими, а также иметь дифференциальные входы и выходы. Как и в первом случае, существенно, что подсхема, внешняя по отношению к ОУ, не содержит активных элементов. С учетом сформулированного выше обобщенного принципа взаимности это высказывание можно уточнить: внешняя подсхема должна быть взаимной относительно входного и выходного порта схемы, а также относительно входных и выходных полюсов активных элементов. Высказывание о том, что внешняя подсхема «также может содержать управляемые источники сигнала» [8, с. 58], следует понимать так, что все активные элементы, подобно обозначенным на рис. 7 УН, УТ, УП, УС должны быть вынесены за пределы внешней подсхемы.

В работе [8] утверждается, что: 1) коэффициент передачи напряжению схемы на рис. 7 имеет такое же символьное выражение, как и коэффициент передачи тока для схемы на рис. 8, или, наоборот, коэффициент передачи тока схемы на рис. 7 имеет такое же символьное выражение, как и коэффициент передачи напряжения для схемы на рис. 8; 2) передаточная проводимость и передаточное сопротивление схем на рис. 7 и 8 совпадают.

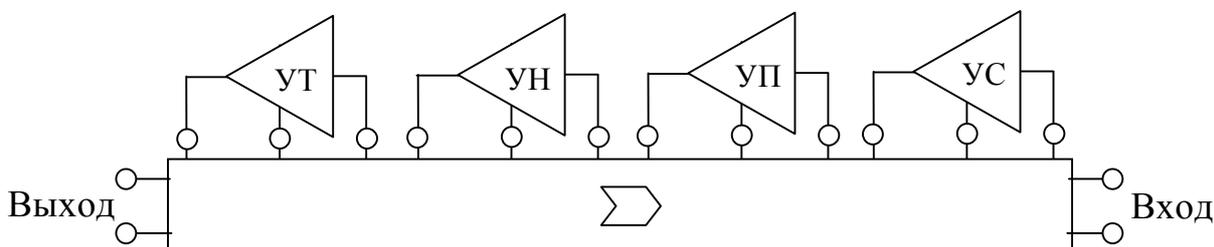


Рис. 8

Как видно, при переходе от схемы на рис. 7 к схеме рис. 8 у усилителей проводимости и сопротивления изменяется ориентация (меняются местами входы и выходы). Усилители напряжения и тока, кроме изменения ориентации, претерпевают изменение типа на дуальный, то есть УН заменяется на УТ, а УТ – на УН. При этом коэффициент усиления напряжения УН должен быть численно равен коэффициенту усиления тока УТ.

Докажем справедливость реверсивного преобразования в общем случае, используя формулу выделения параметров УИ [9]

$$\Delta = \Delta(\chi \rightarrow \text{НУИ}) + \Delta(\chi=0), \quad (1)$$

где Δ – определитель схемы (числителя или знаменателя), χ – параметр выделяемого УИ (коэффициент передачи напряжения для УН, коэффициент передачи тока для УТ, передаточная проводимость УП,

передаточное сопротивление УС). Второе слагаемое в формуле (1) соответствует нейтрализации УИ, то есть стягиванию генераторов напряжения и приемников тока, удалению генераторов тока и приемников напряжения.

Применение формулы (1) в случае выделения параметров УН и УТ соответствует следующим схемно-алгебраическим выражениям

$$\left| \begin{array}{c} \text{Circuit with } U, kU \text{ and dependent source} \\ \hline \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit with } k \text{ dependent source} \\ \hline \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit with } a, b, c \text{ nodes} \\ \hline \end{array} \right|, \quad (2)$$

$$\left| \begin{array}{c} \text{Circuit with } I, \beta I \text{ and dependent source} \\ \hline \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit with } \beta \text{ dependent source} \\ \hline \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit with } a, b, c \text{ nodes} \\ \hline \end{array} \right|. \quad (3)$$

В выражениях (2) и (3) две вертикальные линии обозначают операцию взятия определителя от заключенной между ними схемы. Напомним, что замена УН на УТ и УТ на УН в реверсивном преобразовании [7, 8], выполняется при условии $k=\beta$.

Определители схем числителей передаточных функций, формируемых для схем на рис. 7 и 8 представлены на рис. 9 и 10 соответственно, где активные трехполюсники замещены управляемыми источниками.

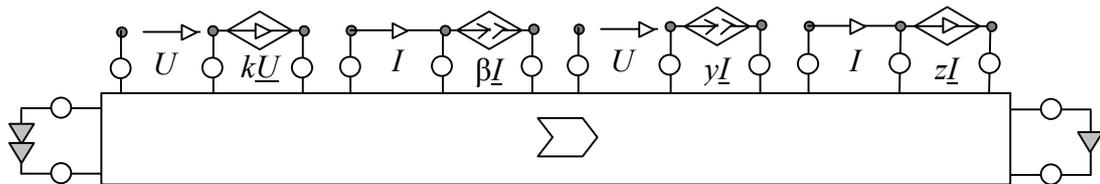


Рис. 9

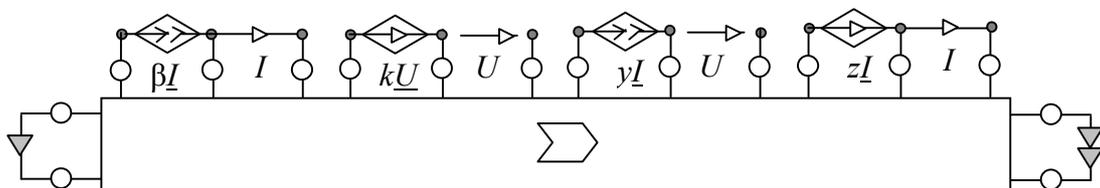


Рис. 10

Используя формулу (1), представим определитель Δ схемы на рис. 9 разложением по параметрам k, β, y и z :

$$\Delta = \Delta(k, \beta, y, z \rightarrow \text{НУИ}) + \Delta(k, \beta, y \rightarrow \text{НУИ}, z=0) + \Delta(k, \beta, z \rightarrow \text{НУИ}, y=0) + \\ + \Delta(k, y, z \rightarrow \text{НУИ}, \beta=0) + \Delta(\beta, y, z \rightarrow \text{НУИ}, k=0) + \Delta(k, \beta \rightarrow \text{НУИ}, y=z=0) +$$

$$\begin{aligned}
& + \Delta(k, y \rightarrow \text{НУИ}, z = \beta = 0) + \Delta(k, z \rightarrow \text{НУИ}, y = \beta = 0) + \Delta(\beta, y \rightarrow \text{НУИ}, z = k = 0) + \\
& + \Delta(\beta, z \rightarrow \text{НУИ}, y = k = 0) + \Delta(y, z \rightarrow \text{НУИ}, k = \beta = 0) + \Delta(k \rightarrow \text{НУИ}, y = z = \beta = 0) + \\
& + \Delta(\beta \rightarrow \text{НУИ}, y = z = k = 0) + \Delta(y \rightarrow \text{НУИ}, k = \beta = z = 0) + \\
& + \Delta(z \rightarrow \text{НУИ}, k = \beta = y = 0) + \Delta(k = \beta = y = z = 0). \quad (4)
\end{aligned}$$

Определитель Δ схемы на рис. 10, полученный аналогично приводится ниже

$$\begin{aligned}
\Delta = & \Delta(k, \beta, y, z \rightarrow \text{НУИ}) + \Delta(k, \beta, y \rightarrow \text{НУИ}, z = 0) + \Delta(k, \beta, z \rightarrow \text{НУИ}, y = 0) + \\
& + \Delta(k, y, z \rightarrow \text{НУИ}, \beta = 0) + \Delta(\beta, y, z \rightarrow \text{НУИ}, k = 0) + \Delta(k, \beta \rightarrow \text{НУИ}, y = z = 0) + \\
& + \Delta(k, y \rightarrow \text{НУИ}, z = \beta = 0) + \Delta(k, z \rightarrow \text{НУИ}, y = \beta = 0) + \Delta(\beta, y \rightarrow \text{НУИ}, z = k = 0) + \\
& + \Delta(\beta, z \rightarrow \text{НУИ}, y = k = 0) + \Delta(y, z \rightarrow \text{НУИ}, k = \beta = 0) + \Delta(k \rightarrow \text{НУИ}, y = z = \beta = 0) + \\
& + \Delta(\beta \rightarrow \text{НУИ}, y = z = k = 0) + \Delta(y \rightarrow \text{НУИ}, k = \beta = z = 0) + \\
& + \Delta(z \rightarrow \text{НУИ}, k = \beta = y = 0) + \Delta(k = \beta = y = z = 0). \quad (5)
\end{aligned}$$

Рассмотрим два предельных случая: 1) преобразование всех УИ в НУИ; 2) нейтрализация всех УИ, которые соответствуют первым и последним слагаемым формул (4) и (5). Схемы, образованные из схем на рис. 9 и 10, для первого случая представлены на рис. 11 и 12.

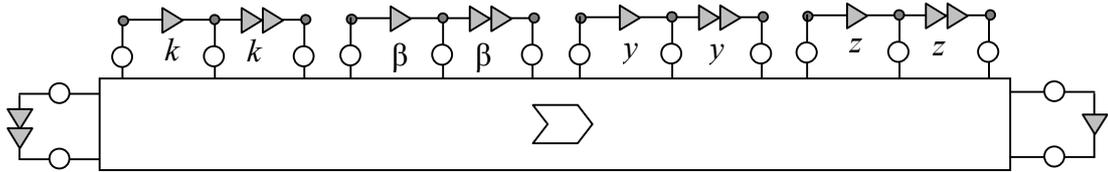


Рис. 11

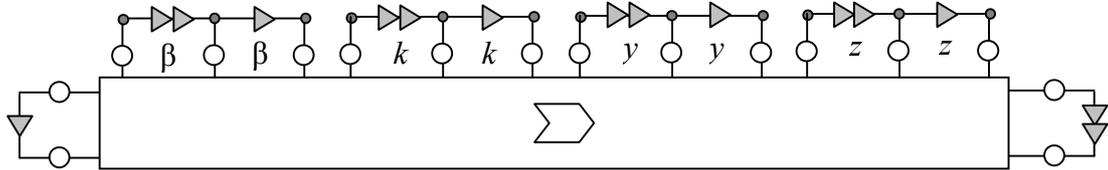


Рис. 12

Принимая во внимание ориентацию внешней подсхемы на рис. 11 и 12, предложенный выше критерий обратимости, а также условие $k = \beta$, убеждаемся в тождественности определителей

$$\Delta(k, \beta, y, z \rightarrow \text{НУИ}) = \Delta(k, \beta, y, z \rightarrow \text{НУИ}).$$

Схемы, образованные из схем на рис. 9 и 10, для второго предельного случая представлены на рис. 13 и 14.

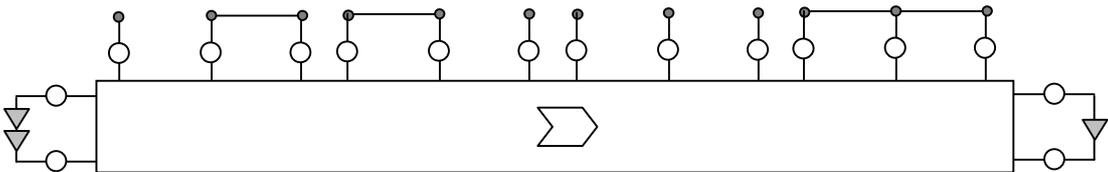


Рис. 13

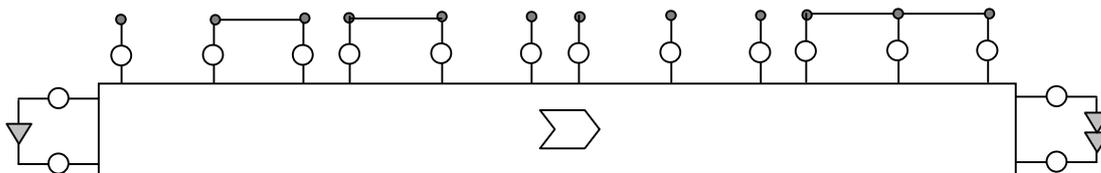


Рис. 14

Обратим внимание на то, что верхние полюса на схеме рис. 13 замкнуты и разомкнуты точно так же, как верхние полюса схемы рис. 14. Отсюда с учетом классической формулировки принципа взаимности (для 2•2-полюсника) вытекает тождественность определителей

$$\Delta(k=\beta=y=z=0) = \Delta(k=\beta=y=z=0).$$

Аналогичным образом доказывается попарная тождественность оставшихся слагаемых в выражениях (4) и (5). Следовательно, $\Delta = \Delta$.

Определители схем знаменателей, соответствующие передаточным функциям для схем на рис. 7 и 8 оказываются тождественными вследствие $\Delta = \Delta$ и взаимно дополняющих или тождественных режимов на входах и выходах схем. Действительно, короткому замыканию входа первой схемы соответствует холостой ход выхода второй подсхемы (в случае передаточной функции по току для первой схемы и передаточной функции по напряжению второй схемы или, наоборот, передаточной функции по напряжению для первой схемы и передаточной функции по току второй схемы). Короткому замыканию входа и выхода первой схемы соответствует короткое замыкание входа и выхода второй схемы (в случае передаточной проводимости). Размыканию (холостому ходу) входа и выхода первой схемы соответствует размыкание входа и выхода второй схемы (в случае передаточного сопротивления).

Таким образом, реверсивное топологическое преобразование инвариантно не только к схемным функциям (отношениям схемных определителей), как до сих пор считалось [6 – 8], но и к определителям схем, получаемым в результате этого преобразования. В частности, числитель и знаменатель любой схемной функции инвариантен к реверсированию входа-выхода схемы и активных трех и четырехполюсников, которые в ней содержатся.

Для иллюстрации реверсивного топологического преобразования рассмотрим широко известную схему инвертирующего сумматора напряжений, представленную на рис. 15 а. После реверсирования ОУ, а также замены источников напряжения на приемники тока и приемника напряжения (вольтметра) на источник тока, получаем менее известную схему преобразователя (расщепителя) тока [11], представленную на рис. 15 б. Очевидно, что передаточные функции схем на рис. 15 а и б совпадают: $U/E_k = I_k/J = -R_0/R_k$ ($k=1, 2, 3$).

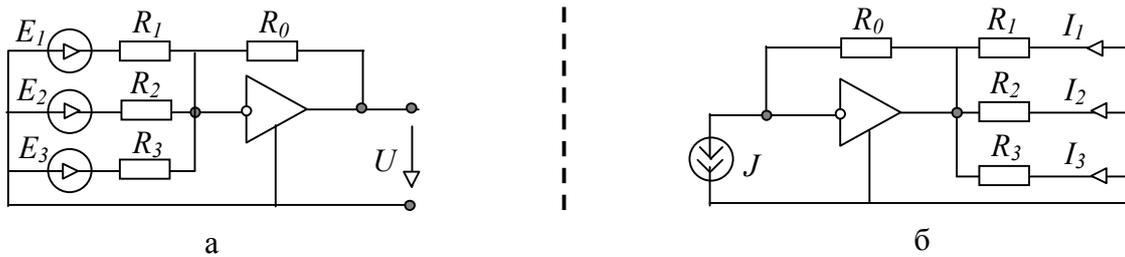


Рис. 15

Выводы

1. Предложенное схемно-алгебраическое доказательство реверсивного топологического преобразования расширило область его корректного применения для топологического синтеза активных электрических цепей.

2. Сформулированный схемно-алгебраический критерий позволяет свести задачу установления обратимости многополюсников к задаче раскрытия их символьных определителей.

Литература

1. Теоретические основы электротехники: В 2 т. Т. 1: Основы теории линейных цепей / П.А.Ионкин, А.И.Даревский, Е.С.Кухаркин, В.Г.Миронов, Н.А.Мельников.– М.: Высшая школа, 1976.– 544 с.

2. Bordewijk J.L. Inter-reciprocity applied to electrical networks // Applied Scientific Research.– Section B.– 1956.– Vol. B6.– N 1–2.– P. 1–74.

3. Von der Pfordten D. Übertragungsäquivalenz bei nichtreziproken linearen Zweitoren // Frequenz.– 1967.– N 10.– S. 312–319, N 11.– S. 356–359.

4. Демирчян К.С. Применение принципа взаимности для расчета электрических цепей с зависимыми источниками // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт.– 1974.– № 5.– С. 70–73.

5. Пенфильд П., Спенс Р., Дюинкер С. Энергетическая теория электрических цепей.– М.: Энергия, 1974.– 151 с.

6. Ребане Р.-В.П. Схемы на базе операционных усилителей.– Таллин: Изд-во «Валгус», 1976.– 83 с.

7. Волгин Л.И. Топологические преобразования электрических цепей.– Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1982.– 108 с.

8. Волгин Л.И. Топологические преобразования и синтез схем радиоэлектронных средств.– Тольятти: Изд-во Поволжского технологического ин-та сервиса.– 2000.– 173 с.

9. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– № 5.– С. 43–52.

10. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // Электричество.– 2001.– № 4.– С. 43–51.

11. Степанов А.Е., Токарева О.Н. Преобразователи тока и их применение при электро моделировании статически неопределимых рамных систем // Математическое моделирование и теория электрических цепей.– Киев: Наукова думка, 1965.– Вып. 3.

ДИСТРИБУТИВНЫЕ РЕШЕТКИ ГРАФОВ СХЕМ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ¹

А.А.Гришкевич

В [1] рассмотрена псевдобулева алгебра (дистрибутивная решетка) разрезов графа. Ниже приводится иллюстрация представленной конструкции применительно к схеме электроэнергетической системы рис. 1. Граф системы $G(V, U)$ представлен на рис. 2.

Под разрезом, разделяющим вершины $s, t \in V$ графа G , будем понимать множество неориентированных дуг и/или ориентированных дуг и/или вершин графа, удаление которых нарушает все пути из вершины s в вершину t , а никакое подмножество указанного множества таким свойством не обладает.

Минимальными разрезами будем считать разрезы, состоящие из наименьшего числа элементов. Так для графа, представленного на рис. 2, минимальные разрезы, разделяющие вершины $s = 44$ и $t = 43$ состоят из двух элементов.

Диаграмма дистрибутивной решетки минимальных разрезов приведена на рис. 3, диаграмма множества неприводимых элементов [2] – на рис. 4. Неприводимые элементы на рис. 3 выделены утолщенной линией.

Представляя минимальный разрез $m = (p, q)$, где $p \in P$, $q \in Q$, $P = \{14 < 10 < 24 < 8 < 19 < 6 < 30\}$, $Q = \{13 < 9 < 23 < 7 < 18 < 5 < 29\}$ – линейно упорядоченные множества, все множество минимальных разрезов может быть получено посредством бинарной операции \vee , производимой над неприводимыми разрезами

$$m_1 \vee m_2 = (p_1, q_1) \vee (p_2, q_2) = (\sup \{p_1, p_2\}, \sup \{q_1, q_2\}).$$

Например,

$$(24, 9) \vee (10, 7) = (\sup \{24, 10\}, \sup \{9, 7\}) = (24, 7).$$

Литература

1. Гришкевич А. А. Псевдобулева алгебра разрезов графа // Логико-алгебраические методы, модели и прикладные применения: Труды Международной конференции “Континуальные логико-алгебраические исчисления и нейроматематика в науке, технике и экономике — КЛИН–2001” / Под ред. Л. И. Волгина. – Ульяновск: УлГТУ, 2001. – Т. 3. – С. 7-9.

2. Гришкевич А. А. Дистрибутивная решетка минимальных разрезов ориентированного графа // Труды XII Байкальской международной конференции (24 июня – 1 июля 2001 г.). – Иркутск: Иркутский госуд. универ., 2001. – Том. 5. – С. 43-48.

Гришкевич Андрей Александрович – к.т.н., доцент, докторант кафедры Теоретических основ электротехники Московского энергетического института; e-mail: grishkev@math.tu-chel.ac.ru; aag@susu.ac.ru

¹ Работа выполнена при поддержке РФФИ "Урал" 01-01-96401 и губернаторского конкурса Челябинской области р2001урчел-01-04.

ГЕНЕРАЦИЯ СХЕМНЫХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ БИНАРНОГО ДЕРЕВА ФОРМУЛЫ

Р. В. Дмитришин, В. В. Филаретов

Предложен алгоритм построения бинарного дерева, отображающего формулу разложения для генерации символьных формул схемных определителей линейных активных цепей. Бинарное дерево позволяет наглядно изобразить процесс редукции схемы, а также записывать формулы как в скобочной, так и в обратной польской записях (ОПЗ).

Введение

В последние годы в теории цепей заметно возрос интерес к исследованию возможностей метода *Фойснера* для генерации формул схемных определителей [1,2,3]. Напомним, что идея свертки *Фойснера* состоит в рекурсивном упрощении схемы путем ее разложения по выбранному элементу. Например, в случае выбора некоторой проводимости у формула *Фойснера* принимает вид:

$$\Delta = \Delta_y + y * \Delta^y \quad (1)$$

где Δ - определитель схемы до разложения, $\Delta_y = \Delta_{(y=0)}$ – определитель схемы без проводимости y , $\Delta^y = \partial\Delta/\partial y$ – определитель схемы также без проводимости y , но со стянутым узлами её подключения.

Недавно область действия (1) расширена на активные цепи [2] со всеми четырьмя видами управляемых источников. Рекурсивная структура (1) позволяет применить бинарное дерево, которое раньше успешно использовалось для иллюстрации динамики процесса редукции *Фойснера* и для генерации деревьев графа пассивной цепи. Цель настоящей работы состоит в описании новой техники генерации формул схемных определителей пассивных и активных схем. Под генерацией будем иметь в виду как ручной, так и компьютерный вариант записи формулы искомого определителя схемы.

Бинарное дерево формулы *Фойснера*

Важным свойством формул схемных определителей, генерируемых по формуле (1) есть наличие вложенных скобочных выражений (подформул). Покажем на примере выделения двух элементов y_1 и y_2 в некоторой схеме факт появления скобок в рекурсии *Фойснера* (1). Пусть $\Delta = \Delta_{y_1} + y_1 * \Delta^{y_1}$. Далее $\Delta_{y_1} = \Delta_{y_1 y_2} + y_2 * \Delta_{y_1}^{y_2}$ и $\Delta^{y_1} = \Delta^{y_1}_{y_2} + y_2 * \Delta^{y_1 y_2}$. После подстановки получаем скобочную формулу:

$$\Delta = \Delta_{y_1 y_2} + y_2 * \Delta_{y_1}^{y_2} + y_1 * (\Delta^{y_1}_{y_2} + y_2 * \Delta^{y_1 y_2}) \quad (2)$$

Для генерации скобочных формул данного вида удобно использовать популярные в информатике бинарные деревья. Узлы бинарного дерева разделяются на три вида (рис. 1): корень, средние узлы и крайние узлы (листья или терминалы). Внутри круга, обозначающего узел дерева поместим выделяемый согласно (1) элемент, например y , а внутри листа –

символьное выражение определителя схемы. Таким образом, любое бинарное дерево можно изобразить с помощью соединения четырех типов ячеек: $J1$, $J2$, $L1$ и $L2$, причём

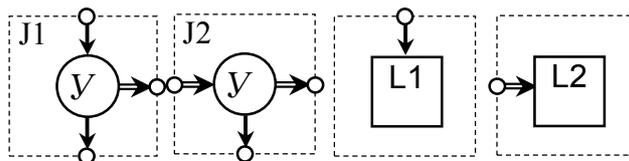


Рис. 1. Типы ячеек бинарного

каждый лист можно представить аналогичным деревом с корнем типа $J1$ или $J2$. Соединение ячеек возможно только в горизонтальном либо вертикальном направлениях через выделенные зажимы ячеек. Корень и средние ячейки соответствуют промежуточным схемам (графам). Листья отвечают элементарным схемам, которые не подлежат разложению на более простые схемы.

Закрасим желтым цветом листья, соответствующие нулевым (вырожденным) определителям. Остальные листья обозначим зелеными. Среди зеленых выделим единичные листья. На рис. 2 показаны фрагменты дерева в виде соединения средних ячеек с листьями, а также формулы, генерируемые данным типом соединения в обычной (рис. 2a и 2b) и обратной польской (рис. 2c и 2d) записях. Последовательность записи (генерации) символов в формулы соответствуют обходу узлов дерева против часовой стрелки. Точки на линии обхода обозначают место, в котором следует вписывать в формулу символ либо четко определенную группу символов. На рис 2b,d,e,f символ y обозначает выделенный элемент предыдущего (левого) узла дерева. Обратим внимание, что на рис. 2b в обычной записи генерируются скобки. Если один из листьев будет желтым, то скобки в обычной формуле излишние (рис. 2e, 2f). Естественно, что в случае единичных листьев обычная формула также упрощается. Суть рекурсивной процедуры состоит в том, что вместо листьев Δ_{y1} и Δ^{y1} могут быть любые другие допустимые комбинации ячеек дерева (фрагментов дерева). Заметим, что в ситуации, показанной на рис. 2b, в процессе обхода дерева генерируется пара скобок: открывающая при входе в ячейку типа $J2$ и закрывающая – при выходе из нее. Процесс ручной генерации формулы можно разделить на следующие этапы: выбор элемента разложения, изображение производных схем и соответствующих узлов дерева, а также вывод в формулу очередного фрагмента. Указанные работы можно проводить параллельно либо последовательно, то есть сначала нарисовать производные схемы, затем нарисовать дерево и в конце с дерева записать формулу. На рис. 3 показано пример дерева при разложении по *Фойснеру* схемы-мостика *Уитстона*. Объясним для этой схемы последовательность генерации символов формулы.

Обычная формула: запись формулы определителя (Δ_N) начинается с ячейки $C4$ поскольку лист $C3$ желтый. В соответствии с рис 2b записываем символ e , затем символ умножения (*) и открываем скобку. Далее вписываем произведение $b*c$ из листа $C5$, символ $+$, символ a , символ $*$ и содержимое листа $C6$ в скобках (для суммы слагаемых). При выходе из ячейки $C4$ вписывается закрывающая скобка. Далее по пути обхода доходим до ячейки $C7$. и для $C7$, $C8$ и $C9$ генерируем формулу, аналогично как для блоков $C4$, $C5$ и $C6$. Видим, что при входе в ячейку типа J_2 снизу необходимо скобку открывать, а при выходе из нее сверху—закрывать.

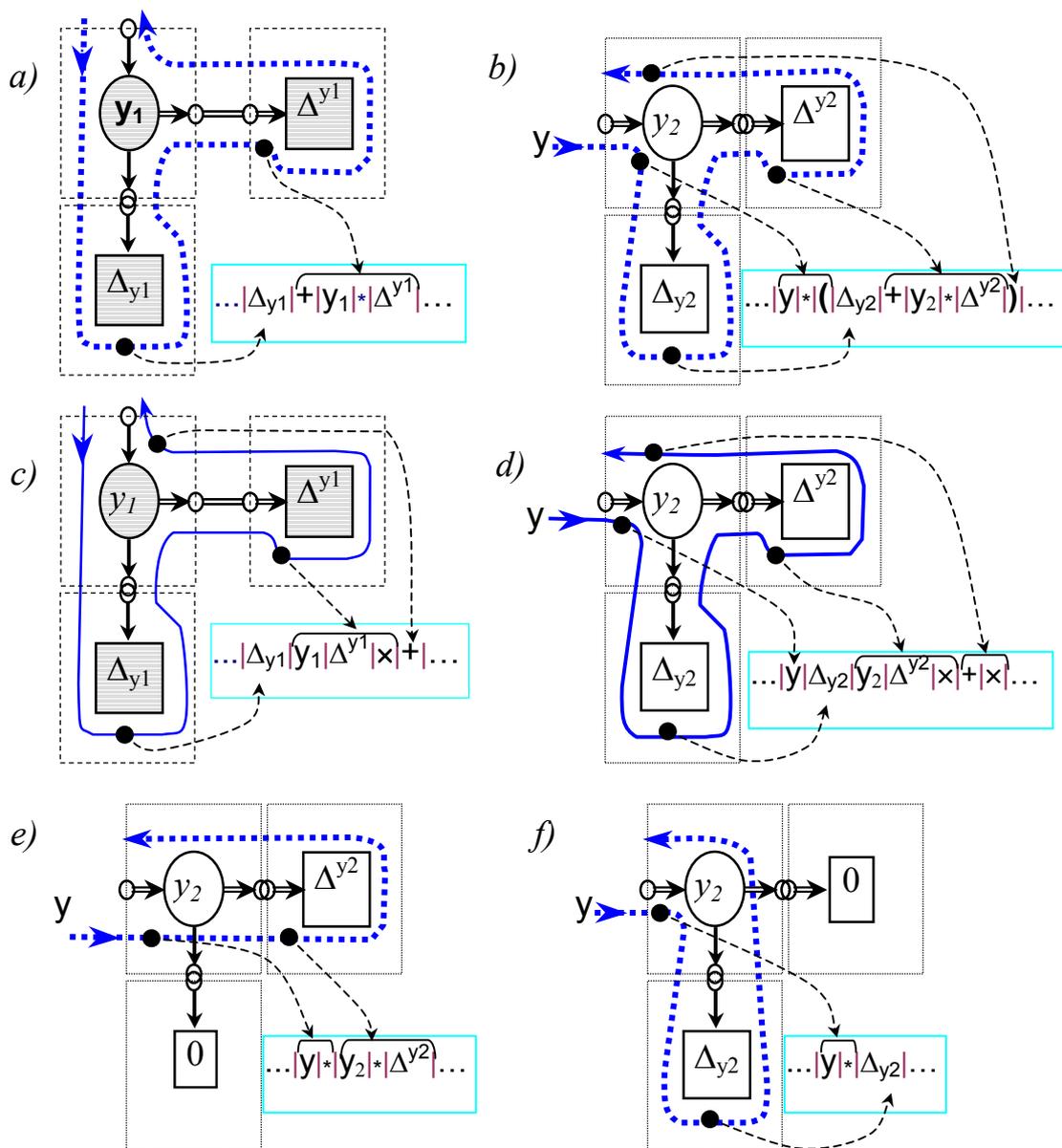


Рис. 2. Элементарные фрагменты в бинарном дереве формулы Фойнера

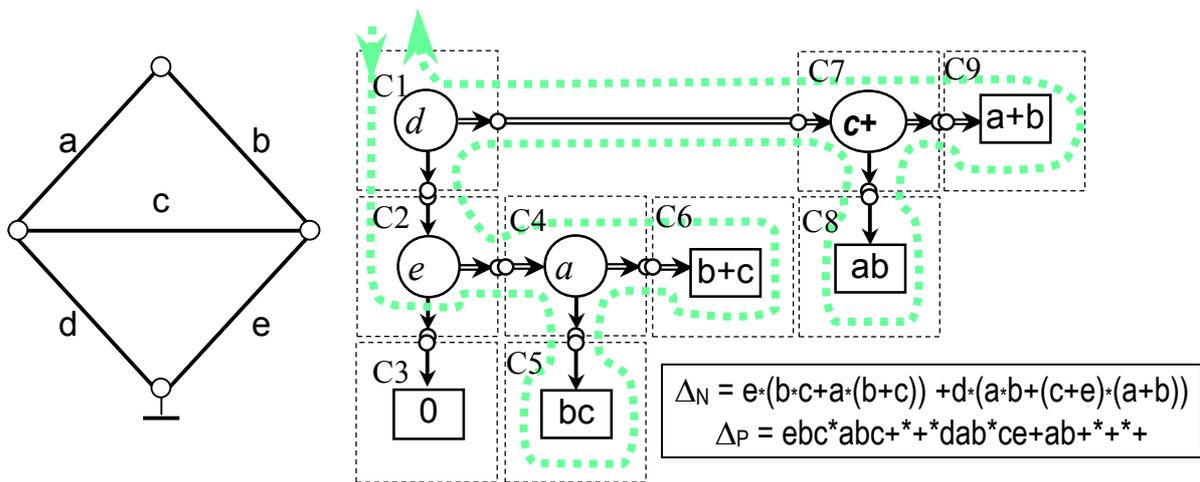


Рис. 3. Методический пример построения и обхода дерева формулы Фойснера для определителя схемы-мостика Уинстона

Обратная польская запись (ОПЗ). Идею построения бесскобочной формулы польского математика Яна Лукашевича удобно объяснить на простом примере. Пусть требуется вычислить арифметическое выражение: $2+3(6-4)$. В ОПЗ эта формула представляется как последовательность чисел и символов арифметических операций: $2,3,6,4,-,*,+$. Для вычисления данного выражения достаточно переписывать слева на право в стек операнды до появления знака арифметической операции. Тогда эта операция всегда выполняется над последним и предпоследним операндами, содержащимися в стеке. Результат вычисления записывается в предпоследнюю ячейку стека. В нашем примере вначале в четыре ячейки стека заносятся числа: $2,3,6,4$. После обнаружения во входном потоке данных операции вычитания и ее выполнения в стеке будут заняты три ячейки: $2,3,2$. Далее выполняется умножение, и в стеке останутся два операнда: $2,6$. Наконец, после принятия операции сложения в стеке останется одна активная ячейка: 8 , содержащая ответ. Как видим, удалось обойтись без необходимости трудоемкого анализа скобочной структуры арифметической формулы.

Запись ОПЗ (Δ_P) также начинается при входе в ячейку C_4 занесением символа e . Далее вписываем произведение из листа C_5 ($bc*$), символ a , содержимое листа C_6 и символ умножения. При выходе из C_4 в соответствии с рис 2d вписываем пару символов $+*$. Далее по пути обхода доходим до ячейки C_7 и для C_7 , C_8 и C_9 генерируем формулу, аналогично как для блоков C_4 , C_5 и C_6 . В конце при выходе из C_7 вписываем пару символов $(+*)$, а при выходе из C_1 – символ сложения. в виде обратной польской записи (ОПЗ). Главное достоинство ОПЗ состоит в способности быстрых вычислений в программах многовариантного анализа без необходимости перекомпиляции вычислительных формул.

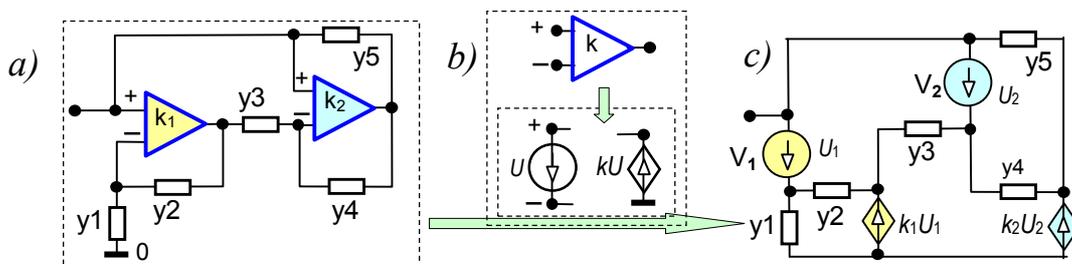


Рис. 4. Схема с неидеальными ОУ:

- а) принципиальная схема; в) – модель неидеального ОУ;
 с) – представление схемы с ИНУН1 и ИНУН2 (схема С)

Сравнивая обе формы записи, следует отметить, что трудоёмкость их выполнения примерно одинаковая. После одночасового ознакомления и тренировки студенты записывают формулы для подобного (рис. 3) дерева примерно за одну-две минуты. Однако при компьютерной генерации преимущество имеет ОПЗ, поскольку отпадает проблема генерации скобок. Дело в том, что компьютер не видит, подобно человеку, всего дерева и может оказаться, что последующие жёлтые листья приведут к появлению лишних пар скобок. Поэтому проще вначале сгенерировать формулу в ОПЗ, а затем с помощью отдельной простой программы конвертировать её в обычную скобочную запись.

Пример генерации формулы определителя активной схемы

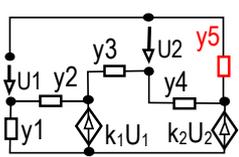
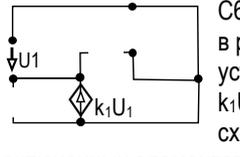
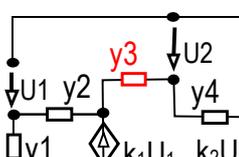
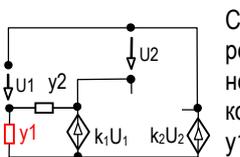
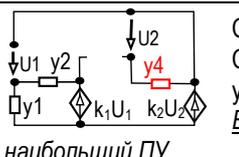
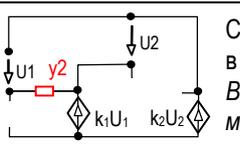
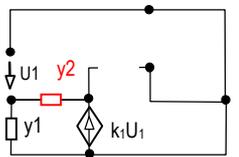
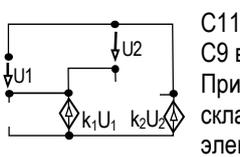
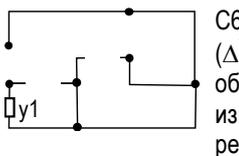
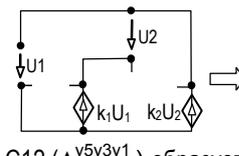
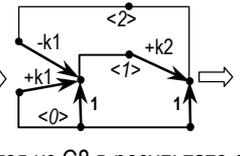
Рассмотрим пример рисования бинарного дерева и записи с него формулы определителя активной схемы с неидеальными операционными усилителями (рис. 4). Производные схемы, получаемые в процессе разложения *Фойснера*, показаны ниже в таблице. Известно, что сложность формулы существенно зависит от выбора элементов разложения [2]. В первую очередь следует выделять тот элемент схемы, который имеет максимальный или наибольший показатель участия (ПУ). Самое главное, о чём следует помнить, – это необходимость представления после выбора элемента именно двух производных схем, даже если одна из них является вырожденной (жёлтым листом). Это позволяет уменьшить вероятность потери информации.

Разложение *Фойснера* выполним по методике, описанной в [2]. Для получения формулы листа последней схемы (С12) выполнены замены ИНУН унисторными моделями [3]. Для наглядности промежуточные рисунки и комментарии поместим в таблице.

Комментарии к жёлтым листьям дерева. Промежуточная схема С1 получается из С0 путем удаления ветви y_5 , что приводит к вырожденной схеме ($\Delta_{y_5}=0$) вследствие образования изолированного узла. С4 получается из С3 путем удаления ветви y_4 , что приводит к вырожденной схеме ($\Delta_{y_5 y_3 y_4}=0$) вследствие образования изолированного узла. С10 образуется из

C9 в результате удаления y_2 , что приводит к вырожденной схеме ($\Delta_{y_5 y_3 y_1 y_2} = 0$) вследствие образования изолированного узла.

Таблица. Производные схемы для схемы на рис.4 при разложении Δ

№ схемы	Производная схема	№ схемы	Производная схема
C0	 <p>C0 образуется из схемы C путем замены вольтметров V1, V2 на управляющие напряжения U1, U2 <u>Выбираем</u> проводимость y_5, имеющую максимальный ПУ.</p>	C7	 <p>C6 ($\Delta_{y_5 y_3 y_4 y_2}$) образуется из C5 в результате стягивания y_2. y_1 устраняется как параллельный $k_1 U_1$. Остается элементарная схема из последовательно включенных элементов ИНУН1.</p>
C2	 <p>C2 (Δ_{y_5}) образуется из C0 в результате стягивания ветви y_5. <u>Выбираем</u> y_3, имеющую наибольший ПУ</p>	C8	 <p>C8 ($\Delta_{y_5 y_3}$) образуется из C2 в результате стягивания y_3. y_4 нейтрализуется, т.к. входит в контур $k_1 U_1 - k_2 U_2 - y_4$. y_1 и y_2 имеют одинаковые ПУ ($=3$). Выбираем y_1.</p>
C3	 <p>C3 ($\Delta_{y_5 y_3}$) образуется из C2 путем удаления ветви y_3. <u>Выбираем</u> y_4, имеющую наибольший ПУ</p>	C9	 <p>C9 ($\Delta_{y_5 y_3 y_1}$) образуется из C8 в результате удаления y_1. <u>Выбираем</u> y_2, имеющую максимальный ПУ</p>
C5	 <p>C5 ($\Delta_{y_5 y_3 y_4}$) образуется из C3 стягиванием ветви y_4. После этого замыкается приемник 2, нейтрализуя источник $k_2 U_2$.</p>	C11	 <p>C11 ($\Delta_{y_5 y_3 y_1 y_2}$) образуется из C9 в результате стягивания y_2. При этом два генератора складываются и получается элементарная схема</p>
C6	 <p>C6 ($\Delta_{y_5 y_3 y_4 y_2}$) образуется из C5 в результате удаления y_2. ИНУН1 нейтрализуется (висячая ветвь $k_1 U_1$). В результате получается двух-узловая схема на y_1.</p>	C12	 <p>C12 ($\Delta_{y_5 y_3 y_1}$) образуется из C8 в результате стягивания ветви y_1. Это приводит к нейтрализации-удалению ветви y_2, параллельной генератору напряжения $k_1 U_1$. Далее переходим к унисторным моделям заземленных ИНУН и вычисляем тривиально определитель унисторного графа</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 20px;">  </div> <div> $\begin{matrix} <1> & <2> \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{matrix} 1 & k_1 \\ -k_2 & 1+k_2 \end{matrix} \\ \Delta=1+k_2(1+k_1) \end{matrix}$ </div> </div>

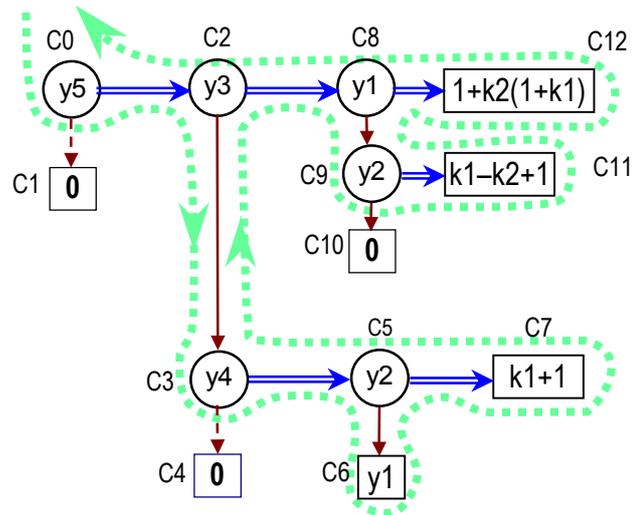
Для эффективного использования метода бинарных деревьев необходимо различать случаи рисования нижних и правых узлов дерева после выбора элемента разложения.

Нижний узел соответствует рисунку схемы после:

- удаления выбранного элемента в виде ветви или унистора,
- замены управляемого источника (УИ) нулором (НУИ [2]),
- стягивание единичной дуги заземлённого ИНУН.

Правый узел соответствует схеме после:

- стягивания ветви или унистора,
- нейтрализации УИ,
- удаления единичной дуги заземлённого ИНУН с параллельной заменой его управляющих унисторов на единицы.



На рис. 5 приведены формулы определителя в обычной и польской записях, полученных на основе обхода бинарного дерева против часовой стрелки. При обходе дерева по часовой стрелки генерируется тождественная формула с другим порядком следования символов.

$$\text{Det} = y5 \cdot (y4 \cdot (y1 + y2 \cdot (k1 + 1)) + y3 \cdot (y2 \cdot (k1 - k2 + 1) + y1 \cdot (1 + k2 \cdot (1 + k1))));$$

$$\text{Det}_{(\text{опз})} = y5, y4, y1, y2, k1, 1, +, x, +, x, y3, y2, k1, k2, -, 1, +, x, y1, 1, k2, 1, k1, +, x, +, x, +, +, x;$$

Рис. 5. Бинарное дерево и формулы определителя схемы с ОУ (рис. 4)

В заключение отметим, что применение бинарных деревьев для генерации формул схемных определителей позволяет не только упорядочить и повысить наглядность процесса разложения *Фойснера*, что важно для методики обучения, но и упростить проектирование соответствующих компьютерных программ генерации формул схемных определителей.

Литература

1. Филаретов В.В., Исследования *Вильгельма Фойснера* в области теоретической электротехники // *Электричество*.– 1992.– № 9.– С. 64–67.
2. Курганов С. А., Филаретов В. В., Анализ установившихся режимов линейных электрических цепей методом схемных определителей: Учебное пособие.– Ульяновск: УЛГТУ, 2003.– 148 с.
3. Dmytryshyn R., Modified *Feussner's* method // 7th International Workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design (SMACD-2002).– Romania, Sinaia, 2002.– P. 47-52.

Dmytryshyn Roman (Дмитришин Роман Васильевич)
 Prof. Dr. Rzeszow University of Technology, Department of Electrical and Computer Engineering, 2 W.Pola str., 35-959 Rzeszow, Poland, e-mail: rdmytr@prz.rzeszow.pl, tel.+48 17 8544120, fax:+48 17 8542088.

НУЛЛОРНО-УНИСТОРНЫЙ ПОДХОД К АНАЛИЗУ ЦЕПЕЙ С ОПЕРАЦИОННЫМИ УСИЛИТЕЛЯМИ

Р. В. Дмитришин, В. В. Филаретов, Д. В. Шеин

Предложен нуллорно-унисторный подход к генерации символьных схемных определителей цепей, содержащих два вида управляемых источников: источники тока, управляемые напряжением (ИТУН) и неидеальные заземлённые источники напряжения, управляемые напряжением (ИНУН). Эффективность смешанного подхода показана на примере генерации формул передаточной функции цепей с операционными усилителями.

Введение

В теории линейных цепей трудно найти более популярный объект анализа, чем схема с операционными усилителями (ОУ) [1]. Об этом свидетельствует хотя бы количество научно-исследовательских публикаций, посвящённых данной тематике [2 – 7]. Основная причина заинтересованности состоит не только в широком практическом применении схем с ОУ (операционные преобразователи, активные фильтры и т.д.), но и в полезных вычислительных возможностях, позволяющих, например, существенно упростить вычислительные формулы, особенно, при допущении бесконечности коэффициента усиления ОУ.

В последние годы разработан новый подход к формированию схемных определителей, основанный на использовании рекурсии *Фойснера* и модифицированных нуллоров [2, 4 – 6]. Достоинство этого подхода состоит в применении вместо унисторных моделей обычных проводимостей и стандартных электрических моделей управляемых источников. На конечном этапе применяются нуллары. Вместе с этим в некоторых случаях полезные результаты можно получить с помощью комбинации использования нуллоров и унисторных моделей ИТУН. Цель настоящей работы состоит в представлении новой техники генерации формул схемных определителей на основе смешанного нуллорно–унисторного подхода.

Общие предпосылки и определения

Вначале уточним понятие схемного определителя [4 – 6]. В качестве исходного принимаем понятие узлового или контурного определителя матрицы схемы. Кроме этого для цепи можно составить смешанные матричные уравнения. Нетрудно подсчитать, что общее количество разных формул определителей схемы равно 2^m , где m – количество пассивных двухполюсников и управляемых источников (ограничимся ИНУН), причём формулы, как правило, отличаются также количеством арифметических операций. Например, для полной схемы с тремя узлами на рис. 1 можно записать $2^3 = 8$ формул, из которых одна узловая, одна контурная и шесть

смешанных. Между разными формулами схемных определителей и узловым определителем существует очевидная взаимосвязь

$$\Delta_{(y)} = y_1 \times y_2 \times \dots \times y_p \Delta_{(C)} \quad (1)$$

схема	N	схемный определитель	*	+	Σ
	0	$\Delta_{(C)} = y_1 \cdot y_2 + y_1 \cdot y_3 + y_2 \cdot y_3$	3	2	5
	1	$\Delta_{(C)} = y_2 + y_3 + R_1 \cdot y_2 \cdot y_3$	2	2	4
	...				
	6	$\Delta_{(C)} = R_3 \cdot y_1 + R_2 \cdot y_1 + 1$	2	2	4
	7	$\Delta_{(C)} = R_1 + R_2 + R_3$	-	2	2

Рис. 1. Схемные формулы цепи, а также количество арифметических операций в них

где $\Delta_{(y)}$ – узловой определитель, $\Delta_{(C)}$ – схемный определитель, $y_1 \dots y_p$ – проводимости, выступающие в схеме в качестве сопротивлений ($y_i = 1/z_i$).

В дальнейшем для упрощения принимаем, что в схеме нет двухполюсников, представленных в форме сопротивлений. Поэтому

$$\Delta_{(y)} = \Delta_{(C)} \quad (2)$$

Условимся также, что далее символ Δ будет обозначать схемный определитель $\Delta_{(C)}$.

На рис. 2 показан популярный тестовый пример схемы с двумя неидеальными ОУ. На рис. 2b изображены две модели ОУ: схема замещения или электрофизическая (слева) и унисторная, использующая безразмерные унисторы (справа).

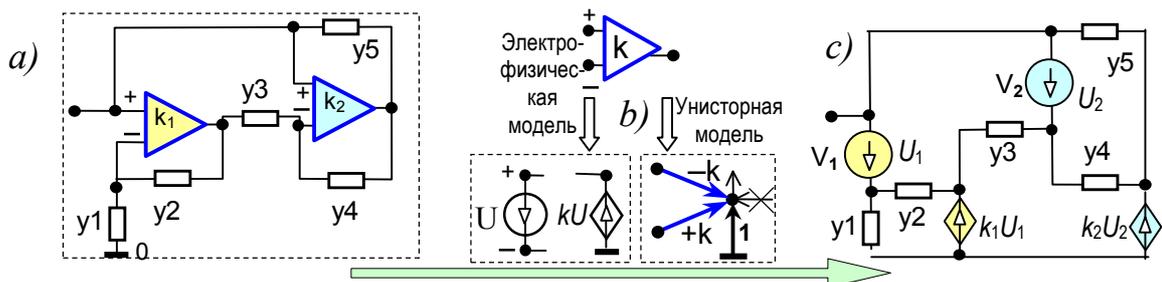


Рис. 2. Схема с неидеальными ОУ:

- а) рисунок схемы; в) – две модели неидеального ОУ;
- с) – представление схемы с ИНУН1 и ИНУН2 (схема С)

Две стрелки на выходном узле унисторной модели обозначают операцию исключения входящих унисторов (перечёркнутая стрелка) и оставления без изменений исходящих унисторов (стрелка, направленная вверх).

При анализе данных моделей согласно здравому смыслу не будем доказывать, что одна из них «лучше», а попробуем показать, что каждая из них имеет свои достоинства, проявляющиеся в разных ситуациях при генерации формул схемных определителей. Предварительно заметим, что схема замещения в виде электрофизической модели является более привычным и натуральным образом по сравнению с искусственной унисторной моделью, синтезированной на основе анализа структуры определителя матрицы проводимостей схемы. Вместе с тем унисторная модель ближе к математической сути электрофизического объекта, каковым является электрическая схема с управляемыми источниками, особенно, содержащими ИТУН и заземлённые ИНУН. А это означает определённое приближение к использованию средств символьной арифметики и численных методов.

Не менее полезным является подход, основанный на исследовании логической сложности преобразований, выполняемых на основе электрофизических и унисторных моделей, которые имеют место при разложении *Фойснера*. Часть преобразований можно выполнить на основе использования электрофизической модели, а часть – на основе унисторной модели. Главное содержание настоящей работы состоит в том, чтобы показать это действие на примере. Разумеется, необходимо также исключить несовместимость генерации формулы одного определителя двумя методами. Для этой цели рассмотрим пример вывода формул двух схемных определителей, описывающих передаточную функцию схемы на рис. 2. В таблице показан каждый шаг преобразования по *Фойснеру* при получении числителя и знаменателя передаточной функции. Начнём с общих замечаний.

Выбор элемента разложения

Выбор элемента разложения по *Фойснеру* имеет существенное влияние на количество арифметических операций в генерируемом символьном выражении схемного определителя. Сложность данной проблемы не позволяет провести исчерпывающий анализ, поэтому ограничимся общими замечаниями.

Для пассивных цепей критерий выбора основан на вычислении определителя матрицы *Трента* (ОМТ). Выбирать следует элемент, удаление которого из МТ приводит к минимальному значению ОМТ либо не изменяет его. Максимальный показатель участия (ПУ) имеет ветвь, которая входит во все деревья графа схемы. Наибольшим ПУ может обладать некоторая ветвь по отношению к другим ветвям. Для цепей с управляемыми источниками выбор исключаемого элемента усложняется. Для этого следует использовать бесскобочное выражение определителя схемы без сокращаемых слагаемых (деревьев). Дальнейшая процедура аналогична использованию для этой цели ОМТ.

Очевидно, алгоритм выбора выделяемого элемента для полных пассивных цепей имеет сложность $O(n^3)$, а для активных $O(n^{n-2})$. На порядок выше сложность алгоритма для разреженных схем. Поэтому имеет смысл использование как для активных, так и пассивных цепей, приближенных методов [6]. Общая идея оптимального выбора основана на предварительном выборе элемента, который в формуле выносится за общие скобки либо вообще не входит в формулу. Если таковых нет, то выбираем наиболее «перспективный» элемент, который в последующих шагах может обеспечить наибольший эффект в смысле группирования и вынесения за скобки. В примере анализа схемы с ОУ (рис. 2), показанном в таблицах, для выяснения сути проблемы использованы развёрнутые символьные выражения локальных определителей, получаемых, например, с помощью программы MathCAD. Разумеется, практическое использование развёрнутых выражений оправдано лишь в случаях необходимости пошагового контроля процесса ручной генерации формулы и когда требуется получить минимальную формулу любой ценой, в том числе с помощью специальной компьютерной программы.

Пример разложения Фойснера для схемы с ОУ

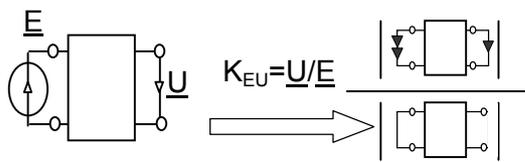
Покажем возможности метода схемных определителей (МСО) в сочетании с использованием унитарных моделей для генерации символьного выражения передаточной функции по напряжению. Анализ проведём при использовании методики, изложенной в [4 – 6]. Схема N1 получена из схемы С (рис. 2а) при использовании модифицированных нуллов (далее называемых НУИ), как это показано на рис. 3а. Исключаем проводимость u_5 путём удаления её из схемы, как входящую в контур из генератора напряжения и норатора. В общем случае такой контур может содержать более одного генератора напряжения и норатора. Простейший случай показан на рис. 3 б.

Далее выбираем в качестве параметра разложения ИНУН2. Данный выбор объясняется тем, что это единственный элемент схемы N1, нейтрализация которого приводит к закорачиванию нуллатора 0. В свою очередь на основании правила (см. рис. 3с) это является признаком вырождения схемы N2. Подтверждением правильного выбора элемента исключения в качестве ИНУН2 является анализ формулы определителя схемы С, в которой параметр k_2 присутствует в каждом слагаемом.

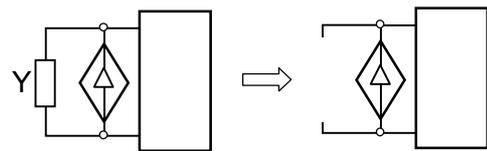
Вырождение схемы ($\Delta=0$) наступает при возникновении в ней бесконечно больших токов или напряжений. Так происходит, например, при замыкании накоротко генератора напряжения или размыкании генератора тока. Другая причина вырождения связана с появлением в схеме неопределённых по значению токов или напряжений, например, в результате замыкания амперметра (получения идеально проводящего контура) или размыкания вольтметра.

Таблица. Генерация формулы передаточной функции схемы с ОУ

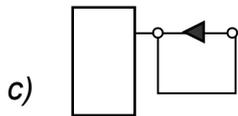
№	Нуллорно-унисторная схема	Определитель	Примечание
N1		$\Delta_{15} \equiv \Delta = k_2 \cdot (k_1 \cdot (y_2 \cdot y_4 - y_1 \cdot y_3) + (y_1 + y_2) \cdot (y_3 + y_4))$	Схема для алгебраического дополнения Δ_{15} , полученная из схемы С: 1) подсоединением норатора 0 на входе схемы и нуллатора 0 к выходу схемы (см. рис. 3а), 3) устранением проводимости y_5 , входящей в контур: норатор 0 - $k_2 U_2$ (см. рис. 3б).
N2		$\Delta_{y_5 k_2} = 0$	Схема N2 получена из N1 после нейтрализации $k_2 U_2$. Нейтрализация $k_2 U_2$ вырождает схему N2, т.к. замкнут нуллатор 0 (см. рис. 3с)
N3		$\Delta_{y_5}^{k_2} = k_1 \cdot (y_2 \cdot y_4 - y_1 \cdot y_3) + (y_1 + y_2) \cdot (y_3 + y_4)$	Схема, полученная из N1 путем: 1) взаимной замены номеров нуллаторов 2 и 0 (см. рис. 3ф), 2) исключения нуллатора 0 (см. рис. 3д), 3) замены нуллатора 2 КЗ-ветвью (см. рис. 3е) и 4) замены ИНУН1 унисторным шаблоном (см. рис. 2б)
N4		$\Delta_{y_5}^{k_2 k_1} = (y_1 + y_2) \cdot (y_3 + y_4)$	Схема, полученная из N3 путем стягивания единичной дуги ИНУН1 (k_1), что соответствует нейтрализации ИНУН1
N5		$\Delta_{y_5}^{k_2 k_1} = y_2(y_3 + y_4) - (y_1 + y_2)y_3 = y_2 y_4 - y_1 y_3$	Схема, производная от N3 в результате удаления единичной дуги ИНУН1 (k_1). Определитель унисторной матрицы схемы $\Delta_{y_5}^{k_2 k_1}$ содержит сокращаемые члены.
D1		$\Delta_{11} = k_2 \cdot y_4 \cdot y_1 + k_2 \cdot y_4 \cdot y_2 \cdot k_1 + k_2 \cdot y_4 \cdot y_2 + y_4 \cdot y_1 + y_4 \cdot y_2 \cdot k_1 + y_4 \cdot y_2 + y_3 \cdot y_1 + y_3 \cdot y_2 \cdot k_1 + y_3 \cdot y_2$	D1 - схема алгебраического дополнения Δ_{11} , полученная из схемы С замыканием узлов 1 и 0 (D1,a). Затем проводимость y_5 исключена из формулы, поскольку входит в контур с управляемым напряжением $k_2 U_2$. После этого (D1,b) ИНУН1 и ИНУН2 заменены на унисторные модели (см. рис. 2б).
D2		$A = y_1 + y_2 \cdot (1 + k_1)$	D2 есть левая подсхема в D2 (подсхема А). Составление и раскрытие элементарного определителя
D3		$B_1 = y_3 + y_4 \cdot (1 + k_2)$ $\Delta_{11} = A \cdot B_1 = (y_1 + y_2 \cdot (1 + k_1)) \cdot (y_3 + y_4 \cdot (1 + k_2))$	D3 есть правая подсхема в D2 (подсхема В) с замкнутыми узлами разделения подсхем. Составление и раскрытие элементарного определителя B_1 . Общий определитель Δ_{11} равен произведению двух подопределителей (см. рис. 5)



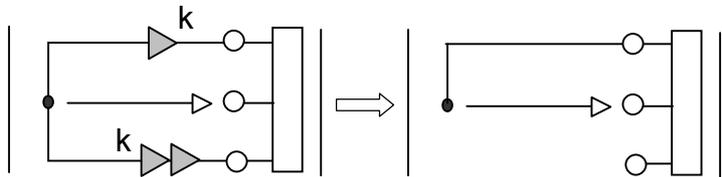
Схемно-алгебраическая формула
а) коэффициента передачи по напряжению



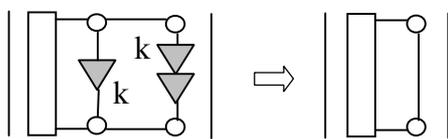
Удаление у-ветви, параллельной источнику напряжения
б)



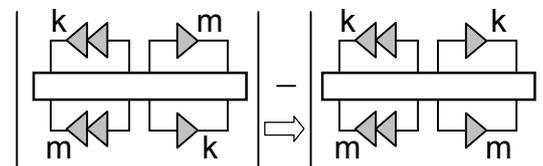
Вырождение схемы с замкнутым приёмником НУИ (нуллатором)
с)



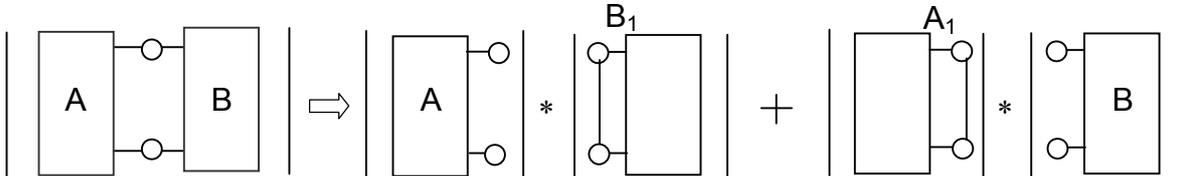
Выделение НУИ, расположенного в сечении с приёмником напряжения
d)



Замещение проводником параллельного соединения генератора и приёмника НУИ
е)



Взаимная замена номеров у приёмников НУИ (нуллаторов)
f)



Разложение определителей схем делением их на части. Случай деления на две подсхемы по двум узлам
g)

Рис. 3. Табличные решения [6] используемые при генерации формул передаточной функции схемы на рис. 2 на основе метода схемных определителей

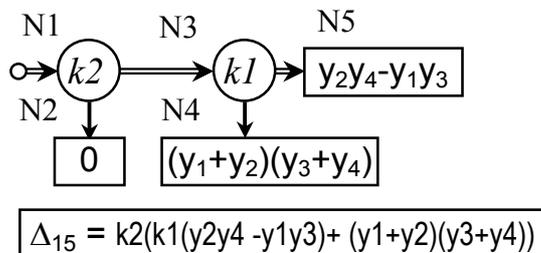


Рис. 4. Бинарное дерево числителя передаточной функции схемы с ОУ

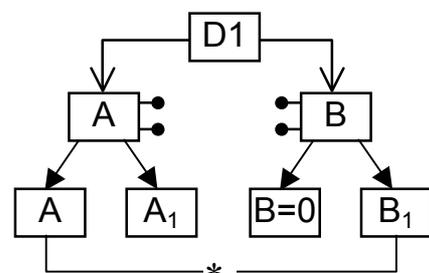


Рис. 5. Граф бисекции схемы знаменателя передаточной функции

В схеме N3 выполнен ряд преобразований, имеющий целью избавления схемы от двух нуллоров: исключения нуллора обозначенного цифрой 0 на основании рис. 3d, в также замены нуллора 2 коротко замкнутой ветвью (рис. 3e). Основное средство достижения цели заключается в замене номеров нуллаторов рис. 3f, что влечёт изменение знака определителя [2].

Далее для уменьшения количества преобразований в схеме вместо замены ИНУН1 на НУИ выполняем замену ИНУН1 унисторной моделью на основании рис. 2в. После перехода на унисторную схему выбираем в качестве параметра исключения единичную дугу этой модели. Это обозначает выбор параметра $k1$.

В схеме N4 выполнено нейтрализацию ИНУН1 после чего получается элементарная пассивная двухузловая схема с определителем $\Delta_{y5}^{k2}_{k1} = (y1+y2)(y3+y4)$. В N5 удалена единичная дуга. Для полученной схемы составлена элементарная матрица проводимостей, включающая безразмерную строку 2. Символьное раскрытие определителя предусматривает получение развёрнутого выражения, сокращение подобных и запись компактной формулы. Бинарное дерево формулы числителя передаточной функции показано на рис. 4.

Для генерации формулы определителя знаменателя передаточной функции выполнено замыкание входных узлов, замену ИНУН1 и ИНУН2 на унисторные модели и бисекцию на две части, как показано в строке D1b таблицы. Для генерации формул подопределителей использовано процедуру символьного раскрытия определителя элементарных схем, ранее использованную при формировании определителя схемы N5.

Определитель подсхемы В равен нулю, поскольку она вырождена по причине того, что входной (левый) узел изолирован (без входящих дуг). Из сравнения формул в строке D1 и D3 видим улучшение качества схемного определителя по сравнению с развёрнутым выражением: количество умножений уменьшено в 5 раз, а количество сложений – в два раза. Рисунок бисекции схемной модели знаменателя в виде графа показан на рис. 5.

Сравнение двух подходов

В работе использованы два существенно различающиеся приёма генерации формул схемных функций электрических цепей: метод схемных определителей (МСО) и метод унисторных графов (МУГ). Характеризуя эти подходы, следует указать на то, что МСО обеспечил получение формул схемных функций без использования графов и матричных определителей. При этом в некоторых случаях генерацию формулы определителя можно выполнить исключительно при использовании элементарных свойств параллельно-последовательного соединения источников тока либо напряжения с пассивными элементами активных цепей. Неоспоримым преимуществом МСО есть наличие единой методики генерации схемных

формул для всех видов управляемых источников без использования дополнительных узлов или фиктивных сопротивлений. Достоинством МСО также является решение проблемы генерации скобочных формул числителей передаточной функции, содержащих разность алгебраических дополнений. Примечательно, что указанные формулы в принципе не требуют применения процедуры приведения подобных членов для взаимного уничтожения дубликаций.

Однако не обошлось и без усложнений. Во-первых, применение и преобразование модифицированных ориентированных нуллов (названных НУИ) ничуть не проще преобразования унисторных графов электрических цепей. Во-вторых, для выполнения исключения *Фойснера* приходится использовать значительное количество (десятки) готовых решений – шаблонов, часть из которых показана на рис. 5. Использование шаблонов для генерации формул вручную требует специфических навыков, а при попытке их использования в компьютерных программах возникают сложности с программированием рекурсии и идентификации шаблонных решений, что крайне затрудняет отладку, требуя неординарной подготовки и усидчивости программиста. Такая программа CIRSVM, разработанная *В.В.Филаретовым*, размещена на сайте <http://astrometric.sai.msu.ru/~symbol> и доступна всем желающим.

МУГ, дополненный шаблонами для моделирования заземлённых неидеальных ИНУН уступает по универсальности МСО, поскольку либо не позволяет без дополнительных сопротивлений моделировать нерегулярные для узлового метода управляемые источники, либо требует анализа графа с дополнительными отрицательными проводимостями, что порождает проблему их последующего сокращения. Кроме этого МУГ для уничтожения дубликаций, в том числе при моделировании разности алгебраических дополнений, использует локализацию взаимно уничтожаемых слагаемых в конце рекурсивного разложения *Фойснера*.

С другой стороны, достоинством МУГ можно считать простоту преобразований графов (удаление пассивных элементов, унисторов и безразмерных дуг, стягивание элементов, выбор элементов по участию и т.д.). В отличие от МСО МУГ не требует создания таблиц готовых решений. Эти полезные свойства МУГ подтверждены его компактной и эффективной реализацией в программе SYMB, выполненной *Д.В.Шеиным* [3]. Не следует также считать недостатком МУГ возможность простого перехода от графа к матрице, которую можно вычислить быстрыми численными методами (метод *Гаусса*) либо аналитически, используя элементарные действия компьютерной алгебры.

Вывод

Сопоставление МСО и МУГ позволяет прийти к заключению о целесообразности создания комбинированной программы, основанной на

адаптивном применении разных процедур из арсенала МСО и МУГ. Данный подход соответствует концепции многометодных программ [8]. Разумеется, для этого необходимо провести дополнительную работу по анализу вычислительных свойств обоих методов на разных этапах разложения *Фойснера*. Однако затраты могут быть оправданы упрощением общей программы, а также сокращением процессорного времени генерации формул. В данной статье не только сделано предположение о возможности комбинированного подхода, но и рассмотрена его реализация в форме нулорно-унисторного метода, что обеспечило примерно двухкратное сокращение количества производных схем при анализе тестовой схемы (см. таблицу).

Литература

1. Волгин Л.И. Аналоговые операционные преобразователи для измерительных приборов и систем.- М: Энергоатомиздат, 1983.- 208 с.
2. Braun J. Topological analysis of networks containing nullators and norators // Electronics letters.- 1966.- Vol. 2, N 11.- P. 427-428.
3. Филаретов В.В., Шеин Д.В. Оптимальный синтез символьных функций для сложных схем с операционными усилителями // Проблемы физической и биомедицинской электроники: Сб. докл. международ. конф.- Киев: Киев. политехн. ин-т.- 1995.- С. 216-220.
4. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.- 1998.- № 5.- С. 43-52
5. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // Электричество.- 2001.- № 4.- С. 43-51.
6. Курганов С. А., Филаретов В. В., Анализ установившихся режимов линейных электрических цепей методом схемных определителей: Учебное пособие.- Ульяновск: УлГТУ, 2003.- 148 с.
7. Dmytryshyn R., Modified Feussner's method // 7th International Workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design (SMACD-2002).- Romania, Sinaia, 2002.- P. 47-52.
8. Dmytryshyn R., Kubaszek A. Multimethodical Approach and Sequence of Expressions Generation for Acceleration of Repetitive Analysis of Analog Circuits // Analog Integrated Circuits and Signal Processing.- Vol. 31.- Kluwer Academic Publishers, 2002.- P. 147-159.

Dmytryshyn Roman (Дмитришин Роман Васильевич)
Prof. Dr. Rzeszow University of Technology, Department of Electrical and Computer Engineering, 2 W.Pola str., 35-959 Rzeszow, Poland, e-mail: rdmytr@prz.rzeszow.pl, tel.+48 17 8544120, fax:+48 17 8542088.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДВУХ- И ТРЕХЭЛЕМЕНТНЫХ ДВУХПОЛЮСНИКОВ КОМБИНИРОВАННЫМ МОСТОМ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

И. Р. Добровинский, К. В. Громиков, В.А. Жадаев

Мосты переменного тока нашли широкое применение для измерения параметров электрических цепей. Они обладают высокой точностью и широким диапазоном измеряемых параметров. Мосты содержат два плеча отношения для изменения пределов измерения, содержащие образцовые элементы, и плечо сравнения, обеспечивающие создание полной шкалы мер основного предела измерения [1]. Недостатком мостов переменного тока является узкая специализация конкретной топологии и измеряемых параметров двухэлементных двухполюсников. Интерес представляет проблема разработки комбинированных мостов переменного тока, позволяющих определять отдельные значения R_x, L_x, C_x параметров электрических цепей. Примером может служить комбинированный мост переменного тока *Максвелла – Вина – Шеринга*. Схема моста представлена на рисунке 1.

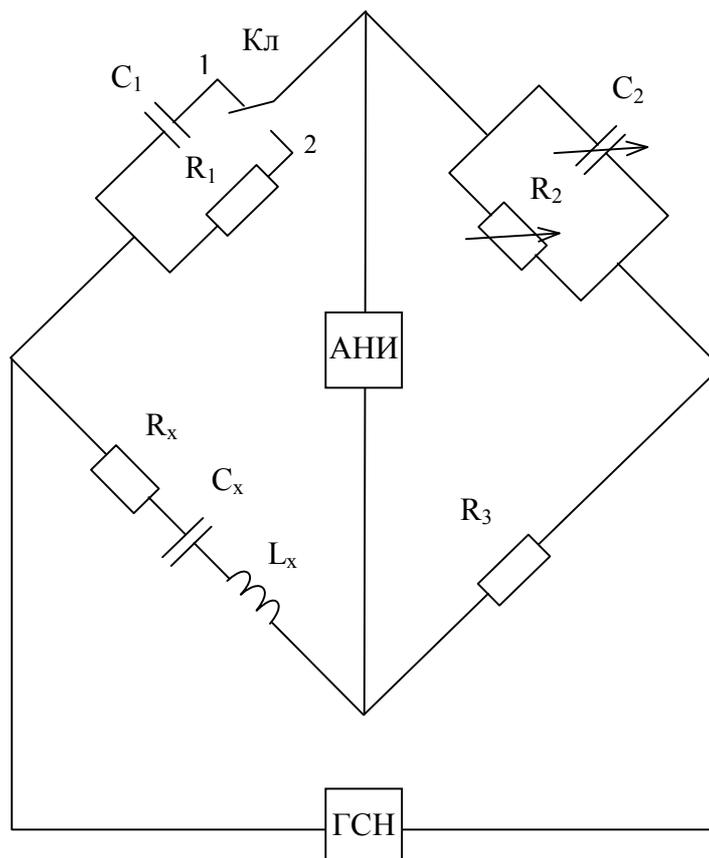


Рисунок 1

В одном из плеч отношения находятся образцовые резисторы R_1 и образцовые конденсаторы C_1 по количеству пределов измерения, переключаемые ключом К1. В положении 1 ключа реализуется схема

моста *Максвелла-Вина*, измеряется $R_x C_x$ параметры, а в положении 2 ключа – мост *Шеринга* и измеряются параметры $R_x L_x$ цепи.

Условие равновесия моста переменного тока в показательной форме записи имеет следующий вид: $\underline{Z}_x \underline{Z}_2 = \underline{Z}_1 \underline{Z}_3$. Откуда измеряемое комплексное сопротивление будет:

$$Z_x e^{j\varphi_x} = \frac{Z_1 e^{j\varphi_1} Z_3 e^{j\varphi_3}}{Z_2 e^{j\varphi_2}}. \quad (1)$$

Данному комплексному уравнению соответствует система двух уравнений в скалярной форме для модуля и фазового угла:

$$\begin{cases} Z_x = \frac{Z_1 Z_3}{Z_2}; \\ \varphi_x = \varphi_1 + \varphi_3 - \varphi_2. \end{cases} \quad (2)$$

Для моста Максвелла – Вина сопротивление плеч моста выражение (1) принимает вид: $Z_x = R_x - j \frac{1}{\omega C_x}$, $Z_1 = -j \frac{1}{\omega C_1}$, $Z_3 = R_3$, а Z_2 целесообразно представить в виде проводимости: $Y_2 = g_2 + j\omega C_2$.

Подставив данные значения плеч моста в выражение (1) получим комплексное значение измеряемого сопротивления:

$$Z_x = R_x - j \frac{1}{\omega C_x} = -j \frac{1}{\omega C_1} (g_2 + j\omega C_2) R_3. \quad (3)$$

Из последнего выражения путем преобразования активная и реактивная составляющие через параметры плеч моста будут соответственно равны:

$$R_x = \frac{C_2}{C_1} R_3 \quad \text{и} \quad C_x = \frac{R_2}{R_3} C_1. \quad (4)$$

Для моста *Шеринга* (положение 2 ключа Кл) выражения для сопротивлений плеч моста будут иметь вид: $Z_x = R_x + j\omega L_x$; $Z_1 = R_1$, $Y_2 = g_2 + j\omega C_2$, а $Z_3 = R_3$.

Комплексное значение сопротивления измеряемого плеча моста соответственно:

$$Z_x = R_x + j\omega L_x = R_1 (g_2 + j\omega C_2) R_3. \quad (5)$$

Откуда :

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_3 \quad \text{и} \quad L_x = R_1 R_3 C_2. \quad (6)$$

Таким образом, в зависимости от состояния ключа Кл будут получены в соответствии с выражениями (4) или (6) отдельные значения параметров R_x , C_x или R_x , L_x двухэлементных двухполюсников.

Для трехэлементного двухполюсника, представляющего последовательное соединение R_x , L_x , C_x элементов, необходимы измерения параметров двухполюсников на двух различных частотах напряжения

питания мостовой измерительной цепи - ω_1 и ω_2 . Результаты измерений позволяют определить активное сопротивление и эквивалентное реактивное сопротивления измеряемого двухполюсника на частоте напряжения питания ω_1 , используя выражение (4):

$$X_{\omega_1} = R_3(\omega_1 R_2 C_1). \quad (7)$$

Эквивалентное реактивное сопротивление трехэлементного двухполюсника на частоте ω_2 определяется по результатам измерений из выражения (6):

$$X_{\omega_2} = \omega_2 R_1 R_3 C_2. \quad (8)$$

Для данной топологической схемы эквивалентные реактивные составляющие комплексных сопротивлений двухполюсников на этих частотах будут соответственно равны :

$$X_{\omega_1} = -(\omega_1 C_x)^{-1} + \omega_1 L_x; \quad (9)$$

$$X_{\omega_2} = -(\omega_2 C_x)^{-1} + \omega_2 L_x. \quad (10)$$

Умножив выражение (9) на ω_2 , а выражение (10) на ω_1 и вычитая из первого выражения второе, получим:

$$\omega_2 X_{\omega_1} - \omega_1 X_{\omega_2} = \omega_1 (\omega_2 C_x)^{-1} - \omega_2 (\omega_1 C_x)^{-1} \quad (11)$$

Откуда получим значение емкости C_x измеряемого трехэлементного двухполюсника:

$$C_x = (\omega_1^2 - \omega_2^2)(\omega_2 X_{\omega_1} - \omega_1 X_{\omega_2})^{-1} (\omega_1 \omega_2)^{-1}. \quad (12)$$

Умножая выражение (9) на ω_1 , а выражение (10) на ω_2 и вычитая второе выражение из первого, получим значение параметра индуктивности L_x измеряемого двухполюсника

$$L_x = (\omega_1 X_{\omega_1} - \omega_2 X_{\omega_2})^{-1} (\omega_2^2 - \omega_1^2)^{-1}. \quad (13)$$

Таким образом, использование комбинированного моста *Максвелла – Вина-Шеринга* позволяет не только определить значения параметров RC и RL элементов двухэлементных двухполюсников, но и трехэлементных двухполюсников.

Литература

1. Мейзда М. Электронные измерительные приборы и измерения.– М.: Мир, 1990.

Добровинский Игорь Рувимович – д. т. н., профессор кафедры ИИТ. E-mail: idoobr@tl.ru
 Громиков Кирилл Владимирович – аспирант кафедры ИИТ ПГУ,
 Жадаев Владислав Александрович – аспирант кафедры ИИТ ПГУ.
 440026, Пенза, ул. Красная, 40, Пензенский государственный университет,
 кафедра “Информационно-измерительная техника”, (8412)-368-221.

ОГРАНИЧИТЕЛИ ТОКА

А. И. Зарукин

Ограничители электрических сигналов находят широкое применение в устройствах формирования и преобразования сигналов, в цепях защиты от перегрузок, в устройствах управления и контроля, в моделирующих, счетно-решающих устройствах и т. д. [1,2]. По виду выходной величины они разделяются на ограничители напряжения и тока, а по используемой элементной базе — на пассивные и активные ограничители. Первые строятся только на пассивных элементах (резисторы, диоды, стабилитроны, бареттеры и пр.); в активных ограничителях для расширения функциональных возможностей и (или) улучшения параметров наряду с пассивными используются усилительные элементы.

Схемотехника активных ограничителей напряжения подробно рассмотрена в литературе [1-6], а описание схемотехники активных ограничителей тока носит фрагментарный характер. Здесь рассмотрены принципы построения и схемотехника активных ограничителей тока (ОТ).

Структурные схемы ограничителей тока приведены на рис.1. Активные ограничители тока состоят из преобразователя входного тока в напряжение рис.1а, ограничения этого напряжения и преобразования его в ток, или нелинейного расщепления тока с целью ограничения тока рис.1б, и подачи части его на вход повторителя (усилителя) тока. Отсюда следует, что для построения ограничителей токовых сигналов возможно использовать известные принципы построения ограничителей



Рис.1

напряжения [1 - 6] путём доработки их схемных решений с учётом специфики использования в ограничителях тока. При этом рассмотрим следующие классы ограничителей тока.

Ограничители тока с нелинейным сопротивлением в цепи протекания входного тока. В ОТ первой группы рассматриваемого класса входной ток протекает через параллельно включённые резистор преобразователя тока в напряжение и нелинейный элемент, ограничивающий напряжение на резисторе в режиме ограничения. Напряжение с данной цепи поступает на вход преобразователя напряжения в ток. Функциональные схемы ограничителей данного класса приведены на рис.2а.

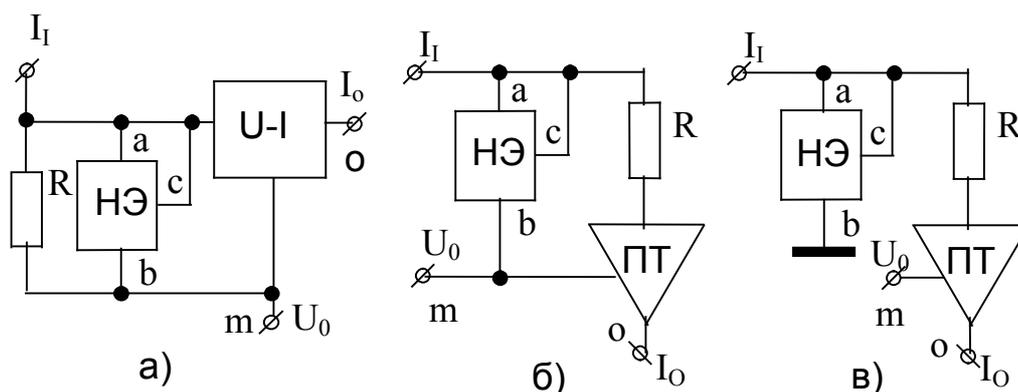


Рис.2

В качестве нелинейных элементов (НЭ) может быть использован стабилитрон или прецизионный стабилитрон TL431 (КР142ЕН19). В качестве преобразователя ток в напряжение используется повторитель тока с масштабирующим резистором.

В ОТ второй группы рассматриваемого класса и приведенных на рис.2б,в входной ток протекает через резистор преобразователя тока в напряжение и НЭ ограничивающим в режиме ограничения напряжение на резисторе. Входной ток перераспределяется между НЭ и резистором R, ток через который является входным током повторителя тока. Преимуществом устройств второй группы данного класса является подключение точки общей b НЭ к выходу источника напряжения рис.2б или к общей шине устройства рис.2в, что позволяет использовать нелинейные элементы на операционных усилителях [1]. При этом существенно повышается точность воспроизводимой функции ограничения. Недостатком устройств данного класса является увеличение погрешности функции преобразования из-за влияния выходного сопротивления источника тока или выходных сопротивлений нескольких источников тока, выходные токи которых суммируются на входе ограничителя.

Ограничители с нелинейными элементами на выходе усилителя. Наиболее полная функциональная схема ОТ данного класса приведена на рис.3. ОТ состоит из канала сигнала - преобразователя тока в напряжение на ОУ1 в инвертирующем включении, токоограничивающей цепи (ТОЦ), НЭ, делителя напряжения на резисторе R2, обеспечивающем регулировку уровня ограничения, повторителя напряжения на усилителе ОУ2,

преобразователя напряжения в ток и нелинейного элемента НЭ1 предотвращающего насыщение ОУ1.

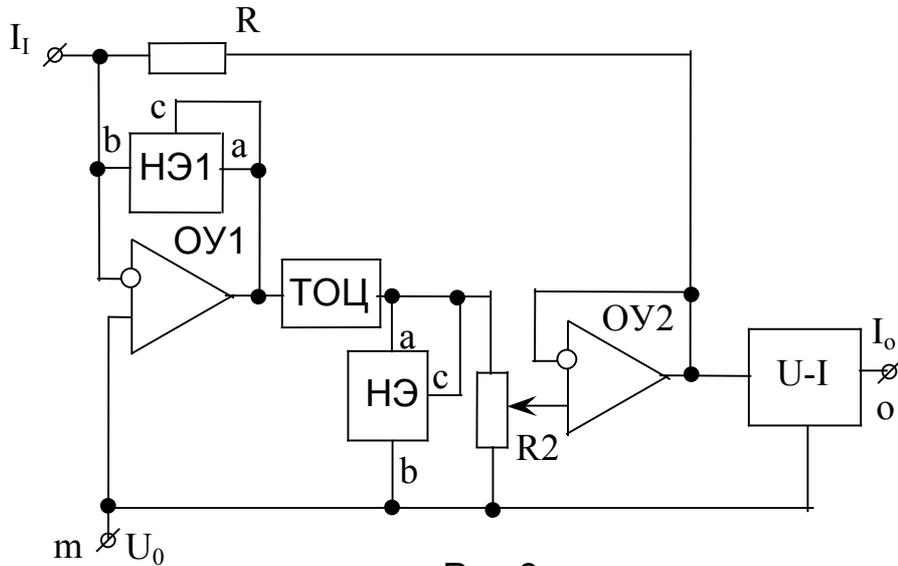


Рис.3

При выходных напряжениях $ОУ1$ выше напряжения ограничения НЭ цепь обратной связи $ОУ$ разрывается и $ОУ$ переходит в режим насыщения. Ток через нелинейный элемент определяется током токоограничивающей цепи, а выходной ток задаётся напряжением на выходе $ОУ2$, определяемым напряжением НЭ.

Ограничители тока с многопетлевыми обратными связями. $ОТ$ с многопетлевыми обратными связями рис.4 имеют более широкую полосу рабочих частот за счет предотвращения насыщения усилителей. По схемотехнике они подразделяются на $ОТ$ с подачей сигнала обратной связи на инвертирующий вход преобразователя тока в напряжение и на $ОТ$ с подачей сигнала обратной связи на неинвертирующий вход преобразователя тока в напряжение. Рассмотрим два варианта построения $ОТ$ рис.4а,б с подачей сигнала обратной связи на неинвертирующий вход преобразователя тока.

На рис.4а приведён $ОТ$, обеспечивающий линейное усиление выше заданного уровня входного тока. Условием работы $ОТ$ рис.4 является условие $U_2 > U_0$. Здесь при уровне входного тока $I_i > (U_2 - U_0)/I_1 \cdot R_1$ имеем линейное усиление тока. В этом случае открыт диод VD_2 и закрыт транзистор VT . При меньшем уровне входного тока транзистор VT открывается и $ОУ2$ увеличивая напряжение на неинвертирующем входе $ОУ1$ поддерживает напряжение на его выходе равным напряжению U_2 . В $ОТ$ рис.4б при уровне входного тока $I_i > (U_2 - U_0)/I_1 \cdot R_1$ имеем линейное усиление тока. В этом случае открыт диод VD_2 и транзистор VT . Напряжение на инвертирующем входе $ОУ2$ поддерживается равным U_2 . При уровне входного тока меньшем вышеуказанного значения диод VD_2 и транзистор VT закрываются, открывается диод VD_1 , и $ОУ2$, увеличивая

напряжение на неинвертирующем входе ОУ1, поддерживает напряжение на его выходе равным напряжению U_2 .

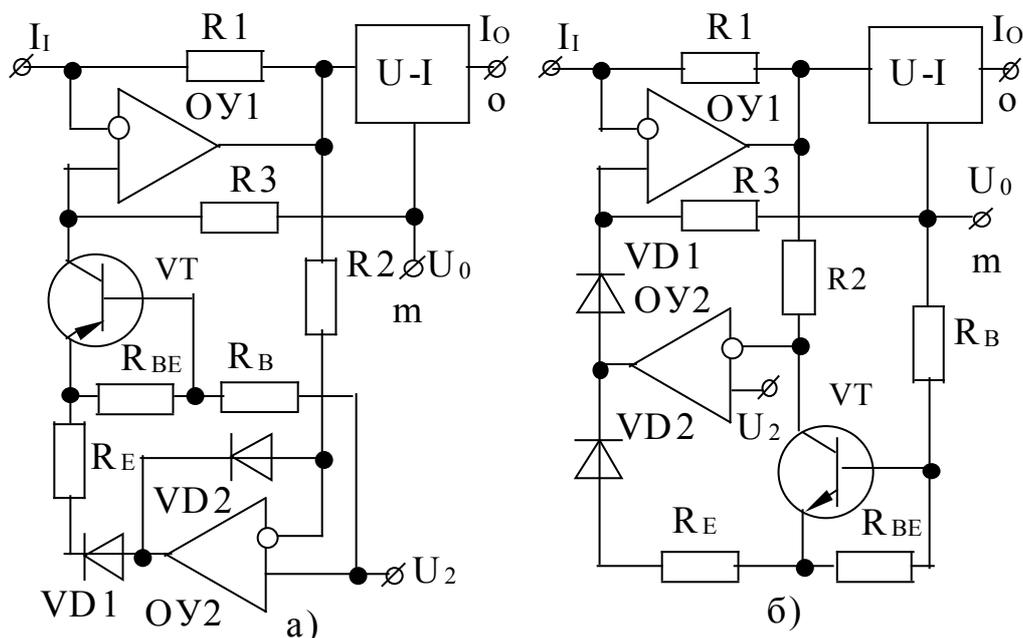


Рис.4

1. Волгин Л.И., Ефимов А.В., Зарукин А.И. Ограничители напряжений на операционных усилителях (методы построения, схемотехника). Измерения, контроль, автоматизация. Научно-технический сборник обзоров / ЦНИИТЭИ приборостроения.- М.:1984, N2(50). -С.27-37.
2. Волгин Л.И., Ефимов А.В., Зарукин А.И. Амплитудные селекторы (принципы построения, схемотехника). Измерения, контроль, автоматизация. Научно-технический сборник обзоров / ЦНИИТЭИ приборостроения. -М.:1983, N4(48). -С.30-40.
3. Проектирование и применение операционных усилителей / Под ред. Дж. Грэма. -М.: Мир, 1974.- 510 с.
- 4.Т.Шаталов А. С., Гринберг Л. С., Шаталов Ю. А. Функциональные формирователи электронных сигналов.- М.: Энергия, 1974. - 368 с.
5. Келечсаев Б.Г. Нелинейные преобразователи и их применение. - М.: Солон, 1999. -304с.

Зарукин Александр Игоревич – к.т.н., с.н.с., сотрудник Ульяновского филиала военной академии тыла и транспорта, соискатель кафедры “Измерительно-вычислительные комплексы” Ульяновского государственного технического университета.

Раб. адрес: 432050, г. Ульяновск, ул. К. Маркса 39а. Раб. тел.(8422) 349461. Дом. адрес: 432063, г. Ульяновск, ул. Пушкинская 4 кв.116. Дом. тел.(8422)322345.

СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕПНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

С. А. Курганов

Цепные (А и В) параметры проходных четырехполосников нашли широкое применение при анализе фильтров, трансформаторов, длинных линий, усилителей и других устройств, использующих каскадное соединение составных частей [1]. Поскольку в настоящее время все чаще используются аналитические методы исследования цепей [2], то представляет интерес определение цепных параметров в символьной форме.

Рассмотрим с этой целью метод схемных определителей [3, 4], позволяющий путем эквивалентных преобразований исходных схемно-аналитических выражений получить символьные выражения для шести известных схемных функций – это входное сопротивление и проводимость, передаточные сопротивление и проводимость, коэффициенты передачи напряжения и тока.

Однако использовать непосредственно предлагаемые в [4] схемные уравнения для определения цепных параметров четырехполосника не удается. Убедимся в этом. Запишем сначала уравнение четырехполосника

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Для определения А-параметров используем обычно применяемый метод холостого хода и короткого замыкания [1]. В этом случае параметр \underline{A}_{11} находится по формуле

$$\underline{A}_{11} = \underline{U}_1 / \underline{U}_2 \quad (2)$$

при $\underline{I}_2 = 0$, то есть при разомкнутой второй стороне четырехполосника. Предлагаемое же в [4] схемное уравнение предполагает в соответствии с (2) подключение ко второй стороне четырехполосника источника ЭДС \underline{E}_2 , что невозможно. Аналогичные противоречия возникают и при рассмотрении других элементов матриц А и В. В связи с этим представляет интерес задача получения схемно-алгебраических формул для непосредственного нахождения элементов указанных матриц в символьной форме.

Обсудим ограничения, которые налагаются при определении элемента \underline{A}_{11} . Уже было отмечено, что вторая сторона четырехполосника должна быть разомкнута. К первой стороне может быть подключен источник ЭДС $\underline{E}_1 = \underline{U}_1$ или источник тока \underline{J}_1 . Результаты расчета должны быть одинаковыми. Исследуем сначала первый вариант схемы, который изображен на рис. 1 а.



Рис. 1

В соответствии с [4] найдем коэффициент передачи четырехполюсника от первой стороны (от источника) ко второй разомкнутой (на холостом ходу) стороне

$$K_{21}^{1E2x} = \underline{U}_2^{1E2x} / E_1 = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \downarrow \\ \text{---} \end{array} \right| \Bigg/ \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| . \quad (3)$$

Верхним индексом у переменных и схемных функций будем отмечать состояние сторон: «х» – холостой ход, «к» – короткое замыкание, «E» – подключение ЭДС, «J» – подключение тока. Искомый параметр A_{11} найдем по формуле (2) с учетом, что $\underline{U}_1 = E_1$, а $\underline{U}_2 = \underline{U}_2^{2x}$. Используя для этого выражение (3), получаем

$$A_{11} = E_1 / \underline{U}_2^{2x} = 1 / K_{21}^{2x} = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \Bigg/ \left| \begin{array}{c} \downarrow \\ \downarrow \\ \text{---} \end{array} \right| . \quad (4)$$

Рассмотрим второй вариант определения параметра A_{11} . Для этого подключим к первой стороне четырехполюсника источник тока J_1 (см. рис. 1б), а вторую сторону разомкнем. Запишем параметр в соответствии с (2) и схемой на рис. 1б

$$A_{11} = \frac{\underline{U}_1^{1J2x}}{\underline{U}_2^{1J2x}} = \frac{Z_{21}^{1J2x} J_1}{Z_{11}^{1J2x} J_1} = \frac{Z_{21}^{1J2x}}{Z_{11}^{1J2x}} . \quad (5)$$

В соответствии с [4] учтем в (5) схемные уравнения передаточного Z_{21}^{1J2x} и входного Z_{11}^{1J2x} сопротивлений. Сокращая одинаковые знаменатели этих схемных функций, приходим к выражению (4). Таким образом, рассмотренные два варианта вывода параметра A_{11} дают один и тот же результат.

Найдем схемно-алгебраическое выражение (САВ) для следующего элемента матрицы A . Параметр

$$\underline{A}_{11} = \underline{U}_1 / \underline{I}_2 \quad (6)$$

при $\underline{U}_2 = 0$, то есть при замкнутой второй стороне четырехполюсника. Здесь также не может быть непосредственно использовано схемное уравнение для передаточного сопротивления [4], поскольку ко второй стороне не может быть подключен источник тока. Вторая сторона должна быть замкнута, а к первой стороне может быть подключен или источник ЭДС E_1 , или источник тока J_1 , как показано на рис. 2 а и б, поскольку уравнением (1) не предъявляется к первой стороне каких-либо требований.



Рис. 2

Для схемы на рис. 2 а параметр

$$A_{12} = \frac{U_1^{1E2k}}{I_2^{1E2k}} = \frac{E_1}{I_2^{1E2k}} = \left(\frac{I_2^{1E2k}}{E_1} \right)^{-1}. \quad (7)$$

Выражение в скобках (7) представляет собой в соответствии с [4] передаточную проводимость от первой ко второй стороне четырехполюсника Y_{21}^{1E2k} и, следовательно, параметр

$$A_{12} = 1 / Y_{21}^{1E2k} = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| / \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|. \quad (8)$$

Для схемы на рис. 2 б получается то же самое выражение A_{11} .

Вывод САФ для A_{21} и A_{22} выполняется аналогично САФ (4) и (8) с помощью схем на рис. 1 и 2 соответственно. У всех полученных элементов матрицы A одинаковый знаменатель, поэтому ее можно представить компактно в следующем виде

$$A = \frac{1}{\left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|} \left[\begin{array}{cc} \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| & \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \\ \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| & \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \end{array} \right]. \quad (9)$$

Аналогичным образом находятся параметры матрицы B . Здесь запишем лишь результат. Схемно-алгебраическая матрица

$$B = \frac{1}{\left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|} \left[\begin{array}{cc} \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| & \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \\ \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| & \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \end{array} \right]. \quad (10)$$

Вывод: Предложенные САФ (9) и (10) позволяют формировать символьные выражения для цепных параметров проходных четырехполюсников.

Литература

1. Попов В.П. Основы теории цепей.– М.: Высш. шк., 2000.– 575 с.
2. Бутырин П.А., Алпатов М.Е. К созданию аналитической теории трансформаторов // Изв. АН России. Энергетика.– 2002.– № 2.– С. 44-53.

3. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– № 5.– С. 43-52.

4. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // Электричество.– 2001.– № 4.– С. 43-51.

Курганов Сергей Александрович – к.т.н., доцент кафедры электроснабжения Ульяновского государственного университета (УлГТУ). 432027 Ульяновск, ул. Северный Венец, 32, УлГТУ; служ.тел. 43-91-05.

О ПРИМЕНЕНИИ ОПЕРАЦИОННЫХ УСИЛИТЕЛЕЙ ДЛЯ КОМПЕНСАЦИИ ИМПЕДАНСОВ НЕЗАВИСИМЫМИ ИСТОЧНИКАМИ

С. А. Курганов, В. В. Филаретов

Классическая теорема компенсации предусматривает замещение сопротивления независимым источником напряжения, как показано стрелкой на рис. 1 [1]. В общем случае сопротивление может быть комплексным (импедансом). Обратим внимание на то, что традиционной схеме замещения импеданса независимым источником с комплексным напряжением \underline{E} можно сопоставить схему, содержащую, кроме \underline{E} , идеальный операционный усилитель (ОУ). Соответствующая схема приведена на рис. 1 справа. В ней ОУ используется как повторитель напряжения. Эквивалентность последней схемы первым двум вытекает из равенства нулю напряжения на входе идеального ОУ. Исключительно важно, что сопротивление может быть скомпенсировано источником напряжения, который включен между любой другой парой узлов схемы.

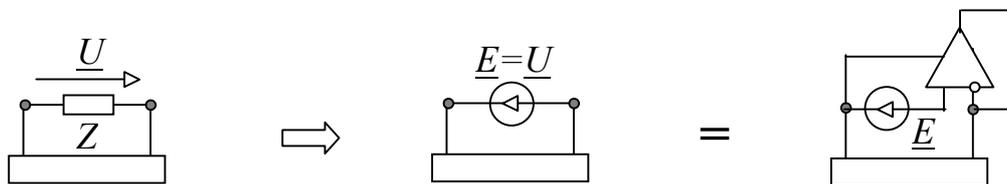


Рис. 1

Теорема. Ветвь с импедансом Z в произвольной линейной электронной цепи может быть замещена источником комплексного напряжения, который включен между любой парой узлов схемы, в соответствии с рис. 2.

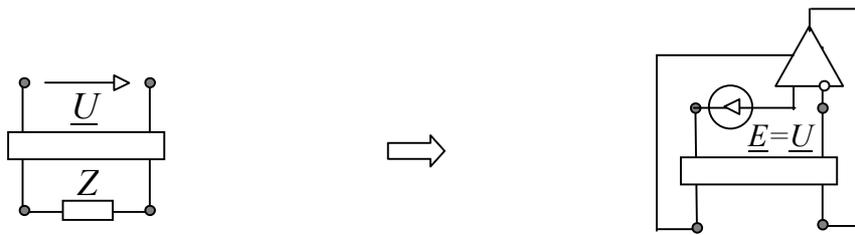


Рис. 2

В частном случае, когда пары узлов резистора и источника напряжения совпадают, доказательство теоремы очевидно (см. рис. 1). Для доказательства сформулированной теоремы в общем случае используем рис. 3 и метод схемных определителей [2, 3].

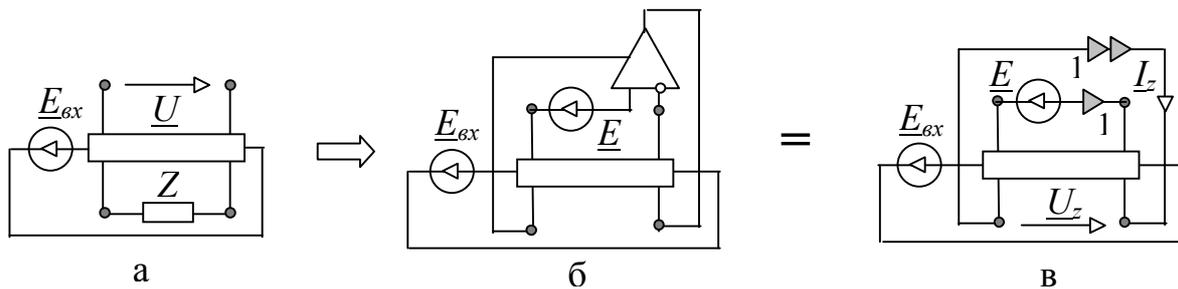


Рис. 3

Чтобы сократить требуемые выкладки, будем полагать, что исходная схема на рис. 3 а до преобразования содержала единственный источник воздействия $\underline{E}_{вх}$. Компенсируем в ней сопротивление Z источником напряжения $\underline{U}=\underline{E}$, как показано на рис. 3 б, и докажем эквивалентность указанных схем.

Представим идеальный ОУ схемой замещения, содержащей неудаляемый управляемый источник (НУИ) [2], как показано на рис. 3 в. НУИ образуется двумя ветвями – генератором и приемником. На рис. 3 в этому НУИ, равно как его генератору и приемнику, присвоен номер 1. Поскольку структуры схем идентичны, то остается доказать попарную эквивалентность всех соответствующих элементов. Прежде всего отметим совпадение в обеих схемах источников воздействия $\underline{E}_{вх}$ и трехсторонних многополюсников. Эквивалентность приемника напряжения \underline{U} , ток через который равен нулю, в схеме на рис. 3 а и последовательного соединения ветви $\underline{E}=\underline{U}$ с приемником НУИ вытекает из того факта, что напряжение и ток на входе идеального ОУ одновременно равняются нулю.

Теперь докажем эквивалентность сопротивления Z и генератора НУИ. Для этого достаточно показать (см. рис. 3 в), что

$$\underline{U}_z / \underline{I}_z = Z. \quad (1)$$

В силу принципа наложения можно записать

$$\underline{U}_Z = \underline{K}_{E_{BX}Z} \underline{E}_{BX} + \underline{K}_{EZ} \underline{E} \quad \text{и} \quad \underline{I}_Z = \underline{Y}_{E_{BX}Z} \underline{E}_{BX} + \underline{Y}_{EZ} \underline{E}, \quad (2)$$

где $\underline{K}_{E_{BX}Z}$, \underline{K}_{EZ} – коэффициенты передачи напряжения от источников \underline{E}_{BX} и \underline{E} соответственно к сопротивлению Z ; $\underline{Y}_{E_{BX}Z}$, \underline{Y}_{EZ} – передаточные проводимости от источников \underline{E}_{BX} и \underline{E} соответственно к сопротивлению Z .

Указанные в (1) схемные функции (СФ) можно представить в виде схемно-алгебраических выражений [3]

$$\underline{U}_Z = \frac{1}{\Delta} \left(\left| \begin{array}{c} \text{1} \\ \text{2} \end{array} \right| \underline{E}_{BX} + \left| \begin{array}{c} \text{2} \text{ 1} \\ \text{2} \text{ 1} \end{array} \right| \underline{E} \right) \quad (3)$$

и

$$\underline{I}_Z = \frac{1}{\Delta} \left(\left| \begin{array}{c} \text{1} \\ \text{2} \end{array} \right| \underline{E}_{BX} + \left| \begin{array}{c} \text{2} \text{ 1} \\ \text{2} \text{ 1} \end{array} \right| \underline{E} \right), \quad (4)$$

где Δ – определитель схемы, $|*|$ – определители схем числителей СФ.

В результате преобразования последовательно и параллельно соединенных генераторов и приемников НУИ [2] выражения (3) и (4) приводятся к виду

$$\underline{U}_Z = \frac{1}{\Delta} \left(\left| \begin{array}{c} \text{1} \\ \text{1} \end{array} \right| \underline{E}_{BX} + \left| \begin{array}{c} \text{1} \\ \text{1} \end{array} \right| \underline{E} \right) \quad (5)$$

и

$$\underline{I}_Z = \frac{1}{\Delta} \left(\left| \begin{array}{c} \text{1} \\ \text{1} \end{array} \right| \underline{E}_{BX} - \left| \begin{array}{c} \text{1} \\ \text{1} \end{array} \right| \underline{E} \right). \quad (6)$$

Теперь рассмотрим правую часть выражения (1). Чтобы ее привести к виду (5) и (6), необходимо выразить Z через \underline{E}_{BX} и \underline{U} . Для этого запишем передаточную функцию по напряжению схемы на рис. 3 а.

$$\underline{U} / \underline{E}_{BX} = \left| \begin{array}{c} \text{1} \\ \text{1} \end{array} \right| / \left| \begin{array}{c} \text{1} \\ \text{1} \end{array} \right|. \quad (7)$$

Если выделить параметр Z по формуле *Фойснера* [2] в числителе и знаменателе выражения (7), а затем выразить Z через \underline{E} и \underline{U} с учетом $\underline{U}=\underline{E}$, то можно прийти к выражению для Z , удовлетворяющему условию (1), где U_Z и I_Z находятся по формулам (5) и (6). Это доказывает сформулированную выше теорему.

Заменяя один за другим все импедансы схемы сочетанием элементов \underline{E} -ОУ (компенсатором импеданса), приходим к эквивалентной схеме, содержащей исключительно независимые источники напряжения и операционные усилители. Схема в общем случае может содержать управляемые источники, которые компенсируются аналогичным образом. Следовательно, компенсацию собственных и взаимных импедансов можно рассматривать как топологическое преобразование электрических цепей, сопровождаемое сменой элементного базиса [4]. Измерения, проводимые для определения амплитуд и фаз компенсирующих источников, должны быть независимыми, то есть не должны приводить к образованию вырожденной схемы [2] при подсоединении очередного компенсатора.

Вывод

Компенсаторы импедансов используются при решении базисной задачи диагностики электронных цепей [5], а также могут найти применение в измерительной технике при наличии образцовых источников комплексного напряжения. Возможно использование компенсаторов в так называемых «интеллектуальных» системах диагностики постепенных отказов, поскольку компенсатор является по существу универсальным элементом, способным заменить любой элемент схемы при сохранении ее работоспособности.

Литература

1. Теоретические основы электротехники: В 2 т. Т. 1: Основы теории линейных цепей / П.А.Ионкин, А.И.Даревский, Е.С.Кухаркин, В.Г.Миронов, Н.А.Мельников.– М.: Высшая школа, 1976.– 544 с.
2. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– № 5.– С. 43–52.
3. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // Электричество.– 2001.– № 4.– С. 43–51.
4. Волгин Л.И. Топологические преобразования и синтез схем радиоэлектронных средств.– Тольятти: Изд-во Поволжского технологического ин-та сервиса.– 2000.– 173 с.
5. Курганов С. А. Символьный подход к решению задачи диагностики электрических цепей // Электричество.– 2002.– № 8.– С. 49–52.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СХЕМНЫХ ФУНКЦИЙ ПРИ ВАРИАЦИИ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЯЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЯХ

С. А. Курганов, В. В. Филаретов

Приращения переменных в электрических цепях находятся на основе теоремы вариации параметров. Теорема вариации параметров пассивных элементов для взаимных цепей была сформулирована *К.М.Поливановым* [1] в виде аналитических формул, которые содержат собственные и взаимные проводимости ветвей и представляют собой выражения в явной форме для приращений искомого тока в зависимости от вариации сопротивлений ветвей. *Э.В.Зеляхом* [1] были расширены возможности этой теоремы путем разработки формул для приращений токов в зависимости от вариации параметров пассивных элементов в невзаимных электрических цепях. Запишем одну из таких формул. Приращение тока произвольной k -ой ветви [1]

$$\Delta I_k = -\sum Y_{ki} \underline{E}_i = -\sum Y_{ki} I_{io} \Delta Z_i, \quad (1)$$

где Y_{ki} – собственные и взаимные проводимости короткого замыкания ветвей k и i для цепи, учитывающей вариации сопротивлений ΔZ_i ; I_{io} – ток i -ой ветви в исходной цепи. Суммирование производится по i от 1 до n , где n – число ветвей, сопротивления которых варьируются.

Теорема вариации используется и для расчета приращений переменных в электронных цепях при изменении параметров управляемых источников (УИ) в методе схем в приращениях и методе присоединенной схемы. Эти методы применяются для анализа цепей при бесконечно малых приращениях параметров для численного определения чувствительностей переменных и функций [3].

В настоящей работе рассмотрим анализ цепей при произвольных приращениях параметров. Такая задача возникает при параметрическом синтезе электронных цепей. Обсудим формирование символьных выражений для приращений токов и напряжений, поскольку аналитические выражения дают возможность исследовать общие свойства цепей, доступны большинству специалистов и позволяют сравнивать результаты для различных схем в любом диапазоне параметров. В этом плане эффективным является использование схемных функций (СФ) по образцу (1), так как формирование СФ в символьной форме детально разработано в теории цепей. Для этого применяются топологические [2] и схемные методы [3]. Поэтому представляется целесообразным вывести на основе схемных функций формулы вида (1) для вариации параметров управляемых источников. На базе этих выражений будут предложены схемно-алгебраические формулы, позволяющие получить с помощью последовательных преобразований явные символьные выражения для

приращений исследуемых переменных и схемных функций в зависимости от параметров УИ и их вариаций.

Для решения поставленной задачи возьмем, например, источник напряжения, управляемый напряжением (ИНУН). Произвольную исходную схему цепи приведем к четырехстороннему многополюснику $M_{и}$ и представим ее на рис.1а. К i -ой стороне $M_{и}$ подключим независимый источник ЭДС E_i , j -ю сторону замкнем накоротко. К полюсу j' внутри многополюсника $M_{и}$ подсоединим генератор ИНУН $\underline{E}_K = K\underline{U}_l$. Управляющую ветвь ИНУН выделим в виде разомкнутой l -ой стороны $M_{и}$. На n -ой разомкнутой стороне будем снимать искомое напряжение.

Для вывода искомых формул воспользуемся теоремой о компенсации приращений параметров. Эта теорема сформулирована и доказана [1] для сопротивлений (проводимостей) двухполюсников. Теорема используется и при моделировании УИ в упомянутом методе схем в приращениях и методе присоединенной схемы [3]. Представим ее и докажем для ИНУН. Отметим, что доказательство необходимо не только для подтверждения достоверности результатов, но и для получения искомых формул. В процессе доказательства будут выведены базовые формулы для приращения напряжений в зависимости от вариации параметра ИНУН. Эти формулы содержат схемные функции исходной схемы и производной схемы в приращениях.

Теорема. Если параметр K ИНУН $\underline{E}_K=K\underline{U}_l$ (рис.1а) получил приращение ΔK , то это вызовет в схеме (рис.1б) приращения токов (ΔI_i и др.) и напряжений (ΔU_l и др.), соответственно равные токам и напряжениям, которые вызвал бы в схеме независимый источник напряжения величиной $\underline{E}_i=\Delta K\underline{U}_l$ (рис.1в). Здесь и далее подчеркиванием выделяются комплексные действующие значения напряжений и токов.

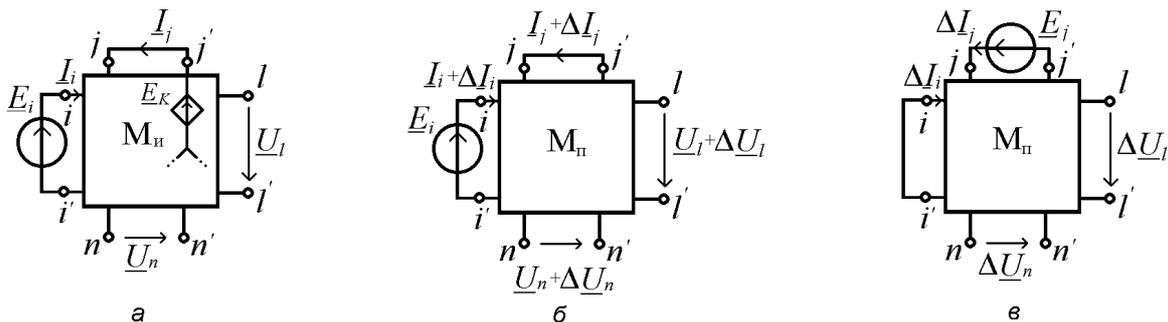


Рис.1

Покажем непосредственно, что приращения напряжения ΔU_n произвольной n -ой стороны многополюсников $M_{и}$ и $M_{п}$ в схемах на рис.1б и в равны. Запишем для исходной схемы на рис.1а напряжение

$$\underline{U}_n = K_{ni}^{iejK}(M_{и}) E_i, \quad (2)$$

где $K_{ni}^{iejK}(M_{и})$ – коэффициент передачи напряжения от i -ой к n -ой стороне многополюсника $M_{и}$ (информация об этом отражена в нижнем индексе

номеров у ПНУИ и стягивания параллельного соединения одноименных ГНУИ и ПНУИ [3].

Таким образом, тождество (7), которое требуется доказать, эквивалентно выражению

$$K_{ni}^{iej\Delta k}(M_{\Pi}) - K_{ni}^{iej\Delta k}(M_{\Pi}) = K_{nj}^{ikje}(M_{\Pi}) K_{ji}^{iej\Delta k}(M_{\Pi}). \quad (9)$$

Это выражение может быть получено на основе теоремы компенсации для произвольной ветви электрической цепи [4]. Для вывода (9) представим на рис.2а многополюсник M_{Π} , у которого к i -ой стороне подключен источник ЭДС \underline{E}_i , а к j -ой стороне подсоединен генератор ИНУН. По упомянутой теореме компенсации [4] заменим ветвь с генератором ИНУН независимым источником ЭДС $\underline{E}_j = \Delta K \underline{U}_j$. Полученную эквивалентную схему поместим на рис.2б.

Запишем для схемы на рис.2а выражение напряжения

$$\underline{U}_n = K_{ni}^{iej\Delta k}(M_{\Pi}) \underline{E}_i, \quad (10)$$

где $K_{ni}^{iej\Delta k}(M_{\Pi})$ – коэффициент передачи напряжения от i -ой к n -ой стороне многополюсника M_{Π} . Найдем по той же схеме напряжение

$$\underline{U}_j = K_{ji}^{iej\Delta k}(M_{\Pi}) \underline{E}_i, \quad (11)$$

где $K_{ji}^{iej\Delta k}(M_{\Pi})$ – коэффициент передачи напряжения многополюсника M_{Π} .

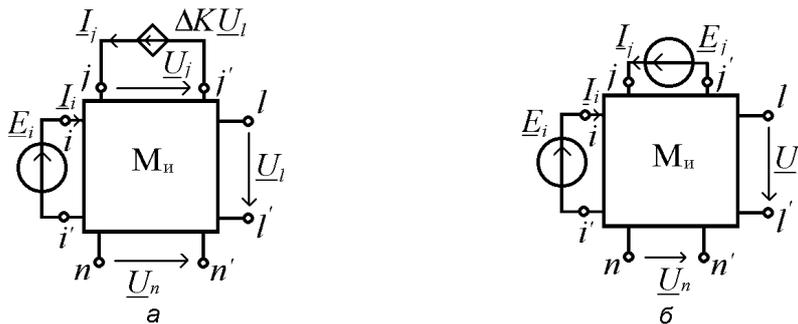


Рис.2

Используя принцип суперпозиции, запишем теперь для схемы на рис.2б напряжение

$$\underline{U}_n = K_{ni}^{iej\Delta k}(M_{\Pi}) \underline{E}_i + K_{nj}^{ikje}(M_{\Pi}) \underline{E}_j, \quad (12)$$

где $K_{ni}^{iej\Delta k}(M_{\Pi})$, $K_{nj}^{ikje}(M_{\Pi})$ – соответствующие коэффициенты передачи напряжения для многополюсника M_{Π} . Учитывая, что по теореме компенсации $\underline{E}_j = \underline{U}_j$ [4], подставим (11) в (12), в результате получим

$$\underline{U}_n = K_{ni}^{iej\Delta k}(M_{\Pi}) \underline{E}_i + K_{nj}^{ikje}(M_{\Pi}) K_{ji}^{iej\Delta k}(M_{\Pi}) \underline{E}_i. \quad (13)$$

В соответствии с теоремой компенсации ветви [4] левые части уравнений (10) и (13) равны, откуда

$$K_{ni}^{iej\Delta k}(M_{\Pi}) = K_{ni}^{iej\Delta k}(M_{\Pi}) + K_{nj}^{ikje}(M_{\Pi}) K_{ji}^{iej\Delta k}(M_{\Pi}). \quad (14)$$

Тождество (14) эквивалентно (9), поскольку коэффициент передачи многополюсника M_{Π} с короткозамкнутой j -ой стороной равен коэффициенту передачи M_{Π} с подключенным к j -ой стороне генератором ИНУН. Так как выполняется тождество (9), то и справедливо

APPLYING STATISTICAL AND COMBINATORIAL TECHNIQUES FOR LINEAR CIRCUIT OPTIMIZATION

Edgar Laksberg, Viktor Ess

Abstract

The description of algorithms for Monte-Carlo and combinatorial techniques for optimization of linearized electronic circuits in frequency domain, as well as two numerical examples are included in this paper.

INTRODUCTION

An interest to the statistical and combinatorial methods for optimization problems has been revived during the last decade mainly because of the rapid improvement of modern PC's. These methods can be applied either for searching the global optimum or for determining the proper starting point for further application of gradient techniques. The problem for optimization of the linearized electronic circuit can be considered as one of the suitable application for these techniques.

ALGORITHMS

Some ideas of systematic exploration [1] have been used here for proper formulation of circuit equations. The algorithms are based on the circumstance, that there are only a few adjustable parameters usually in the circuit, so that by means of localizing them into a small-size system of nodal equations and further processing it in multiple cycle, a great saving of the CPU time can be obtained. This is a case particularly for the combinatorial approach because of performing a computational process in efficient way: a special numerical-symbolic algorithm is applied. This enables the user to perform a great many frequency response analyses for the reasonable CPU time on a modern PC.

The localizing has to be completed in formulating the nodal equations stage by proper node reordering scheme [1]. The size of the variable part of the matrix Y_0 is determined by the number of different nodes, associated with variable elements. The matrix Y_0 is obtained by n-m *Gaussian* elimination steps of the initial Y -matrix reduction (n is the number of nodes in the circuit).

When the statistical method for optimization is applied, each random combination of parameters is processed only at few frequencies, as long as there remains some chance for current sample to be chosen as the best one.

The method of least squares is used here in a cumulative manner for calculating error function F :

$$F = \sum_{i=1}^{n_f} \delta_i^2$$

where δ_i is a relative error at i -th frequency, n_f is the fixed number of frequencies. If the value F_b of the best examined combination is known, the evaluation of F for each subsequent combination is ceased when the value F_b is obtained, i.e. only at the first few frequencies the formula is used, unless the new best current combination is found.

The search starts with testing of initial combination – the one, which ensure the more or less close conformity with desired response (with relatively small value of F). In order to formulate the input data file for this combination, a certain experience and intuition of circuit designer should be used. The amount of computations can be reduced considerably in this case, as the most tests are completed usually at the several first frequencies only, and the great number of “superfluous” combinations are quite rapidly eliminated. The areas specified in Fig.1.(a) by circles, indicate conventionally the computational cost at frequencies $\omega_1, \omega_2, \dots$. In case the user is not satisfied yet with the outcome, he can continue the search, starting from that point and specifying the further region of *Monte-Carlo* sampling.

Variation of parameters in the combinatorial algorithm is preformed according to the following scheme: parameter is varied more often if it has more discrete values, e.g. suppose there are 4 adjustable parameters in the circuit, which may have consecutively 6, 10, 4 and 7 finite specified values. Let’s mark the nodes, associated with the second enumerated parameter by the greatest numbers, and then in decreasing order of discrete parameter numbers do the same for the 4-th, 1-st and 3-rd parameters. In practice, this renumbering is carried out, of course, automatically. While the numerical processing of Y -matrix is thus formulated, reduction of the minimal size sub-matrix should be performed at each frequency most often. Usually this size m appears to be $m = 2$ or $m = 3$. For our particular case, processing of this small matrix will be carried out 1512 times, while the total number of combinations is $4 \times 6 \times 7 \times 10 = 1680$. In a conventional matter, this matrix, containing all the varying parameters, and which should be stored at each frequency is depicted Fig.1.(b). The numbers inside the matrix indicate the needed quantity of cycles for the matrix numerical reduction (for this particular example) of denoted dimension. The right side of the system is not shown here.

For solving the system of that size, the analytical formulae can be widely used. This enables the user to speed up the computational process considerably.

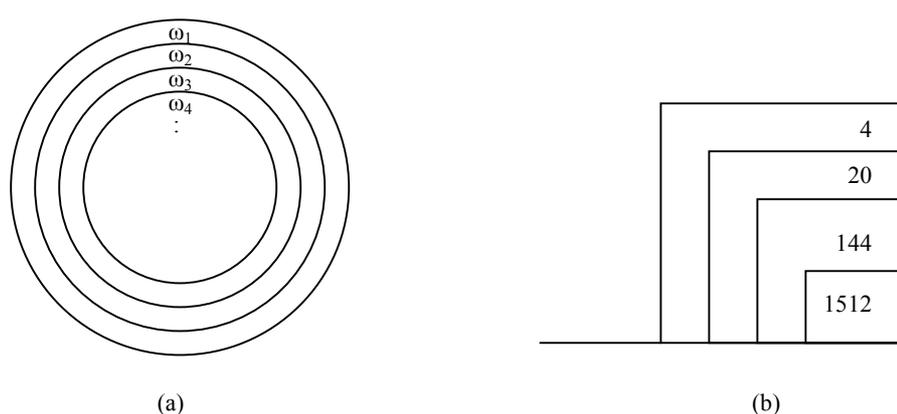


Fig. 1: Computational capacity of statistical (a), and combinatorial (b) algorithms, used for optimisation.

NUMERICAL EXAMPLES

Fig.2 indicates two numerical outcomes of applying statistical and combinatorial methods for optimisation of simple passive by-pass filter frequency response. Starting point for the both cases was the same, as indicated in Fig.2.(a), and the number of combinations as well, so that the results appeared to be more or less identical, which could be improved, if needed, by taking more combinations, or by applying some method, based on sensitivities. The line printer was used here; the fragments of input data files are included as well in Fig. 2.(b),(c).

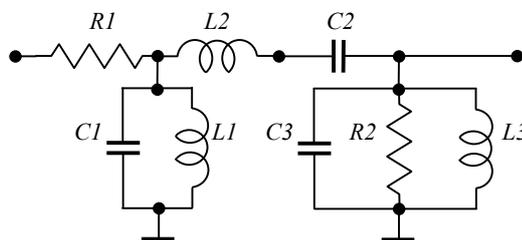


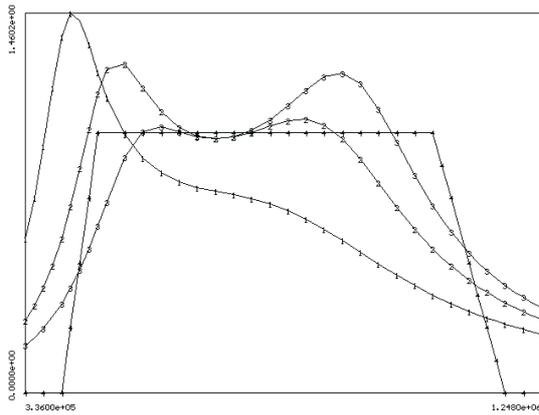
Fig. 2: The by-pass filter optimization. (a): Circuit diagram.
 $R1=3$; $R2=600$; $C1=600\text{pF}$; $C2=360\text{pF}$; $C3=443\text{pF}$; $L1=0.118\text{mH}$; $L2=0.269\text{mH}$;
 $L3=0.125\text{mH}$;
 ($R2$, $C1$ and $C2$ are varied parameters).

CONCLUDING REMARKS

The main feature of proposed algorithms, based on localization, consist in the fact, that the consumption of CPU time doesn't depend on the complexity of the circuit, so that even for analogue VLSI circuits they can be used.

The best combination selected by combinatorial method can be considered as the final result of optimisation. In fact, parameters of circuit components can accept at times only some fixed discrete values. It can be used, besides, for both techniques, as the starting point (a guess) for continuing the search by some method based on sensitivities.

If certain properties of indefinite Y -matrix are utilized, the topology of circuit can be modified during the optimization process, e.g. very large conductances



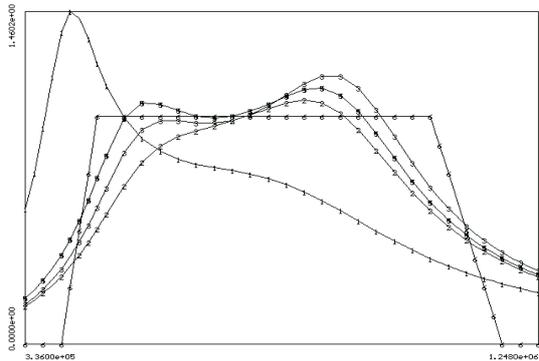
Number of component	The values for varying components		
	minimal	current	maximal
2	1.000E+02	7.768E+02	1.200E+03
3	3.000E-10	6.975E-10	9.000E-10
4	1.800E-10	1.810E-10	6.000E-10

Amplitude-frequency responses of voltage transfer function

- 1 - variant 0 (F= 1.09762E+01)
- 2 - variant 1 (F= 2.79797E+00)
- 3 - variant 7 (F= 1.81665E+00)
- 4 - the desired response

The number of verified random variants N= 65
 The minimal number of random variants NMIN= 1
 The maximal number of random variants NMAX= 65

Fig. 2 (b): Statistical technique



Number of component	The values for varying components				
2 variants	4	6.000E+02	1.000E+02	7.275E+02	1.200E+03
3 variants	4	6.000E-10	3.000E-10	3.176E-10	9.000E-10
4 variants	4	3.600E-10	1.800E-10	1.974E-10	6.000E-10

Varying components

Number	Value
3	9.000E-10
4	1.974E-10
2	7.275E+02

Amplitude-frequency responses of voltage transfer function

- 1 - variant 0 (F= 1.09762E+01)
- 2 - variant 5 (F= 2.15923E+00)
- 3 - variant 7 (F= 1.82511E+00)
- 4 - variant 11 (F= 1.73908E+00)
- 5 - variant 59 (F= 1.73902E+00)
- 6 - the desired response

Fig. 2 (c): Combinatorial technique

(short circuits) and very small ones (open circuits) can be applied in this case without the loss of accuracy or numerical instability [2].

The algorithms described are realized in the circuit simulator POISK [2], which is implemented at both research and academic institutes, and in commercial companies as well. The Japanese version of POISK has been created [3].

References

- [1] K. H. Leung, R. Spence, *Multiparameter large-change sensitivity analysis and systematic exploration*, IEEE Trans. Circuits and systems, CAS-22, 1975, pp. 796-804.
- [2] E.A. Laksberg, *Electronic circuit simulation by network reduction*, Tallinn, "Valgus", 1990 (in Russian).
- [3] E.A. Laksberg, H. Yagi, *Analog circuit simulation using POISK*, Bulletin of College of Engineering, HOSEI University, Tokyo, Japan, 1994 (in Japanese).

Edgar Laksberg, Institute of Cybernetics, Ph. D., consultant. Estonia, 13520, Tallinn, Järveotsa tee 41-68. Tel. (372) 659-0704. E-mail: laksb@hot.ee

Viktor Ess, Audentes Mainor University, lecturer. Estonia, 11312, Tallinn, Kotka 22-3. Tel. (372) 655-3357. E-mail: essv@hot.ee

ИССЛЕДОВАНИЕ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАГНИТНОГО СПОСОБА КРЕПЛЕНИЯ ВИБРОАКУСТИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Ю. Т. Медведик, Л. Н. Бондаренко

Анализ процессов, сопутствующих процессу резания, показал, что использование виброакустического метода является наиболее перспективным для активного контроля размеров деталей в машиностроении по износу режущего инструмента. Так, информация, снимаемая с одного виброакустического датчика, установленного на суппорте станка с ЧПУ, позволяет не только произвести активный контроль износа инструмента, но оценить состояние самого станка. Точность контроля сильно зависит от используемого устройства крепления виброакустического датчика к станку. На основании полученных данных оперативно производится подналадка станка, а, следовательно, и улучшаются его технологические характеристики.

Магнитное устройство на основе сплава ЮНДК применяется как универсальный способ крепления вибродатчика к станку или резцедержателю. Оно имеет малый вес и габариты, а также обеспечивает усилие поджатия вибродатчика до 100 Н.

Передаточная функция вибропреобразователя в этом случае определяется при условии "жесткого" крепления резца в резцедержателе и "мягкого" крепления виброакустического датчика. Массивное устройство крепления в определенной степени ограничивает амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) системы и вносит искажения в контролируемые сигналы при передаче их от резцедержателя к вибропреобразователю. Структурная схема преобразования приведена на рис. 1

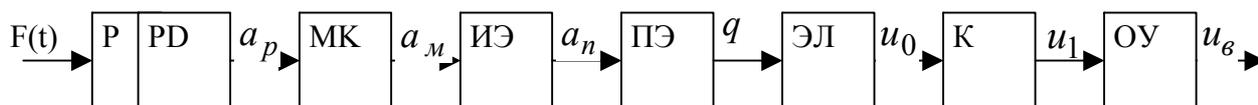


Рис. 1. Структурная схема преобразования

На рис. 1 приняты обозначения: P , PD – резец и резцедержатель; $МК$ – магнитное крепление; $ИЭ$ – инерционный элемент; $ПЭ$ – пьезоэлемент; $ЭЛ$ – электроды, $К$ – кабель, $ОУ$ – операционный усилитель. Под действием силы резания $f(t)$ P и PD колеблются с амплитудой a_p , а $МК$ и $ПЭ$ – соответственно с амплитудами a_m и a_n .

Колебательная система описывается четырьмя дифференциальными уравнениями второго порядка:

$$\left. \begin{aligned} M_p \frac{dv_p}{dt} + D_p v_p + k_p \int v_p dt - k_m \int (v_m - v_p) dt &= f(t) \\ M_m \frac{dv_m}{dt} + D_m v_m + k_m \int (v_m - v_p) dt - k_n \int (v_n - v_m) dt &= 0 \\ M_n \frac{dv_n}{dt} + D_n v_n + k_n \int (v_n - v_m) dt - M_n \int i dt &= 0 \\ L_k \frac{di}{dt} + R_k i + \frac{1}{C_k} \int i dt - \frac{1}{C_0} \int i dt + R_n i - M_n \int v_n dt &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где M_m, D_m, k_m – соответственно обозначают массу, коэффициент демпфирования и условную жесткость поджатия магнита, L_k, R_k, C_k – параметры кабеля, а $v_m = \frac{da_m}{dt}$ – скорость перемещения магнита.

Для определения передаточной функции системы воспользуемся выражением $v = \frac{dQ}{dt}$ и учтем заряд $\int i dt = q$. Перепишем систему (1) в операторной форме через амплитуды a_p, a_m, a_n , обозначая $d/dt = p$ и

$$\begin{aligned} H_p(p) &= M_p p^2 + D_p p + k_p + k_m, & H_m(p) &= M_m p^2 + D_m p + k_m + k_n, \\ H_n(p) &= M_n p^2 + D_n p + k_n, & H_\varepsilon(p) &= L_p p^2 + (R_k + R_n) p + \frac{1}{C_k} - \frac{1}{C_0}. \end{aligned}$$

На рис. 2. изображена кинематическая схема вибропреобразователя с учетом магнитного устройства крепления

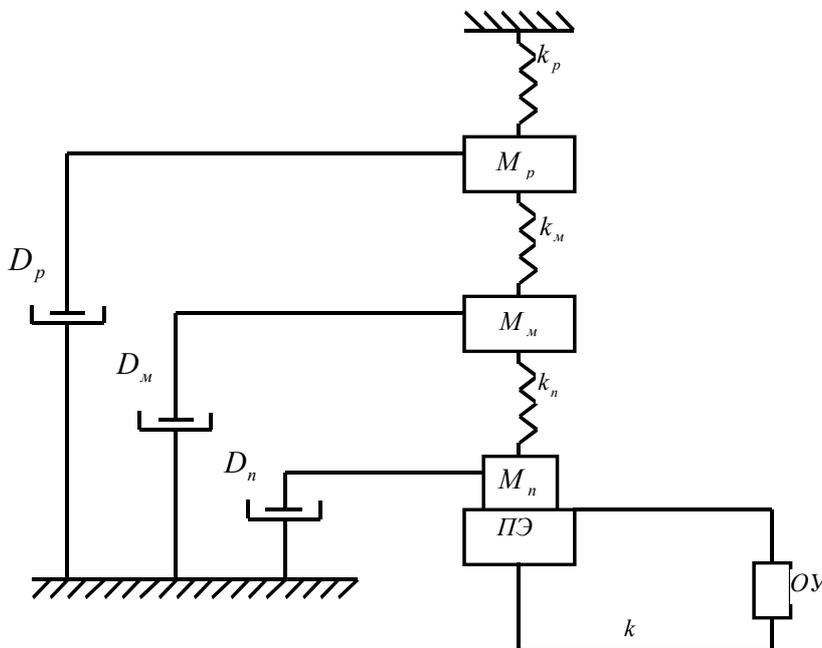


Рис. 2. Кинематическая схема вибропреобразователя

Система (1) принимает вид:

$$\left. \begin{aligned} H_p(p)a_p(p) - k_m a_m(p) &= F(p), \\ H_m(p)a_m(p) - k_m a_p(p) - k_n a_n(p) &= 0, \\ H_n(p)a_n(p) - k_n a_m(p) - M_n q(p) &= 0, \\ H_s(p)q(p) - M_n a_n(p) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Решая уравнения (2) и пренебрегая членами с M_n^2 ввиду их малости, получим передаточную функцию и АЧХ электромеханической системы

$$W(p) = \frac{M_n k_n k_m}{H_p(p)H_m(p)H_n(p)H_s(p)}; \quad |W(j\omega)| = \frac{M_n k_n k_m}{|H_p(j\omega)H_m(j\omega)H_n(j\omega)H_s(j\omega)|}.$$

АЧХ имеет четыре максимума на резонансных частотах: $\omega_{0p}, \omega_{0m}, \omega_{0n}, \omega_{0s}$, соответствующие трем механическим резонансам и одному электрическому. Расчет АЧХ магнитного крепления довольно сложен из-за неизвестной жесткости поджатия магнита. Реальные АЧХ магнитных устройств крепления находятся экспериментально при сравнении установленных на вибростенде двух преобразователей. Образцовый преобразователь с резьбовым креплением имеет передаточную функцию $H_{p0}(p)$, а исследуемый преобразователь с магнитным креплением – $H_m(p)$. Отношение напряжений, снимаемых с образцового и исследуемого преобразователей, равно

$$\frac{u(p)}{u_0(p)} = \frac{H_m(p)H_n(p)H_s(p)}{H_0(p)H_n(p)H_s(p)} = \frac{H_m(p)}{H_0(p)}$$

где $u(p), u_0(p)$ – напряжения соответственно на исследуемом и образцовом преобразователях. Нормировка $H_0(p)=1$ приводит к выражению $H_m(p) = u(p)/u_0(p)$, что позволяет записать АЧХ в виде: $|H_m(j\omega)| = |u(j\omega)/u_0(j\omega)|$.

Для компенсации искажений, вносимых в сигнал преобразователя магнитным креплением, последовательно с ним включается фильтр, АЧХ которого зеркально симметричен относительно оси x АЧХ преобразователя, то есть

$$H_\phi(p) = \frac{1}{H_m(p)}, \quad |a_\phi(j\omega)| = \frac{1}{|a_m(j\omega)|},$$

где $H_\phi(p), a_\phi(j\omega)$ – передаточная функция и АЧХ фильтра.

Введение фильтра в цепь преобразователя обеспечивает выравнивание АЧХ измерительного канала преобразования с учетом быстрого спада АЧХ магнитного крепления. Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы:

- система устойчива, так как все полюсы передаточных функций имеют отрицательные действительные части;

- устройство магнитного крепления искажает работу преобразователя и для компенсации вносимых искажений можно

использовать фильтр, АЧХ которого является зеркальным отображением относительно оси x АЧХ преобразователя;

- амплитудно-частотная характеристика в зависимости от конструкции крепления может иметь четыре максимума, один из которых соответствует электрическому резонансу, а остальные – механическим;

- АЧХ вибропреобразователя зависит от качества поверхности, к которой крепится магнит. В модели это соответствует изменению жесткости k_m , а АЧХ магнитного устройства крепления практически не изменяется после обработки контактируемой поверхности по 6-7 классу чистоты и выше.

Бондаренко Леонид Николаевич – к.т.н., доцент, докторант. каф. ИИТ, 440026, г. Пенза, Красная, 40, Пензенский государственный университет, кафедра «Информационно-измерительная техника», (8412)-368-221.

Медведик Юрий Тимофеевич – научный сотрудник Пензенского технологического института, каф. ЭиЭ. г. Пенза, пр. Байдукова, 1, а.

НЕСООТВЕТСТВИЕ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА ТРЕБОВАНИЯМ, ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫМ К ДИНАМИЧЕСКИМ МОДЕЛЯМ ТИПА «ВХОД-ВЫХОД»

Е.Н. Меньшов

Известно, что уравнения *Максвелла* составляют фундамент современной классической электродинамики. Они связывают величины, характеризующие состояние электромагнитного поля (ЭМП), с его источниками. В вакууме ЭМП характеризуется напряженностью электрического поля \mathbf{E} и магнитной индукцией \mathbf{B} , которые зависят от пространственных координат и времени, и определяют силы, действующие со стороны поля на заряды и токи.

Возьмем первое и второе уравнения *Максвелла* для вакуума

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = c^{-2} (\partial \mathbf{E} / \partial t), \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = - (\partial \mathbf{B} / \partial t), \quad (2)$$

где коэффициент c – скорость света в вакууме и проанализируем их на основе критерий системного подхода.

В целом электромагнитный процесс описывается системой этих уравнений. Однако первое уравнение есть дифференциальной формой закона полного тока, второе уравнение есть дифференциальной формой закона электромагнитной индукции. Каждый закон вытекает из опыта независимо друг от друга

Этими законами реально подтверждается факт наличия в электромагнитных явлениях двух самостоятельных причинно следственных отношений между физическими величинами \mathbf{B} и \mathbf{E} , где

четко устанавливается величина, являющаяся причиной («воздействием») и – величина, являющаяся следствием («откликом»). Например, суть первого уравнения заключается в том, что магнитное поле возбуждается токами смещения, которые пропорциональны скорости изменения электрического поля во времени $\partial \mathbf{E} / \partial t$. Суть второго уравнения — вихревое электрическое поле возбуждается изменяющимся во времени магнитным полем $\partial \mathbf{B} / \partial t$. Таким образом, каждое отдельное уравнение (1)-(2) представляет собой дифференциальную математическую модель типа «вход – выход».

В теории динамических систем к дифференциальным моделям типа «вход-выход» предъявляются определенные требования и, в частности, **порядок дифференциального оператора «воздействия» не должен превышать порядка дифференциального оператора «отклика»**. В противном случае нарушаются в таких моделях (эти уравнения получили название вырожденные) объективно неотъемлемые инерционные отношения между «воздействием» и «откликом». При этом тестовые испытания вырожденных математических моделей на скачки «воздействия», как правило, выявляют бесконечные по величине «отклики».

В уравнениях (1) и (2) оператор «воздействия» представляет собой производную по времени первого порядка $\partial / \partial t$, а оператор «отклика» является пространственной производной тоже первого порядка, называемый ротором или вихрем (rot). Создается впечатление, якобы, полного соответствия (1) и (2) отмеченному выше критерию. Тем более, с чисто математической точки зрения уравнения в частных производных (1)-(2) не вызывают никаких возражений. При чём, в модели *Максвелла* соблюдено свойство близкодействия, обусловленное явлением распространения электромагнитного взаимодействия с конечной скоростью, равной скорости света. Подчеркнем, что такая инерционность относится к соотношению причины со следствием, располагающимися в различных геометрических точках, хотя и бесконечно близко примыкающих друг к другу.

Классическая теория ЭМП утверждает, что изменение во времени, например, магнитного поля, возбуждает **вихревое по структуре** электрическое поле ($\text{rot} \mathbf{E}$ в (2)). В математике [1] считается, что оператор rot вычленяет вихревую составляющую возбуждаемого векторного поля. Значит вектора $\text{rot} \mathbf{B}$ и $\text{rot} \mathbf{E}$ являются характеристиками структуры – **вихревой структуры**, возбуждаемых полей, и поэтому могут тоже выступать в качестве объективных величин для характеристики ЭМП. Но при этом, можно заметить, что каждое уравнение (1) или (2) допускает бесконечное значение величины вектора $\text{rot} \mathbf{B}$ или $\text{rot} \mathbf{E}$ в случае тестирования названных уравнений скачками \mathbf{E} или \mathbf{B} соответственно.

Исследуем вопрос: может ли с физической точки зрения $\text{rot} \mathbf{B}$ и $\text{rot} \mathbf{E}$

принимать бесконечные значения? Для этого умножим скалярно обе части уравнения (1) на вектор \mathbf{E} , и аналогично – уравнения (2) на вектор \mathbf{B} :

$$\mathbf{E} \operatorname{rot} \mathbf{B} = c^{-2} \mathbf{E} (\partial \mathbf{E} / \partial t) \equiv \mu_0 (\partial w_3 / \partial t), \quad (3)$$

$$\mathbf{B} \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mathbf{B} (\partial \mathbf{B} / \partial t) \equiv \mu_0 (\partial w_M / \partial t). \quad (4)$$

Здесь w_3 и w_M соответственно плотности энергии электрического и магнитного полей, μ_0 - магнитная постоянная вакуума. Из уравнений (3) и (4) следуют, что величины $\mathbf{E} \operatorname{rot} \mathbf{B}$ и $\mathbf{B} \operatorname{rot} \mathbf{E}$ приравнены соответственно характеристикам мощности энергии поля. Так как в природе невозможны бесконечные мощности, поэтому величины $\operatorname{rot} \mathbf{B}$ и $\operatorname{rot} \mathbf{E}$ не должны принимать бесконечные значения в мгновенный момент времени. Приходим к важному выводу, что такие физические ограничения **не выражаются математически** в уравнениях *Максвелла*.

Вывод. Таким образом, математические операторы уравнений *Максвелла* допускают противоречия с фундаментальными принципами естествознания. Этот недостаток обусловлен тем, что каждое уравнение *Максвелла*, являясь дифференциальной моделью типа «вход-выход», не отвечает критерию её построения, связанному с необходимостью превышения порядка дифференциального оператора «отклика» над порядком «воздействия». Поскольку последний представляет производную по времени, тогда не трудно заключить суть дефекта уравнений *Максвелла* – отсутствует в левой части каждого уравнения составляющая с временной производной. О недостатках уравнений *Максвелла* впервые было изложено в работе [2].

Новые уравнения. Для исключения «дефекта» необходимо ввести в уравнения *Максвелла* временные производные от величин $\operatorname{rot} \mathbf{B}$ и $\operatorname{rot} \mathbf{E}$ соответственно.

Полная система уравнений новой электродинамики для сплошной среды, обоснованная автором в его работе [2], имеет следующий вид:

$$-\tau \partial (\operatorname{rot} \mathbf{H}) / \partial t + \operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + (\partial \mathbf{D} / \partial t), \quad (5)$$

$$\tau \partial (\operatorname{rot} \mathbf{E}) / \partial t + \operatorname{rot} \mathbf{E} = -(\partial \mathbf{B} / \partial t), \quad (6)$$

$$\tau \partial (\operatorname{div} \mathbf{D}) / \partial t + \operatorname{div} \mathbf{D} = \rho, \quad (7) \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0. \quad (8)$$

$$\tau \partial (\operatorname{div} \mathbf{j}) / \partial t + \operatorname{div} \mathbf{j} = -\partial \rho / \partial t. \quad (9)$$

Здесь \mathbf{H} - напряженность магнитного поля, \mathbf{D} - электрическая индукция, \mathbf{j} - плотность электрического тока, τ - некоторая постоянная времени, претендующая на мировую константу, ρ - плотность объемного заряда.

С физической точки зрения введение производной по времени в левой части каждого уравнения означает проявление инерционности между взаимодействующими величинами (причиной и следствием) в одной геометрической точке. Это свойство, характеризующее постоянную времени τ , назовем «локальным запаздыванием», которое может себя проявлять при очень высоких частотах.

Подчеркнем, что проявление эффекта запаздывания между причиной и

следствием есть неотъемлемое свойство Природы на всех уровнях её иерархии. Поэтому, неслучайно, все уравнения (5)-(7) и (9), содержащие в себе **источники поля** (правые части), приобрели динамическую добавку. При этом структура уравнений (7) и (9) вытекает из уравнений (5)-(6) **как следствие**. Таким образом, постулат *Максвелла* превратился из статического соотношения между плотностью заряда и потенциальным электрическим полем в динамическое уравнение (7) типа «вход-выход». Заметим, что ряд исследователей были не согласны с постулатом Максвелла и пытались изменить это уравнение. Например, д.т.н. *В.А. Ацюковский* в своей книге «Эфиродинамика, 1987 г. предложил для постулата *Максвелла* умозрительную динамическую добавку вида $(c^{-1} \partial \mathbf{D} / \partial t)$.

Уравнение (8) сохранилось традиционным. Это естественно, так как оно не содержит источников магнитного поля, потому что в природе отсутствуют магнитные заряды, подтвержденные опытными исследованиями мировой науки.

В заключении отметим, нами проводились исследования на тему «О возможности введения в (1)–(2) временных производных от $\text{rot} \mathbf{H}$ и $\text{rot} \mathbf{E}$ более высокого порядка». Например, уравнения ЭМП с производными второго порядка могли бы иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \tau_3^2 \partial^2 (\text{rot} \mathbf{B}) / \partial t^2 + \tau_1 (\partial (\text{rot} \mathbf{B}) / \partial t) + \text{rot} \mathbf{B} &= c^{-2} (\partial \mathbf{E} / \partial t), \\ \tau_4^2 \partial^2 (\text{rot} \mathbf{E}) / \partial t^2 + \tau_2 (\partial (\text{rot} \mathbf{E}) / \partial t) + \text{rot} \mathbf{E} &= - (\partial \mathbf{B} / \partial t). \end{aligned}$$

Тип модели отбраковывался по следующим критериям: отсутствие затухания распространения гармонических волн в вакууме, конечности групповой скорости распространения волновых пакетов при конечной величине несущей частоты; уравнение для $\text{div} \mathbf{D}$ (аналог (7)) не должно порождать электрические поля при удалении движущегося заряда; согласование начальных условий электродинамических потенциалов, обусловленных временным скачком плотности заряда, локализованного в точке [2]. Анализ показал неправомочность уравнений ЭМП с временными производными высших порядков при любых вариациях $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \dots$. В такой постановке возможна единственная модель ЭМП типа (5)–(9).

Литература

1. Математический энциклопедический словарь / Гл.ред. Ю.В. Прохоров. – М.: Сов. Энциклопедия, 1998. – 847 с.
2. Меньшов Е.Н. Математическое моделирование электромагнитного поля: Деп. в ВИНТИ от 25.10.2002, №1842 – В2002. – 9 с.

Меньшов Евгений Николаевич – к.т.н, доцент каф. «Электроснабжение» УлГТУ. Основные научные интересы по теме: «Математическое моделирование электромагнитных элементов и систем» Тел.: служ. (8422) 43-91-05; дом. (8422) 32-54-39; E-mail: men@ulstu.ru

НЕУДАЛЯЕМЫЕ ДУГИ В УНИСТОРНЫХ ГРАФАХ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ РАСКРЫТИЯ СУММАРНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ДОПОЛНЕНИЙ

Ю. В. Тимкин, В. В. Филаретов, Д. В. Шеин

Вопросы повышения эффективности и расширения сферы применения компьютерных программ символьного моделирования встречают пристальное внимание специалистов по моделированию электротехнических и радиоэлектронных устройств [1]. Среди методов, предназначенных для формирования символьных схемных функций (ССФ), важное место отводится методу унисторного (двунаправленного) графа [2]. К числу достоинств этого метода можно отнести относительную простоту его реализации на компьютере и пригодность для генерации компактных вложенных выражений ССФ [3]. Постановка проблемы генерации оптимальных по сложности выражений ССФ приближена к классической проблеме оптимальной свертки или факторизации произвольных алгебраических выражений [4], которая, как известно, принадлежит к NP-трудным задачам. В этой связи компактные формулы ССФ получаются непосредственно, минуя трудоемкое формирование развернутого выражения и не менее сложную последующую его свертку. При этом в случае свертки выражений ССФ имеется возможность резко повысить как эффективность генерации, так и качество генерируемых формул.

Основы экономной свертки символьных функций для пассивных схем были заложены еще *В.Фойснером* в 1902-1904 годах [5]. Недавно сформулированы общие правила формирования оптимальных формул для схем с двухполюсными элементами, которые отображаются частным видом унисторного графа – ненаправленным графом [6]. Однако для схем с управляемыми источниками, отображаемых унисторным графом в общем случае, аналогичная задача до сих пор не имеет удовлетворительного решения. В числе причин этого можно назвать избыточность унисторного графа при отображении источников тока, управляемых напряжением (ИТУН), а также недостаточную эффективность его обобщений на другие типы управляемых источников [7, 8]. Генерацию выражений ССФ, свободных от взаимно уничтожающихся слагаемых, можно обеспечить локализацией подвыражений с параметрами управляемых источников путем первоочередного выделения параметров двухполюсных элементов [9]. Цель доклада – развитие метода обобщенного унисторного графа (ОУГ) для эффективной генерации ССФ активных электрических цепей в произвольном элементном базисе.

Затраты при непосредственной реализации метода ОУГ пропорциональны 2^n , где n – число нерегулярных (то есть отличных от ИТУН управляемых источников). Однако можно поступить иначе,

использовав ОУГ в сочетании с методом выделения параметров [10], который использует понятие неудаляемого управляемого источника (НУИ). Основу этого метода составляет формула для выделения параметра χ произвольного УИ

$$\Delta = \chi \Delta(\chi \Rightarrow \text{НУИ}) + \Delta(\chi=0),$$

где $\Delta(\chi \Rightarrow \text{НУИ})$ – определитель первой производной схемы, полученной из исходной схемы путем придания выделяемому УИ статуса НУИ с параметром, равным единице; $\Delta(\chi=0)$ – определитель второй производной схемы, которая образована в результате нейтрализации выделяемого УИ, то есть принятия $\chi=0$.

По существу именно НУИ, отображается на ОУГ «унисторо-подобными» дугами (k -, β -, z -унисторами) [7]. Проводя аналогию с НУИ, операции взятия производных по этим дугам можно сопоставить присвоение им статуса неудаляемых. Это означает, что *вес одной из дуг, отображающих некоторый нерегулярный УИ, обязательно должен присутствовать в выражении определителя соответствующего графа.* Дуги унисторо-подобных элементов назовем неудаляемыми дугами (НУД) и будем изображать зачерненной стрелкой, чтобы отличать от обычных унисторных дуг. Отображение НУИ с помощью НУД на унисторном графе показано на рис. 1.

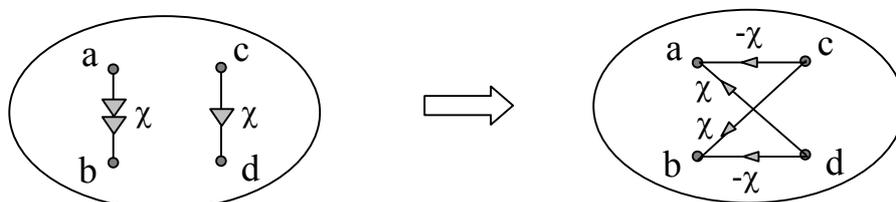


Рис. 1

Подсоединение к графу (обозначенному на рис. 1 овалом) соответствует взятию суммарного алгебраического дополнения (САД) $\Delta(\chi \Rightarrow \text{НУИ}) = \Delta_{(a+b)(c+d)}$ [11]. С математической точки зрения к нахождению САД сводятся многие другие задачи теории электрических цепей (выражение схемных функций, определение чувствительности и т.д.). По сути дела НУД с весами 1 и -1 были введены для нахождения обычных алгебраических дополнений уже в работе [12]. Ориентация ребер, исходящих из выходной вершины заземленного ОУ, также ни что иное, как запрет на удаление дуг 1 и -1 , которые отображают передачу сигнала с неинвертирующего и инвертирующего входов ОУ [3].

Для иллюстрации предлагаемого алгоритма нахождения САД, который реализован Д.В. Шейным в программе SYMB, рассмотрим пример получения $\Delta_{(a+b)(c+d)}$ у-графа на рис. 2 а двумя способами: 1) на основе НУИ (см. рис. 2 б); 2) с помощью НУД (см. рис. 2 в).

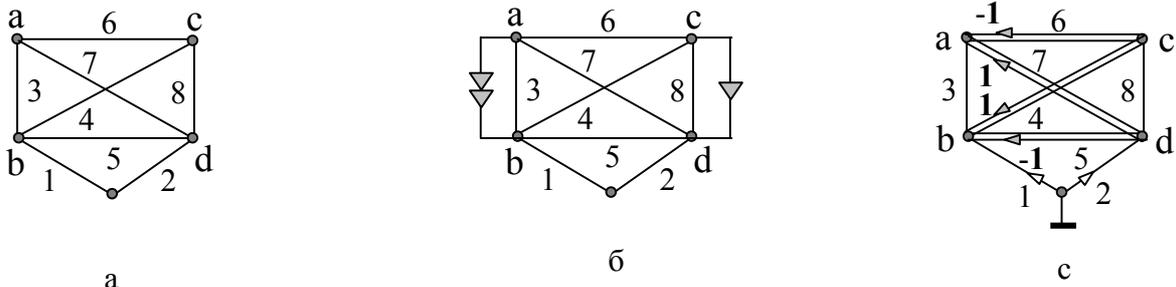


Рис. 2

Граф на рис. 1 б упрощается в результате удаления ребер 3 и 8, стягивание которых приводит к замыканию генератора и приемника НУИ, что не допускается по определению НУИ. Аналогично этому на графе рис. 1 с поочередное стягивание ребер 3 и 8 влечет объединение НУД с противоположным по знаку весом (1 и -1). Это не допускается, поскольку в получаемых при этом графах будет отсутствовать хотя бы одна из НУД (их веса показаны на рис. 2 с жирным шрифтом). В результате указанных упрощений образуются графы, показанные на рис. 3 а и б.

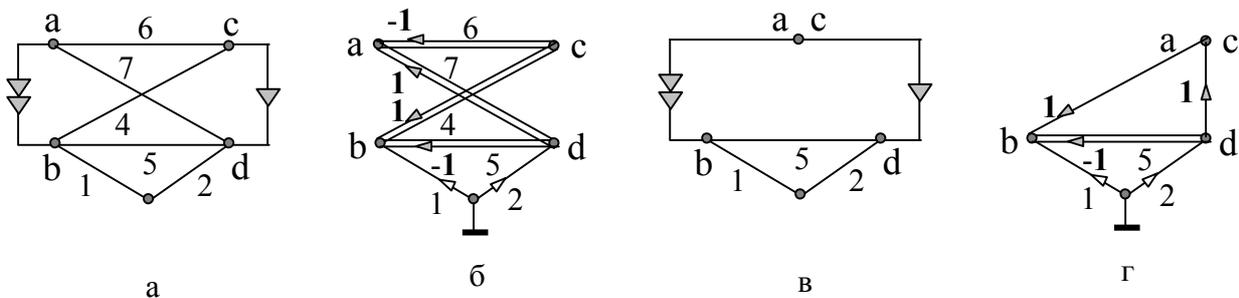


Рис. 3

Выделим на графах рис. 3 а и б u -ребро с номером 6 по формуле Фойснера. Стягивание этого ребра на графе рис. 3 а приводит к удалению ребер 4 и 7, как параллельных генератору и приемнику НУИ соответственно. Аналогичная операция на графе рис. 3 б требует удаления ребер 4 и 7, поскольку их поочередное стягивание привело бы к удалению из графа всех НУД, что не допускается по их определению. Производные от графов на рис. 3 а и б графы, полученные в результате стягивания ребра 6, показаны на рис. 3 в и г соответственно. Очевидно, определители этих графов равны $y_1(y_2+y_5)+y_2y_5$.

В результате удаления ребра 6 образуются графы, показанные на рис. 4 а и б. Рассмотрение этих графов показывает, что ребра 4 и 7 в них требуют безусловного стягивания. Так, на рис. 4 а удаление любого из них влечет получение вырожденного графа ($\Delta=0$). На рис. 4 б граф вырождается вследствие образования вершины, в которую заходят НУД с противоположным знаками (при удалении ребра 7) или вершины, из которой дуги только выходят (при удалении ребра 4). Таким образом, из графов на рис. 4 а и б получают графы, представленные на рис. 4 в и г соответственно.

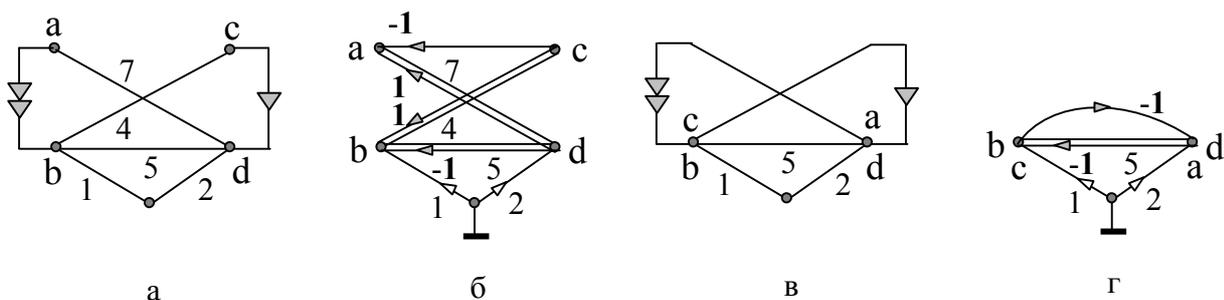


Рис. 4

Ребро 5 на рис. 4 в подлежит удалению, как параллельное генератору (приемнику) НУИ. Аналогично этому ребро 5 на рис. 4 г удаляется, как параллельное каждой из оставшихся НУД. Отсюда получается, что определители графов на рис. 4 а и б равны $-y_4y_7(y_1+y_2)$. Следовательно, искомого САД $\Delta_{(a+b)(c+d)} = y_6[y_1(y_2+y_5)+y_2y_5] - y_4y_7(y_1+y_2)$.

Вывод: Использование взаимно однозначного соответствия между свойствами НУИ и НУД позволяет усовершенствовать метод унитарного графа путем его обобщения на все типы линейных элементов, решить задачу получения безыбыточных выражений ССФ, а также подойти к решению проблемы формирования оптимальных выражений ССФ.

Литература

1. P.Wambacq, G.G.E.Gielen, and W.Sansen, "Symbolic Network Analysis Methods for Practical Analog Integrated Circuits: A Survey," *IEEE Trans. Circuits Syst., Pt.II*, vol. 45, no. 10, pp. 1331-1341, Oct. 1998.
2. Тимкин Ю.В. Анализ электронных схем методом двунаправленных графов.- М.: Энергоатомиздат, 1985.- 256 с.
3. Филаретов В.В., Шеин Д.В. Оптимальный синтез символьных функций для сложных схем с операционными усилителями // Проблемы физической и биомедицинской электроники: Сб. докл. междунар. конф.— Киев: Киев. политехн. ин-т.— 1995.— С. 216–220.
4. Breuer M.A. Generation of optimal code for expressions via factorization // *Communications of the Association for computing machinery.*- 1969.- Vol. 12, N 6.- P. 333-340.
5. Филаретов В.В. Исследования *Вильгельма Фойснера* в области теоретической электротехники // *Электричество.*- 1992.- № 9.- С. 64-67.
6. Филаретов В.В. Синтез оптимальных формул схемных функций электрических цепей // *Электричество.*- 1995.- № 4.- С. 36-43.
7. Филаретов В.В. Обобщенный унитарный граф электронной схемы и его анализ // *Электричество.*- 1993.- № 5.- С. 65-70.32.
8. Dmytryshyn R. Modified Feussner's method // 7th International Workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design (SMACD-2002).— Romania, Sinaia, 2002.— P. 47-52.

9. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения ветвей и дуг // Электричество.- 1992.- № 7.- С. 31-37.

10. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.- 1998.- № 5.- С. 43-52.

11. Сигорский В.П. Анализ электронных схем.- Киев: Гос. изд-во техн. лит. УССР, 1960.- 176 с.

12. Блажкевич Б.И. Определение передачи линейной цепи с помощью направленных деревьев графа проводимостей // Теоретическая электротехника.– Львов, 1967.– Вып. 3.– С. 111–119.

Тимкин Юрий Викторович – к.т.н., зав. сектором Научно-исследовательского электромеханического института НПО «АНТЕЙ» (Москва). Тел. (095) 449-92-12.

Шейн Дмитрий Владимирович – инженер-программист Ульяновского автомобильного завода, e-mail: D.Shein@uaz.ru.

**О СХЕМНЫХ ТРИАДАХ Л. И. ВОЛГИНА,
ПОРОЖДАЕМЫХ ПОВОРОТОМ
АКТИВНОГО ТРЕХПОЛЮСНИКА
В АКТИВНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ**
В. В. Филаретов

Преобразование поворотом активного трехполюсника (P -преобразование), предложенное в 1972 году и используемое для генерации и топологического синтеза новых схем [1], разделяет все активные электрические схемы на тройки (топологические триады) [2, 3]. Однако в литературе можно найти лишь наброски доказательства P -преобразования [4, 5]. В данной статье рассматривается полное схемно-топологическое доказательство P -преобразования, основанное на формулах выделения параметров управляемых источников и методе схемных определителей [6 – 8].

**Доказательство первой триады – преобразования идеального
операционного усилителя в повторители напряжения и тока**

На рис. 1 – 3 показано соединение одной и той же линейной (в общем случае, невзаимной) подсхемы, обозначенной прямоугольником, с различными активными трехполюсниками: инверсным идеальным ($k \rightarrow \infty$) операционным усилителем (ОУ), повторителем напряжения (ПН) или повторителем тока (ПТ).

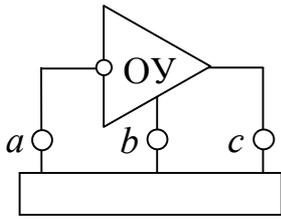


Рис. 1

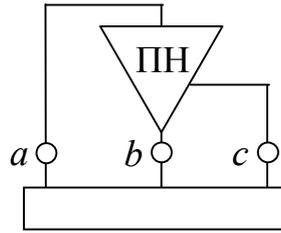


Рис. 2

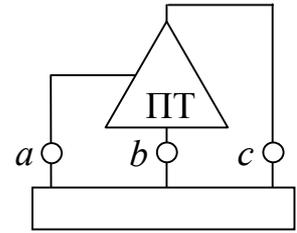


Рис. 3

Докажем, что определители схем, представленных на рис. 1 – 3, одинаковы. Для этого активные трехполюсники замещаются неудаляемым управляемым источником (НУИ), источником напряжения, управляемым напряжением (ИНУН) с $k=1$ и источником тока, управляемым током (ИТУТ) с $\beta=1$ в соответствии с рис. 4 – 6.

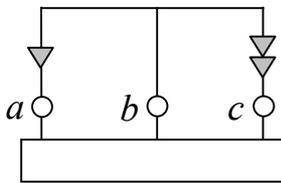


Рис. 4

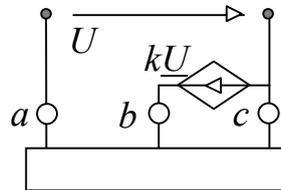


Рис. 5

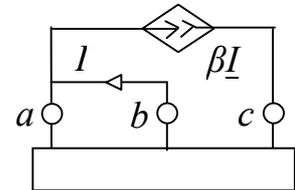


Рис. 6

Выделяя параметры ИНУИ k и ИТУТ β на рис. 5 и 6 [4], получаем

$$\Delta = k\Delta(k \rightarrow \text{НУИ}) + \Delta(k=0) \quad (1)$$

и

$$\Delta = \beta\Delta(\beta \rightarrow \text{ИТУТ}) + \Delta(\beta=0), \quad (2)$$

что соответствует схемно-алгебраическим выражениям (3) и (4)

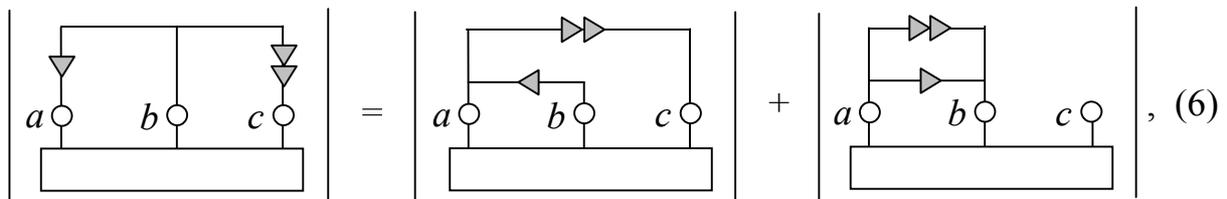
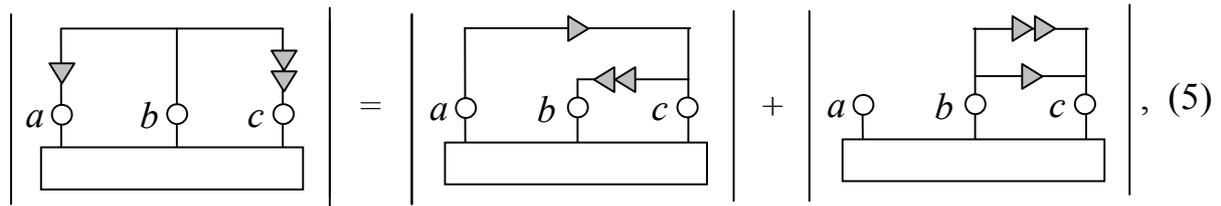
$$\left| \begin{array}{c} \text{Circuit with } U, kU \\ \text{terminals } a, b, c \end{array} \right| = k * \left| \begin{array}{c} \text{Circuit with } U, kU \\ \text{terminals } a, b, c \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit with } U, kU \\ \text{terminals } a, b, c \end{array} \right|, \quad (3)$$

$$\left| \begin{array}{c} \text{Circuit with } I, \beta I \\ \text{terminals } a, b, c \end{array} \right| = \beta * \left| \begin{array}{c} \text{Circuit with } I, \beta I \\ \text{terminals } a, b, c \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit with } I, \beta I \\ \text{terminals } a, b, c \end{array} \right|. \quad (4)$$

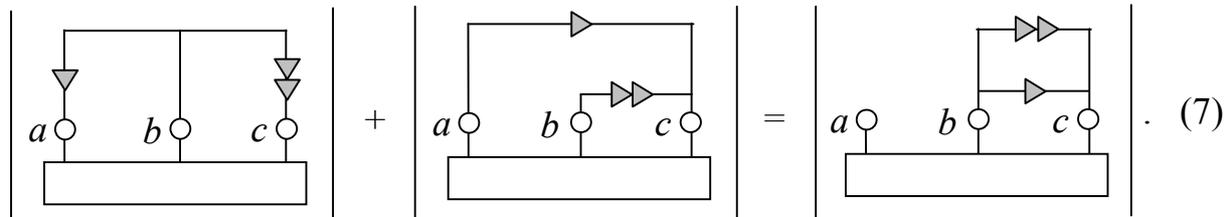
В выражениях (3) и (4) две вертикальные линии обозначают операцию взятия определителя от заключенной между ними схемы, а символ «*» – операцию умножения.

Заменяя схемы в левых частях выражений (3) и (4) схемой рис. 4, замещая короткозамкнутые ветви bc и ab параллельным

однонаправленным соединением генератора и приемника НУИ, а также учитывая $k=\beta=1$, получаем схемно-алгебраические уравнения (5) и (6)



Изменим ориентацию у генератора НУИ в первом слагаемом правой части уравнения (5) со сменой знака перед определителем и перенесем его в левую часть



Будем рассматривать слагаемые этого уравнения как числители передаточных функций по напряжению. Знаменатели передаточных функций одинаковы, поскольку в каждой из схем независимый источник напряжения подсоединяется между узлами b и c в соответствии с ориентацией НУИ [4]. Следовательно, на основании уравнения (7) можно записать

$$U_{ba}/U_{bc} + U_{ac}/U_{bc} = U_{bc}/U_{bc}. \quad (8)$$

Сокращая в уравнении (8) общий знаменатель, убеждаемся с учетом второго закона Кирхгофа для контура $abca$, что получили тождество. Таким образом, доказана правомерность перехода от рис. 1 к рис. 2 и обратно без ограничений на свойства подсхемы, к которой подсоединяются активные трехполюсники.

Для доказательства тождества (6) обратим внимание на то обстоятельство, что генераторы НУИ при совмещении всех трех схем образуют контур $abca$, а все приемники НУИ подсоединены к узлам a и b . Для одинаковой ориентации приемников перенесем второе слагаемое правой части (4) в левую часть с изменением ориентации приемника. Теперь рассмотрим две схемы, представленные на рис. 7, которые эквивалентны в соответствии с правилом переноса источника через контур [9, 10].

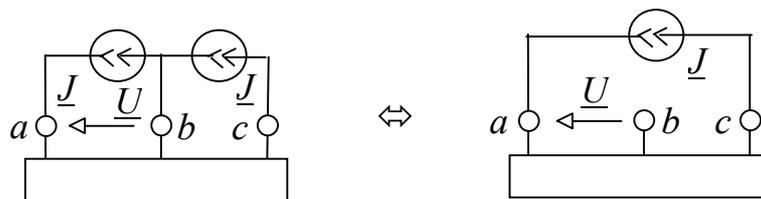


Рис. 7

Из эквивалентности схем на рис. 7 следует равенство напряжений \underline{U} между узлами a и b . Приравняв выражения для \underline{U} , полученные из каждой схемы по методу схемных определителей, получаем схемно-алгебраическое тождество, которое после деления на \underline{J} и умножения на общий знаменатель, равный определителю внешней по отношению к активному трехполюснику подсхемы, приобретает вид доказываемого тождества (6).

Таким образом, P -преобразование в рамках первой триады Л. И. Волгина ($OU \Leftrightarrow ПН$, $OU \Leftrightarrow ПТ$) инвариантно не только к схемным функциям (отношениям схемных определителей [7, 8]), как до сих пор считалось [1, 4], но и к определителям схем, получаемым в результате поворота активного трехполюсника. В частности, числители и знаменатели любых схемных функций инвариантны к P -преобразованиям первой триады. Важно, что эквивалентная замена ПН и (или) ПТ на ОУ, обеспечивает без каких-либо дополнительных затрат (простым поворотом активного трехполюсника!) многократное сокращение количества производных схем, подлежащих рассмотрению при разложении схемных определителей по формулам (1) и (2).

Доказательство второй триады – преобразования неинверсного усилителя напряжения в неинверсный усилитель напряжения или в конвертор импеданса при инверсии напряжения

На рис. 8 – 10 показано соединение одной и той же линейной (в общем случае, невзаимной) подсхемы, обозначенной прямоугольником, с различными активными трехполюсниками: неинверсным усилителем напряжения с коэффициентом усиления k , неинверсным усилителем напряжения с коэффициентом усиления $-k/(1-k)$, или конвертором импеданса при инверсии напряжения (КИН) с коэффициентом конверсии $k_Z=1/(1-k)$.

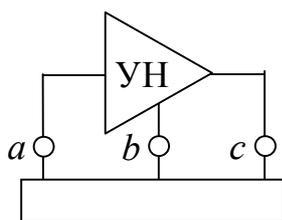


Рис. 8

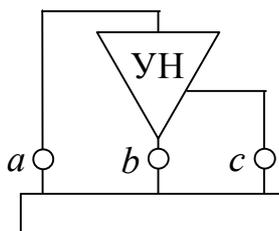


Рис. 9

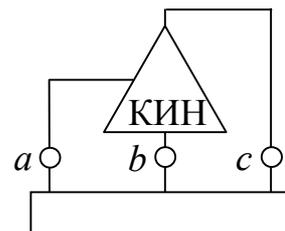


Рис. 10

Для доказательства рассматриваемого преобразования активные трехполюсники на рис. 8 – 10 замещаются ИНУН с параметрами k , $-k/(1-k)$ и $1-1/k_Z$, как показано на рис. 11 – 13, соответственно. В результате подстановки условия $k_Z=1/(1-k)$ и изменения ориентации как у генератора, так и у приемника, что не нарушает эквивалентность исходной схеме, схема на рис. 13 преобразуется в схему на рис. 11. Таким образом, переход от схемы рис. 8 к эквивалентной схеме на рис. 10 можно считать доказанным.

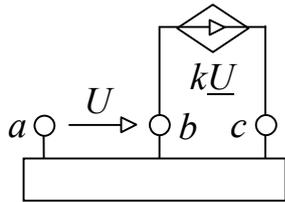


Рис. 11

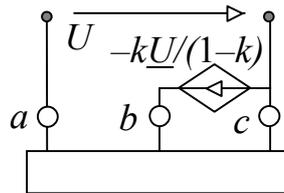


Рис. 12

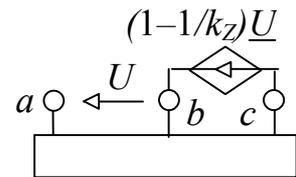


Рис. 13

Для доказательства перехода от схемы рис. 11 к схеме рис. 12 используем формулу (1)

$$\left| \begin{array}{c} \text{Circuit 11} \\ a \quad b \quad c \end{array} \right| = k * \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 12} \\ a \quad b \quad c \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 13} \\ a \quad b \quad c \end{array} \right|, \quad (9)$$

$$\left| \begin{array}{c} \text{Circuit 12} \\ a \quad b \quad c \end{array} \right| = \frac{-k}{1-k} * \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 11} \\ a \quad b \quad c \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 13} \\ a \quad b \quad c \end{array} \right|. \quad (10)$$

Приравняв правые части выражений (9) и (10) и взаимно уничтожая одинаковое второе слагаемое, убеждаемся с учетом тождества (5), что переход от рис. 11 к рис. 12 в общем случае (при любом k) не может быть инвариантным к определителю подсхемы, внешней по отношению к активному трехполюснику. Теперь исследуем данное преобразование на инвариантность к схемным функциям. Очевидно, что это менее сильное требование, позволяет сократить общий множитель $1-k$ в числителе и

знаменателе схемной функции для схемы на рис. 12 и только затем приравнять правые части (9) и (10).

Если привести правую часть (10) к общему знаменателю $1-k$ и отбросить его, а также приравнять полученное выражение к правой части (9) и сократить образованное уравнение на $-k$, то возвратимся к тождеству (5), что доказывает эквивалентность перехода от схемы рис. 11 к схеме рис. 12 по схемным функциям.

Таким образом, P -преобразование в рамках второй триады Л. И. Волгина инвариантно как к определителям схем, получаемым в результате поворота активного трехполюсника (преобразование УН \Leftrightarrow КИН), так и к схемным функциям (преобразование УН \Leftrightarrow УН).

Доказательство третьей триады – преобразования неинверсного усилителя тока в конвертор импеданса при инверсии тока или в неинверсный усилитель тока

На рис. 14 – 16 показано соединение одной и той же линейной (в общем случае, невзаимной) подсхемы, обозначенной прямоугольником, с различными активными трехполюсниками: неинверсным усилителем тока с коэффициентом усиления β , конвертором импеданса при инверсии тока (КИТ) с коэффициентом конверсии $k_z=1-\beta$ или неинверсным усилителем тока с коэффициентом усиления $-\beta/(1-\beta)$.

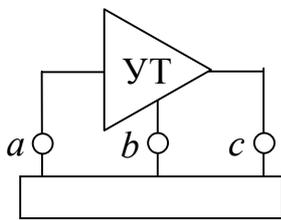


Рис. 14

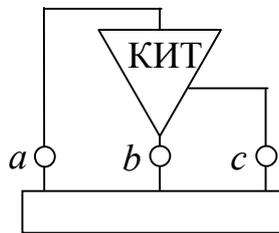


Рис. 15

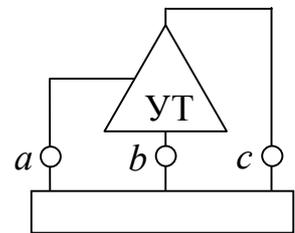


Рис. 16

Для доказательства рассматриваемого преобразования активные трехполюсники на рис. 14 – 16 замещаются ИТУТ с параметрами β , $-\beta/(1-\beta)$ и $1-1/k_z$, как показано на рис. 17 – 19, соответственно.

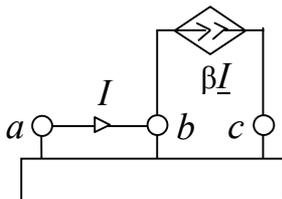


Рис. 17

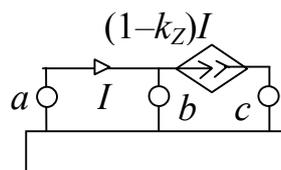


Рис. 18

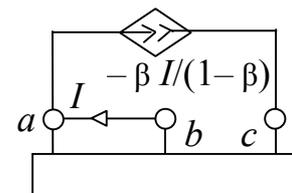


Рис. 19

В результате подстановки на рис. 18 условия $k_z=1-\beta$ устанавливаем совпадение схемы на рис. 18 со схемой на рис. 17. Таким образом, переход от схемы рис. 14 к эквивалентной схеме на рис. 15 является доказанным.

Для доказательства перехода от схемы рис. 17 к схеме рис. 19 используем формулу (2)

$$\left| \begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \text{Circuit 2} \end{array} \right| = \beta * \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 3} \\ \text{Circuit 4} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 5} \\ \text{Circuit 6} \end{array} \right|, \quad (11)$$

$$\left| \begin{array}{c} \text{Circuit 7} \\ \text{Circuit 8} \end{array} \right| = \frac{-\beta}{1-\beta} * \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 9} \\ \text{Circuit 10} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 11} \\ \text{Circuit 12} \end{array} \right|. \quad (12)$$

Приравняв правые части выражений (11) и (12), взаимно уничтожая одинаковое второе слагаемое, убеждаемся с учетом тождества (6), что переход от рис. 14 к рис. 16 в общем случае (при любом β) не может быть инвариантным к определителю подсхемы, внешней по отношению к активному трехполюснику. Теперь исследуем данное преобразование на инвариантность к схемным функциям. Очевидно, что это менее сильное требование позволяет сократить общий множитель $1-\beta$ в числителе и знаменателе схемной функции для схемы на рис. 16 и лишь затем приравнять правые части (11) и (12).

В результате приведения правой части (12) к общему знаменателю $1-\beta$ и его отбрасывания, а также приравнивания этого выражения к правой части (11) и сокращения образованного уравнения на $-\beta$, приходим к тождеству (6), что доказывает эквивалентность перехода от схемы рис. 17 к схеме рис. 19 по схемным функциям.

Таким образом, P -преобразование в рамках третьей триады *Л.И.Волгина* инвариантно как к определителям схем, получаемым в результате поворота активного трехполюсника (преобразование $UT \Leftrightarrow KIT$), так и к схемным функциям (преобразование $UT \Leftrightarrow UT$).

О взаимосвязи схемно-алгебраических тождеств с тождествами алгебры k -деревьев

Полученное в ходе доказательства P -преобразования схемно-алгебраическое тождество (7) обобщает основное тождество алгебры k -деревьев [6, 9]

$$(ca,b) + (ba,c) = (b,c), \quad (13)$$

где (ca,b) – множество ориентированных 2-деревьев, содержащих путь из вершины c в вершину a , не проходящий через вершину b ; (ba,c) – множество ориентированных 2-деревьев, содержащих путь из вершины b в вершину a , не проходящий через вершину c ; (b,c) – множество ориентированных 2-деревьев, не содержащих путей между вершинами a и b . Обобщение заключается в том, что тождество (7) в отличие от тождества (13) может применяться тогда, когда схема содержит произвольные линейные элементы (y - и z -ветви, все типы управляемых источников, идеальные операционные усилители). Отображение схемы унитарным графом допускает непосредственное задание только y -ветвей и источников тока, управляемых напряжением [9].

Схемно-алгебраическое тождество (6), представленное с помощью 2-деревьев графа подсхемы, внешней по отношению к активному трехполюснику, имеет вид

$$(ca,b) + (cb,a) = (a,b). \quad (14)$$

Для получения (14) из (6) первое слагаемое правой части (6) перенесено в левую часть с изменением ориентации у приемника или у генератора НУИ. Уравнение (14) является тождеством только для взаимной подсхемы, для 2-деревьев графа которой выполняется, в частности, условие $(ca,b)=(ac,b)$. Следовательно, попытка доказательства преобразования $OU \Leftrightarrow PT$ с помощью графового подхода приводит к неверному заключению о справедливости этого преобразования только для подсхемы, удовлетворяющей свойству взаимности,

Выводы

1. Предложенное схемно-алгебраическое доказательство P -преобразования (триады рис. 1–3, рис. 8–10 и рис. 14–16) расширило область его корректного применения для топологических преобразований и синтеза активных электрических цепей.

2. Обоснование P -преобразования потребовало доказательства схемно-алгебраических тождеств (6) и (7) на собственно схемной основе, то есть без применения графов на основе свойства рефлексии.

3. Установлена ограниченность графовых представлений, что указывает на целесообразность использования схемного подхода [6 – 8] в теории эквивалентных преобразований электрических цепей.

4. Инвариантность преобразований $OU \Leftrightarrow ПН$, $OU \Leftrightarrow ПТ$, $УН \Leftrightarrow КИН$, $УТ \Leftrightarrow КИТ$ к схемному определителю позволяет использовать их для анализа электрических цепей наряду с традиционными эквивалентными преобразованиями [10, 11], что делает целесообразным включение триад Л. И. Волгина в учебные курсы теоретических основ электротехники и основ теории цепей.

Литература

1. Волгин Л.И. Топологические преобразования и синтез схем радиоэлектронных средств.– Тольятти: Изд-во Поволжского технологического ин-та сервиса.– 2000.– 173 с.

2. Волгин Л.И. Алгебраические группы топологических P -преобразований электрических схем, построенных на базе активного трехполюсника // Логико-алгебраические методы, модели и прикладные применения: Тр. междунар. конф.–Ульяновск: УлГТУ, 2001.–Т. 3.–С. 3–6.

3. Зарукин А.И. Топологические схемные триады Л.И.Волгина // Научно-технический калейдоскоп. Серия «Приборостроение, радиотехника и информационные технологии».– 2001.– № 2.- С. 65-70.

4. Волгин Л.И. Топологические преобразования электрических цепей.– Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1982.– 108 с.

5. Шакиров М.А. Методы анализа сложных электрических цепей: Учебное пособие.– Л.: ЛПИ им. М. И. Калинина, 1984.– 84 с.

6. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– № 5.– С. 43–52.

7. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // Электричество.– 2001.– № 4.– С. 43–51.

8. Курганов С.А., Филаретов В.В. Анализ установившихся режимов электрических цепей методом схемных определителей: Учебное пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– 148 с.

9. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения ветвей и дуг // Электричество.– 1992.– № 7.– С. 31–37.

10. Теоретические основы электротехники: В 2 т. Т. 1: Основы теории линейных цепей / П.А.Ионкин, А.И.Даревский, Е.С.Кухаркин, В.Г.Миронов, Н.А.Мельников.– М.: Высшая школа, 1976.– 544 с.

11. Попов В.П. Основы теории цепей.– М.: Высшая школа, 2000.– 575с.

Филаретов Владимир Валентинович – д.т.н., профессор кафедры «Электроснабжение» УлГТУ. 432027, Ульяновск, ул. Северный венец, д. 32, УлГТУ. Тел.: (8422) 43-91-05. Домашний адрес: 432035, г. Ульяновск, ул. Локомотивная, д. 203, кв. 5. Тел.: (8422) 38-17-34. E-mail: yvfil@mail.ru. W-сайт: <http://astrometric.sai.msu.ru/~symbol>

EXTENSION OF FEUSSNER'S METHOD TO GENERAL ACTIVE NETWORKS

V. V. Filaretov and A. S. Korotkov

Each of the symbolic analysis method can be classified to the group of algebraic or topological methods [1], [2]. All approaches have certain advantages and limitations. But possibly one of the most common points among them is that the first stage of analysis requires a special presentation of the network as a number of algebraic sets or topological graphs. In this paper a method that doesn't need any intermediate and preparatory stages is proposed. It is based on special transformations of the analyzed network and a presentation of active elements (controlled sources) as oriented nullator and norator pairs. This concept develops the singular elements approach discussed by *A.Davies* and *J.Braun* in [3], [4], [5], where the oriented nullors have been introduced, and generalizes the determinant expansion formulas firstly proposed by *W.Feussner* in [6], [7] (see also paper [8], [9]) for passive circuits.

Formally the method belongs to the class of algebraic methods, because the result in a general case is presented as determinant expansion (parameter extraction) equations. All types of controlled sources can be included to the consideration. In opposite to the presentations of controlled sources proposed in [5], [10] no extra elements are needed. The calculation consists of a number of formalized operations with external nodes those of them are connected to the elements using for the determinant expansion (parameter extraction). The main advantage of the method is that there are not any cancellations among the generated terms. From this point of view, possibly, only the two-graph method (and its modification, for example discussed in [11]) has got the same efficiency. But the active elements presentations in the two-graph method are more difficult than proposed in the current paper. The circuit decomposition technique can be realized simpler using the new approach as well. The method can be applied for the analysis of both continuous time and discrete time circuits.

To understand the proposed method we'd like to consider shortly the algorithm presented in [4], [5]. The author has considered the circuit containing a number of passive elements and oriented nullors. For calculation of the determinants the *Feussner's* formulas have been used

$$\Delta = Z \Delta^Z + \Delta_Z, \quad (1)$$

$$\Delta = Y \Delta_Y + \Delta^Y, \quad (2)$$

where Δ^Z and Δ^Y are determinants of the circuit matrix when the Z and Y elements have been omitted, Δ_Z and Δ_Y are determinants of the circuit matrix when the Z and Y elements have been short circuited. Repeating eq.(1),(2) as recurrent formulas all elements corresponding to passive components of the circuit can be removed. After the removal the residual circuit will consist of a number of oriented nullors. The determinant of such circuit can be equal to 0 or ± 1 . It can be used to determine the sign of the initial determinants. Simplest

examples of the residual circuits consist of one oriented nullor are shown in Fig.1. The orientation of the nullator and norator corresponds to arrows shown as triangles instead of standard ovals. Each pair of the nullator and norator should be numerated to avoid a possible error when the nullor will be formed as a combination of the nullator and norator. It was shown that the determinant sign of the circuit model that consists of regular elements and oriented nullors is equal to the sign of determinants corresponds to the incidence matrix of residual circuit nodes and nullator and norators.



Fig. 1.

Generally speaking this approach is computation effective for the symbolic analysis of circuits based on idealized operational amplifiers (OpA's) and can be considered as a particular case of the approach proposed in the current paper. Fig.2, where all types of controlled sources are depicted, illustrates an idea of the method [12].

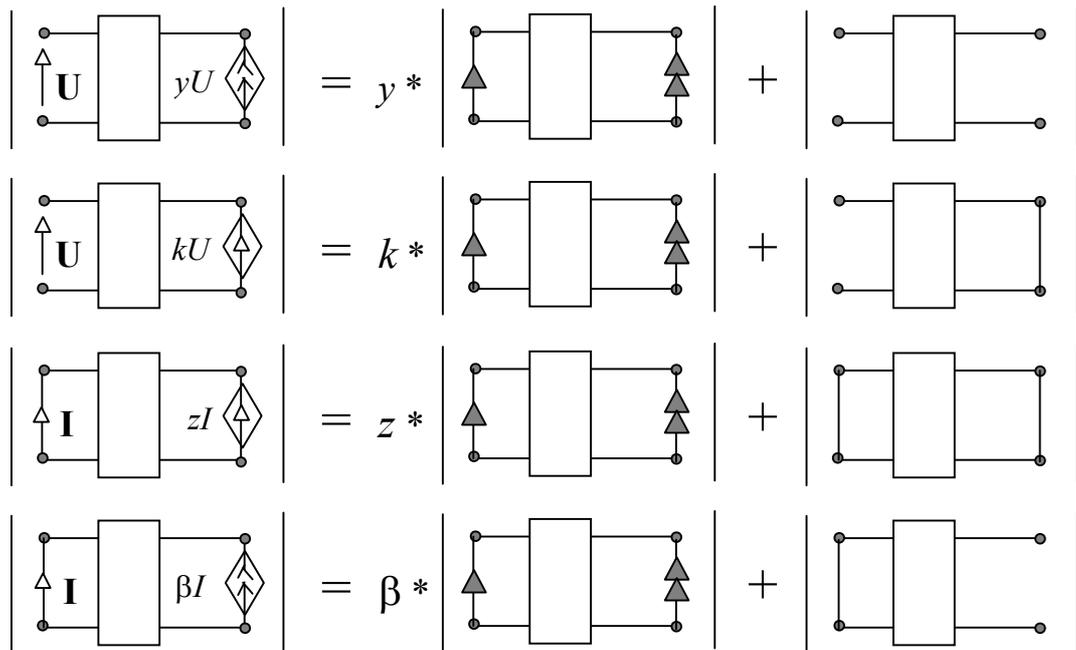


Fig. 2.

The determinant of the circuit matrix is presented as a sum of two terms. The first term corresponds to the contribution of the active element and the second one corresponds to the contribution of the transformed part of the circuit when the controlled source is extracted from it. Depending on the type of controlled sources nodes connected with it should be shorted or opened. This statement can be reflected by the following equation in a generalized form

$$\Delta = \chi\Delta(\chi \rightarrow 1) + \Delta(\chi \rightarrow 0), \quad (3)$$

where parameter χ corresponds to the value of the controlled source parameter, $\Delta(\chi \rightarrow 1)$ and $\Delta(\chi \rightarrow 0)$ correspond to determinants of the circuit matrix when the controlled source is replaced by the oriented nullor and when the controlled source is deleted from the circuit respectively.

Taking into account a known transform of the passive branch to its presentation as a controlled source, it is possible to demonstrate that eq.(1),(2) are following from eq.(3).

To prove the equation (3), consider, as an example, the parameter extraction of the voltage controlled current source (VCCS) (see Fig.2, line 1). Steps of the proof are shown in Fig.3.

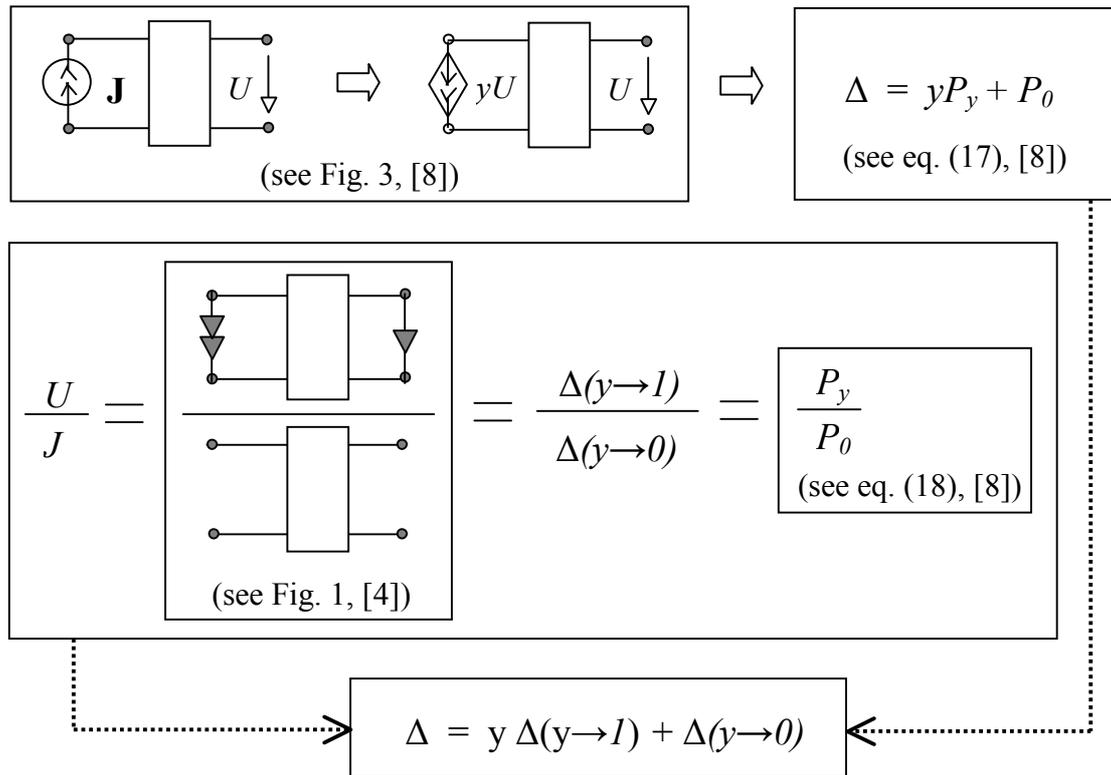


Fig. 3.

The extraction of the parameter of other controlled sources is discussed analogously.

Consider further the calculation of the first term in eq.(3). The determinant $\Delta(\chi \rightarrow 1)$ is calculated using two procedures. The first one is passive component extraction by means of formulas (1) and (2). As it was mentioned in Introduction the residual circuit consists of a number of nullors. The procedure for the calculation of this residual circuit determinant formulated in [4] is based on incidence matrix presentation. Here we would like to propose an algorithm based on equivalent nullor circuit transformation. It doesn't require any special circuit presentation both in the matrix or graph forms. Thus, let us consider the circuit consisting of a number of oriented nullors only. In general case the circuit can consist of a combination of oriented nullors and passive elements. The

discussed procedure will later be called "nullor extraction" and can be formalized by the following steps

1. Choice of *basic* nodes. As the basic node only the node that is connected to singular elements can be chosen. In the simplest case the basic node corresponds to the common node of nullator and norator of the extracted nullor. For example, it can be a ground node.

2. The basic node is splitted to two nodes in order that the first of them will be connected with nullators only while the second node will be connected with norators only.

3. Branches corresponding to nullator and norator of the extracted nullor are short circuited.

The extraction of the nullor number n can be formalized by the following formula $\Delta = \pm \Delta_n$, where Δ_n is the determinant of the circuit matrix after the procedure of the nullor number n extraction. Generally speaking this equation means that the nullor extraction will change the sign of the initial determinant. The choice of the sign depends on the orientation of the nullator and norator. If these elements have got the same orientation with respect to the basic node that the sign will be positive. In the opposite case the sign will be negative.

As an example consider the procedure of the symbolic analysis of the biquad. Let us assume for the simplicity that OpA's are idealized. Thus, an equivalent circuit of the biquad is shown in Fig.4. The additional nullor number 0 is introduced to the circuit to determine the numerator of the transfer function in accordance with [4]. The analysis procedure is presented as a number of steps of the transfer function calculation. It consists of the recurrent using of extraction operations for nullors and regular elements. For the nullor extraction the ground node numbered by 0 can be used as the basic node. On the second step this node is splitted to two nodes. To the first of them norators are only connected while all nullators are connected to the second node. Following the discussed method, branches of the nullor number 0 are short circuited. This operation will not change the sign of the determinant because the orientation of norator and nullator of the extracted nullor was the same respect to the basic node. The elements y_4 and y_6 are extracted in accordance to eq.(2). On the next step the node noted by the letter "a" is chosen as the basic node. The nullor number 2 is extracted. This operation changes the sign of the determinant because the orientation of norator and nullator of the extracted nullor was opposite respect to the basic node. To compensate this sign changing the orientation of singular elements has been changed on the step 5. The determinant of the obtained circuit is calculated using eq.(2) and Fig.1. Nodes noted as 0 and the letter "b" are used as basic nodes. The calculated transfer function is shown in Fig.4.

The new method generalizes the parameter extraction procedure for all types of controlled sources. In opposite to the known approaches it doesn't require neither matrix [7], nor graph [13] description of the circuit.

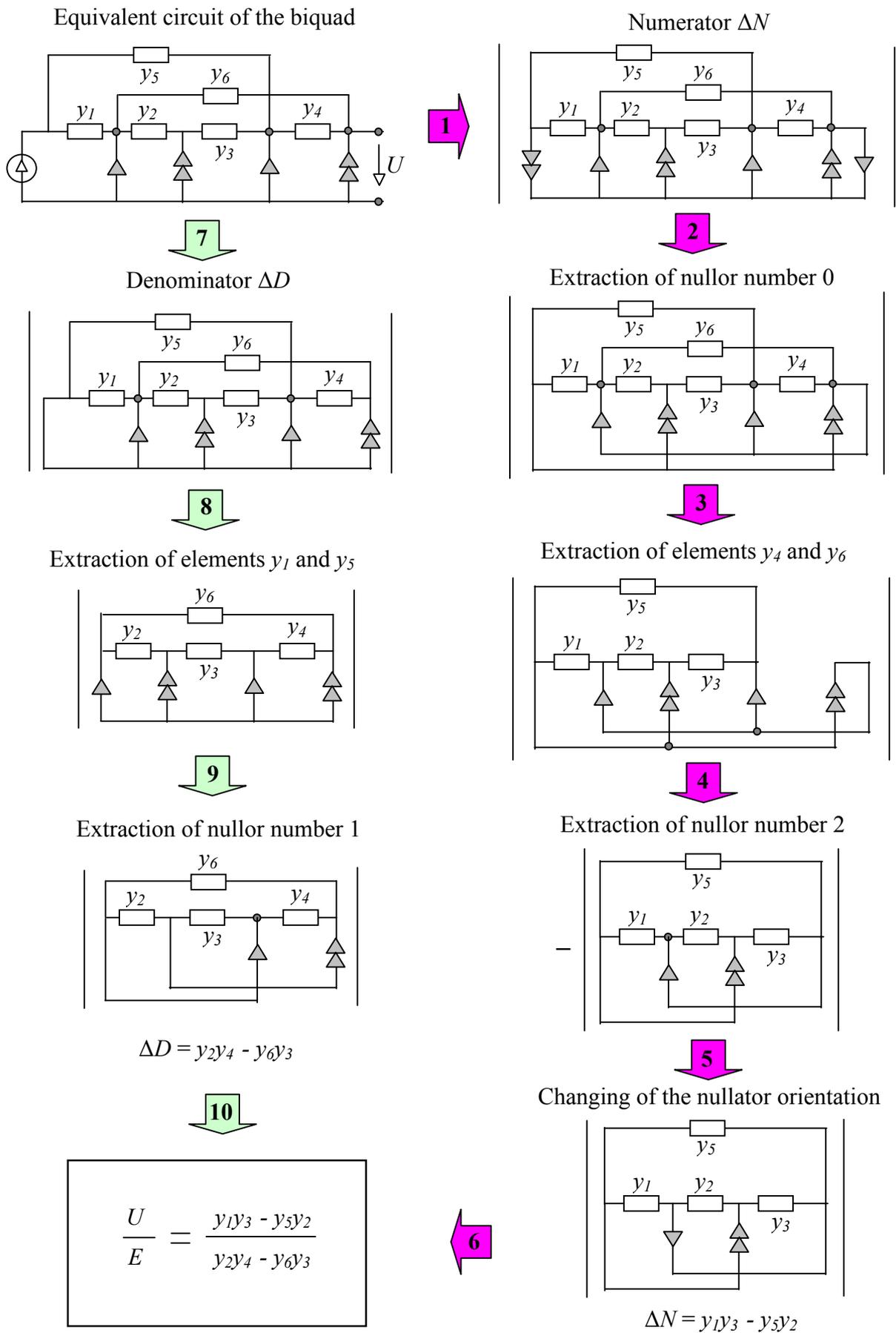


Fig. 4.

References

- [1] G.G.E.Gielen, P.Wambacq, and W.Sansen, "Symbolic Analysis Methods and Applications for Analog Circuits: A Tutorial Overview," *Proc. IEEE*, vol. 82, no.2, pp. 287-303, Feb. 1994.
- [2] P.Wambacq, G.G.E.Gielen, and W.Sansen, "Symbolic Network Analysis Methods for Practical Analog Integrated Circuits: A Survey," *IEEE Trans. Circuits Syst., Pt.II*, vol. 45, no. 10, pp. 1331-1341, Oct. 1998.
- [3] A.C.Davies, "Topological solution of networks containing nullators and norators," *Electronics letters*, vol. 2, no. 3, pp. 90-92, Mar. 1966.
- [4] J.Braun, "Topological analysis of networks containing nullators and norators," *Electronics letters*, vol.2, no. 11, pp. 427-428, Nov. 1966.
- [5] J.Braun, "Method of singular elements in the theory of active nonreciprocal networks," Ph.D. dissertation, Rozprawy Československé Akademie VĚD, Praha, 1969.
- [6] W.Feussner, "Ueber Stromverzweigung in netzformigen Leitern," *Annalen der Physik*, Bd. 9, no. 13, S. 1304-1329, 1902.
- [7] W.Feussner, "Zur Berechnung der Stromstarke in netzformigen Leitern," *Annalen der Physik*, Bd. 15, no.12, S. 385-394, 1904.
- [8] G.E.Alderson and P.M.Lin, "Computer generation of symbolic network functions – a new theory and implementation," *IEEE Trans. Circuit Theory*, vol. CT-20, no. 1, pp. 48-56, Jan. 1973.
- [9] S.Hoang, "Direct topological rules for analysis of networks without magnetic coupling," *Archiwum elektrotechniki*, T. 23, z. 2, S. 387-405, 1974.
- [10] J.A.Svoboda, "Using nullors to analyze linear network," in *The Filters and Circuits Handbook*, Edited by W.-K. Chen, CRC Press, 1995, Chapter 22.
- [11] B.Rodanski, "Extension of the two-graph method for symbolic analysis of circuits with non-admittance elements," in *Proc. SMACD'02*, Sinaia, Romania, pp.17-20, 2002.
- [12] V.V.Filaretov, "A topological analysis of electronic circuits by a parameter extraction method," *Electrical technology Russia*, no. 2, pp.46-61, 1998.
- [13] R.Dmytryshyn, "Modified Feussner's method," in *Proc. SMACD'02*, Sinaia, Romania, pp.47-52, 2002.
- [14] V.V.Filaretov, "Improved decoding method for electrical network analysis," *Electrical technology Russia*, no.4, pp.41-53, 1996.
- [15] R.Dmytryshyn and A.Kubaszek, "Sequence of expressions generation for the repetitive analysis acceleration," in *Proc. SMACD'98*, Kaiserslautern, Germany, pp.154-159, 1998.
- [16] M.A.Breuer, "Generation of optimal code for expressions via factorization," *Communications of the Association for computing machinery*, vol.12, no.6, pp.333-340, 1969.
- [17] B.S. Rodanski, "Computational Efficiency of Symbolic Sequential Formulae," in *Proc. SMACD'00*, Lisbon, Portugal, pp.45-50, 2000.

Prof. Dr. Alexander S. Korotkov
Electrical Eng and Telecom Dept
St.Petersburg State Technical
University, Russia
Senior member, IEEE
Vice Chair IEEE BT/COM/CAS
Chapter, St.Petersburg
Tel.: +7 812 5527639. E-mail:
korotkov@rphf.spbstu.ru

Коротков Александр
Станиславович – д.т.н., профессор
кафедры «Радиотехника и
телекоммуникации»
Санкт-Петербургского
государственного технического
университета
Тел.: +7 812 5527639
korotkov@rphf.spbstu.ru

ЭФФЕКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ В НЕПРЕРЫВНОЙ ФОРМЕ МАТРИЧНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

В.А. Филин

Различным аспектам теории, методам и алгоритмам решения уравнений состояния посвящено значительное число статей и монографий отечественных и зарубежных ученых. Среди методов, ориентированных на применение компьютера, наиболее распространены разностные методы, решение на основе которых дает дискретные значения функций переходного процесса в отдельных близких точках, т.е. на малых шагах времени. Широко известны компьютерные программы с наиболее простыми алгоритмами, основанными на методах *Эйлера*, трапеций и его модификациях. Эти методы дают лишь первый или второй порядок точности аппроксимации процесса на каждом шаге. Известны также методы *Рунге-Кутты* и *Гира*, которые позволяют повысить точность (практически до четвертого и шестого порядка).

Применительно к линейным цепям решение на каждом шаге в этих случаях по точности соответствует разложению в ряд *Тейлора* с максимальными степенями членов разложения, соответственно, первой, второй и четвертой. Столь низкая точность аппроксимации процесса, отсутствие эффективного контроля точности решения заставляют выбирать величину шага расчёта весьма малой, в результате чего, при расчёте сложных электрических процессов, общее число шагов и время расчета оказываются неприемлемыми. Поэтому важной становится разработка новой, более эффективной методики расчета, которая позволяла бы: а) составлять простую программу для компьютера; б) получать результат расчета на каждом шаге с заданной точностью; в) проводить расчет процессов с максимальной скоростью путем выбора наиболее рационального шага, определяемого условиями конкретной задачи.

Возможности для создания методики с перечисленными свойствами представляет разложение функций переходного процесса в ряд *Тейлора* на каждом шаге времени, поскольку, как известно из теории, добавление одного члена разложения обычно гораздо эффективнее, чем дробление шагов на множество частей. Однако, для практической реализации этих преимуществ необходим достаточно простой метод разложения функций переходного процесса в ряд *Тейлора* с произвольным числом членов.

Во многих работах, посвященных вопросам численного анализа обыкновенных дифференциальных уравнений и их приложениям к расчету переходных процессов отмечается возможность представления решения в виде ряда *Тейлора*, но простых и эффективных способов вычисления членов ряда никто из авторов не предлагал. Так, в работах *Г.Е.*

Пухова [1,2] предложено определять коэффициенты ряда *Тейлора* на основе решения системы алгебраических уравнений для т.н. тейлоровских изображений. Процедура вычисления по такой методике является громоздкой и зависит от числа учитываемых коэффициентов и порядка исследуемой цепи.

Идея определения коэффициентов ряда *Тейлора* в виде рекуррентного уравнения была предложена *А.Д. Артым* в середине 80-х годов. В дальнейшем автором данного доклада разработаны практические формы использования этого решения, проведена его апробация на ряде важных задач практики и в совместной работе [3] оно впервые было опубликовано. Принцип получения рекуррентного уравнения, позволяющего вычислять последующий член разложения в ряд *Тейлора* по двум предыдущим проиллюстрируем на простейшем примере разряда емкости \underline{C} на резистор R . Уравнение состояния для такой цепи имеет вид:

$$\frac{du(t)}{dt} = -\frac{1}{C}i(t) = -\frac{1}{CR}u(t) = Du(t), D = -\frac{1}{CR}. \quad (1a,б)$$

В качестве нулевого приближения (первого члена ряда *Тейлора*) для аналитического решения $u(t) = U_0 e^{Dt}$ используется начальное напряжение, т.е. $u^{\text{Пр.0}}(t)=u(0)=U_0$. Первое приближение (два члена ряда *Тейлора*) получим, интегрируя уравнение (1a), взяв правую часть в нулевом приближении

$$\frac{du^{\text{Пр.1}}(t)}{dt} = DU_0, \quad u^{\text{Пр.1}}(t) = U_0 + tDU_0. \quad (2a,б)$$

Используя $u^{\text{Пр.1}}(t)$ с помощью уравнения (2a) аналогично можно найти второе приближение:

$$\frac{du^{\text{Пр.2}}(t)}{dt} = Du^{\text{Пр.1}}(t), \quad u^{\text{Пр.2}}(t) = U_0 + tDU_0 + \frac{t^2}{2!} D^2U_0.$$

Повторение операций уточнения позволяет получить усеченные ряды *Тейлора*, аппроксимирующие решение $u(t) = U_0 e^{Dt}$ для произвольных (k-2)-го, (k-1)-го и k-го приближений, из которых следует рекуррентное уравнение

$$u^{\text{Пр.к}}(t) = u^{\text{Пр.(к-1)}}(t) + \frac{tD}{k} [u^{\text{Пр.(к-1)}}(t) - u^{\text{Пр.(к-2)}}(t)],$$

согласно которому последующее приближение решения может быть получено через два предыдущих с помощью простейших операций.

Для учета функций воздействия (источников напряжений и токов) эти функции должны быть разложены в ряды *Тейлора*. Степень приближения (число членов ряда *Тейлора*) должна соответствовать степени приближения переменной состояния.

Для линейной цепи произвольной сложности справедливо матричное рекуррентное уравнение, аналогичное приведенному выше. Для n -го временного интервала h при изменении переменной τ внутри этого интервала, получим следующее решение матричного дифференциального уравнения состояния:

$$\mathbf{v}_{CL}^{\text{Пр.К}}(\tau) = \mathbf{v}_{CL}^{\text{Пр.К-1}}(\tau) + \frac{\tau}{K} \mathbf{D}_{CL} \{ \mathbf{v}_{CL}^{\text{Пр.К-1}}(\tau) - \mathbf{v}_{CL}^{\text{Пр.К-2}}(\tau) \} + \frac{\tau^K}{K} \mathbf{D}_{u_0 i_0} \mathbf{v}_{0, \text{К-1}}(\tau), \quad (3)$$

позволяющее от решений с более низкими степенями приближения (Пр. (к-1)) и (Пр. (к-2)) перейти к более высокой степени приближения (Пр. к) матрицы $\mathbf{v}_{CL}^{\text{Пр.К}}(\tau)$ переменных состояния. Таким образом, если функции воздействий (источников) заданы в виде степенных рядов, а матрица переменных состояния – в нулевом приближении (начальные условия), то уравнение (3) позволяет неограниченно повысить степень приближения решения от нулевого до требуемого значения k . Важной отличительной особенностью рекуррентного уравнения (3) является возможность представления решения внутри шага ($0 \leq \tau \leq h$) в непрерывной (аналитической) форме:

$$\mathbf{v}_{CL}(\tau) = \mathbf{v}_{CL}(0) + \sum_{k=1}^q [\mathbf{v}_{CL}^{\text{Пр.К}}(h) - \mathbf{v}_{CL}^{\text{Пр.К-1}}(h)] \tau / h.$$

По существу предложен новый алгоритм решения уравнения состояния [4]. Вместо расчета дискрет с помощью рекуррентного уравнения рассчитываются коэффициенты матричного ряда *Тейлора*, по которым может быть найдено значение функции процесса для любого момента времени внутри заданного шага, а сам шаг может быть в сотни, тысячи раз больше обычного шага в существующих программах.

Литература

1. Пухов Г.Е. Преобразования Тейлора и их применение в электротехнике и электронике. Киев., Наукова думка, 1978.
2. Пухов Г.Е. Приближенные методы математического моделирования, основанные на применении дифференциальных Т-преобразований.– Киев, Наукова думка, 1988.
3. Артым А.Д., Филин В.А. Матрично-топологические методы анализа переходных процессов в электрических цепях.– ГУТ, СПб., 1993.
4. Артым А.Д., Филин В.А., Есполов К.Ж. Новый метод расчета процессов в электрических цепях.– СПб, ЭЛМОП, 2001.

Филин Владимир Алексеевич – д.т.н., профессор кафедры теории электрических цепей Санкт-Петербургского Государственного университета телекоммуникаций.
E-mail: filin@tec.sut.ru или filin@sut.ru

РЕАЛИЗАЦИЯ ГИБРИДНЫХ МОДЕЛЕЙ УСТРОЙСТВ РЕЛЕЙНОЙ ЗАЩИТЫ И АВТОМАТИКИ В СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ СРЕДЕ

В. М. Шевцов, А. В. Доронин

Математические модели функционально сложных устройств релейной защиты и автоматики (РЗА) различных энергообъектов представляют собой неоднородный гибридный базис операций, который включает непрерывные аналоговые функции и время-логические операции над сигналами.

В связи с этим, проектирование устройств и систем РЗА представляет достаточно сложную задачу даже при использовании современных мощных вычислительных машин.

Задача облегчается, если рассматривается проектирование ограниченного числа разновидностей энергообъектов: например системы РЗА (генераторов, трансформаторов и линий электропередачи). В этом случае количество инвариантных и вариативных подмоделей устройств РЗА становится конечным и обозримым, а вариации их параметров прогнозируемыми. Декомпозиция математических моделей различных типов РЗА энергообъектов на удобные и сходные составные части (подмодели) является неограниченным процессом, в котором решающее значение играет опыт и целевое назначение компьютерной среды, в которой генерируются рациональные модификации. Поиск исследование, имитационное моделирование, испытание разрабатываемых новых устройств РЗА требуют большей детализации операций и значительных вычислительных ресурсов.

Примером гибридной математической модели может служить система продольной дифференциальной защиты (ПДЗ) энергообъекта [1-3].

Модель включает аналоговые соотношения:

$$i_{вТ}(t) = i_{вХ}(t) = n_{ТТ} i(t); \quad \mathbf{i} = (\mathbf{i}_I, \mathbf{i}_{II}); \quad x_k = n_k i_{вХ} = n_k n_{ТТ} i, \quad (1)$$

где $n_{ТТ}$, n_k – соответственно коэффициенты трансформации ТТ и промежуточных ферромагнитных преобразователей;
нелинейные уравнения типа:

$$y(t) = \text{spf}(m_i |\mathbf{i}_I - \mathbf{i}_{II}| - I_{уст.i} - I_{торм.i}), \quad (2)$$

где $i = A, B, C$; $\text{spf}(x)$ – скачкообразная функция, определяемая следующим образом: $\text{spf}(x) = 1$ для $x > 0$, $\text{spf}(x) = 0$ для $x \leq 0$;

а также логическое соотношение для выходной реакции v_1 :

$$v_1 = y_A \wedge y_B \wedge y_C \quad (3)$$

Этим группам уравнений соответствует блок-схема, изображенная на рис. 1. Исследование свойств и испытание в динамических режимах разрабатываемой новой гибридной модели ПДЗ целесообразно проводить в универсальной математической среде (например, MATLAB).

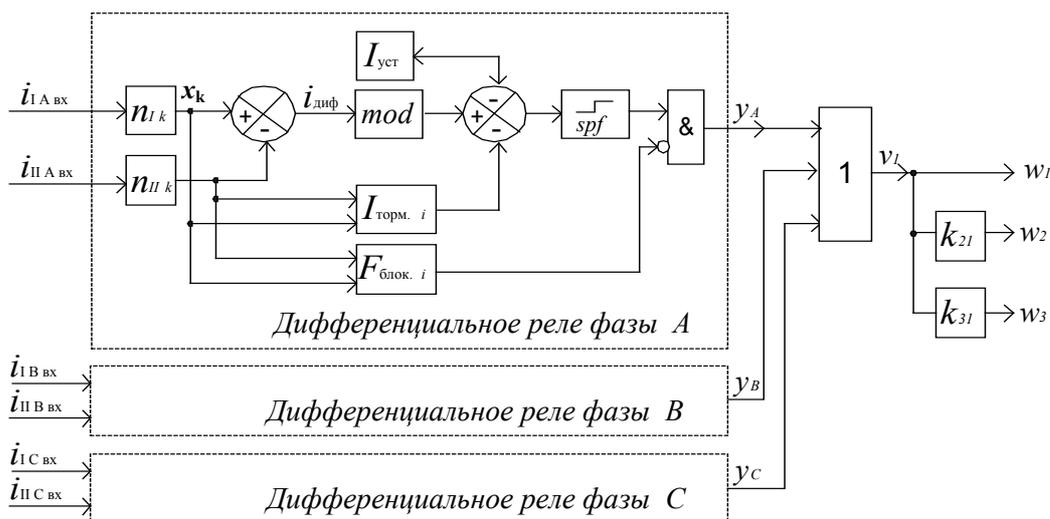


Рис. 1

После выбора оптимальной структуры и алгоритмов функционирования рабочее проектирование конкретных устройств и систем РЗА для заданных параметров энергообъектов может осуществляться с более компактными моделями, но более функционально сложными, чем исходный гибридный базис операций. Эффективная реализация функционально-сложных компактных моделей может быть осуществлена в системе графического проектирования, адаптированной к заданной элементной базе. Среди известных специализированных профессиональных средств разработки систем РЗА можно отметить пакет SAP316 (FUPLA) фирмы АББ [4].

Система SAP316 представляет собой мощный и удобный инструмент для разработчиков-профессионалов систем управления и защит генераторов, трансформаторов и линий электропередач. Особенностью системы является развитая библиотека функций (аналоговые, дискретные, логические и фильтр-функции).

Литература

1. Шевцов В.М., Доронин А.В. Гибридная информационная модель продольной дифференциальной защиты энергообъекта // ИТЭЭ-2000. Материалы III всерос. НТК / Чебоксары. Изд-во Чуваш. ун-та, 2000. – С.310-313.
2. Доронин А.В., Шевцов В.М. Моделирование современной продольной дифференциальной защиты энергообъекта и исследование её усовершенствований // Материалы XII сессии семинара «Кибернетика электрических систем» 25-27 сентября 2000 г., ЮРГТУ. – С.53-54.
3. Доронин А.В., Шевцов В.М. Исследование дифференциальных релейных защит трансформаторов в компьютерной среде MATLAB // Материалы II Международной НПК «Интеллектуальные электромеханические устройства, системы и комплексы» / ЮРГТУ 2001. – С.45-48.
4. Описание системы SAP316 (FUPLA). ABB Switzerland Ltd, 2002.

Шевцов Виктор Митрофанович – к.т.н., доцент кафедры ТОЭ; заслуженный изобретатель ЧР; Чувашский государственный университет (ЧГУ).
Доронин Александр Викторович – ассистент каф. ТОЭ ЧГУ.
 Адрес: 428015 г. Чебоксары, Московский пр. 15, ЧГУ, В-211. E-mail: toe@chuvsu.ru

СОДЕРЖАНИЕ

Бондаренко Л.Н. Идентификация двухполюсных электрических сетей из элементов двух типов	3
Волгин Л.И., Климовский А.Б. Непрерывно-логические выпрямительные преобразователи	6
Волгин Л.И., Филаретов В.В. Взаимная обратимость и реверсивное топологическое преобразование активных электрических цепей	9
Гришкевич А.А. Дистрибутивные решетки графов схем электроэнергетических систем	17
Дмитришин Р.В., Филаретов В.В. Генерация схемных определителей на основе бинарного дерева формулы	20
Дмитришин Р.В., Филаретов В.В., Шеин Д.В. Нулорно-унисторный подход к анализу цепей с операционными усилителями	27
Добровинский И.Р., Громиков К.В., Жадаев В.А. Определение параметров двух- и трехэлементных двухполюсников комбинированным мостом переменного тока	36
Зарукин А.И. Ограничители тока	39
Иваницкий А.М. Новые формы теоремы Теллегена	43
Курганов С.А. Схемно-алгебраические формулы для определения цепных параметров проходных четырехполюсников в символьной форме	52
Курганов С.А., Филаретов В.В. О применении операционных усилителей для компенсации импедансов независимыми источниками	55
Курганов С.А., Филаретов В.В. Использование схемных функций при вариации параметров управляемых источников в линейных электронных цепях	59

Лаксберг Э.А., Эсс В. Применение статистического и комбинаторного методов для оптимизации линейных цепей	64
Масленников В.В. , Зо Мин Аунг. Звенья активных фильтров на основе аналоговых базовых матричных кристаллов для диапазона коротких радиоволн	68
Медведик Ю.Т., Бондаренко Л.Н. Исследование амплитудно-частотной характеристики магнитного способа крепления виброакустического преобразователя	72
Меньшов Е.Н. Несоответствие уравнений Максвелла требованиям, предъявляемым к динамическим моделям типа «вход-выход»	75
Семочкина И.Ю. Измерительные преобразователи интегрирующего типа на базе однопетлевых структур	79
Семочкина И.Ю. Реализация алгоритмов экстраполяции в цифровой части измерительных преобразователей интегрирующего типа	81
Тимкин Ю.В., Филаретов В.В., Шеин Д.В. Неудаляемые дуги в унисторном графе и их применение для раскрытия суммарных алгебраических дополнений	82
Филаретов В.В. О схемных триадах Л.И.Волгина, порождаемых поворотом активного трехполюсника в электрических цепях	86
Филаретов В.В.,Коротков А.С. Обобщение метода Фойснера для активных цепей	95
Филин В.А. Эффективный алгоритм численного решения в непрерывной форме матричного дифференциального уравнения состояния электрических цепей	101
Шевцов В.М., Доронин А.В. Реализация гибридных моделей устройств релейной защиты и автоматики в специализированной компьютерной среде	104
Колмогоров Андрей Николаевич	106
Информационное письмо КЛИН-2004	111

Научное издание

**Схемно-топологические модели активных электрических
цепей: Синтез и анализ**

**Труды международной конференции «Континуальные алгебраические
логики, исчисления и нейроинформатика в науке, технике и
экономике – КЛИН-2003» (13–15 мая 2003 г.)**

Под общей редакцией Л. И. Волгина

Том 4

Подписано в печать 22.04.03. Формат 60x84/16. Бумага писчая.

Уч.-изд.л. 4,50. Усл. печ. л. 5,00. Тираж 150 экз. Заказ

Ульяновский государственный технический университет
432027, Ульяновск, Северный Венец, 32

Типография УлГТУ. 432027, Ульяновск, Северный Венец, 32.