

Министерство науки и образования Российской Федерации  
Международная академия информатизации  
Ассоциация искусственного интеллекта  
Российское философское общество  
Союз научных и инженерных общественных объединений  
Ульяновской области  
Ульяновский Дом техники Российского Союза  
научных и инженерных организаций  
Ульяновский государственный  
технический университет

## **СХЕМНО-ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АКТИВНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ: СИНТЕЗ, АНАЛИЗ, ДИАГНОСТИКА**

«Континуальные алгебраические логики,  
исчисления и нейроинформатика  
в науке и технике»  
(18–20 мая 2004 года)

Том 4

Ульяновск 2004

MINISTRY OF SCIENCE AND EDUCATION  
OF THE RUSSIAN FEDERATION  
ULYANOVSK STATE TECHNICAL UNIVERSITY

# **CIRCUIT TOPOLOGICAL MODELS FOR ACTIVE NETWORKS: SYNTHESIS, ANALYSIS, DIAGNOSIS**

Works of international conference «Continual algebraic logic, calculus and neuralinformatics in science and technics»

This conference CLIN-2004 is devoted to memory of V.A.Smirnov (1931–1996) – outstanding researcher, who was contributing to significant development of logic, methodologies and philosophy of science.

Настоящая конференция КЛИН-2004 посвящена памяти Владимира Александровича Смирнова (1931–1996) – выдающегося исследователя, внесшего значительный вклад в развитие логики, методологии и философии науки.

«Цель науки – создание типовых методов, позволяющих  
стандартным образом решать целые классы задач»  
В.А. Смирнов

Ulyanovsk 2004

УДК 516.7.24/25+519.873

**Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Труды международной конференции «Континуальные алгебраические логики, исчисления и нейроинформатика в науке и технике – КЛИН-2004»** (г. Ульяновск, 18–20 мая 2004 г.) / Под общей ред. Л.И.Волгина. – Ульяновск: УлГТУ, 2004. – Том 4.– 164 с.

### СОДЕРЖАНИЕ ТРУДОВ КОНФЕРЕНЦИИ ПО ТОМАМ

1. *Прикладная философия и социология: Труды международной конференции КЛИН-2004.– Ульяновск: УлГТУ, 2004. Т.1.*
2. Логические системы, алгебраические логики и реляторная схемотехника: Труды международной конференции КЛИН-2004.– Ульяновск: УлГТУ, 2004. Т.2.
3. Системы искусственного интеллекта и нейроинформатика: Труды международной конференции КЛИН-2004.– Ульяновск: УлГТУ, 2004.Т.3.
4. Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Труды международной конференции КЛИН-2004.– Ульяновск: УлГТУ, 2004. Т.4.
5. Симметрия и самоорганизация в природе, науке и технике: Труды международной конференции КЛИН-2004.– Ульяновск: УлГТУ, 2004. Т.5.
6. Проблемы образования: Труды международной конференции КЛИН-2004.– Ульяновск: УлГТУ, 2004. Т.6.
7. Математические методы и модели в прикладных задачах науки и техники: Труды международной конференции КЛИН-2004.– Ульяновск: УлГТУ, 2004. Т.7.

### ПРОГРАММА ПЛЕНАРНОГО ЗАСЕДАНИЯ

Приветственное выступление ректора УлГТУ

- **Горбоконенко Александр Дмитриевич**

Тенденции и направления развития вузовской науки

- **Мишин Валерий Алексеевич**

*проректор по научной работе УлГТУ*

Кто первый догадался использовать двузначную алгебру Буля для построения моделей релейно-контактных и коммутационных схем?

- **Волгин Леонид Иванович,**

*зав. научной лаборатории наукоемкого инжиниринга УлГТУ*

- **Бажанов Валентин Александрович,**

*зав. кафедрой философии УлГУ*

Редакционная коллегия:

Вельмисов П.А., Волгин Л.И. (научный редактор), Климовский А.Б., Мишин В.А., Соснин П.И., Почкайло Н.А. (ответственный секретарь), Филаретов В.В. (ответственный редактор четвертого тома)

ISBN

© Авторы, 2004

© Климовский А.Б., 2004 (оформление)











## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ДВУХТАКТНОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ АКТИВНОГО КОНТРОЛЯ РАЗМЕРОВ ДЕТАЛЕЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ**

*Д. А. Белолопотков, И. Р. Добровинский, Ю. Т. Медведик*

Одной из важнейших проблем в машиностроении является активный контроль размеров деталей, позволяющий контролировать износ инструмента при изготовлении детали в процессе работы станка. Наиболее эффективным в данном случае будет виброакустический метод контроля [1], обеспечивающий бесконтактный контроль всего набора режущих инструментов универсального станка одним датчиком. Однако использование данного метода для машиностроения усложняется тем, что датчик вибрации кроме полезного сигнала резца, воспринимает помехи от вибрации станка и, в первую очередь, от вращения его шпинделя. Кроме того, следует учитывать, что универсальный станок имеет большое число скоростей вращения, а из-за применения асинхронного привода эти скорости имеют большой диапазон нестабильности в зависимости от нагрузки.

Поэтому весьма актуальна проблема подавления напряжения помехи от частоты вращения шпинделя станка. Это можно реализовать в устройстве контроля за счет использования метода двухтактного интегрирующего преобразования на основе преобразователя напряжения в частоту и виброакустического метода контроля. Интегрирование входного сигнала производится за два равных такта, начало которых сдвинуто относительно друг друга на половину периода напряжения помехи от вращения шпинделя станка.

Для синхронизации тактов измерения используются оптический датчик. Он содержит закрепленные на неподвижной скобе светодиод и фотодиод, а между ними находится вращающийся диск с двумя диаметрально расположенными прорезями закрепленный в торце шпинделя станка. Синхронизация работы устройства контроля производится импульсами с выхода оптического датчика.

Структурная схема измерительного преобразователя, реализующего данный метод, представлена на рисунке 1. Работает он следующим образом. Сигнал с датчика вибрации ДВ, закреплённого на инструменте, состоящий из полезного сигнала, пропорционального амплитуде вибрации резца, и сигнала помехи,



Импульсы полуоборотов вращения заготовки через усилитель-ограничитель подаются на вход триггера Тг 1. Его прямой и инверсный выходы связаны соответственно с входами схем совпадения И<sub>2</sub> и И<sub>3</sub>. При появлении первого (нечетного) импульса ДЧО взводится Тг 1 и через открытую схему совпадения И<sub>2</sub> и схему «ИЛИ» запускается одновибратор ОВ. За время длительности импульса на его выходе происходит интегрирование напряжения с выхода Дт. Во время работы ОВ обе схемы совпадения И<sub>2</sub> и И<sub>3</sub> будут закрыты сигналом с выхода инвертора Инв.. По окончании импульса с выхода ОВ триггер Тг 2 изменяет свое состояние и сигнал с его выхода открывает уже схему совпадения И<sub>3</sub>, разрешая прохождение первого четного импульса ДЧО с инверсного выхода триггера Тг 1 для второго запуска ОВ и преобразования напряжения Дт в частоту. По окончании второго такта работы ПНЧ в счетчике импульсов Сч 1 будет отсутствовать напряжение помехи, соответствующее вращению заготовки, и цифровой эквивалент информации в счетчике будет пропорционален только износу режущего инструмента для любой скорости вращения шпинделя станка.

#### *Литература*

1. Добровинский И.Р., Красильщиков Б.И., Иоффе М.В., Медведик Ю.Т. Автоматический контроль состояния режущего инструмента / Станки и инструмент.– № 3.– 1987.
2. Добровинский И.Р., Ломтев Е.А. Проектирование ИИС для измерения параметров электрических цепей.–М.:Энергоатомиздат, 1997.
3. Добровинский И.Р., Бондаренко Л.Н., Дмитриев М.С., Медведик Ю.Т. Устройство для контроля затупления режущего инструмента /А.с. СССР №1153268, БИ №16, 1985.

Белолапотков Денис Андреевич, студент ПГУ.

Добровинский Игорь Рувимович, д.т.н., профессор, академик МАНЭБ, ПГУ, каф. ИИТ. г. Пенза, 440017, ул. Красная, 40, р.т. (8-8412) 36-82-21, д.т. . (8-8412) 31-04-31, e-mail: [idoobr@tl.ru](mailto:idoobr@tl.ru).

Медведик Юрий Тимофеевич, аспирант каф. ИИТ ПГУ.

## ИНВАРИАНТ МОЩНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ И ГЕОМЕТРИЯ КРОНА

Р. И. Березуев

В статье предлагается способ преобразования структуры электрической цепи, при котором мощность остается инвариантом. Результат достигнут за счет введения дополнительной цепи. На пути построения геометрий на основе подобных преобразований возникают трудности с определением объекта преобразования, а также требуется уточнение понятия контура.

### Введение

Работы Габриэля Крона [1] характеризуются наличием множества неясных моментов, которые до сих пор вызывают неоднозначные толкования и продолжительные споры. Постулат инвариантности мощности является одним из таких моментов, поскольку рассеиваемая электрической цепью мощность меняется при изменении структуры цепи.

### Инвариант мощности

Излагаемая ниже идея сохранения мощности цепи состоит в использовании дополнительной цепи одновременно с исходной цепью. Структура дополнительной цепи изменяется одновременно со структурой исходной цепи, а суммарная рассеиваемая мощность обеих цепей есть величина постоянная. Цепь состоит из  $n$  ветвей. Каждой ветви соответствуют шесть значений  $R, e, E, i, I, U$  (рис.1), где  $R$  – сопротивление,  $e$  – источник напряжения (ЭДС),  $E$  – разность потенциалов на концах ветви,  $i$  – ток в ветви,  $I$  – вспомогательное значение равное  $e/R$ ,  $U$  – падение напряжения на нагрузке.

МКТ	МУП
$C$	$A$
$Z$	$Y=Z^{-1}$
$E$	$I=Ye$
$e' = C_i e$	$I' = A_i I$
$Z' = C_i Z C$	$Y' = A_i Y A$
$Y' = (Z')^{-1}$	$Z' = (Y')^{-1}$
$i' = Y' e'$	$E' = Z' I'$
$i = C i'$	$E = A E'$
$E = e - Zi$	$i = I - YE$

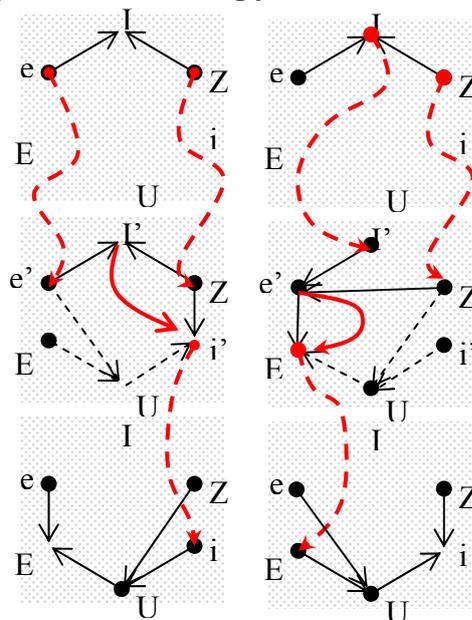


Рис.1. Метод контурных токов (МКТ) и метод узловых потенциалов (МУП).  
 $Z, e, C, A$ - известны;  $I, E, U, i$  – вычисляются.

Известными параметрами выбираем  $R$  и  $e$ . Для расчета вводятся контурные величины  $R', e', E', i', I', U'$ . Расчет проводится методами контурных токов (МКТ) или узловых потенциалов (МУП). Расчет с использованием матриц и векторов представлен на Рис.1, где вместо матриц  $R$  и  $R'$  используются матрицы импедансов  $Z$  и  $Z'$ , получаемые расположением величин  $R_i$  на главной диагонали матрицы  $Z_{ii}=R_i$ .

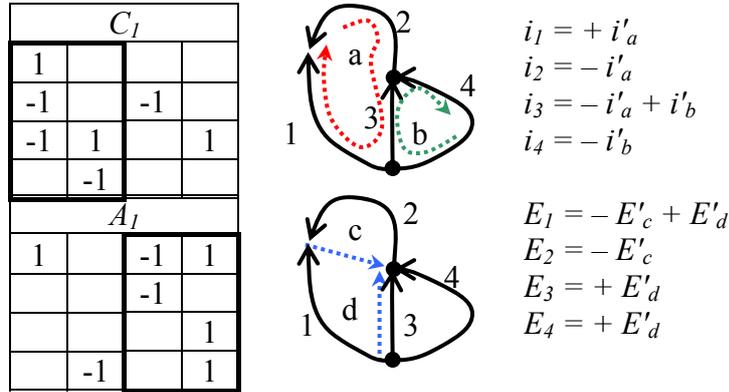


Рис.2. Взаимосвязь ветвей и контуров через матрицы  $C$  и  $A$  исходной цепи.

Структура цепи задается в матрицах инцидентий  $C$  и  $A$ , которые определяют правила перехода от контурных величин к величинам в ветвях (Рис.2). Мощность вычисляется по формуле  $P=ei$  (или  $P=Ui$ ). Суммарное количество открытых и замкнутых контуров для МКТ и МУП равно количеству ветвей. Это достигается заменой величин потенциалов в узлах на разности потенциалов между узлами.

Параметры дополнительной цепи  $e_s, Z_s, A_s, C_s$  выбираются так:

$$e_s = k_1 * Y * e, \quad Z_s = k_2 * Y, \quad A_s = C, \quad C_s = A$$

Необходимо особо подчеркнуть, что указанные соотношения не задают преобразования исходной цепи в дополнительную цепь. Соотношения определяют только взаимосвязь между параметрами двух цепей. Другими словами нет никакого геометрического объекта, для которого две цепи выступали бы проекциями в разные системы координат. Поэтому нет причин для соблюдения размерностей, тем не менее, с целью соблюдения корректности записи были введены единичные коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$ , единственно с целью соблюдения размерности величин.

МКТ дополнительной цепи будет полностью совпадать с МУП исходной цепи на каждом шаге вычислений. Отличаются только размерности величин, но не их численные значения. Для доказательства берем формулы для МКТ:

$$i_s = C_s (C_{st} Z_s C_s)^{-1} C_{st} e_s; \quad E_s = e_s - Z_s i_s$$

Подставляем численные значения, опуская коэффициенты:

$$i_s = A(A_t Y A)^{-1} A_t Y e = E ; \quad E_s = Y e - Y E = i$$

Суммарная мощность двух цепей равна:

$$P + P_s = U i + U_s i_s = (e - E) i + (Y e - i) E = e i - E i + Y e E - i E = e (Y Z i + Y E) - 2 E i = Y e e - 2 E i$$

Принимая во внимание, что значение  $E i$  всегда равно нулю:

$$U i + U_s i_s = Y e e = \text{const}$$

Это означает, что суммарная мощность постоянна при любых перестановках структуры цепи  $S$  и  $A$ , состоящей из одних и тех же ветвей с сосредоточенными параметрами  $Y$ ,  $e$  или  $Y_s$ ,  $e_s$ . Аналогичные результаты получили А.Е.Петров [2] и М.А.Шакиров [3, стр.43], которые применяли похожий прием, состоящий в добавлении к исходной цепи нового объекта. Петров использовал двойственные цепи, а Шакиров – обобщающие ветви. Все три варианта решения наводят на мысль, что для построения геометрии Крона необходимо привлекать больше независимых переменных, чем предоставляет одна исходная цепь.

### Тензор преобразования

Необходимо особо подчеркнуть один важный момент. Для преобразований предлагаемых Г.Кроном характерно нарушение обычного порядка причинно-следственных связей при выполнении преобразования. Определение тензора преобразования от одной цепи к другой у Крона выходит за рамки известных определений тензоров [4, стр.56]. Дело в том, что до сих пор каждая матрица тензора представляла его в какой-либо одной системе координат. Каждая матрица тензора преобразования у Крона относится обязательно к двум системам координат, старой и новой. Следовательно, формула преобразования выводится из параметров старого и нового объектов, которые должны быть предварительно известны. В то время как обычно принято получать новый объект из старого при помощи правил преобразования.

Особенность преобразований подобного рода особенно заметна, при попытке преобразовать МКТ в МУП. Предполагая МКТ и МУП проекциями некоторого универсального метода расчета цепи в разные системы координат, мы вынуждены не только одновременно оперировать информацией доступной в старой и новой системе координат, но и уточнить понятие контура.

### Двойственность открытого и замкнутого контуров

После перехода от потенциалов узлов к разностям потенциалов между узлами аналитическая запись МКТ становится полностью идентичной записи МУП. Если мы переименуем символы, то не сможем отличить один метод от другого. Формально МКТ и МУП становятся проекцией некоторого универсального метода в разные системы координат, но для действительного преобразования этого недостаточно.

Следует иметь в виду, что речь идет не столько о непосредственном преобразовании одного метода в другой, сколько в получении минимально необходимой информации для того, чтобы один инженер

мог во всех деталях восстановить последовательность расчета цепи другим инженером. Так, для преобразования МКТ одного инженера в МКТ другого требуется знать информацию о выборе контуров обоими инженерами, но для выполнения преобразования МКТ одного инженера к МУП другого даже этой информации будет недостаточно.

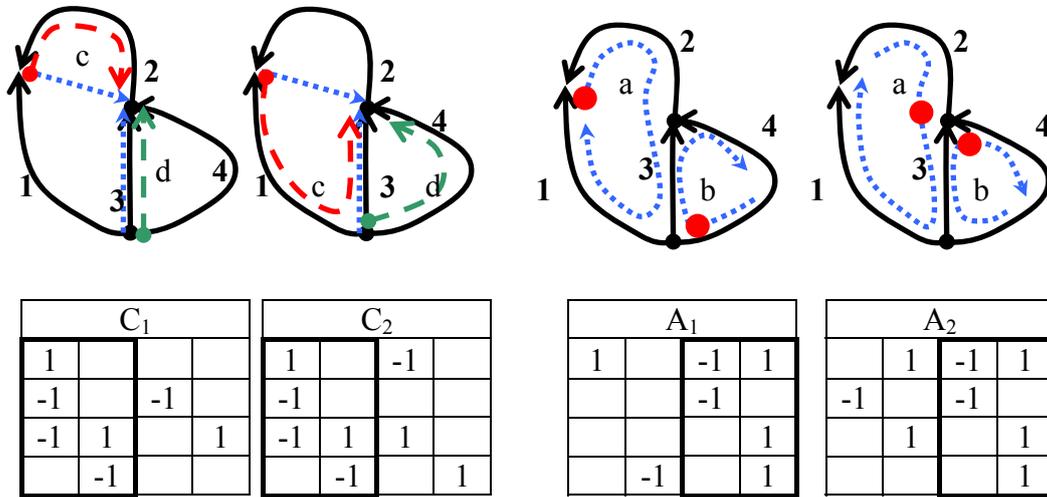


Рис.3. Разные варианты заполнения матриц  $C$  и  $A$  до квадратных:  
 $C_1 A_{1t} = I$ ,  $C_2 A_{2t} = I$  и  $C_1 A_{2t} \neq I$ ,  $C_2 A_{1t} \neq I$ , где  $I$  - единичная матрица.

Хотя для выполнения расчетов по МКТ или МУП самих по себе достаточно знать о способе выбора контуров, для операции преобразования необходимо соблюдение условия ортогональности  $CA_t = I$ , которое достигается путем дополнения матриц  $C$  и  $A$  до квадратных. Только при выполнении условия ортогональности мы можем говорить о преобразовании одного метода в другой. Оказывается, знание того, какие открытые контуры выбрал второй инженер не позволяет первому дополнить матрицу  $C$  до квадратной. На рис.3. изображены два разных варианта дополнения матриц  $C$  и  $A$ .

Очевидно, что условие ортогональности выполняется не для всякого дополнения матрицы до квадратной. Устраняя причины неоднозначности, следует для каждого замкнутого контура указать узел концентрации "контурного напряжения", а для открытого контура задать "путь протекания напряжения" по ветвям цепи. Следовательно, определения контуров у Крона отличаются от традиционных.

### Простейшая геометрия Крона

Опираясь на новое определение контура, построим простейшие преобразования структуры цепи, учитывающие один единственный способ выбора контуров. Если допустить не всякие изменения структуры цепи, а только такие, которые следуют из разрывания и соединения контура (в точке концентрации "контурного" напряжения),

то два варианта дополнения матриц  $C$  и  $A$  до квадратных порождают почти похожие геометрии. На рис.4 показаны отличия двух геометрий.

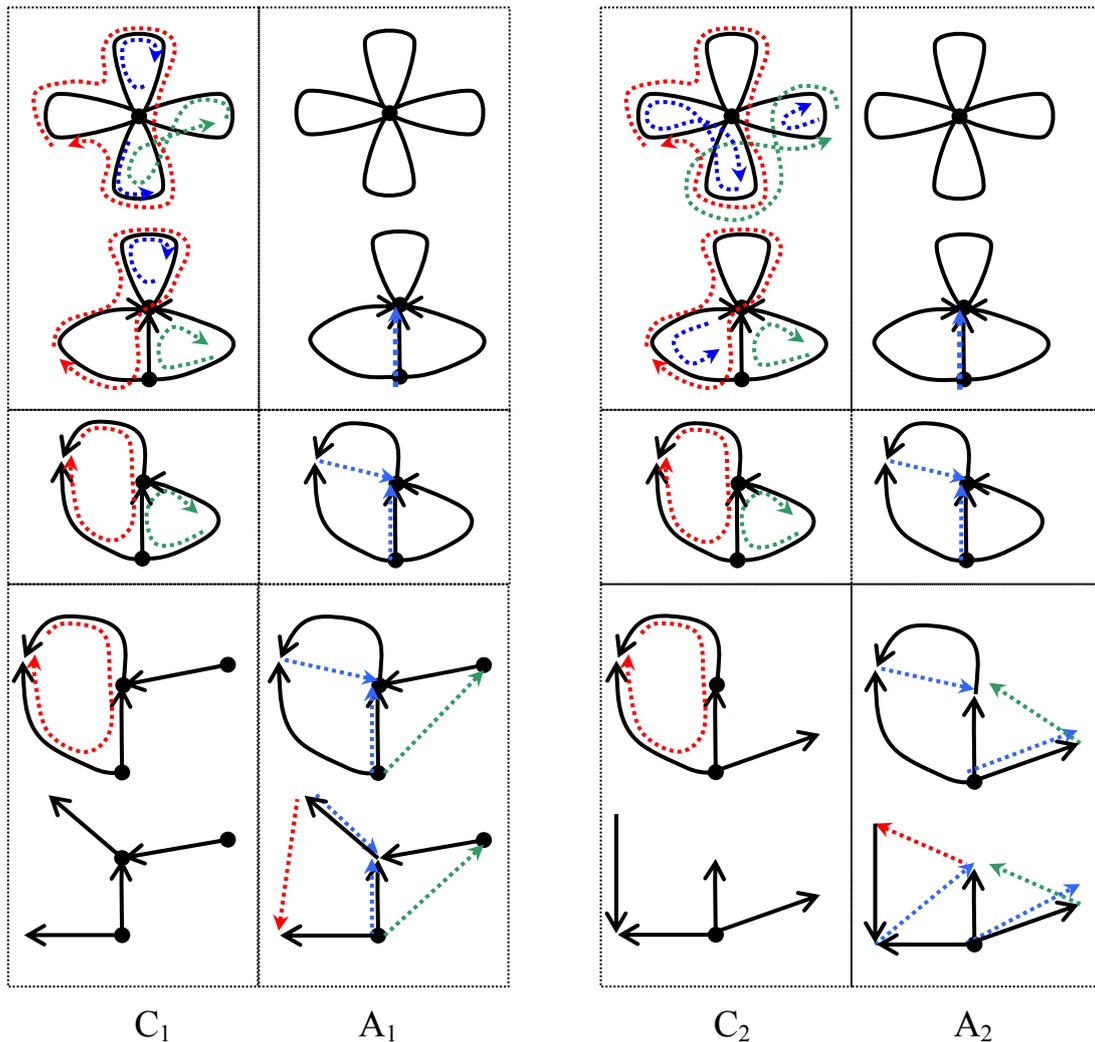


Рис.4. Соединения и разрывания контуров для  $C_1, A_1$  и  $C_2, A_2$

На пути увеличения количества допустимых пересоединений ветвей следует учесть разные способы выбора контуров и разные варианты выбора точки разрыва контура. Но даже эти приготовления не позволяют разорвать цепь на две изолированные подцепи, поскольку любые два узла должны быть соединены хотя бы одним открытым контуром, чтобы иметь возможность соединяться и разъединяться. Поэтому, для решения задач диакоптики [5], которые требуют разъединения цепи на несколько независимых подцепей, необходимо вводить дополнительные контуры и ветви. Хотя бы по одному на каждую новую подцепь. Как видим, задача построения геометрии Крона не кажется простой, если к ней подходить со всей необходимой строгостью.

### Выводы

Построение геометрии Крона не является трудной математической задачей, но требует внимания и точности. Не вызывают сомнения заявления Шакирова о том, что в любую цепь можно добавить новые ветви так, чтобы количество контуров сравнялось с первоначальным количеством ветвей. Но весьма сомнительно, что полученные формулы можно применять к описанию реальных физических явлений, как того хотел Крон, а значит и называть геометрией.

Применение дополнительных ветвей, цепей и т.п. свидетельствует о наличии объектов, которые вводятся инженерами извне по своему усмотрению и не принадлежат реальности. В физике такие объекты принято называть ненаблюдаемыми и в соответствии с принципом наблюдаемости по возможности исключать из физических теорий. Идеи Ньютона за гораздо меньшие вольности с ненаблюдаемыми объектами нарекли схоластичными [6].

Выбор в качестве геометрического объекта метода расчета цепи не менее спорен, чем использование ненаблюдаемых объектов. Построение подобных геометрических объектов требует принятия сомнительного предположения о существовании метода расчета цепи в том же смысле, в каком существует сама цепь. В любом случае, даже после создания соответствующей геометрии не совсем понятно как ее применять и для чего.

### Литература

1. Крон Г. Тензорный анализ сетей.– М.: Сов. радио, 1978.
2. Петров А.Е. Тензорный метод в теории систем.– М.: Радио и связь, 1985.
3. Шакиров М.А. Теоретические основы электротехники.– Санкт-Петербург: Радио и связь, 2001.
4. Крон Г. Применение тензорного анализа в электротехнике.– М.; Л.: Госэнергоиздат, 1955.
5. Крон Г. Исследование сложных систем по частям - диакоптика.– М.: Наука, 1972.
6. Грязнов А.Ю. Абсолютное пространство как идея чистого разума.– Вопросы философии.– №3.– 2004.  
<http://phys.web.ru/db/msg/1187808/>

Березуев Р.И., ведущий инженер отдела теоретических проблем прикладной геофизики, института Геофизики НАН Украины.  
Тел.: (044)459-59-61, e-mail: [berezuev@ukr.net](mailto:berezuev@ukr.net),  
WEB-Homepage: <http://www.berezuev.hotbox.ru>

## СПОСОБ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ КОМПЛЕКСНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ЦИФРОВЫМ ФАЗОМЕТРОМ

Л.Н. Бондаренко, И.Р. Добровинский, К.В. Громиков, В.А. Жадаев

В технике измерений часто решается задача отдельного определения значений параметров электрических цепей. При этом весьма важным является упрощение схемы измерительной цепи и используемых средств измерений при сохранении высокой точности измерений.

Значения активной и реактивной составляющих комплексного сопротивления измеряемой цепи может быть получено с помощью одного прибора – цифрового фазометра [1]. Для решения данной задачи используется измерительная цепь, изображенные на рисунке 1.

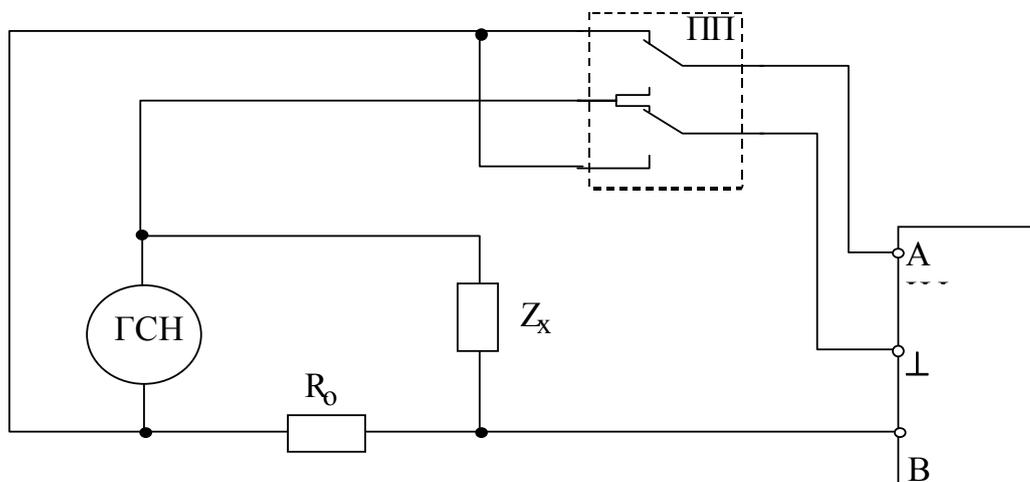
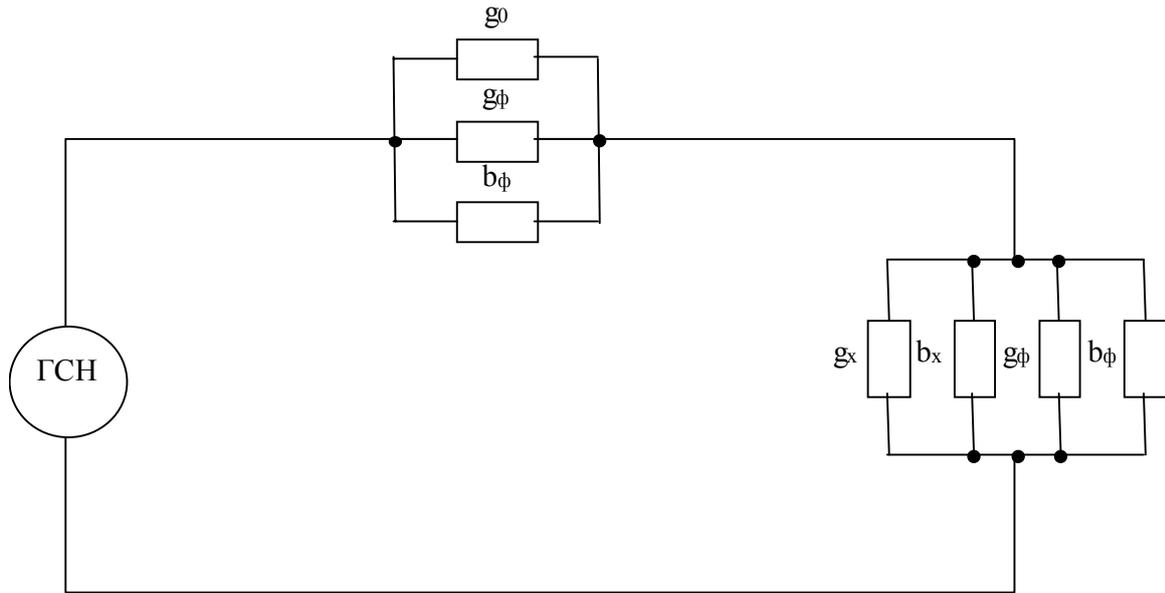


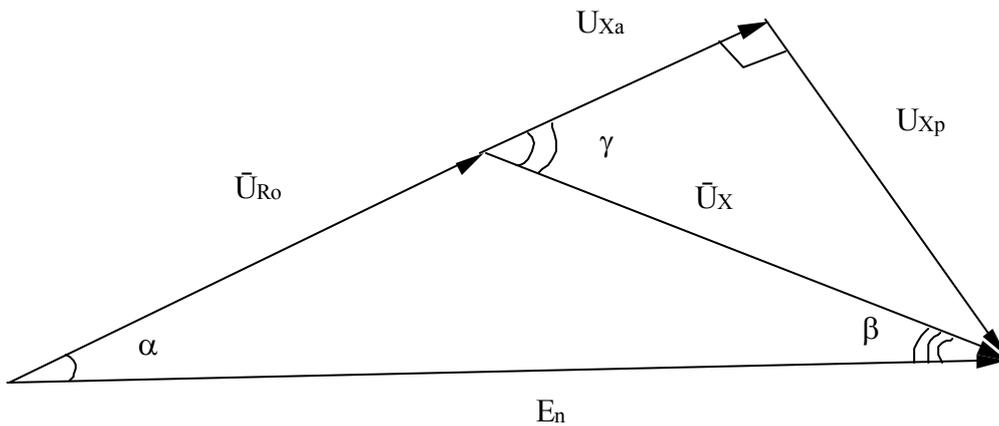
Рис. 1

Она содержит последовательно соединенные генератор синусоидального напряжения ГСН, набор образцовых сопротивлений  $R_0$ , измеряемую электрическую цепь с комплексным сопротивлением  $Z_x$ , двоярный переключатель ПП на два положения и цифровой фазометр ЦФ.  $R_{\phi A}$ ,  $C_{\phi A}$  и  $R_{\phi B}$ ,  $C_{\phi B}$  – соответственно входные сопротивления и емкости измеряемого А и опорного В каналов ЦФ.

При разработке ИИС для определения параметров двухэлементных измерительных цепей целесообразно применить самую простую измерительную схему с минимальным числом образцовых элементов резистивного типа. Погрешность определения параметров элементов двухэлементных измерительных цепей можно сделать соизмеримой с погрешностью мостов переменного тока за счет измерения активной и реактивной составляющих комплексного входного сопротивления цифрового фазометра, симметрирования каналов А, В и его учета в алгоритме программы вычислений. С учетом сказанного измерительная цепь приобретает вид (рисунок 2,а):



а



б

Рис. 2

Данной цепи соответствует следующая система уравнений:

$$\begin{cases} \bar{I} = \bar{U}_{R_0} (g_0 + g_\phi + j b_\phi) \\ \bar{I} = \bar{U}_x [g_x + g_\phi + j(b_x + b_\phi)] \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $\bar{I}$ ,  $\bar{U}_{R_0}$  и  $\bar{U}_x$  – соответственно вектора общего тока измерительной цепи и падений напряжений на образцовом и измеряемых ее элементах. Векторная диаграмма измерительной цепи приведена на рисунке 2,б

Используя теорему синусов для векторной диаграммы треугольника падений напряжений на элементах измерительной цепи (рисунок 2,б), получим:

$$\frac{\bar{U}_{R_0}}{\sin \beta} = \frac{\bar{U}_x}{\sin \alpha} \quad (2)$$

Приравняв правые части системы уравнений (1), получим:

$$\frac{\overline{U}_{R_0}}{\overline{U}_x} = \frac{g_x + g_\phi + j(b_x + b_\phi)}{g_0 + g_\phi + jb_\phi}. \quad (3)$$

Представив уравнение (2) для векторов в виде суммы активной и реактивной составляющих падения напряжения на измеряемой цепи  $U_{Xa}$  и  $U_{Xp}$ , в соответствии с рисунком 2,б получим:

$$\frac{\overline{U}_{R_0}}{\overline{U}_x} = \frac{U_{R_0}}{U_x} \cos \gamma + j \frac{U_{R_0}}{U_x} \sin \gamma = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cos \gamma + j \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \sin \gamma. \quad (4)$$

Активные и реактивные составляющие комплексных входных сопротивлений измеряемого и опорного каналов цифрового фазометра, соответствующие составляющим комплексных входных сопротивлений данных каналов, физически симметрируют ( $g_{\phi A} = g_{\phi B} = g_\phi$ ,  $b_{\phi A} = b_{\phi B} = b_\phi$ ). Тогда истинные значения составляющих общей проводимости измеряемого комплексного сопротивления определяются из решения системы уравнений (3) и (4) будут равны:

$$\begin{cases} g_x = \sin \beta (\sin \alpha)^{-1} [(g_0 + g_\phi) \cos \gamma - b_\phi \sin \gamma] - g_\phi \\ b_x = \sin \beta (\sin \alpha)^{-1} [(g_0 + g_\phi) \sin \gamma + b_\phi \cos \gamma] - b_\phi, \end{cases} \quad (5)$$

где  $\alpha$  - измеренное значение угла между векторами падений напряжения на образцовом резисторе и напряжением генератора синусоидальной формы,  $\beta$  - угол между векторами падений напряжения на измеряемой цепи и напряжением генератора синусоидальной формы, а  $\gamma = \alpha + \beta$ ;

$g_0$  - активная проводимость образцового резистора,

$g_\phi$ ,  $b_\phi$  - соответственно активные и реактивные входные проводимости отдельных каналов цифрового фазометра после симметрирования.

Использование системы уравнений (5) позволяет по результатам измерений углов  $\alpha$  и  $\beta$  между векторами напряжений цифровым фазометром, выбором образцового резистора  $g_0$  и использованием значений  $g_\phi$ ,  $b_\phi$  получить значение параметров измеряемой электрической цепи.

## Литература

1. Способ измерения параметров комплексных сопротивлений и устройство для его осуществления. Добровинский И.Р., Ломтев Е.А., Бондаренко Л.Н., Жадаев А.А./ Патент РФ № 2209440, БИ № 21, 2003.

Бондаренко Леонид Николаевич- к.т.н.. доцент ПГУ, каф. ВМ, г. Пенза, 440017, ул. Красная, 40, д.т. (8-8412) 55-49-34.

Добровинский Игорь Рувимович – д.т.н., профессор, академик МАНЭБ, ПГУ, каф. ИИТ. г. Пенза, 440017, ул. Красная, 40, р.т. (8-8412) 36-82-21, д.т. . (8-8412) 31-04-31, e-mail: [idoobr@tl.ru](mailto:idoobr@tl.ru).

Громиков Кирилл Владимирович- аспирант каф. ИИТ, ПГУ, д.т. (8-8412) 41-07-35, e-mail: [Gromikov@sura.ru](mailto:Gromikov@sura.ru).

Жадаев Владислав Александрович- аспирант каф. ИИТ, ПГУ, д.т. (8-8412) 31-44-73.

## ИНВЕРСНЫЕ ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ОПЕРАЦИОННЫМИ УСИЛИТЕЛЯМИ

Л. И. Волгин, В. В. Филаретов

Инверсные топологические преобразования ( $I$ -преобразования) позволяют по исходной схеме  $C$  с функцией передачи  $T$  получить производную схему  $\bar{C} = I(C)$  с обратной функцией передачи  $\bar{T} = 1/T$ . Преобразователи с взаимнообратными передаточными функциями находят широкое применение в радиоаппаратуре – это интегрирующие и дифференцирующие устройства, логарифмические и антилогарифмические усилители, фильтры нижних и верхних частот, селективные и режекторные фильтры, усилители и ослабители сигналов, инерционные и форсирующие звенья и др.

В процедурах топологического синтеза электрических цепей [1 – 10] используются два типа инверсных преобразований для схем с операционными усилителями (ОУ): 1) инверсное преобразование цепи, представленной многополюсником на рис. 1 и 2, к которому подключено  $n$  ОУ [6 – 8]; 2) инверсное преобразование цепи в виде каскадного соединения  $n$  шестиполюсников, к каждому из которых подключен один ОУ, как показано на рис. 7 и 8 [3, 5, 9]. До сих пор для обоснования инверсных преобразований использовались матричные методы [7, 8] и теория обратной связи [3, 5, 9]. Здесь предлагается новое доказательство, основанное на теории схемных определителей [11 – 13] и позволяющее сделать процесс доказательства единым, а также вскрыть схемно-алгебраическую природу получения взаимнообратных передаточных функций.

### Инверсное преобразование цепей общего вида

Рассмотрим две схемы  $C_1$  и  $C_2$ , представленные на рис. 1 и 2. ОУ, использованные при построении этих схем и вынесенные за пределы многополюсника  $M$ , являются идеальными. Передаточные функции по напряжению  $\underline{U}/\underline{E}$  указанных схем обозначим соответственно  $\underline{K}_1$  и  $\underline{K}_2$ . В общем случае эти функции могут быть комплексными или операторными.

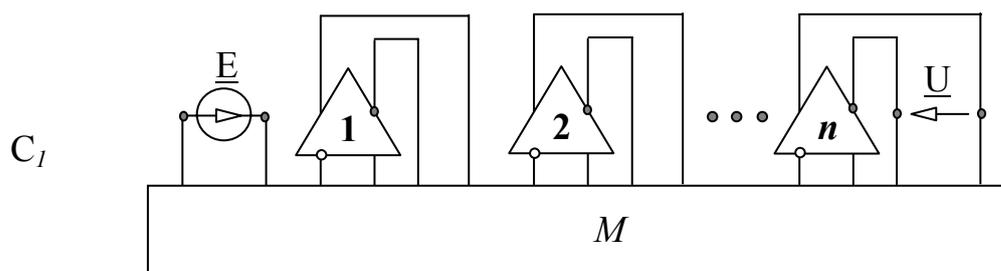


Рис. 1

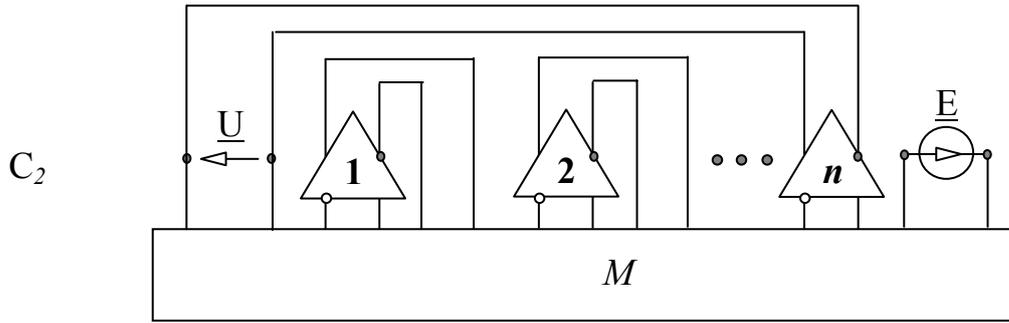


Рис. 2

**Теорема 1.** Схемы  $C_1$  и  $C_2$  связаны инверсным преобразованием  $C_1=I(C_2)$  и  $C_2=I(C_1)$ , то есть имеют взаимнообратные функции передачи  $\underline{K}_1=1/\underline{K}_2$ .

**Доказательство.** Для доказательства теоремы 1 найдем  $\underline{K}_1$  и  $\underline{K}_2$  в схемно-алгебраическом виде, используя метод схемных определителей [11, 12].

$$\underline{K}_1 = -\frac{N_1}{D_1}, \quad \underline{K}_2 = -\frac{N_2}{D_2}, \quad (1)$$

где  $N_1$  и  $N_2$  – определители схем на рис. 3 и рис. 5, образованных из исходных схем на рис. 1 и рис. 2 путем замещения генератора и приемника напряжения генератором и приемником неудаляемого управляемого источника (НУИ) соответственно;  $D_1$  и  $D_2$  – определители схем на рис. 4 и рис. 6, полученных из схем на рис. 1 и рис. 2 в результате нейтрализации генератора и приемника напряжения.

НУИ, используемому при нахождении числителя, присвоен номер 0. Номера других НУИ, которые замещают идеальные ОУ [13], на рис. 3 – 6 соответствуют номерам этих ОУ.

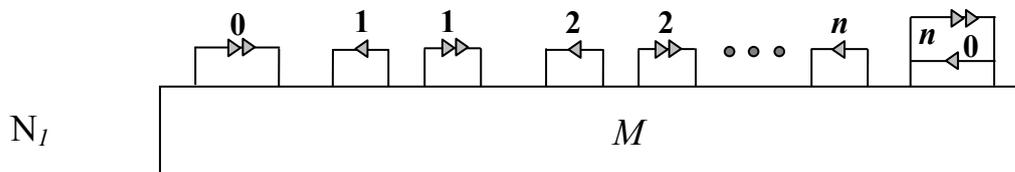


Рис. 3

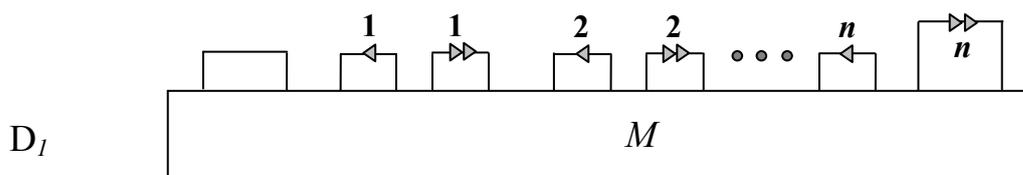


Рис. 4

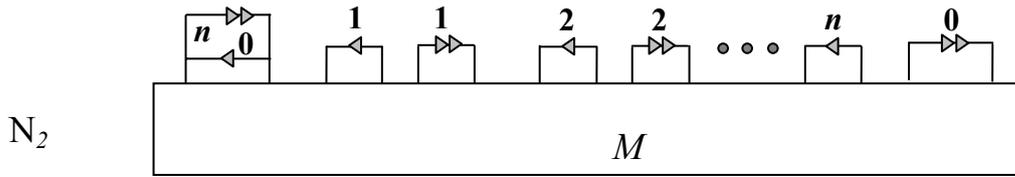


Рис. 5

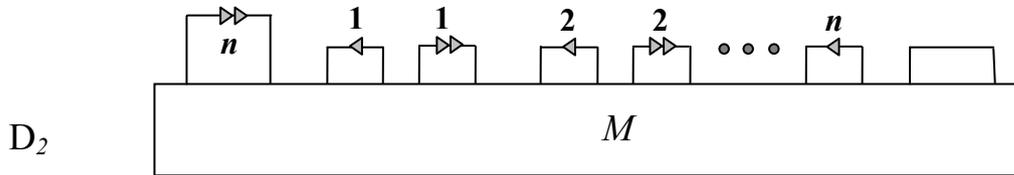


Рис. 6

Напомним, что изменение ориентации у генератора НУИ (ГНУИ) или приемника НУИ (ПНУИ), как и взаимная замена номеров у двух ГНУИ или у двух ПНУИ, влечет изменение знака определителя. Параллельное соединение одноименных и одинаково направленных (по отношению к узлу) ГНУИ и ПНУИ эквивалентно короткозамкнутой ветви (идеальному проводнику) [11, 13]. С учетом этих правил и выражений (1) убеждаемся, что  $N_1=D_2$  и  $N_2=D_1$ . Следовательно,  $\underline{K}_1=1/\underline{K}_2$  и теорема 1 доказана.

### Инверсное преобразование цепей, образованных каскадным соединением шестиполюсников

Рассмотрим две схемы  $C_3$  и  $C_4$ , представленные на рис. 7 и 8. ОУ, использованные при построении этих схем и вынесенные за пределы шестиполюсников  $1 - n$ , являются идеальными. Передаточные функции по напряжению  $\underline{U}/\underline{E}$  указанных схем обозначим соответственно  $\underline{K}_3$  и  $\underline{K}_4$ . В общем случае эти функции могут быть комплексными или операторными.

**Теорема 2.** Схемы  $C_3$  и  $C_4$  связаны инверсным преобразованием  $C_3=I(C_4)$  и  $C_4=I(C_3)$ , то есть имеют взаимообратные функции передачи  $\underline{K}_3=1/\underline{K}_4$ .

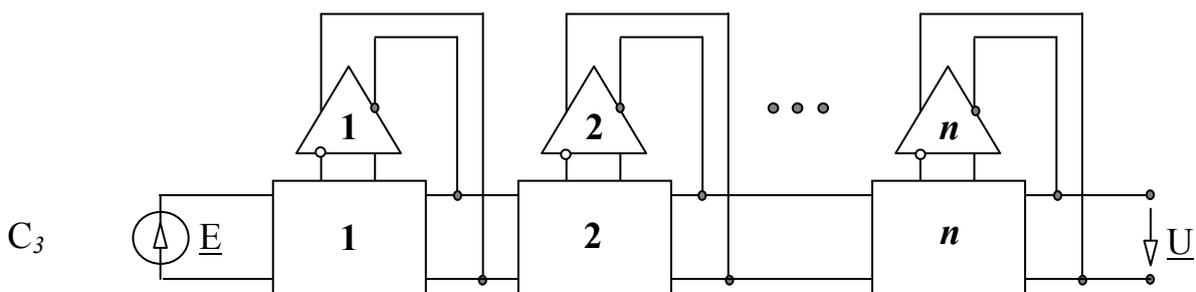


Рис. 7

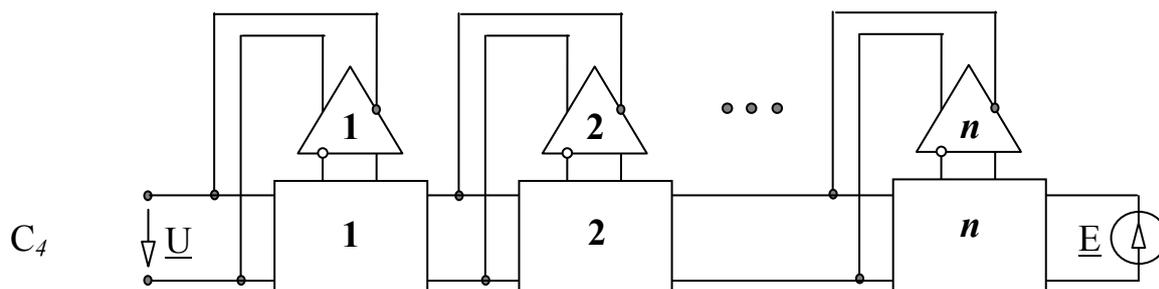


Рис. 8

**Доказательство.** Для доказательства теоремы 2 найдем  $\underline{K}_3$  и  $\underline{K}_4$  в схемно-алгебраическом виде, также используя метод схемных определителей

$$\underline{K}_3 = -\frac{N_3}{D_3}, \quad \underline{K}_4 = -\frac{N_4}{D_4}, \quad (2)$$

где  $N_3$  и  $N_4$  – определители схем на рис. 9 и рис. 11, образованных из исходных схем на рис. 7 и рис. 8 путем замещения генератора и приемника напряжения ГНУИ и ПНУИ соответственно;  $D_3$  и  $D_4$  – определители схем на рис. 10 и рис. 12, полученных из схем на рис. 7 и рис. 8 в результате нейтрализации генератора и приемника напряжения.

НУИ, используемому при нахождении числителя, присвоен номер 0. Номера других НУИ, которые замещают идеальные ОУ, на рис. 9 – 12 соответствуют номерам этих ОУ.

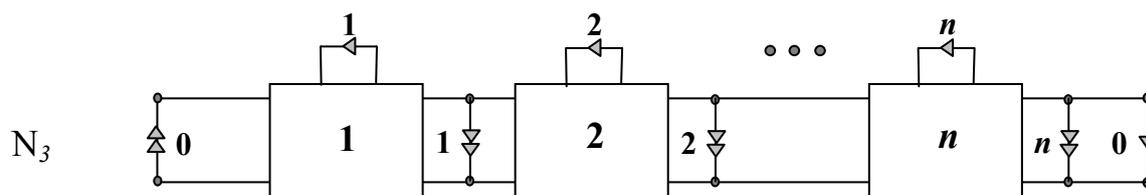


Рис. 9

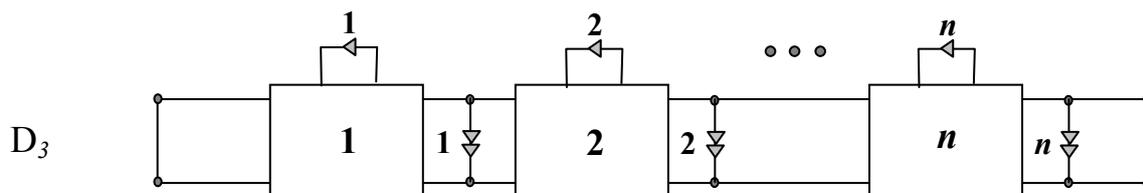


Рис. 10

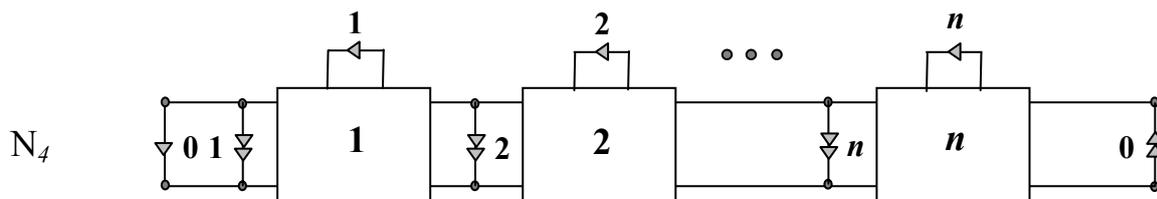


Рис. 11

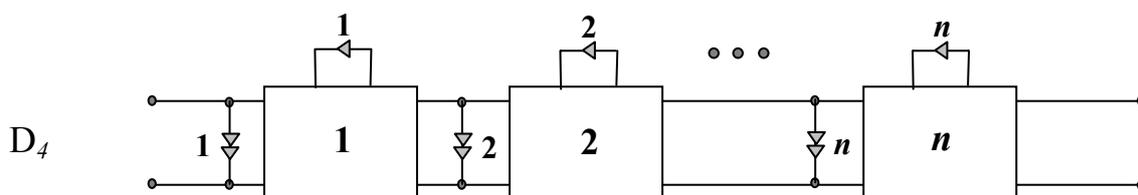


Рис. 12

С учетом уже использованных выше правил преобразования НУИ и выражений (2) убеждаемся, что  $N_3=D_4$  и  $N_4=D_3$ . Следовательно,  $\underline{K}_3=1/\underline{K}_4$  и теорема 2 доказана.

### Расширение области применения $I$ -преобразований

Попарное сравнение схем  $N_1$  и  $D_2$ ,  $N_2$  и  $D_1$  показывает, что ОУ с номерами от 1 до  $n-1$  не оказывают влияния на условия выполнения теоремы 1, поэтому вместо этих идеальных ОУ могут быть использованы любые активные элементы. В то же время выход ОУ с номером  $n$  обязательно должен служить выходом соответствующей схемы, в противном случае взаимнообратный коэффициент передачи напряжения не достигим. Следует подчеркнуть, что в качестве ОУ с номером  $n$  может быть использован любой другой из оставшихся ОУ. Это не нарушает условия проведения доказательства теоремы 1.

Таким образом, инверсное преобразование «цепей общего вида» [9, с. 67–68] по существу сводится к инверсному преобразованию цепи с одним идеальным ОУ, выход которого включен параллельно нагрузке (вольтметру). В связи с этим можно поставить вопрос об избыточности матричного доказательства теоремы 1, в основе которого лежит принцип наложения [7, с. 113–117]. Кроме того, использование для доказательства принципа наложения, а не метода схемных определителей, неоправданно сужает область применения теоремы 1. Действительно, многополюсник  $M$  считается пассивным [7, с. 113] (точнее взаимным, поскольку пассивная цепь может содержать невзаимные элементы – гираторы). Между тем, из приведенного здесь доказательства следует, что многополюсник на рис. 1 и рис. 2 может содержать другие ОУ и управляемые источники.

Анализ  $N_3$  и  $D_4$ ,  $N_4$  и  $D_3$  показывает, что ОУ с номерами от 1 до  $n-1$  оказывают влияние на условия выполнения теоремы 2 и идеальность этих ОУ – обязательное условие выполнения теоремы 2 в отличие от теоремы 1, поскольку ГНУИ (ПНУИ) с разными номерами неразличимы (номер ГНУИ или ПНУИ влияет только на знак определителя). В этом смысле инверсное преобразование цепей, образованных шестиполюсниками, является более общим.

Схемно-алгебраическое доказательство теоремы 2 показывает, что на шестиполюсники с номерами от 1 до  $n$  не накладывается никаких ограничений (они могут содержать любые линейные элементы и управляемые источники). В то же время доказательство этой теоремы на основе теории обратной связи требует отсутствия в шестиполюсниках активных элементов.

Теоремы 1 и 2 могут быть обобщены для получения взаимобратных функций передаточного сопротивления, что непосредственно следует из приведенных выше доказательств. Действительно, использование генератора тока вместо генератора напряжения обусловит замену короткозамкнутой ветви на рис. 4, рис. 6, рис. 10 и рис. 12 разомкнутой ветвью. Полученные передаточные сопротивления также будут взаимобратны. Однако использование приемника тока вместо приемника напряжения недопустимо, поскольку приведет к замыканию выхода идеального ОУ (замыканию ГНУИ), то есть к получению вырожденной схемы. Следовательно, является актуальной разработка новых инверсных преобразований для топологического синтеза адмитансных и токовых цепей с обратными функциями передачи.

### Выводы

1. Предложенные схемно-алгебраические доказательства инверсных топологических преобразований электрических цепей с операционными усилителями расширило границы корректного применения этих преобразований для топологического синтеза активных электрических цепей.

2. Метод схемных определителей является эффективным инструментом для доказательства известных и разработки новых топологических преобразований. При этом справедливость того или иного преобразования устанавливается уже на схемном уровне, то есть до перехода к символьным выражениям схемных определителей.

3. Теоретическая завершенность рассмотренных инверсных топологических преобразований позволяет рекомендовать их для использования в учебных курсах «Теоретические основы электротехники» [14, 15] и «Основы теории цепей» [16].

## Литература

1. Алиев В.И. Вопросы анализа и синтеза цепей, содержащих идеальные активные преобразователи: Автореф. дис. канд. техн. наук / Одесский электротехн. ин-т связи.– Одесса, 1974.– 20 с.
2. Rathore T.S. Inverse active network // *Electronics Letters*.– 1977.– Vol. 13, N 10.– P. 303–304.
3. Волгин Л.И. Топологические преобразования электрических цепей.– Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1982.– 108 с.
4. Малахов В.П., Майко Г.В., Карпенко В.Н. Взаимное преобразование селективных и режекторных АРС-фильтров мостового типа // *Изв. вузов. Радиоэлектроника*.– 1983.– № 1.– С. 51–56.
5. Волгин Л.И. Инверсное топологическое преобразование активных электрических цепей // *Радиотехника*.– 1984.– № 5.– С. 54–57.
6. Волгин Л.И. О топологической взаимосвязи активных электрических цепей с взаимобратными функциями передачи // *Радиотехника*.– 1985.– № 6.– С. 43–44.
7. Волгин Л.И., Ребане Р.-В.П. Инверсное топологическое преобразование электрических цепей с операционными усилителями // *Опыт, результаты, проблемы: Повышение способности радиоэлектронной аппаратуры*.– Таллин, 1986.– Вып. 4.– P. 112–122.
8. Volgin L.I., Rebane R.-V.P. Inverse topological transformation of electric circuits employing operational amplifiers // *International Journal of Circuit Theory and Applications*.– 1986.– Vol. 14, N 2 (April).– P. 163–168.
9. Волгин Л.И. Топологические преобразования и синтез схем радиоэлектронных средств.– Тольятти: Изд-во Поволжского технологического ин-та сервиса.– 2000.– 173 с.
10. Волгин Л.И. Топологические модели усилителей электрических сигналов.– Тольятти: Изд-во Поволжского технологического ин-та сервиса.– 2002.– 90 с.
11. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // *Электричество*.–1998.–№ 5.– С. 43–52.
12. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // *Электричество*.– 2001.– № 4.– С. 43–51.
13. Filaretov V.V., Korotkov A.S. Generalized Parameter Extraction Method in Network Symbolic Analysis // *Proceedings of the European conference on circuit theory and desing (ECCTD-2003)*.– Kraków, Poland, 2003.– Vol. 2.– P. 406–409.
14. Теоретические основы электротехники: В 2 т. Т. 1: Основы теории линейных цепей / П.А.Ионкин, А.И.Даревский, Е.С.Кухаркин, В.Г.Миронов, Н.А.Мельников.– М.: Высшая школа, 1976.– 544 с.
15. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники: В 3 т. Т. 1.–М.:Питер,2003.463 с.
16. Попов В.П. Основы теории цепей.– М.: Высш. шк., 2000.– 575 с.

Волгин Леонид Иванович – д.т.н., профессор, заслуженный деятель науки и техники РФ, заведующий проблемной научно-исследовательской лаборатории наукоемкого инжиниринга, профессор кафедры измерительно-вычислительных комплексов УлГТУ, президент Ульяновского отделения Международной академии информатизации, председатель Ульяновского отделения Российского философского общества, действительный член (академик) Метрологической академии РФ, член-корреспондент Академии наук Республики Татарстан.

Рабочий адрес: 432027, ул. Северный Венец, 32, УлГТУ, телефон/факс (842-2) 43-03-23. E-mail: volgin@ulstu.ru. Домашний адрес: 432027, Ульяновск, ул. Л. Шевцовой, д. 54А, кв. 44, тел. (842-2) 43-13-12.

## **СИМВОЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ И СЕТЕЙ С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММЫ CIRSYMD**

В. Е. Вольнов, С. А. Курганов, В. В. Филаретов

Программа CIRSYMD предназначена для получения символьных выражений для напряжений, токов, параметров произвольной линейной инвариантной во времени электрической цепи с сосредоточенными параметрами в виде отношения двух вложенных выражений. Параметры всех элементов схемы представляются в символьной форме. Вычислительная сложность выражений минимизируется для достижения некоторого оптимального числа операций и символов в соответствии с алгоритмом оптимальной свертки.

Программа CIRSYMD, в основу которой положены работы [1 – 5], написана *В. В. Филаретовым* на языке Си и работает с текстовыми файлами формата ASCII, что позволяет легко переносить (<http://astrometric.sai.msu.ru/~symbol>) и использовать ее на любом IBM-совместимом персональном компьютере. Файл конфигурации программы CIRSYMD носит имя SETUP.SYM. Электрическая или электронная схема задается в виде cir-файла, то есть файла программ PSpise-DesignLab, ставшего стандартным для программ схемотехнического моделирования.

Выходной текстовый файл с расширением .out программы CIRSYMD, содержащий численные данные о параметрах элементов и сформированные СВО и СВП, может быть перенесен для аналитического и численного исследования, например, в математическую систему Maple. Для этого следует использовать редактор текстов Word. Конвертированный в этом редакторе файл circuit\_name.out воспринимается системой Maple. Перенос элементов этого файла в систему Maple проводится с помощью буфера обмена системы Windows. Перенесенные функции могут быть исследованы в системе Maple на экстремумы, нули, полюсы, пределы и т. д. По операторным изображениям токов, напряжений могут быть получены

выражения для мгновенных значений. По функциям токов или напряжений можно сформировать и оценить производные функции, например, функции мощности и энергии. Однако сложные выражения, формируемые программой CIRSYMD и измеряемые десятками мегабайт можно вычислять в вещественной и комплексной области только с помощью интерпретатора CALCSYM (автор *Д.В.Шеин*), входящего в комплект поставки. При этом обеспечивается удвоенная точность вычислений (18 десятичных разрядов).

В отличие от известных программ программа CIRSYMD позволяет находить отклики (токи и напряжения) в электрических цепях с произвольным числом независимых источников в виде отношения определителей двух схем: схемы числителя и схемы знаменателя. Эффективность неявного принципа наложения (НПН) [6], который реализован в программе CIRSYMD, по сравнению с традиционным явным принципом наложения (ЯПН) [7] для анализа сложных электрических и электронных схем подтверждается приведенным здесь исследованием символьных выражений откликов. Табл. 1 содержит сравнительные данные о сложности символьных операторных выражений откликов для лестничных схем линий задержки [8] с числом  $\Gamma$ -звеньев от 1 до 10. В табл. 2 приведены показатели сложности выражений откликов некоторых электроэнергетических сетей и систем: 1) однофазной пятиузловой сети, содержащей источники тока и источники ЭДС [9]; 2) однофазной девятиузловой сети с двумя трансформаторами и задающими токами в узлах [10]; 3) трехфазной сети с двумя нагрузками – треугольником и звездой сопротивлений [11] и с учетом взаимоиндуктивностей между линейными проводами; 4) несимметричной трехфазной системы [12], содержащей синхронный генератор (СГ), трансформатор, линейные провода с взаимоиндуктивностями и нагрузку в виде звезды сопротивлений; 5) энергосистемы, содержащей 22 узла, 7 генераторных, 24 сетевых и 7 нагрузочных элементов [13]; 6) несимметричной трехфазной системы [12], содержащей два СГ, два трансформатора, линейные провода с взаимоиндуктивностями и нагрузку в виде звезды сопротивлений.

#### Вывод

Неявный принцип наложения, обобщающий традиционный принцип наложения, обеспечивает формирование символьных выражений откликов линейных электрических цепей в общем неканоническом виде в соответствии с алгоритмом оптимальной свертки [1] при существенно меньшей вычислительной сложности, что подтверждается экспериментами с компьютерной программой CIRSYMD.

Таблица 1. Число операций в выражениях откликов лестничных *RLC*-цепей

Число Г- звеньев	Количество умножений				Количество сложений			
	в числителе			в знаме- нателе	в числителе			в знаме- нателе
	ЯПН	НПН	Э %		ЯПН	НПН	Э %	
1	1	1	0	1	1	1	0	1
2	6	4	33	4	6	5	16	3
3	18	10	44	8	16	12	25	7
4	39	20	48	14	34	24	29	11
5	72	36	50	22	61	41	32	17
6	120	60	50	30	101	65	36	24
7	184	91	50	38	156	97	38	33
8	265	132	50	50	226	139	38	41
9	371	184	50	62	314	190	39	49
10	505	251	50	79	420	250	40	62

Таблица 2. Показатели сложности символьных выражений откликов

№	Схема замещения	Количество умножений				Количество сложений и вычитаний			
		в числителе			в знаме- нателе	в числителе			в знаме- нателе
		ЯПН	НПН	Э, %		ЯПН	НПН	Э, %	
1	однофазной пятиузловой сети [4]	22	7	68	2	20	13	35	5
2	однофазной девятиузловой сети [5]	34	20	41	25	12	11	8	14
3	трехфазной сети [6]	45	30	33	40	76	53	30	52
4	трехфазной системы с одним СГ [7]	471	368	22	412	200	285	29	293
5	энергосистемы [8]	500	293	41	133	404	272	33	149
6	трехфазной системы с двумя СГ [7]	1037 2	8166	21	5514	4791	4125	14	3339

## Литература

1. Филаретов В.В. Синтез оптимальных формул схемных функций электрических цепей // Электричество.– 1995.– № 4.– С. 36–43.
2. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.–1998.–№ 5.– С. 43–52.
3. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // Электричество.– 2001.– № 4.– С. 43–51.
4. Филаретов В. В. Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям // Электричество.– 2001.– №8.– С.33–42.
5. Филаретов В. В. Анализ электрических цепей методом схемных определителей: Методические указания.–Ульяновск:УлГТУ, 2001.– 40 с.
6. Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ и диагностика линейных электрических цепей методом схемных определителей: Учебное пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 2004.– 228 с.
7. Теоретические основы электротехники: В 2 т. Т. 1: Основы теории линейных цепей / П.А.Ионкин, А.И.Даревский, Е.С.Кухаркин, В.Г.Миронов, Н.А.Мельников.– М.: Высшая школа. – 1976.– 544 с.
8. Матханов П.Н. Основы синтеза линейных электрических цепей.– М.: Высшая школа, 1976.– 208 с.
9. Электрические системы: Математические задачи электроэнергетики / Под ред. В.А.Веникова.– М.: Высшая школа, 1981.– 288 с.
10. Мельников Н.А. Матричный метод анализа электрических цепей.– М.-Л.: Энергия, 1966.– 216с.
11. Основы теории цепей / Г.В. Зевеке, П.А.Ионкин, А.В.Нетушил, С.В.Страхов.– М.: Энергоатомиздат, 1989.– 528 с.
12. Шакиров М.А. Системные схемы замещения трехфазных машин и их применение для расчета несимметричных режимов электрических систем // Электротехника.– 2003.– № 10.– С. 26 – 35.
13. Адонц Г.Т. Многополюсник.–Ереван: Изд. АН Арм.ССР, 1965.– 467 с.

Valery Volnov (Валерий Евгеньевич Вольнов), system administrator of Cathedral Television, Christchurch, New Zealand, [vovalyst@mail.ru](mailto:vovalyst@mail.ru).

Курганов Сергей Александрович – к.т.н., доцент кафедры электроснабжения Ульяновского государственного университета (УлГТУ). 432027 Ульяновск, ул. Северный Венец, 32, УлГТУ; служ.тел. 43-91-05. [ksa@ulstu.ru](mailto:ksa@ulstu.ru)

Филаретов Владимир Валентинович – д.т.н., профессор кафедры «Электроснабжение» УлГТУ. 432027, Ульяновск, ул. Северный венец, д. 32, УлГТУ. Тел.: (8422) 43-91-05.

Домашний адрес: 432035, г. Ульяновск, ул. Локомотивная, д. 203, кв. 5.  
Тел.: (8422) 38-17-34. [vvfil@mail.ru](mailto:vvfil@mail.ru), <http://astrometric.sai.msu.ru/~symbol>,  
[www.renako.net](http://www.renako.net).

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАИБОЛЬШЕГО ЧИСЛА КОНТРОЛИРУЕМЫХ ВЕТВЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

А. А. Гришкевич

**Постановка задач диагностики.** Вопросам диагностики электрических цепей в настоящее время уделяется значительное внимание [1,2]. Базисная задача диагностики электрической цепи (Н. В. Киншт [3]) заключается в определении по известным (измеренным) параметрам (токам и/или напряжениям) одного множества ветвей электрической цепи параметров элементов, образующих некоторое другое множество элементов электрической цепи. Ниже рассматривается модификация базисной задачи при дополнительном условии: общее число ветвей электрической цепи, в которых производятся наблюдения, должно быть минимально. Или, иначе говоря, определения наибольшего числа ветвей, параметры которых могут быть определены по известным (измеренным) параметрам (токам и/или напряжениям) других ветвей.

Пусть  $E$  есть множество ветвей электрической цепи. Обозначим  $M_U \subseteq E$  ( $M_I \subseteq E$ ) подмножество ветвей, на которых измерены (известны) напряжения (токи).

Наблюдаемая ветвь электрической цепи – ветвь электрической цепи, в которой можно измерить токи и/или напряжения.

*Задача 1* (определения минимального числа наблюдаемых ветвей электрической цепи) [4]. Минимизировать число наблюдаемых ветвей

$$|M| = |M_I \cup M_U| \rightarrow \min$$

при сохранении разрешимости задачи диагностики электрической цепи.

Под разрешимостью задачи диагностики электрической цепи далее будем понимать возможность определения параметров ветвей  $\bar{M} = E \setminus M$  по параметрам ветвей  $M$ .

Контролируемая ветвь электрической цепи – ветвь электрической цепи, токи и напряжения которой можно получить на основе измерений токов и/или напряжений других ветвей электрической цепи (в контролируемой ветви измерений токов и напряжений не производится).

Если задача диагностики электрической цепи разрешима при  $M$  наблюдаемых ветвях, то ветви  $\bar{M} = E \setminus M$  являются контролируемыми.

Поскольку  $M \overset{\square}{\cup} \bar{M} = E$  ( $|M| + |\bar{M}| = |E|$ ), то одновременно с задачей на минимум можно рассмотреть противоположную задачу, т.е. задачу на максимум

$$|\bar{M}| \rightarrow \max,$$

которую сформулируем следующим образом.

**Задача 2** (определения максимального числа контролируемых ветвей электрической цепи) [5]. Определить максимальное число ветвей электрической цепи  $|\bar{M}|$ , параметры которых (токи и напряжения) можно определить (контролировать) по наблюдениям (токам и/или напряжениям) других  $M = E \setminus \bar{M}$  ветвей электрической цепи.

**Формальная математическая постановка задачи определения наименьшего числа наблюдаемых и/или наибольшего числа контролируемых ветвей электрической цепи** [6]. Пусть имеется матроид электрической цепи  $N(E)$ , определенный на множестве элементов (ветвей)  $E$ . Выберем две различные базы (два наибольших независимых или наименьших порождающих множества)  $B_1 \neq B_2$  матроида  $N(E)$ . Соответственно  $\bar{B}_1 = E \setminus B_1$ ,  $\bar{B}_2 = E \setminus B_2$  – две различные базы матроида  $N^\perp(E)$ . Пусть ветви  $B_1$  ( $\bar{B}_2$ ) наблюдаемы в матроиде  $N(E)$  ( $N^\perp(E)$ ). Соответственно параметры ветвей  $\bar{B}_1$  ( $B_2$ ) могут быть определены по параметрам ветвей  $B_1$  ( $\bar{B}_2$ ) в матроиде  $N(E)$  ( $N^\perp(E)$ ). Множество наблюдаемых ветвей  $M = B_1 \cup \bar{B}_2 = B_1 B_2 \cup B_1 \bar{B}_2 \cup \bar{B}_1 \bar{B}_2$  обеспечивает контроль параметров ветвей  $\bar{M} = \bar{B}_1 B_2$ .

Задача определения минимального числа наблюдаемых ветвей электрической цепи

$$|M| = |B_1 \cup \bar{B}_2| \rightarrow \min \quad (1)$$

соответствует задаче

$$|B_1 \cup B_2| \rightarrow \max,$$

которая является задачей об определении ранга суммы матроидов

$$\max_{B_1 \text{ и } B_2 \text{ независимы в } N(E)} |B_1 \cup B_2| = r(N(E) + N^\perp(E)).$$

Задачу (1) можно также рассмотреть как задачу

$$|\bar{M}| = |\bar{B}_1 B_2| \rightarrow \max \quad (2)$$

определения наибольшего множества, независимого в матроидах  $N(E)$  и  $N^\perp(E)$ . Таким образом, задача (2) (задача определения максимального числа контролируемых ветвей электрической цепи) есть задача о пересечении матроидов

$$\max |\bar{B}_1 B_2| = \max_{B \text{ независимо в } N(E) \text{ и } N^\perp(E)} |B|.$$

**Пример.** Пусть  $G(V, E)$  (рис. 1) есть граф резистивной электрической цепи (рис. 2), в которой все источники тока представляются удаленными, а

источники напряжения – закороченными;  $P(G)$  – полигонный матроид графа  $G(V, E)$ .

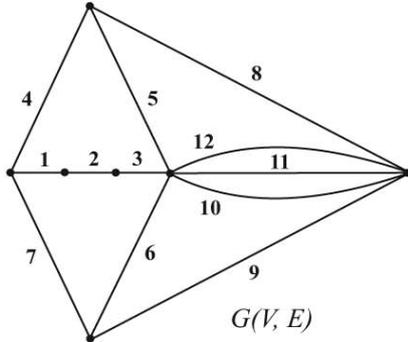


Рис. 1. Граф электрической цепи

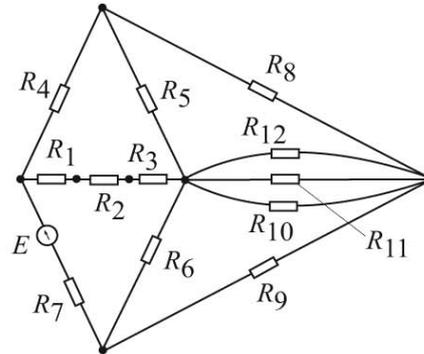


Рис. 2. Схема электрической цепи

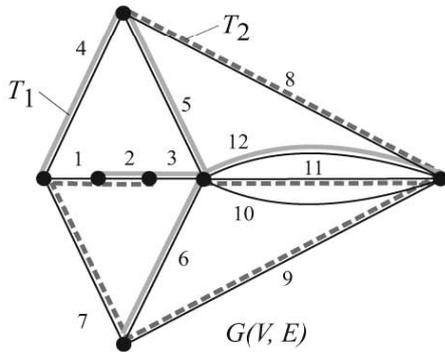


Рис. 3. Два наиболее различных дерева  $T_1$  и  $T_2$  графа (база суммы матроидов)

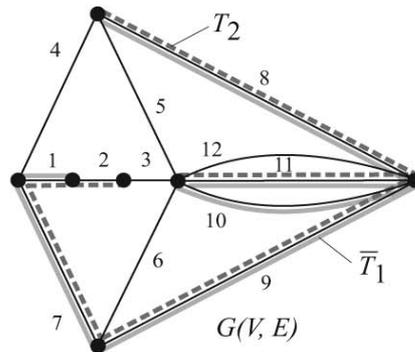


Рис. 4. Наиболее совпадающие дерево  $T_2$  и кодерево  $\bar{T}_1$  графа (пересечение матроидов)

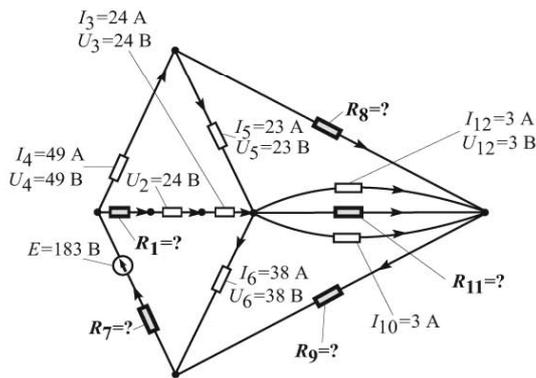


Рис. 5. Наблюдаемые и контролируемые ветви электрической цепи

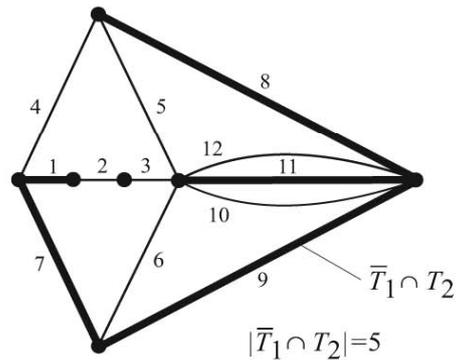


Рис. 4. Наиболее совпадающие дерево  $T_2$  и кодерево  $\bar{T}_1$  графа (пересечение матроидов)

Для представленного графа имеем: число вершин графа  $|V|=7$ , число дуг  $|E|=12$ , ранг полигонного матроида (число ветвей дерева)  $r(P(G))=6$ , ранг двойственного матроида (число ветвей кодеревя)  $r(P^\perp(G))=6$ , ранг суммы полигонных матроидов (число ветвей двух наиболее различных деревьев, рис. 3)  $r(P(G)+P(G))=11$  [7], мощность наибольшего множества, независимого в матроидах  $P(G)$  и  $P^\perp(G)$  (число ветвей в наиболее совпадающих дереве и кодереве, рис.4),

$$\max_{B \text{ независимо в } P(G) \text{ и } P^\perp(G)} |B| = 5.$$

Таким образом, минимальное число наблюдаемых ветвей  $\min |M|=6+12-11=7$ , максимальное число контролируемых ветвей  $\max |\bar{M}|=5$ . Действительно, знание токов ветвей  $M_I = \{10\} \cup A$ ,  $A = \{3, 4, 5, 6, 12\}$ , и напряжений ветвей  $M_U = \{2\} \cup A$  ( $|M_U \cup M_I| = |M| = 7$ ) (численные значения приводятся на рис. 5) позволяет на основе закона Ома определить (контролировать) сопротивления ветвей  $\bar{M} = \{1, 7, 8, 9, 11\}$ , т.е. получить  $R_1 = R_7 = R_8 = R_9 = R_{11} = 1 \text{ Ом}$ .

#### Литература

1. Бутырин П.А., Васьковская Т.А. Диагностика электрических цепей по частям. Теоретические основы и компьютерный практикум: Учебное пособие. – М.: Издательство МЭИ, 2003. – 112 с.
2. Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ и диагностика линейных электрических цепей методом схемных определителей: Учебное пособие. – Ульяновск: УлГТУ, 2004. – 228 с.
3. Киншт Н.В., Герасимова Г.Н., Кац М.А. Диагностика электрических цепей. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 192 с.
4. Гришкевич А.А. Об одной задаче диагностики электрической цепи // Российская конфер. «Дискретный анализ и исследование операций»: Материалы конференции. – Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 2002. – С. 143.
5. Гришкевич А.А. Пересечение матроидов и задача размещения измерительных приборов // Обзорение прикладной и промышленной математики. – 2002. – Том 9. – Вып. 1. – С. 184–185.
6. Гришкевич А.А. Диагностика электрической цепи на матроиде // Синтез и сложность управляющих систем: Материалы XIII международной школы-семинара. – М.: МГУ, 2002. – Ч. 1. – С. 69–72.
7. Бутырин П.А., Гришкевич А.А. Минимальные структуры математических моделей электрических цепей // Электричество. – 1992. – № 2. – С. 1–8.

## АЛГОРИТМ ПЕРЕЧИСЛЕНИЯ СОСТОЯНИЙ ОТКАЗА ПРИ ОЦЕНКЕ НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

А. А. Гришкевич, Ю. В. Степкина, О. А. Куренкова

**Введение.** В [1] рассматривается классификация сечений сложных систем на основе вклада в результирующие показатели надежности (выделено пятнадцать классов  $[J_i]^\Theta$   $i=1, 2, \dots, 15$ ), и алгоритм формирования соответствующих классов. В [2,3] строится уточнение классификации [1] путем дополнительного введения четырех новых классов ( $[J_i]^\Theta$   $i=16, 17, 18, 19$ ). Приводятся характеристики классов и формулы для вычисления вклада сечений дополнительных классов в вероятность состояния отказа системы и средний параметр потока отказов системы. В настоящей работе рассматривается модификация алгоритма [1] для формирования дополнительных классов.

**Модель функционирования системы.** Каждый элемент  $I$  электрической системы  $L$  может находиться в одном из трех состояний  $I_\alpha$ ,  $\alpha \in \{N, R, S\}$ , где  $I_N$  – состояние нормальной работы элемента  $I$ ,  $I_S$  – состояние между отказом элемента  $I$  и завершением оперативных переключений,  $I_R$  – состояние аварийного ремонта элемента  $I$ . Переходы между состояниями для каждого элемента электрической системы описываются

$$I_N \rightarrow I_S \rightarrow I_R \rightarrow I_N \rightarrow \dots$$

Введем в рассмотрение

$$Z_{I_N} = \emptyset, Z_{I_R} = \{I\}, Z_{I_S} \subseteq L \quad (I \in Z_{I_S})$$

– зоны влияния элементов в различных состояниях. Предположим, что нахождение элемента  $I$  в состоянии  $S$  эквивалентно нахождению множества  $Z_{I_S} \subseteq L$  элементов в состоянии  $R$ . Обычное влияние отказа типа  $R$  элемента состоит в выводе из работы этого элемента. Обозначим

$$Z_x = \{ I : I \in L, x \in Z_{I_S} \}, x \in L.$$

Дополнительно введем в рассмотрение множество  $Q \subseteq L$ . Любой элемент  $b \in Z_{I_S} \cap Q$  при переходе элемента  $I$  в состояние  $S$  с вероятностью  $q_b$  тоже переходит в состояние  $S$  (в состоянии  $R$  переходят элементы множества  $Z_{b_S}$ ), и  $Z_{I_S} \subseteq Z_{I_S b_S} = Z_{I_S} \cup Z_{b_S}$ .

**Алгоритм формирования дополнительных классов.** Рассмотрим дополнение алгоритма [1], сохранив основные обозначения. Далее при записи алгоритма  $Q_i$ ,  $i=16, 17, 18, 19$  – вспомогательные

множества; множествами  $M_i$  аппроксимируются классы  $[J_i]\Theta$ ,  $i=16, 17, 18, 19$ .

$$Q_{16}^1 = \{ (I, b) : b \in M_2 \cap Q, I \in Z_b \};$$

$$Q_{16}^2 = \{ (I, b) : \{x, I\} \in M_3, b \in Z_x \cap Q, I \in Z_b \};$$

$$Q_{16}^3 = \{ (I, b) : \{I, b\} \in M_5, b \in Q, I \in Z_b \};$$

$$Q_{16}^4 = \{ (I, b) : \{I, x, y\} \in M_7, b \in Z_x \cap Z_y \cap Q, I \in Z_b \};$$

$$Q_{16}^5 = \{ (I, b) : (I, \{x, y\}) \in Q_8, b \in Z_x \cap Z_y \cap Q, I \in Z_b \};$$

$$M_{16} = \{ (I, b) (I_S b^q \in \Omega_F) : (I, b) \in \bigcup_{i=1}^5 Q_{16}^i, I \notin M_1, I \notin M_2, I \neq b \};$$

$$Q_{17}^1 = \{ (I, c, b) : (c, b) \in M_{16}, c \in Q, I \in Z_c \};$$

$$Q_{17}^2 = \{ (I, c, b) : \{I, x\} \in M_3, b \in Z_x \cap Q, c \in Z_b \cap Q, I \in Z_c \};$$

$$Q_{17}^3 = \{ (I, c, b) : \{I, b\} \in M_5, b \in Q, c \in Z_b \cap Q, I \in Z_c \};$$

$$Q_{17}^4 = \{ (I, c, b) : \{I, x, y\} \in M_7, b \in Z_x \cap Z_y \cap Q, c \in Z_b \cap Q, I \in Z_c \};$$

$$Q_{17}^5 = \{ (I, c, b) : (I, \{x, y\}) \in Q_8, b \in Z_x \cap Z_y \cap Q, c \in Z_b \cap Q, I \in Z_c \};$$

$$Q_{17}^6 = \{ (I, c, b) : \{b, c\} \in M_5, b \in Q, c \in Q, I \in Z_b \cap Z_c \};$$

$$Q_{17}^7 = \{ (I, c, b) : \{I, x, y\} \in M_7, b \in Z_x \cap Q, c \in Z_y \cap Q, I \in Z_b \cap Z_c \};$$

$$Q_{17}^8 = \{ (I, c, b) : \{I, b, c\} \in M_{10}, b \in Q, c \in Q, I \in Z_b \cap Z_c \};$$

$$Q_{17}^9 = \{ (I, c, b) : (c, \{x, y\}) \in Q_8, b \in Z_x \cap Z_y \cap Q, c \in Q, I \in Z_b \cap Z_c \};$$

$$M_{17} = \{ (I, c, b) (I_S c^q b^q \in \Omega_F) : (I, c, b) \in \bigcup_{i=1}^9 Q_{17}^i, I \neq b, I \neq c, b \neq c, \\ I \notin M_1, I \notin M_2, (I, c) \notin M_{16}, (I, b) \notin M_{16} \};$$

$$Q_{18}^1 = \{ (K, I, b) : (b, K) \in Q_4, b \in Q, I \in Z_b \};$$

$$Q_{18}^2 = \{ (K, I, b) : \{I, K, x\} \in M_7, b \in Z_x \cap Q, I \in Z_b \};$$

$$Q_{18}^3 = \{ (K, I, b) : (K, \{I, b\}) \in Q_9, b \in Q, I \in Z_b \};$$

$$Q_{18}^4 = \{ (K, I, b) : \{K, x, y\} \in M_7, b \in Z_x \cap Z_y \cap Q, I \in Z_b \};$$

$$M_{18} = \{ (K, I, b) (K_R I_S b^q \in \Omega_F) : (K, I, b) \in \bigcup_{i=1}^4 Q_{18}^i, K \neq I, K \neq b, I \neq b,$$

$$I \notin M_1, I \notin M_2, \{I, K\} \notin M_3, (I, K) \notin Q_4, (I, b) \notin M_{16}\};$$

$$Q_{19}^1 = \{ (K, I, b) : \{b, K\} \in M_5, b \in Q, I \in Z_b\};$$

$$Q_{19}^2 = \{ (K, I, b) : (K, \{I, x\}) \in Q_8, b \in Z_x \cap Q, I \in Z_b\};$$

$$Q_{19}^3 = \{ (K, I, b) : \{K, I, b\} \in M_{10}, b \in Q, I \in Z_b\};$$

$$Q_{19}^4 = \{ (K, I, b) : (K, \{x, y\}) \in Q_8, b \in Z_x \cap Z_y \cap Q, I \in Z_b\};$$

$$M_{19} = \{ (K, I, b) (K_S I_S b^q \in \Omega_F) : (K, I, b) \in \bigcup_{i=1}^4 Q_{19}^i, K \neq I, K \neq b, I \neq b,$$

$$I \notin M_1, I \notin M_2, K \notin M_1, K \notin M_2, \{I, K\} \notin M_3, (K, I) \notin Q_4, (I, K) \notin Q_4,$$

$$\{I, K\} \notin M_5, (I, b) \notin M_{16}, (K, b) \notin M_{16}, (K, I, b) \notin M_{18}, (I, K, b) \notin M_{18}\}.$$

### Литература

1. Гришкевич А.А. Классификация и перечисление состояний отказа при оценке надежности электрических систем // Известия АН. Энергетика. – 2001. – № 5. – С. 128-134.

2. Гришкевич А.А., Степкина Ю.В. Перечисление состояний отказа при расчетах надежности сложных систем // Алгоритмический анализ неустойчивых задач: Тез. докл. Всероссийской конференции. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2004. – С. 260-261.

3. Гришкевич А.А., Степкина Ю.В. Вклад состояний отказа специального вида в результирующие показатели надежности сложной системы // Обзорение прикладной и промышленной математики. – 2004. – Т. 11. (в печати)

Гришкевич Андрей Александрович; д.т.н.; профессор кафедры Экономико-математических методов и статистики Южно-Уральского государственного университета (454080, Челябинск, пр. Ленина, 76, ЮУрГУ, ЭММиС); e-mail: aag@susu.ac.ru; grishkev@math.tu-chel.ac.ru

Степкина Юлия Васильевна; старший преподаватель кафедры Электроснабжения промышленных предприятий Тольяттинского государственного университета (445667, Самарская область, Тольятти, ул. Ушакова, 57, ТГУ, ЭПП)

Куренкова Ольга Александровна; студент Южно-Уральского государственного университета (454080, Челябинск, пр. Ленина, 76, ЮУрГУ); e-mail: [koa2004@inbox.ru](mailto:koa2004@inbox.ru)

## МАТРИЧНЫЕ И СХЕМНЫЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

Р. В. Дмитришин

Рассмотрены свойства схемных и матричных определителей, выраженных в виде вычислительных формул. Использовано понятие бесконечных проводимостей для установления взаимно однозначного соответствия между этими определителями при моделировании схем с источниками напряжения в узловом базисе. На примере анализа схем с управляемыми источниками напряжения типа ИНУН показано несовпадение формул локальных определителей при использовании метода деления схемы на части.

### Введение

Известно, что определители – это основа классического подхода к анализу линейных цепей, использующего правило Крамера к решению уравнений цепи, составленных по законам Кирхгофа. Кроме чисто алгебраического подхода к раскрытию определителей в теории цепей успешно развиваются альтернативные подходы основанные, например, на топологических методах, использующих графы схем [3].

В последние годы интенсивно развивается новый подход к генерации схемных определителей, основанный на использовании нуллов и рекурсии Фойснера [3,4,5,8]. В этом направлении заслуживает внимания исследования Филаретова [4], основанные на использовании нуллов и названный методом схемных определителей (МСО). Достоинством МСО есть наличие единой методики вывода формул определителей числителя и знаменателя передаточных функций цепей, содержащих как сопротивления, так и проводимости, а также все четыре вида управляемых источников без необходимости введения и устремления в бесконечность дополнительных проводимостей, без перенесения общего узла и без применения суперпозиции. Для анализа схемных передаточных функций МСО обходится без дополнительных управляемых источников, как в [2], а для разности напряжений не используются отрицательные проводимости, как в [7].

Интенсивное развитие МСО для генерации формул схемных функций заостряет потребность в уточнении понятия самого определителя. Термин «схемный определитель» (СО) относительно новый и нуждается в дополнительных пояснениях. Главная цель работы состоит в сравнении СО с классическим понятием определителя, применяющегося в теории цепей. Параллельно приведены примеры использования унисторов для анализа цепей с управляемыми источниками напряжения.

### Определитель

Как известно, классическое понятие определителя в теории цепей основано на использовании матричного аппарата для анализа линейных цепей [1]. Вспомним тривиальные дефиниции. Если матрица – это таблица, то определитель – это число либо аналитическое выражение

для вычисления этого числа, которое однозначно характеризует свойства соответствующей матрицы. При матричной записи уравнений Кирхгофа для анализируемой схемы определитель непосредственно связан с матрицей коэффициентов этих уравнений. В зависимости от выбранного базиса различают матрицы проводимостей, сопротивлений, а также смешанные матрицы. В свою очередь, например, матрицы проводимостей также могут различаться выбором базиса напряжений, который может отличаться от канонического (когда все стрелки напряжений направлены от общего узла) и т.д. Общее число разных матриц, описывающих конкретную цепь равно количеству вариантов независимых векторов. Соответственно для одной и той же схемы количество разных определителей будет равно количеству разных её матриц.

В МСО определитель не привязан к определённом базису. Поэтому при использовании разложения Фойсснера в качестве элемента разложения на каждом шаге редукции можно использовать разные элементы цепи: пассивные в виде проводимостей (сопротивлений) и коэффициенты управляемых источников также в виде проводимостей (сопротивлений) или как безразмерные. Естественно, от удачного выбора элемента разложения зависит главное качество генерируемой формулы - количество арифметических операций. На рис. 1 показано четыре варианта делителей напряжения. Для передаточной функции цепочки рис. 1а минимальные формулы получаются при выборе в разложении Фойсснера двух элементов либо в виде сопротивлений, либо в виде проводимостей

$$T_a = U_2/U_1 = \Delta_{12}/\Delta_{11} = r_B/(r_A+r_B) = y_A/(y_A+y_B) = 1/(1+r_A \cdot y_B) = y_A \cdot r_B/(y_A \cdot r_B + 1).$$

Большее количество вариантов формул определителей числителя и знаменателя передаточной функции можно получить при анализе делителей на рис. 1b,c,d. Для четырёх элементов возможно составление 16 вариантов схемных формул числителя и столько же - для знаменателя. Путём обычного перебора можно убедиться, что минимальные формулы передаточной функции чаще всего (но не всегда) получаются в случае, когда параллельные элементы выступают в виде проводимостей, а последовательные – в качестве сопротивления

$$T_b = 1/(1+(y_C+y_D) \cdot (r_A+r_B)), T_c = (y_A+y_B)(y_C+y_D)/(1+(y_A+y_B) \cdot (y_C+y_D)), \\ T_d = (y_A+y_B)/(y_D \cdot (1+(y_A+y_B) \cdot (y_C+y_D))).$$

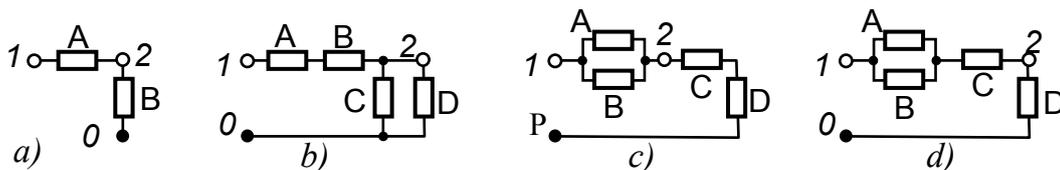


Рис. 1. Делители напряжения

Однако требование минимизации количества арифметических операций в формулах СО содержит в себе и определённое усложнение. Проблема состоит в том, что СО числителя и знаменателя генерируются независимо. Поэтому для схемы числителя алгоритм разложения по Фойсснеру может выбрать одно сочетание проводимостей и сопротивлений, а для знаменателя – другое. Ясно, что отношение этих СО может быть некорректным. В результате в ущерб качеству общей формулы при генерации числителя и знаменателя СФ необходимо использовать один и тот же оптимальный набор проводимостей элементов.

Следующее усложнение состоит в том, что в процессе генерации оптимальной формулы СО при выполнении разложения по Фойсснеру даже внутри одной схемы одни и те же элементы могут выступать как в форме сопротивлений, так и проводимостей. Выбор зависит от вариантов последовательно-параллельного соединения элементов в процессе редукции Фойсснера. В таком случае необходимо также проверять условие совместимости числителя и знаменателя передаточной функции.

Естественно возникает вопрос о связи между разными определителями, составленными для одной и той же цепи. Установление взаимной связи будем строить на связи классического определителя матрицы проводимостей (далее – узлового определителя в виде  $\Delta_Y$ ), составленной с разными схемными определителями ( $\Delta_s$ ) для этой же цепи, количество которых равно  $2^m$ , где  $m$  – число элементов цепи. В случае пассивных схем не составляет труда доказать простую взаимосвязь между узловым и схемными определителями

$$\Delta_Y = y_1 * y_2 * \dots * y_n * \Delta_s \quad (1)$$

где  $y_1 * y_2 * \dots * y_n$  - проводимости, которые в формуле для конкретного  $\Delta_s$  выступают в форме сопротивлений.

Применительно к выше описанным примерам передаточной функции делителя напряжения (например, для случая  $T_b$ ) числитель в узловом базисе запишется как

$$\Delta_{12,Y} = y_A * y_B * \Delta_{12} = y_A * y_B * 1,$$

а знаменатель – как

$$\Delta_{11,Y} = y_A * y_B * \Delta_{11} = y_A * y_B * (1 + (y_C + y_D) * (r_A + r_B))$$

Естественно, после сокращения общих множителей формулы для  $T_b$  в обоих случаях совпадают.

$$T_b = \Delta_{12} / \Delta_{11} = \Delta_{12,Y} / \Delta_{11,Y}.$$

### Нерегулярные элементы

Как известно [1], главное ограничение узлового и контурного методов состоит в делении элементов цепи на две группы: регулярные,

которые по определению естественным образом вписываются в матрицу коэффициентов и нерегулярные, запись которых в матрицу не предусмотрено. Пример нерегулярных элементов для узлового метода – это источники напряжения (независимые либо управляемые) и нулевые сопротивления. Общепринято считать, что определитель узловой матрицы с нерегулярными элементами равен бесконечности. Дуально, для контурной матрицы нерегулярные элементы – это источники тока и нулевые проводимости. Далее в статье ограничимся рассмотрением особенностей узловой матрицы с нерегулярными элементами, поскольку на основе принципа дуальности выводы можно обобщить и на контурную матрицу.

Часто нерегулярные для узлового анализа источники напряжения соединяются последовательно с некоторыми ненулевыми сопротивлениями. В этом случае тривиально выполняется предварительное эквивалентное преобразование такого источника напряжения в регулярный для узлового метода источник тока с параллельной проводимостью. Моделирование усложняется для идеального источника напряжения без последовательного сопротивления. В этом случае для перехода к источнику тока применяют различные искусственные приёмы [2]. В одном из них к этому источнику последовательно соединяются два сопротивления с разными знаками с последующей заменой источника напряжения и одного из дополнительных сопротивлений в источник тока. К недостатку этого способа можно отнести необходимость введения в цепи дополнительного узла, а также проблемы с «очисткой» конечной формулы от дополнительных сопротивлений.

Рассмотрим способ замены независимого источника напряжения путём введения последовательного дополнительного нулевого сопротивления, которое после преобразования источника напряжения в источник тока в узловой матрице будет фигурировать как проводимость  $u$  в виде символа бесконечности ( $\infty$ ). Естественно, что выражение узлового определителя в форме позиномов в этом случае будет иметь две группы слагаемых: содержащих и не содержащих введенную бесконечную проводимость. Это подтверждает мнение, что узловой определитель цепи с идеальным источником напряжения равен бесконечности. Сказанное запишем в виде формулы. Для этого разделим её на две части: содержащую ( $\Delta_1$ ) и не содержащую ( $\Delta_2$ ) проводимость  $\infty$

$$\Delta_Y = \infty * \Delta_1 + \Delta_2 = \infty * \Delta_1.$$

В общем случае  $k$  идеальных источников напряжения все слагаемые, не содержащие внутренних проводимостей источников либо содержащие их в меньшем количестве исключаются из формулы по

правилу бесконечно малых величин и формула узлового определителя принимает вид

$$\Delta_Y = \infty \cdot \infty \cdot \dots \cdot \infty \cdot \Delta_1 + \infty \cdot \dots \cdot \infty \cdot \Delta_2 + \dots + \Delta_2^e = \infty \cdot \infty \cdot \dots \cdot \infty \cdot \Delta_1 \quad (2)$$

Здесь в первом слагаемом содержатся  $e$  бесконечные множители, во втором –  $e-1$  бесконечностей и последнее слагаемое с номером  $2^e$  не содержит бесконечные множители, где  $e$  – это максимальное количество бесконечных проводимостей, встречающихся в позиномах для узлового определителя, или, точнее, максимальное количество бесконечных проводимостей, которые могут войти в дерево графа схемы ( $e \leq k$ ). Теперь узловой определитель равен произведению максимального количества бесконечных проводимостей на остальное выражение, совпадающее со СО. В (2) для упрощения без потери общности принимаем, что все пассивные элементы схемы представлены в виде проводимостей.

Следует заметить, что в границах настоящей работы соотношение (2) имеет теоретическое значение, поскольку определитель  $\Delta_1$  легко получить получается в результате стягивания всех источников напряжения.

### Моделирование управляемого источника

Рассмотрим особенности применения бесконечных проводимостей для анализа цепей с нерегулярными для узлового метода источниками напряжения, управляемыми напряжениями (ИНУН) относительно базисного узла. «Незаземлённый» ИНУН всегда можно заменить двумя заземлёнными ИНУН.

В качестве примера рассмотрим схему с двумя заземлёнными ИНУН (рис. 2а) с коэффициентами  $k_1$  и  $k_2$ . После тривиальной замены источников напряжения источниками тока с дополнительными проводимостями  $y$  (рис. 2б) получаем матрицу проводимостей цепи (рис. 2с). Формула определителя выводится следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta_Y &= y_1 \cdot (y_1 + y_2 + y_3 + y) \cdot (y + y_2) - y_1 \cdot y_2 \cdot (y_2 - k_2 \cdot y) - y_1 \cdot (y_1 - k_1 \cdot y) \cdot (y + y_2) = \\ &= y_1 \cdot y_1 \cdot (y + y_2) + y_1 \cdot y_2 \cdot y + y_1 \cdot y_2 \cdot y_2 + y_1 \cdot y_3 \cdot y + y_1 \cdot y_3 \cdot y_2 + y_1 \cdot y \cdot y + y_1 \cdot y \cdot y_2 - \\ &\quad - y_1 \cdot y_2 \cdot y_2 + y_1 \cdot y_2 \cdot k_2 \cdot y - y_1 \cdot y_1 \cdot (y + y_2) + y_1 \cdot k_1 \cdot y \cdot y + y_1 \cdot k_1 \cdot y_2 = \\ &=_{(y \rightarrow \infty)} \infty \cdot \infty \cdot y_1 \cdot (1 + k_1) \end{aligned} \quad (3)$$

Формула узлового определителя (3) получена в результате замены символической проводимости  $y$  на бесконечность с последующим устранением бесконечно малых слагаемых. Запишем (3) в форме соотношения между узловым и схемным определителями

$$\Delta_Y = \infty \cdot \infty \cdot \Delta \quad (4)$$

Покажем, что применение символов бесконечности в (4) не причиняет хлопот при генерации формул передаточных функций цепи в виде отношения СО. Для этого рассмотрим примеры трёх формул для схемы

на рис.2: передаточной функции по напряжению, а также входного и выходного сопротивлений. Для получения этих СФ кроме определителя необходимо сгенерировать дополнительно три алгебраические дополнения:  $\Delta_{13}$ ,  $\Delta_{11}$  и  $\Delta_{33}$ .

$$\Delta_{13} = (k_1 \cdot y - y) \cdot (k_2 \cdot y - y_2) = k_1 \cdot k_2 \cdot y \cdot y - k_1 \cdot y \cdot y_2 - y_1 \cdot k_2 \cdot y + y_1 \cdot y_2 =$$

$$=_{(y \rightarrow \infty)} \infty \cdot \infty \cdot k_1 \cdot k_2.$$

$$\Delta_{11} = (y_1 + y_2 + y_3 + y) \cdot (y + y_2) + y_2 \cdot (k_2 \cdot y - y_2) = y_1 \cdot y + y_2 \cdot y + y_3 \cdot y + y \cdot y +$$

$$+ y_1 \cdot y_2 + y_2 \cdot y_2 + y_3 \cdot y_2 + y \cdot y_2 + y_2 \cdot k_2 y - y_2 \cdot y_2 =_{(y \rightarrow \infty)} \infty \cdot \infty \cdot 1.$$

$$\Delta_{33} = y_1 \cdot (y_1 + y_2 + y_3 + y) + y_1 \cdot (k_1 \cdot y - y_1) =$$

$$= y_1 \cdot y_1 + y_1 \cdot y_2 + y_1 \cdot y_3 + y_1 \cdot y + y_1 \cdot k_1 y - y_1 \cdot y_1 =_{(y \rightarrow \infty)} \infty \cdot y_1 \cdot (1 + k_1).$$

Отсюда

$$T = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{\infty \cdot \infty \cdot k_1 \cdot k_2}{\infty \cdot \infty \cdot 1} = k_1 \cdot k_2$$

Используя  $\Delta$  и  $\Delta_{11}$  получаем формулу для  $Z_{10}$

$$Z_{10} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{\infty \cdot \infty \cdot 1}{\infty \cdot \infty \cdot y_1 \cdot (1 + k_1)} = \frac{1}{y_1 \cdot (1 + k_1)}$$

Выходное сопротивление  $Z_{30}$  равно нулю, поскольку в знаменателе содержится больше бесконечных проводимостей

$$Z_{30} = \frac{\Delta_{33}}{\Delta} = \frac{\infty \cdot y_1 \cdot (1 + k_1)}{\infty \cdot \infty \cdot y_1 \cdot (1 + k_1)} = 0$$

Нулевое выходное сопротивление цепи на рис. 2 также подтверждается физическими соображениями, поскольку на выходе схемы подсоединен источник напряжения.

Как видно из выше приведенных выкладок, применение бесконечных проводимостей в формулах узловых определителей гарантирует правильные ответы при вычислении схемных функций, поскольку символы бесконечности в числителе и знаменателе взаимно

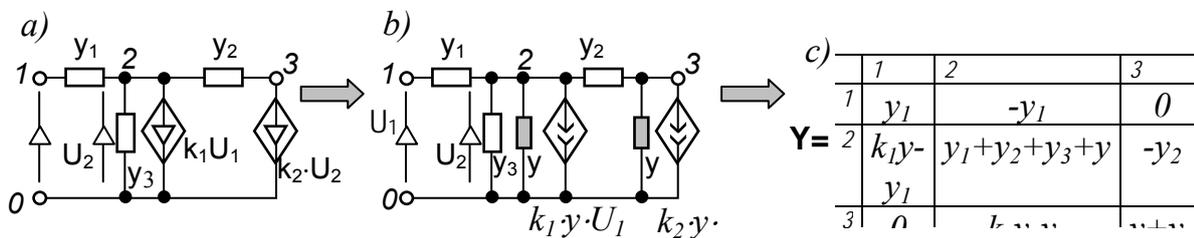


Рис. 2. Элементарная цепь с источниками напряжения, управляемыми напряжением (ИНУН1 и ИНУН2)

а – схема с двумя ИНУН, и – схема замещения с ИТУН,  
с – матрица проводимостей схемы замещения

сокращаются. Кроме методической пользы в виде ясного понимания, что такое СО и как он связан с узловым определителем применение бесконечных проводимостей позволяет в некоторых случаях весьма просто получить нулевые значения внешних сопротивлений, что видно на выше приведенном примере для  $Z_{30}$ . С другой стороны, генерация формулы узлового определителя на основе матрицы, содержащей символы бесконечных проводимостей, едва ли заслуживает внимания. Поэтому покажем возможность упрощения узловой матрицы.

На рис. 3 показано тривиальный способ такого упрощения путём вынесения за пределы матрицы бесконечных проводимостей  $y$  с последующим делением всех элементов строк, содержащих эти проводимости на  $y$ . Не трудно убедиться, что для новой матрицы получение всех выше приведенных алгебраических дополнений  $\Delta_{13}$ ,  $\Delta_{11}$  и  $\Delta_{33}$  существенно упрощается. При этом важно заметить, что в упрощённой матрице сохраняются символы бесконечности, которые можно использовать при вычёркивании строк в процессе формирования алгебраических дополнений.

	1	2	3
1	$y_1$	$-y_1$	0
$y^*$ 2	$k_1 - y_1/y$	$(y_1 + y_2 + y_3)/y + 1$	$-y_2/y$
$y^*$ 3	0	$k_2 - y_2/y$	$1 + y_2/y$

➔

	1	2	3
1	$y_1$	$-y_1$	0
$\infty^*$ 2	$k_1$	1	0
$\infty^*$ 3	0	$k_2$	1

Рис. 3. Упрощение матрицы проводимостей из рис. 2с

На основе упрощённой матрицы проводимостей легко построить адекватный унисторный граф схемы, содержащей заземлённые ИНУН. На рис. 4 показан пример построения унисторного графа для моделирования цепи из рис. 2а. В этом случае символы бесконечностей привязаны к соответствующим вершинам унисторного графа. Как показано в [9] совмещение нуллов и унисторов в некоторых случаях позволяет упростить процедуру генерации СО. Кроме этого достоинством унисторных графов при генерации узловых

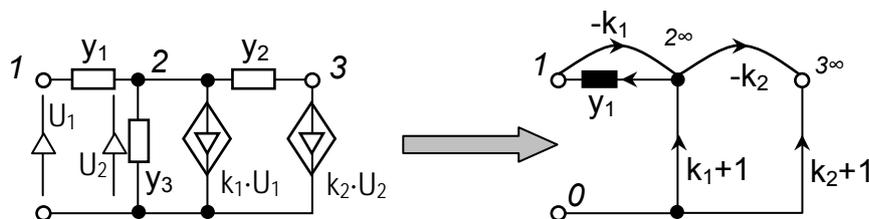


Рис. 4. Унисторный граф схемы с ИНУН

определителей есть возможность применения к ним разложения Фойсснера, чего нельзя сказать об узловых матрицах.

### Несовпадение узлового и схемного определителей

Далее покажем, что при генерации определителя схемы методом деления на подсхемы возможны случаи несовпадения определителей подсхем. Для этого видоизменим схему на рис. 2а, как это показано на рис. 5а.

Разделим эту схему на две части А и В согласно пунктирной линии. По известным со времён Фойсснера правилам определитель схемы рис. 5а равен

$$\Delta = \det A \cdot \det B^0 + \det A^0 \cdot \det B,$$

где  $\det A$  – определитель подсхемы А,  
 $\det A^0$  – определитель подсхемы А при замкнутых выходных зажимах,  
 $\det B$  – определитель подсхемы В,  
 $\det B^0$  – определитель подсхемы В при замкнутых входных зажимах.

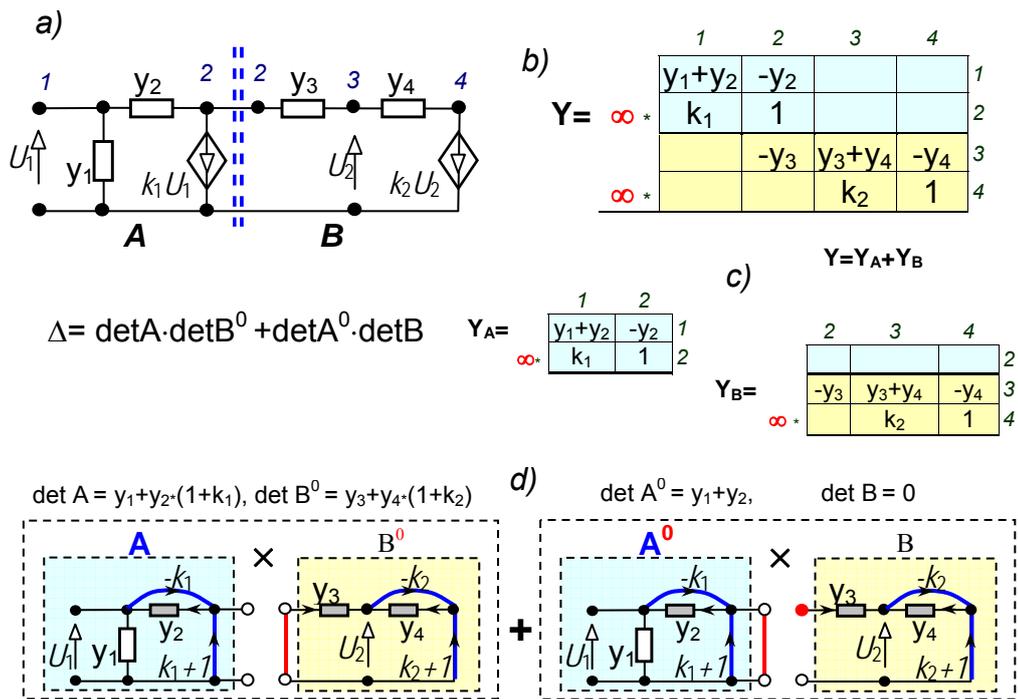


Рис. 5. Генерация формулы определителя схемы, разделённой на две подсхемы

Согласно МСО [8]:

$$\det A = y_1+y_2 \cdot (1+k_1), \det A^0 = 0, \det B = y_3 \cdot y_4 \cdot (1+k_2), \det B^0 = y_3+y_4 \cdot (1+k_2)$$

и

$$\Delta = (y_1 + y_2 \cdot (1 + k_1)) \cdot (y_3 + y_4 \cdot (1 + k_2)) + 0 \cdot y_3 \cdot y_4 \cdot (1 + k_2) = \\ (y_1 + y_2 \cdot (1 + k_1)) \cdot (y_3 + y_4 \cdot (1 + k_2)).$$

Вычисление соответствующих определителей на основе узловой матрицы выполним более детально. Согласно выше приведенной методики, узловая матрица домножается на две бесконечные проводимости (рис. 5b). На рис. 5с данная матрица разделена на две подматрицы, соответственно узлам деления подсхем так, что  $Y = Y_A + Y_B$ . Выполним теперь вычисление четырёх выше приведенных детерминантов.

$$\text{Det}A = \infty \cdot ((y_1 + y_2) \cdot 1 + k_1 \cdot y_2) = \infty \cdot (y_1 + y_2 \cdot (1 + k_1)). \quad \underline{\text{det}A^0 = \Delta_{22A} = y_1 + y_2}, \\ \underline{\text{det}B = 0}, \quad \underline{\text{det}B^0 = \Delta_{22B} = \infty \cdot ((y_3 + y_4) \cdot 1 + k_2 \cdot y_4) = \infty \cdot (y_3 + y_4 \cdot (1 + k_2))}.$$

Окончательно

$$\Delta = \infty \cdot \infty \cdot (y_1 + y_2 \cdot (1 + k_1)) \cdot (y_3 + y_4 \cdot (1 + k_2)) + (y_1 + y_2) \cdot 0 = \\ = \infty \cdot \infty \cdot (y_1 + y_2 \cdot (1 + k_1)) \cdot (y_3 + y_4 \cdot (1 + k_2)).$$

Аналогичные результаты получаются при использовании редукции Фойсснера для унисторных графов (рис. 5d). Как видим, оба выражения определителей совпадают с точностью до бесконечных множителей. Однако выражения для «локальных» подчёркнутых подопределителей не совпадают!

Интересная причина локального несоответствия состоит в использовании разных подходов к решению проблемы стягивания управляемых источников ИНУН. В МСО [7] такие схемы рассматриваются как вырожденные, а в матричном подходе – как схемы, в которых источники ИНУН нейтрализуются. Кроме этого в матричном и унисторном подходах учитываются несимметричные пассивные элементы, чего нет в МСО.

С другой стороны, возникает вопрос о характере процесса нейтрализации источника напряжения. Происходит ли раньше удаление этого источника, а затем объединение его узлов или наоборот? Если сначала удалить источник, то исчезнет режим короткого замыкания. Если начать с замыкания источника напряжения, то это - признак вырождения и т.д. Если принять, что последовательность не имеет значения, то можно двояко трактовать процесс нейтрализации. Здесь уместно провести аналогию с решением философской проблемы – шутки о том, что было раньше: яйцо или курица. В настоящее время нет оснований ставить вопрос о корректности того или иного подхода. Скорее всего, требуются дополнительные исследования.

## Вывод

Применение классического подхода к моделированию нерегулярных элементов в узловом базисе проводимостей приводит к появлению бесконечных проводимостей, которые позволяют выяснить соответствие между схемными определителями, используемыми в разложении Фойсснера для цепей с нуллорами – с одной стороны, и узловым определителем, используемым в при анализе цепей с нерегулярными для метода узловых потенциалов элементами – с другой.

## Литература

1. Сигорский В., Анализ электронных схем, ГИТЛ, Киев, 1958, с. 200.
2. Lin P., Symbolic Network Analysis, Elsevier, Amsterdam, 1991, 319 s.
3. Parten M., Seacat R., Topological Analysis of Network Containing Nullators and Norators Using Re-sidual Network, 23rd annual Southwestern IEEE conference and exhibition. IEEE.Midwest Symposium on Circuits and Systems, New York, 1971, ss. 39 – 42.
4. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // Электричество.– 2001.– № 4.– С. 43-51.
5. Kumar P., Senani R., Bibliography on Nullors and Their Applications In Circuit Analysis, Synthesis and Design, Analog Integrated Circuits and Signal Processing. 33. Kluwer Academic Publishers, 2002, ss.65-76.
6. Dmytryshyn R., Analiza obwodów aktywnych za pomocą szablonów unistorowych, SPETO-2002, Politechnika Śląska, Gliwice / Ustroń, 2002, ss. 349-353.
7. Dmytryshyn R., Modified Feussner's method, 7th International Workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design, SMACD-2002, Rumunia, Sinaia, 2002, ss. 47-52, 2002
8. Курганов С. А., Филаретов В. В., Анализ установившихся режимов линейных электрических цепей методом схемных определителей: Учебное пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– 148 с.
9. Дмитришин Р.В., Филаретов В. В., Шеин Д.В. Нуллорно-унисторный подход к анализу цепей с операционными усилителями // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Тр. междунаrod. конф. КЛИН–2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 4.– С. 23-31.

Dmytryshyn Roman (Дмитришин Роман Васильевич)  
 Dr prof. of Rzeszow University of Technology, Department of Electrical and Computer Engineering, 2 W.Pola str., 35-959 Rzeszow, Poland,  
 E-mail: [rdmytr@prz.rzeszow.pl](mailto:rdmytr@prz.rzeszow.pl), tel.+48 17 8651294, fax:+48 17 8542088.

## ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СХЕМНЫЕ ТРИАДЫ Л.И.ВОЛГИНА

А. И. Зарукин

Рассмотрено топологическое Р-преобразование схем электрических цепей (ЭЦ) путём поворота активного трехполюсника как средства генерации и топологического синтеза ЭЦ, разделяющее все активные схемы на тройки (топологические схемные триады). Показано, что свойством триединства схем обладают только ЭЦ построенные на активных трехполюсниках, и оно отсутствует в схемах, построенных на четырехполюсных активных элементах (дифференциальные, балансные, парафазные усилители и др.)

Ключевые слова: топологические преобразования схем электрических цепей, топологический синтез схем электрических цепей, усилитель напряжения, повторитель напряжения, повторитель тока.

It's considered topological P-transformation of electric circuits' schemes by way of tumbling of active three-terminal section as facility to generations and topological syntheses of electric circuits, separating all active schemes on three-tuples (the topological circuitual triads).

Key words: topological transformations of electric circuits' schemes, topological syntheses of electric circuits' schemes, amplifier of voltage, repeater of voltage, repeater of current.

В шестидесятых и семидесятых годах прошедшего столетия в научно-технической литературе периодически вспыхивали дискуссии о типе обратной связи (отрицательная или положительная) в конкретных активных электрических цепях [1] и даже высказывались крайние точки зрения, "что наличие или отсутствие "обратной связи" в "системе" определяется скорее точкой зрения, чем физической действительностью" [2]. Но как сказал Гете, между двумя противоположными мнениями находится не истина, а проблема [3].

Указанная проблема в общем виде решена Л.И.Волгиным [4-10], который показал, что одна исходная электрическая схема, построенная на активном трехполюснике  $A_i$  охваченного обратной связью (отрицательной (ООС) или положительной (ПОС)), является порождающей для двух других электрических схем (ЭС).

Генерация новых схем осуществляется поворотом трехполюсника  $A_i$  (Р-преобразование) и заключается в назначении другой общей точки между входным и выходным портами активного трехполюсника, на базе которого построена ЭС.

При этом из шести  $3! = 6$  возможных направлений передачи сигнала через трехполюсник практически реализуемыми являются три.

На базе Р-преобразований в классе потенциально-устойчивых активных электрических цепей обоснованы и сформулированы "принцип совместности отрицательной и положительной обратных связей"[4], "принцип усиления дуального сигнала" [5]. При этом класс активных электрических цепей, построенных на одном активном

трехполюснике (усилители напряжения УН, тока УТ, проходного сопротивления УС и проводимости УП, потенциальные и токовые конверторы сопротивлений и др.) разделен на тройки (топологические триады) с эквивалентными схемными функциями (коэффициент усиления или передачи, входное и выходное сопротивление и др.) [6-8].

Здесь рассматриваются Р-преобразования как средство генерации и топологического синтеза новых АЭЦ, порождающих топологические схемные триады Л.И.Волгина.

Топологическое преобразование путем поворота активного трехполюсника (Р-преобразование) предложено Л.И.Волгиным в 1972 г. [9] и заключается во взаимозамещении входного и выходного портов трехполюсника, сопровождающееся сменой общего (для входа и выхода) вывода (общей точки). При этом из шести  $3!=6$  направлений передачи сигнала через трехполюсник практически реализуемыми являются три направления [6, 8, 10].

Рассмотрим схему  $S_1$  содержащую активный трехполюсник  $U_i$  с коэффициентом усиления  $k_i$  и внешнюю по отношению к нему электрическую цепь ЭЦ (рис.1). Здесь индекс  $i=1, 2, 3$  обозначает зажим трехполюсника  $U_i$ , принятый за общий.

Свойства активного трехполюсника в направлениях передачи сигнала 312, 321 и 132 различны (здесь первая и последняя цифры указывают зажимы трехполюсника, принятые соответственно за входной и выходной).

Рассмотрим случай, когда в порождающей схеме  $S_1$  трехполюсник  $U_i$ , при  $i=1$  является инверсным усилителем с усилением  $k_1 < 0$  (потенциально-устойчивые цепи).

Если активный трехполюсник в направлении передачи сигнала 312 ( $i=1$ ) является инверсным усилителем напряжения (УН), тока (УТ), сопротивления (УС) или проводимости (УП), то этот же трехполюсник  $U_i$  при достаточно большом усилении  $k_1 \rightarrow \infty$  в направлениях передачи сигнала 321 ( $i=2$ ) и 132 ( $i=3$ ) имеет соответственно свойства неинверсных повторителя напряжения (ПН) с коэффициентом передачи  $k_2 = k_1 / (1 + k_1)$  и повторителя тока (ПТ) асимптотического типа.

Отсюда вытекает следующее правило топологического преобразования потенциально-устойчивых электрических цепей путем поворота активного трехполюсника.

Если порождающая схема или фрагмент схемы  $S_1$  содержит трехполосный инверсный усилитель, общая 1, выходная 2 и входная 3 клеммы которого присоединены соответственно к точкам I, II и III внешней по отношению к усилителю цепи (рис.1), то схема с такими же свойствами может быть построена путем присоединения общей, выходной и входной клемм неинверсного повторителя напряжения ПН соответственно к точкам II, I и III или путем присоединения общей,

выходной и входной клемм неинверсного повторителя тока ПТ соответственно к точкам III, II и I этой же внешней цепи (схемы  $C_2$  и  $C_3$ , изображенные на рис.1).

При этом P-преобразования первой триады (рис.1) инвариантны к типу использованных инверсных усилителей  $Y_i$  – усилителей напряжения, тока, сопротивления и проводимости [11].

Таблица 1

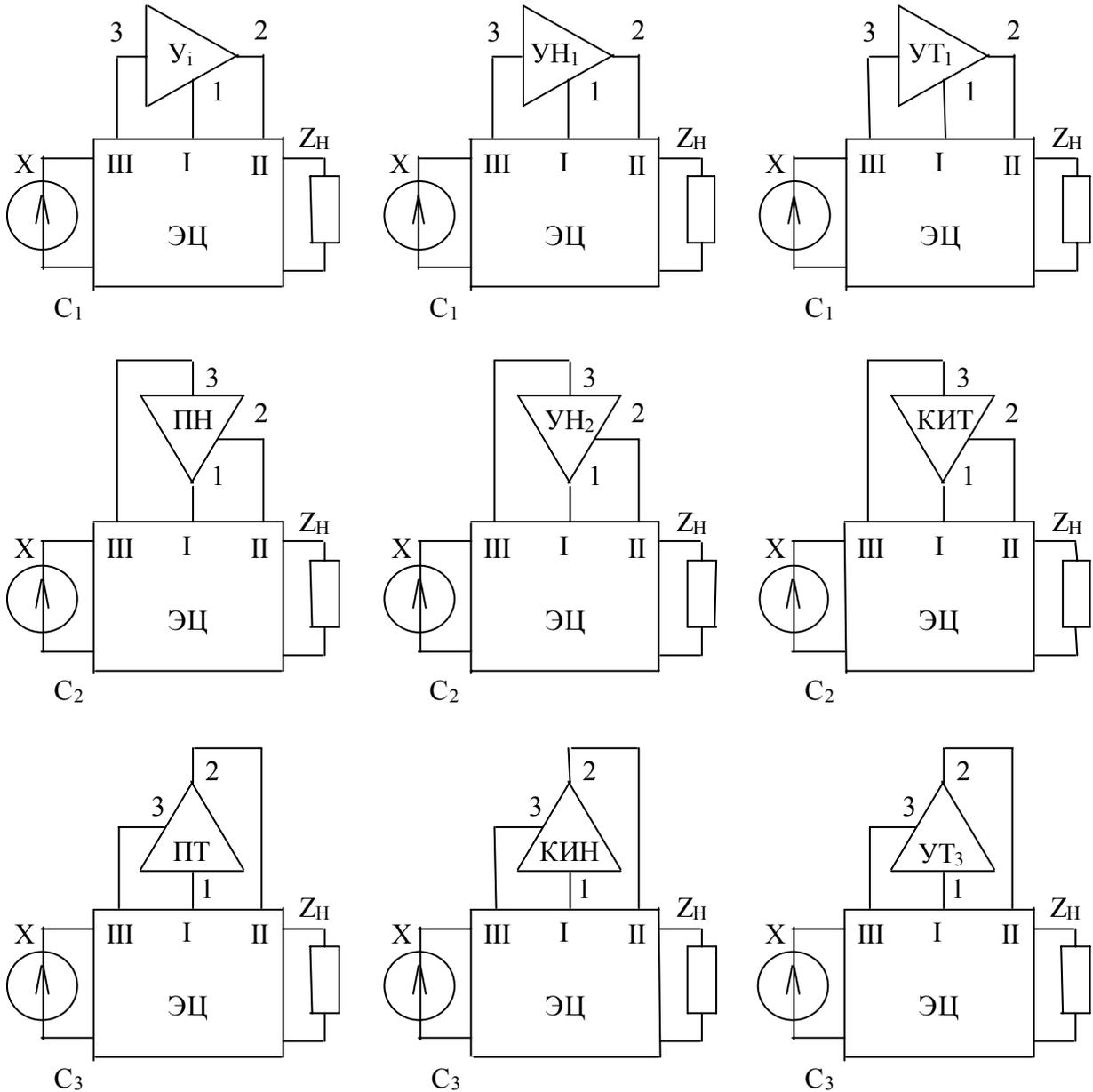


Рис. 1

Рис. 2

Рис. 3

Рассмотрим другой случай, когда в порождающей схеме  $C_1$ , активный трехполюсник  $Y_i$ , при  $i=1$  является неинверсным усилителем

(потенциально-неустойчивые цепи) с коэффициентом усиления напряжения  $k_1 > 0$  (рис.2).

Если активный трехполюсник в схеме  $C_1$  при  $i=1$  является неинверсным усилителем тока (рис.3) с усилителем  $k_1 > 0$ , то при  $i=2$  он будет обладать свойствами конвертора импеданса с инверсией тока (КИТ) с входным сопротивлением  $Z_{вх} = Z(1 - k_1)$  ( $C_2$ ), а при  $i=3$  – свойствами неинверсного усилителя тока с коэффициентом усиления  $k_3 = -k_1 / (1 - k_1)$  ( $C_2$ , рис.3).

Тогда в направлении передачи сигнала 321 ( $i=2$ ) этот же трехполюсник будет обладать свойствами неинверсного усилителя напряжения с коэффициентом усиления  $k_2 = -k_1 / (1 - k_1)$  ( $C_2$ ), а в направлении передачи сигнала 132 ( $i=3$ ) – свойствами конвертора импеданса с инверсией напряжения (КИН) с входным сопротивлением  $Z_{вх} = Z / (1 - k_1)$  ( $C_3$ , рис.2).

Из вышеизложенного вытекает следующее правило топологического преобразования потенциально-неустойчивых цепей путем поворота активного трехполюсника.

Если порождающая схема  $C_1$  содержит трехполюсный неинверсный усилитель напряжения с усилением  $k_1 > 0$ , общая, выходная и входная клеммы которого присоединены соответственно к точкам I, II и III внешней электрической цепи (рис.2), то схема с такими же свойствами может быть получена путем присоединения общей, выходной и входной клемм неинверсного усилителя напряжения с коэффициентом усиления  $k_2 = -k_1 / (1 - k_1)$  или конвертора импеданса с инверсией напряжения с  $Z_{вх} = Z / (1 - k_1)$  соответственно к точкам II, I и III или III, II и I этой же внешней электрической цепи (схемы  $C_2$  и  $C_3$  рис.3).

Если порождающая схема  $C_1$  построена на базе неинверсного усилителя тока с усилением  $k_1 > 0$ , общая, выходная и входная клеммы которого присоединены соответственно к точкам I, II и III внешней электрической цепи (рис.3), то схема с такими же свойствами может быть получена путем присоединения общей, выходной и входной клемм конвертора импеданса с инверсией тока с  $Z_{вх} = Z(1 - k)$  или неинверсного усилителя тока с усилением  $k_3 = -k_1 / (1 - k_1)$  соответственно к точкам II, I и III или точкам III, II и I этой же внешней цепи (схемы  $C_2$  и  $C_3$  рис.3).

P-преобразование является инвариантным относительно функции преобразования и относительно ряда других параметров порождающей цепи. Оно не изменяет типа электрической цепи.

Если порождающая схема  $C_1$  содержит один активный трехполюсник, то в результате всех ее P-преобразований получим две новые схемы  $C_2$  и  $C_3$ .

В общем случае, если порождающая цепь содержит  $m$  активных трехполюсников, то в результате всех ее  $P$ -преобразований будем иметь  $n=3^m$  схем  $C_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ), включая порождающую. Для получения полного набора схем необходимо провести  $P$ -преобразования, соответствующие всем триадным сочетаниям зажимов активных трехполюсников. При этом сама процедура  $P$ -преобразований остается такой же.

В качестве примера рассмотрим топологическую триаду  $C_1\{C_{11}, C_{12}, C_{13}\}$ , представленную в таблице 2 (топологическая триада "токового зеркала").

Таблица 2

N триад	Схемы активных трехполюсников при общем выводе		
	$j=1$	$j=2$	$j=3$
$C_{1j}$			
$C_{2j}$			
$C_{3j}$			

Здесь автором предложена схемная реализация токового зеркала  $C_{13}$  на трехполюсном ПТ (схема  $C_{13}$  таблицы). В дальнейшем изложении нагрузку по напряжению и току будем обозначать включением на

выходах рассматриваемых АЭЦ соответственно вольтметра  $V$  и амперметра  $A$ .

В представленной триаде порождающей схемой  $C_{13}$  является неинверсный ПТ, охваченный положительной обратной связью. Проведя  $P_{32} - P_{31}$  - преобразования схемы  $C_{13}$ , приходим к схемам  $C_{12} = P_{32}[C_{13}]$  и  $C_{11} = P_{31}[C_{13}]$ , построенным соответственно на повторителе напряжения ПН и инвертирующем УН. При этом для идеального амперметра (внутреннее сопротивление  $R_A = 0$ ) схема  $C_{12}$  является разомкнутой (без обратной связи), а схема  $C_{11}$  охвачена последовательной отрицательной обратной связью (ООС) по току. Во всех схемах  $C_{ij}$  ( $j = 1, 2, 3$ ) подстрочным индексом  $j$  обозначен вывод активного трехполюсника, принятый общим между его выводами, назначенными входными и выходными.

Активные трехполюсники являются необратимыми, т.е. из шести направлений передачи сигналов остаются три физически реализуемых направлений передачи сигнала - 312, 321, 132 и все они работают параллельно в реальных АЭЦ. При этом в зависимости от нашего выбора, что считать за вход и выход активного трехполюсника приходим к трем различным конфигурациям АЭЦ.

Во всех трех разрешенных направлениях передачи 312, 321, 132 активный трехполюсник обладает различными свойствами. В частности, в рассмотренном примере в направлении передачи 312 или 321 или 132 активный трехполюсник идентифицируется как инверсный усилитель или повторитель напряжения или повторитель тока. Указанное свойство триединства используется для генерации и топологического синтеза новых конфигураций АЭЦ, которому сопутствует смена активного элементного базиса при неизменном наборе пассивных схемных элементов, заданном порождающей схемой  $C_{ij}$ .

В идеальном случае воспроизводимые топологическими триадами функции совпадают. Но на уровне эффектов первого и более высших порядков малости воспроизводимые функции различаются, что при заданном критерии эффективности (например, точность) позволяет решать задачи оптимального выбора схемного варианта.

Открытое Л.И. Волгиным свойство триединства схем топологических триад не является очевидным. Действительно, приступая к схемотехническому проектированию разработчик ориентируется на известные ему модели АЭЦ, что автоматически определяет и необходимый активный элементный базис. При этом две другие модели топологической триады не учтены при выборе возможного схемного варианта, так как, не зная формальных процедур  $P$ -преобразований, задача нахождения другой компоненты (компонент) соответствующей топологической триады лежит на уровне изобретательства. Рассмотрим другую ситуацию, подтверждающую

неочевидность идентификации схем топологических триад. Пусть поставлена задача "распутать" схему АЭЦ при неизвестном типе использованного активного трехполюсника (АТ), на котором построена схема. Очевидно, что оператор, используя вольтметр, выберет один из сигнальных выводов АТ в качестве общего (пусть это будет вывод 1) и измерит напряжения на остальных двух сигнальных выводах. Если при этом измеренные напряжения являются разнополярными и одно напряжение на много больше другого, то отсюда оператор делает вывод, что АТ является инвертирующим усилителем и останавливает процесс перебора ситуаций. Если же в качестве общей точки выбрать вывод 2, то оператор обнаружит, что измеренные на выводах 1 и 3 напряжения практически равны. В этом случае ему необходимо взять более высокочувствительный вольтметр и измерить напряжение между выводами 1 и 3 для определения выходного вывода. При этом оператором будет сделан вывод, что в схеме использован повторитель напряжения асимптотического типа [12, 13]. В третьей ситуации при выборе в качестве общего вывода 3 оператор убеждается, что все результаты измерений являются неопределенными. Если оператор сменит вольтметр на амперметр, то задача идентификации решается тем же способом перебора ситуаций для получения первого удовлетворяющего оператора результата.

При использовании в качестве базовой модели активных четырехполюсников, например, дифференциальных (ДУ) и балансных (парафазных) усилителей, свойство триединства и соответственно свойство генерации топологических триад компенсируется свойством осевой бисимметричности дифференциальных и балансных активных четырехполюсников. Например, взаимозамещение общего и выходного выводов ДУ дает схему того же дифференциального усилителя с инвертированием знаков коэффициентов усиления по дифференциальным входным выводам ДУ [14]. Других возможностей нет.

В противоположность указанному от схем АЭЦ, построенных на активных трехполюсниках, при необходимости всегда можно перейти к АЭЦ, построенных на дифференциальных или балансных усилителях.

Приведем результаты расчета схемных функций топологической триады поз.1 табл.2. Здесь коэффициенты передачи  $S$ , входные  $R_{вх}$  и выходные  $R_{вых}$  сопротивления схем  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{13}$  определяются соответственно упрощенными выражениями представленными в таблице 3.

Для схем  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{13}$  соответственно в табл.3  $k_1$  есть коэффициент усиления инвертирующего усилителя УН (в идеальном случае  $k_1=\infty$ ),  $k_2 \approx k_1/(1+k_1)$  - коэффициент передачи повторителя напряжения (в идеальном случае  $k_2=1$ ),  $k_3$ -коэффициент передачи ПТ по току (в

идеальном случае  $k_3=1$ ).  $R_1, R_2, R_3$  и  $r_1, r_2, r_3$  есть соответственно входные и выходные сопротивления УН, ПН, ПТ (в идеальном случае  $R_1=\infty, R_2=\infty, R_3=0, r_1=0, r_2=0, r_3=\infty$ ),  $R_H$ -сопротивление нагрузки. В табл.2 приведены упрощенные выражения при следующих допущениях: для S  $R_1=\infty, R_2=\infty, R_3=0, r_1=0, r_2=0, r_3=\infty$ , для сопротивления  $R_{вх}$   $R_1=\infty, R_2=\infty, r_3=\infty$ , для сопротивления  $R_{вых}$   $r_1=0, r_2=0, R_3=0$ .

В таблицу 1 также сведены некоторые схемы топологических триад операционных преобразователей [15]:  $C_2$  -триада усилителя с параллельной ООС по напряжению (триада решающего усилителя),  $C_3$  - триада усилителя с последовательной ООС по току.

Таблица 3

хе- МА	Параметры устройств		
	S	$R_{вх}$	$R_{вых}$
$C_{11}$	$-\frac{Z_1}{Z_2} \frac{k_1}{1 + \frac{R_H}{Z_2(1+k_1)}}$	$Z_1 \frac{1}{1 + \frac{r_1}{Z_2(1+k_1)} + \frac{R_H}{1+k_1}}$	$R_1(1+k_1) \frac{Z_2}{Z_1} \frac{1 + \frac{Z_2}{Z_1} (1 - \frac{k_1}{1+k_1})}{1 + \frac{R_1+Z_2}{Z_1}}$
$C_{12}$	$-\frac{Z_1}{Z_2} \frac{k_2}{1 + \frac{R_H}{Z_2} (1-k_2)}$	$Z_1 \frac{1 + \frac{R_H}{Z_2} (1-k_2)}{1 + \frac{r_2}{Z_2}}$	$R_2 \frac{Z_2}{Z_1} \frac{1 + \frac{r_2}{Z_2}}{k_2 + \left(1 + \frac{R_2}{Z_1}\right) (1-k_2) - \frac{Z_2}{Z_1}}$
$C_{13}$	$-\frac{Z_1}{Z_2} \frac{k_3}{1 + \frac{Z_1}{Z_2} (1-k_3)}$	$Z_1 \frac{R_3/Z_2}{1 + \frac{Z_1}{Z_2} (1-k_3) + \frac{R_3}{Z_2}}$	$r_3 \frac{1 + \frac{Z_1}{Z_2} (1-k_3)}{1 + \frac{Z_1}{Z_2}}$

Приведем для примера строгие выражение для S,  $R_{вх}$ ,  $R_{вых}$  схемы

$C_{13}$ .

$$S = -\frac{Z_2}{Z_1} \cdot \frac{k_3 - \frac{Z_2 + R_3}{r_3}}{1 + \frac{Z_1}{r_3} + \frac{Z_1}{Z_2} (1-k_3) + \frac{R_3}{Z_2} + \frac{Z_1 R_3}{Z_2 r_3} + \frac{R_H}{r_3} \left(1 + \frac{Z_1 + R_3}{Z_2}\right)};$$

$$R_{вх} = Z_1 \frac{1 + \frac{R_3}{Z_2} + \frac{R_H}{r_3} \left(1 + \frac{R_3}{Z_2}\right)}{1 + \frac{Z_1}{r_3} + \frac{R_3 + Z_1}{Z_2} + \frac{Z_1}{Z_2} \left(\frac{R_3}{r_3} - k_3\right) + \frac{R_H}{r_3} \left(1 + \frac{Z_1 + R_3}{Z_2}\right)};$$

$$R_{\text{вых}} = r_3 \frac{1 + \frac{Z_1}{r_3} + \frac{Z_1 + R_3}{Z_2} + \frac{Z_1}{Z_2} \left( \frac{R_3}{r_3} - k_3 \right)}{1 + \frac{Z_1 + R_3}{Z_2}}.$$

Как видим, приведенные формулы в идеальном случае приводятся к формулам табл.3.

Из указанного следует вывод, что при известных процедурах топологических Р-преобразований можно экспериментально убедиться в физической реальности одновременного существования всех трех моделей АЭЦ, но которые могут быть представлены в доступной для нас форме обозрения только в виде отдельных топологических или аналитических моделей, описывающих один и тот же объект исследования (проектирования). На найденном эффекте разделения "единого" на составные части и базируется возможность генерации новых схем, входящих в топологические триады активных (аналоговых) электрических цепей.

Р-преобразование было открыто и обосновано, исходя из физических свойств электрических цепей, содержащих активные трехполюсники (управляемые источники сигнала) [6, 8, 9]. Строгое доказательство универсальности Р-преобразований на основе схемных определителей [16,17] дано в работе [18]. В ней указано:

“Инвариантность преобразований ОУ $\Leftrightarrow$ ПН, ОУ $\Leftrightarrow$ ПТ, УН $\Leftrightarrow$ КИН, УТ $\Leftrightarrow$ КИТ к схемному определителю позволяет использовать их для анализа электрических цепей наряду с традиционными эквивалентными преобразованиями [19,20], что делает целесообразным включение триад *Л.И.Волгина* в учебные курсы теоретических основ электротехники и теории цепей.”

#### Выводы

Дальнейшее направление исследований – это развитие схемотехники АЭЦ на базе трехполюсной модели активных схемных элементов.

На наш взгляд свойство триединства топологических триад является открытием общей физической закономерности в аналоговых активных электрических цепях.

Практическим аспектом Р-преобразований является смена активной элементной базы (например, вместо УН или УТ используется повторитель напряжения или тока, либо в потенциально- неустойчивых цепях – конвертор сопротивления с инверсией напряжения или конвертор импеданса с инверсией тока [8]).

Предложенное Р-преобразование схем активных ЭС является отечественным приоритетом [9].

## Литература

1. Гомоюнов К.К. О полной обратной связи в усилительном каскаде //Радиотехника.-1974.-№ 5.
2. Мэзон С., Циммерман Г. Электронные цепи, сигналы и системы. - М.: Изд-во иностр. литературы, 1963.-620 с.
3. Баранцев Р.Г. О тринитарной методологии //Философский век. Между физикой и метафизикой: Наука и философия. Альманах 7.- СПб., 1998.- С. 51-61.
4. Волгин Л.И. О принципе совместности отрицательной и положительной обратных связей //Радиотехника.-1975.-№ 6.- С. 36-42.
5. Волгин Л.И. О принципе усиления дуального сигнала //Радиотехника.-1977.- №8.-С. 59-61.
6. Волгин Л.И. Методы топологического преобразования электрических цепей.-Саратов: Изд-во СГУ, 1982.-108 с.
7. Волгин Л.И. Высокостабильные усилительные устройства.- Саратов: Изд-во СГУ, 1985.-128 с.
8. Волгин Л.И. Топологические преобразования и синтез схем радиоэлектронных средств.-Тольятти: Изд-во ПТИС, 2000.-173 с.
9. Волгин Л.И. Об одном преобразовании замкнутых электрических цепей, содержащих активные многополюсники // Республиканская НТК “Структурные методы повышения точности измерительных устройств и систем”: Тезисы докладов. –Киев: Украинское правление НТО Приборпром, 1972. С.78-81.
10. Волгин Л.И. Топологические модели усилителей электрических сигналов. – Тольятти: ПТИС, 2002.-90с.
11. Анализ и расчет интегральных схем. Часть 1: Основы расчета интегральных схем и линейные схемы / Под. Ред. Д. Линна, Ч. Мейера, Д. Гамильтона. –М.: Мир, 1969, с. 361-363.
12. Волгин Л.И., Зарукин А.И. Синтез полного класса составных повторителей тока на двух управляемых источниках сигнала //Опыт, результаты, проблемы. Повышение конкурентоспособности радиоэлектронной аппаратуры: Сб.статей. -Таллин: Валгус, 1986.- Вып.4.-С. 58-64.
13. А.с. СССР 855537. Устройство для измерения коэффициента передачи повторителей напряжения / Зарукин А.И. Опубл. в Б.И. 1981, N30.
14. Волгин Л.И. О топологическом преобразовании электрических цепей, содержащих дифференциальные усилители //Радиотехника.- 1978.-№ 11. -С. 85-86.
15. Волгин Л.И. Аналоговые операционные преобразователи для измерительных приборов и систем.- М.: Энергоатомиздат, 1983.-208 с.
16. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество, 1998, №.5. С.86-94.

17. Филаретов В.В. Топологический анализ электрических цепей на основе схемного подхода: Автореф. дисс. д-ра техн. наук.- М.-МЭИ (ТУ), 2002– 40 с.

18. Филаретов В.В. О схемных триадах Л.И.Волгина, порождаемых поворотом активного трехполюсника в активных электрических цепях // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Труды международной конф. "Континуальные алгебраические логики, исчисления и нейроинформатика в науке технике и экономике" / Под общей ред. Л.И.Волгина. – Ульяновск: УлГТУ, 2003. Том 4. с.86-94.

19. Теоретические основы электротехники: В 2 т. Т.1: Основы теории линейных цепей / Ионкин П.А., Даревский А.И., Кухаркин Е.С., Миронов В.Г., Мельников Н.А. -М.: Высшая школа, 1976.-544с.

20. Попов В.П. Основы теории цепей. -М.: Высшая школа, 2000.- 575с.

Зарукин Александр Игоревич, к.т.н., с.н.с., мл. научный сотрудник  
Ульяновского филиала военной академии тыла и транспорта.  
Раб. адрес: 432050, г. Ульяновск, ул. К. Маркса 39а. Раб. тел.(8422) 349461.  
Дом. адрес: 432063, г. Ульяновск, ул. Пушкинская 4 кв.116.  
Дом. тел. (8422) 322345. E-mail: alecs-zarukin@yandex.ru

## **ШИРОКОПОЛОСНЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ ОДНОПОЛЯРНОГО НАПРЯЖЕНИЯ В ТОК С РЕГУЛИРУЕМЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ**

А. И. Зарукин

Преобразователи напряжения в ток находят широкое применение в электронных устройствах различного назначения [1,2]. Одним из применений данных устройств является сопряжение устройств традиционной схемотехники напряжений с устройствами токовой схемотехники. Совершенствование параметров преобразователей напряжения в ток идет в направлении точности коэффициента передачи (усиления) и расширения частотного диапазона.

Целью настоящей работы является рассмотрение принципов построения и схемотехники широкополосного преобразователя напряжения в ток с регулируемым коэффициентом преобразования.

Преобразователь напряжения в ток рис.1 [3,4] построен на усилителе с выходом в виде токового сигнала, коммутаторе тока и токовом зеркале с регулируемым коэффициентом отражения [5]. Усилитель с токовым выходом построен по двухкаскадной схеме. Первый каскад

выполнен в виде дифференциального каскада на транзисторе V1 V2, а второй каскад в виде дифференциального усилителя тока на транзисторах V3, V4. C1 R3 – элементы коррекции частотной характеристики. На транзисторах V4, V5 и резисторах R6, R9 выполнены идентичные источники тока. При этом ток коллектора V4 равен току коллектора V5 ( $R6=R9$ ). Резистор R7 является резистором в цепи отрицательной обратной связи усилителя. При этом выходной ток усилителя равен:  $U_{\text{ВЫХ}} = U_{\text{ВХ}} / R7$ , где  $U_{\text{ВХ}}$  - напряжение на его входе. Таким образом, выходные токи усилителя (коллекторные токи транзисторов V4, V5) пропорциональны входному напряжению.

Схема устройства для преобразования двуполярного входного напряжения в ток и выполненная на двух усилителях с токовым выходом аналогичных рис.1, но с транзисторами противоположного типа проводимости во втором преобразователе приведена в [3].

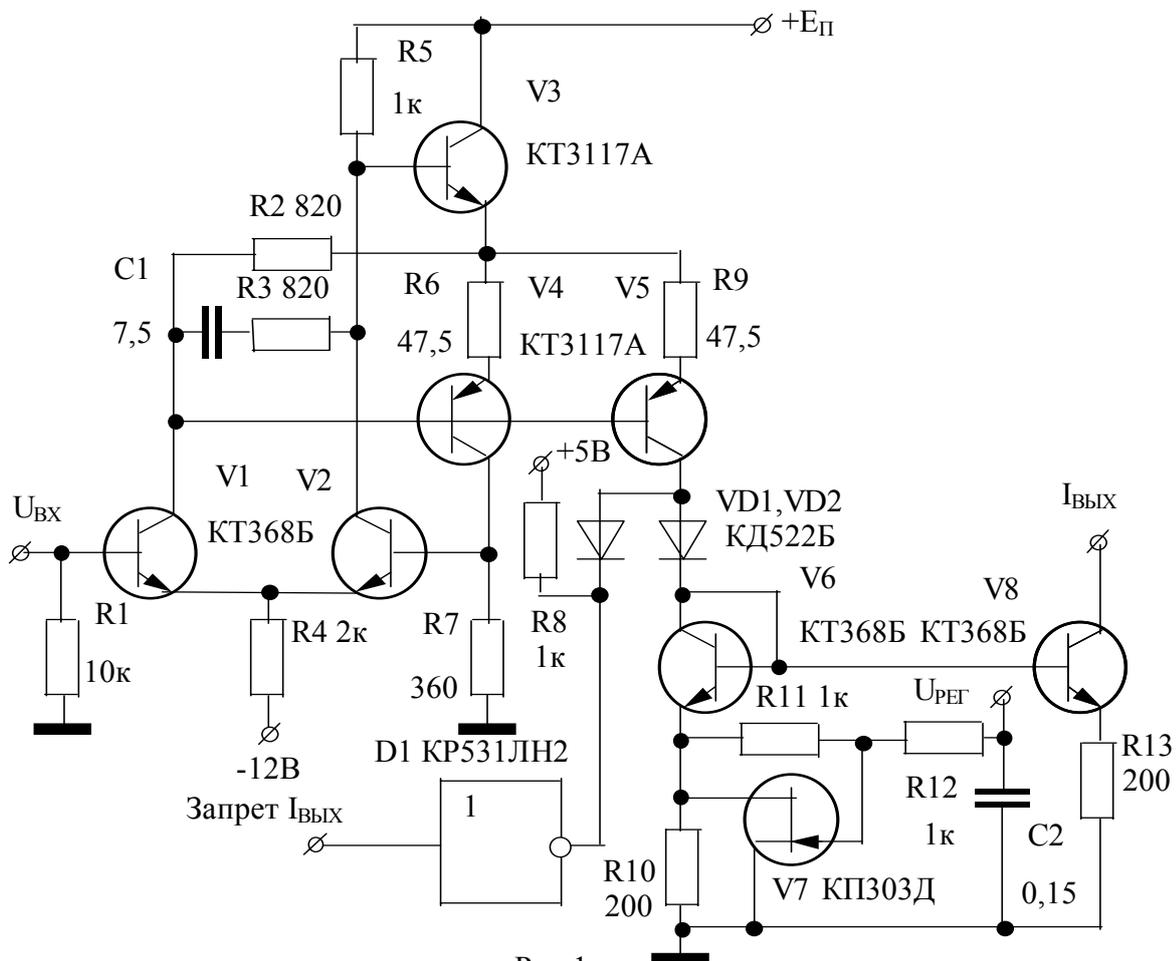


Рис.1

Коммутатор тока выполнен на микросхеме D1, диодах VD1, VD2. При открытом выходном транзисторе микросхемы D1 выходной ток коммутаторов тока протекает через диод D1 на выход микросхемы D1,

отключая выходной каскад преобразователя. При закрытом выходном транзисторе микросхемы D1 выходной ток коммутаторов тока протекает через диод D2 на вход токового зеркала с управляемым коэффициентом передачи тока. Оно выполнено на транзисторах V6, V8, резисторах R10, R13. Выходным током устройства является коллекторный ток транзистора V8. Параллельно резистору R10 подключен полевой транзистор V7, включенный в режиме управляемого сопротивления с сопротивлением канала  $R_k$ . Коэффициент K отражения токового зеркала [6] будет определяться выражением  $R_{10} || R_k / R_{13}$ . Управление сопротивлением полевого транзистора осуществляется путем подачи постоянного напряжения на его затвор через резисторы R11, R12.

Устройство использовалось как преобразователь напряжение-ток в дисплее функционального типа для сопряжения с источником информации имеющим выходной сигнал в виде напряжения. При изменении входного напряжения в диапазоне (0-5)В выходной ток изменяется в диапазоне (0-13) мА, длительность фронта импульса выходного тока не превышает 15 нс. Коэффициент отражения токового зеркала при его регулировке за счет изменения сопротивления канала полевого транзистора изменяется не менее чем в 5 раз.

#### Литература

1. Алексенко А.Г., Коломбет Е.Л., Стародуб Г.И. Применение прецизионных аналоговых ИС.- М.: Сов. радио 1980. 244 с.
2. Титце У, Шенк К. Полупроводниковая схемотехника: Справочное руководство. -М.: Мир, 1982. 512 с.
3. А.с.1725208 (СССР) Управляемый источник тока./ Зарукин А.И., Шестаков Г.Ф. Оpubл. в БИ 1992, N13.
4. Зарукин А.И., Шестаков Г.Ф. Устройство формирования напряжения подсвета видеоусилителя в индикаторах функционального типа, построенного на принципах преобразования и обработки управляющих сигналов в виде токов. // Судостроительная промышленность, серия Вычислительная техника, 1991, вып.27.-С.16-21.
5. Коротков А.С. Микроэлектронные аналоговые фильтры на преобразователях интерфейса.-СПб.:Наука,1999.-416с.
6. Гребен А.Б. Проектирование аналоговых интегральных схем / Пер. с англ.- М.: Энергия, 1976. 256 с.

Зарукин Александр Игоревич, к.т.н., с.н.с., мл. научный сотрудник  
Ульяновского филиала военной академии тыла и транспорта.  
Раб. адрес: 432050, г. Ульяновск, ул. К. Маркса 39а. Раб. тел.(8422) 349461.  
Дом. адрес: 432063, г. Ульяновск, ул. Пушкинская 4 кв.116.  
Дом. тел. (8422) 322345. E-mail: alecs-zarukin@yandex.ru







Кузнецов Евгений Николаевич – к.т.н., докторант, доцент кафедры «Компьютерные технологии управления» Пензенского государственного университета. Служебный адрес: 440017, г. Пенза, ул. Красная, 40. Домашний адрес: 440600, г. Пенза, ул. Плеханова, 10, кв. 96, тел. 63–45–21.

## **МЕТОД СХЕМНЫХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ В БАЗИСЕ ЗАРЯДОВ И НАПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ АНАЛИЗА ЦЕПЕЙ С ПЕРЕКЛЮЧАЕМЫМИ КОНДЕНСАТОРАМИ**

С. А. Курганов

При временном анализе электрических цепей с переключаемыми конденсаторами (ПК) применяются, как правило, матричные методы [1]. Желательно разработать для таких цепей методологию топологического формирования (без построения уравнений) символьных выражений откликов.

В качестве исходной топологической базы для решения поставленной задачи следует принять метод схемных определителей (МСО) [2], который позволяет формировать символьные выражения откликов на основе исходных принципиальных схем [3] или схем замещения (без использования дополнительных математических или графовых аппаратов) в свернутом компактном виде. Однако МСО предназначен для работы в традиционном базисе токов и напряжений, а основным базисом для электрических цепей с конденсаторами и ПК является базис зарядов и напряжений [1, 4]. Поэтому необходимо обобщить МСО на этот координатный базис.

Рассмотрим электрические цепи с ПК, содержащие идеальные элементы: конденсаторы с емкостями  $C$  [1] или эластансами  $S$  [4], источники напряжения, управляемые напряжением (ИНУН) и зарядом (ИНУЗ), источники заряда, управляемые напряжением (ИЗУН) и зарядом (ИЗУЗ) [1], ключи, управляемые по времени, независимые источники напряжения и заряда. Введем также идеальные операционные усилители – неудаляемые управляемые источники (НУИ) [2] – в базисе зарядов и напряжений. Графическое изображение НУИ оставим прежним [3]. Свойства его будут аналогичными [2, 3]: напряжение и заряд на приемнике НУИ (ПНУИ) являются нулевыми, а на генераторе НУИ (ГНУИ) могут принимать произвольные значения в зависимости от внешней схемы. Передаточные функции НУИ являются бесконечно большими.

В силу взаимного соответствия заряда и тока [1, 4] формулы выделения параметров элементов в базисе заряда и напряжения могут быть получены из формул выделения параметров в базисе тока и напряжения путем замены параметров по принципу взаимосоответствия [5]. Так, формулы выделения емкости  $C$  и эластанса  $S$  получаются из формул

выделения проводимости  $G$  и сопротивления  $R$  [2] соответственно и имеют вид

$$\Delta = C\Delta_c + \Delta^c; \quad \Delta = S\Delta^s + \Delta_s, \quad (1)$$

где  $\Delta$ ,  $\Delta_c$ ,  $\Delta^s$  – определители схем; верхние (нижние) индексы означают, что в схеме удалены (стянуты) соответствующие элементы.

Уравнение для выделения ИНУН в базисе заряда и напряжения сохраняется таким же, как в [2]. Формулы для остальных управляемых источников – ИЗУЗ, ИНУЗ и ИЗУН – записываются на основе общей формулы выделения УИ [2]

$$\Delta = \chi \Delta(\chi \Rightarrow \text{НУИ}) + \Delta(\chi=0), \quad (2)$$

где  $\chi$  – параметр УИ, например, для ИНУЗ  $\chi=S_p$  ( $S_p$  – передаточный эластанс);  $\Delta(\chi \Rightarrow \text{НУИ})$  – определитель первой производной схемы, полученной из исходной схемы путем придания выделяемому УИ статуса НУИ;  $\Delta(\chi=0)$  – определитель второй производной схемы, которая образована в результате нейтрализации выделяемого УИ, то есть принятия  $\chi=0$ . Нейтрализация элементов УИ проводится согласно их физическому содержанию: источник заряда и приемник напряжения удаляются, а источник напряжения и приемник заряда стягиваются.

Предлагаемая формула для выделения ключа  $\alpha$  представляется следующим образом

$$\Delta = \alpha \Delta_\alpha + \underline{\alpha} \Delta^\alpha \quad (3)$$

или в схемно-алгебраическом виде

$$\left| \begin{array}{c} \alpha \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| = \alpha \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \underline{\alpha} \left| \begin{array}{c} | \\ \text{---} \\ | \end{array} \right|, \quad (4)$$

где  $\alpha=\alpha(t)$  – переключательная функция, причем  $\alpha(t_3)=1$ , если в момент времени  $t_3$  ключ замкнут и  $\alpha(t_p)=0$ , если ключ в момент времени  $t_p$  разомкнут. Инверсная функция ключа  $\underline{\alpha}$  принимает противоположные значения. Верхний (нижний) индекс  $\alpha$  означает удаление (стягивание) ключа.

Формулы (3), (4) следуют из того факта, что определитель схемы с ключом может принимать только два значения

$$\Delta = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \quad \text{и} \quad \Delta = \left| \begin{array}{c} | \\ \text{---} \\ | \end{array} \right| \quad (5)$$

для всех  $t=t_3$  и  $t=t_p$  соответственно.

Излагаемый метод схемных определителей в базисе зарядов и напряжений включает формулы (1), (2), (3) или (4), а также схемно-алгебраические формулы (САФ) для соответствующих схемных функций в данном базисе, аналогичные [2], и формулы выделения НУИ, совпадающие с [2]. МСО в базисе зарядов и напряжений позволяет проводить анализ схем с переключаемыми конденсаторами по исходной схеме без построения схем замещения в базисе напряжений и токов.

Проиллюстрируем предлагаемый метод. Для этого найдем символьное выражение выходного напряжения  $u_{\text{ВЫХ}}(t)$  для активной цепи с ПК из [1], представленной на рис. 1а. Параметры всех элементов известны.

Представим на рис. 1б схему замещения цепи на  $i$ -м шаге решения задачи. Для этого учтем с помощью источников ЭДС  $e_{1i-1}$ ,  $e_{2i-1}$ ,  $e_{3i-1}$ ,  $e_{4i-1}$  напряжения конденсаторов  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $C_4$  на  $(i-1)$ -м шаге.

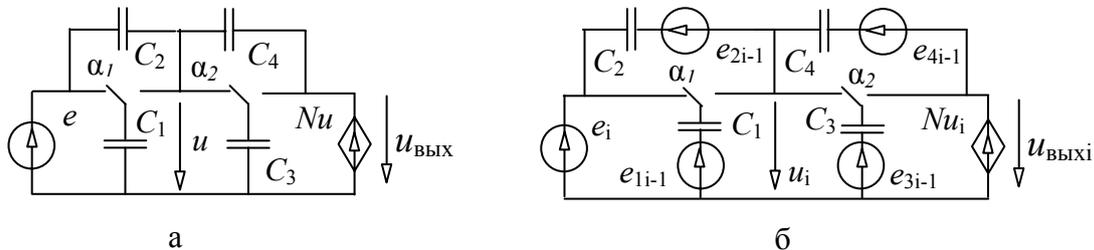


Рис. 1. Исходная схема цепи с ПК (а) и ее дискретная схема замещения (б)

Используя принцип наложения, запишем по схеме замещения дискретное выражение для выходного напряжения

$$u_{\text{ВЫХ}i} = \frac{T_e e_i + T_{e1} e_{1i-1} + T_{e2} e_{2i-1} + T_{e3} e_{3i-1} + T_{e4} e_{4i-1}}{D}, \quad (6)$$

где  $D$  – определитель схемы;  $T_e$ ,  $T_{e1}$ ,  $T_{e2}$ ,  $T_{e3}$ ,  $T_{e4}$  – числители коэффициентов передачи напряжения от источников  $e_i$ ,  $e_{1i-1}$ ,  $e_{2i-1}$ ,  $e_{3i-1}$ ,  $e_{4i-1}$  к приемнику напряжения  $u_{\text{ВЫХ}i}$ .

Определитель схемы согласно МСО находится по следующей схемно-алгебраической формуле

$$D = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{---} C_2 \text{---} C_4 \text{---} \\ | \quad | \\ \alpha_1 \quad \alpha_2 \quad Nu \\ | \quad | \\ C_1 \quad C_3 \end{array} \\ \text{---} \end{array} \right|. \quad (7)$$

САФ (7) получена из схемы на рис. 1а путем нейтрализации всех независимых источников и приемника отклика. Применяв к выражению (7) формулу для определителя схемы, разделимой по двум узлам, получим

$$D = \left| \begin{array}{c|c|c|c} \begin{array}{c} C_2 \\ \alpha_1 \\ C_1 \end{array} & \begin{array}{c} C_4 \\ \alpha_2 \\ C_3 \end{array} & + & \begin{array}{c} C_2 \\ \alpha_1 \\ C_1 \end{array} & \begin{array}{c} C_4 \\ \alpha_2 \\ C_3 \\ Nu \\ u \end{array} \end{array} \right|. \quad (8)$$

Во втором определителе (8) ИНУН, нейтрализованный в связи с замыканием его приемника, не показан. Последовательное применение к определителям (8) формул (1), (2) и (4) приводит к символьному выражению знаменателя

$$D = \alpha_1 C_1 + C_2 + \alpha_2 C_3 + C_4 - NC_4. \quad (9)$$

Числитель (6) находится путем последовательного формирования его составляющих  $T_e$ ,  $T_{e1}$ ,  $T_{e2}$ ,  $T_{e3}$ ,  $T_{e4}$ . Например, САФ первой составляющей имеет вид

$$T_e = \left| \begin{array}{c|c|c|c|c} C_2 & C_4 & & & \\ \alpha_1 & \alpha_2 & Nu & & \\ C_1 & C_3 & & & \\ u & & & & \end{array} \right|. \quad (10)$$

Схема САФ (10) получена из рис. 1б путем замены источника  $e_1$  генератором НУИ (при этом остальные независимые источники нейтрализуются), а приемника искомого напряжения приемником НУИ. Выделим ИНУН по формуле (2). Из двух слагаемых этой формулы только одно слагаемое, соответствующее преобразованию ИНУН в НУИ, является ненулевым. Второе слагаемое равно нулю, поскольку при нейтрализации ИНУН образуется вырожденный контур из ПНУИ. Таким образом,

$$T_e = N \left| \begin{array}{c|c|c|c|c} C_2 & C_4 & & & \\ \alpha_1 & \alpha_2 & & & \\ C_1 & C_3 & & & \\ 1 & 2 & 2 & 1 & \end{array} \right|. \quad (11)$$

Удалим из схемы в САФ (11) емкости  $C_1$  и  $C_3$ , которые параллельны генератору или приемнику НУИ в любом положении ключей. Заменяем взаимно номера у ПНУИ. Параллельное соединение ПНУИ и ГНУИ представим проводником. Выделим и стянем емкость  $C_2$ , соединенную теперь последовательно с ГНУИ, удалим емкость  $C_4$ , параллельную ПНУИ. Учтем, что определитель контура из ГНУИ и ПНУИ равен единице, получим

$$T_e = NC_2. \quad (12)$$

Аналогично (12) формируются и остальные слагаемые числителя (6). Если учесть, что все слагаемые (6) содержат множитель  $N$ , то символьное выражение для искомого напряжения имеет вид

$$u_{\text{вых}i} = \frac{N(C_2 e_i + C_1 \underline{\alpha}_1 e_{1i-1} - C_2 e_{2i-1} + \alpha_2 C_3 e_{3i-1} + C_4 e_{4i-1})}{\underline{\alpha}_1 C_1 + C_2 + \alpha_2 C_3 + C_4 - N C_4}. \quad (13)$$

Формулы для вычисления значений ЭДС  $e_{1i-1}$ ,  $e_{2i-1}$ ,  $e_{3i-1}$ ,  $e_{4i-1}$  находятся аналогично, при этом знаменатель у всех функций одинаковый и равен определителю схемы  $D$ .

Сравним для оценки эффективности предлагаемого метода полученное выражение отклика (13) с аналитическим решением системы уравнений, построенной в [1] методом расширенного узлового базиса (МРУБ). Числитель (13) содержит на одно слагаемое меньше по сравнению с числителем по МРУБ, поскольку он формируется по пяти задающим воздействиям  $e_i$ ,  $e_{1i-1}$ ,  $e_{2i-1}$ ,  $e_{3i-1}$ ,  $e_{4i-1}$ , а выражение по МРУБ строится по шести воздействиям –  $e_i$  и пяти узловым напряжениям.

Для оценки выражений знаменателя приведем матрицу параметров по МРУБ из [1]:

$C_2$	$-C_2$				$-\alpha_1$		$-1$	
$-C_2$	$C_2 + C_4$	$-C_4$			$-\underline{\alpha}_1$	$-\alpha_2$		
	$-C_4$	$C_4$				$-\underline{\alpha}_2$		$1$
			$C_1$		$1$			
				$C_3$		$1$		
$-\alpha_1$	$-\underline{\alpha}_1$		$1$					
	$-\alpha_2$	$-\underline{\alpha}_2$		$1$				
$1$								
	$N$	$-1$						

Символьное выражение определителя этой матрицы, полученное с помощью операции  $\det$  системы Maple [6], имеет вид

$$D = \underline{\alpha}_1^2 C_1 + C_2 + \alpha_2^2 C_3 + \alpha_2 \underline{\alpha}_2 N C_3 + C_4 - N C_4. \quad (14)$$

Выражение по МРУБ (14) тождественно определителю (9) по МСО в базисе зарядов и напряжений. Однако в (9) имеется 3 операции умножения и 4 сложения, а в (14) – 8 и 5 соответствующих операций. Матричный метод на основе расширенного узлового базиса существенно уступает МСО в базисе зарядов и напряжений, поскольку он использует матрицу с избыточной информацией о схеме. Действительно, каждая из емкостей  $C_2$  и  $C_4$  содержится в четырех клетках этой матрицы, а каждый параметр ключей – в двух ячейках.

### Вывод

Предложенный метод схемных определителей в базисе зарядов и напряжений обеспечивает формирование символьных выражений откликов цепей с ПК без построения уравнений и позволяет получить выражения, более компактные и экономичные по числу вычислительных операций, чем матричные методы.

### Литература

1. Миронов В.Г. Основы проектирования дискретно-аналоговых систем обработки сигналов // Электричество. – 2003. – №10. – С.37–48.
2. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.–1998.–№ 5.– С. 43–52.
3. Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ линейных электронных цепей на основе схемно-алгебраических формул выделения параметров многополюсников // Электричество.– 2003.– № 6.– С. 52–65.
4. Савиновский Ю.А., Курганов С.А. Метод анализа электронных цепей на основе базиса независимых зарядов // Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1984.– № 11.– С.47– 51.
5. Иваницкий А.М. Принцип взаимосоответствия // Радиотехника.– 1976.– Т. 31, № 7.– С. 45–52.
6. Дьяконов В.П. Математическая система Maple V R3/R4/R5.– М.: Солон.–399 с.

Курганов Сергей Александрович – к.т.н., доцент кафедры электроснабжения Ульяновского государственного университета (УлГТУ). 432027 Ульяновск, ул. Северный Венец, 32, УлГТУ; служ.тел. 43-91-05. ksa@ulstu.ru.

## МЕТОД УПРАВЛЯЮЩЕГО ГЕНЕРАТОРА ДЛЯ АНАЛИЗА ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ С НЕСКОЛЬКИМИ ИСТОЧНИКАМИ ВОЗДЕЙСТВИЯ

С. А. Курганов, В. В. Филаретов

Символьный топологический анализ линейных электрических цепей с двумя и более независимыми источниками осуществляется с помощью принципа наложения [1], согласно которому отклик – напряжение или ток  $j$ -й ветви

$$O_j = \sum_{i=1}^n F_{ji} x_i = \sum_{i=1}^n N_{ji} x_i / D, \quad (1)$$

где  $x_i$  – напряжение или ток  $i$ -го источника соответствующего воздействия (всего  $n$  источников);  $F_{ji}$  – схемная (передаточная от ветви  $i$  к ветви  $j$ ) функция;  $N_{ji}$  – числители схемных функций (СФ)  $F_{ji}$ ;  $D$  – определитель схемы. Переменные  $O_j$ ,  $F_{ji}$ ,  $N_{ji}$ ,  $x_i$ ,  $D$  представлены в комплексной или операторной форме для анализа цепи в установившемся гармоническом или переходном режимах соответственно.

Формула (1) позволяет сформировать символьные выражения отклика (СВО) в виде дробно-рационального выражения, числитель которого представляется многочленом канонической формы [2] относительно воздействующих величин. При этом числитель каждой СФ  $N_{ji}$  строится отдельно. Такой подход, во-первых, требует топологического исследования  $n$  схем числителей СФ, что усложняет процесс анализа, а, во-вторых, препятствует построению компактного СВО, экономичного по числу вычислительных операций [3]. Поэтому желательно формировать числитель СВО в виде определителя одной схемы, как это выполняется для знаменателя [1]. Единая схема числителя позволит построить символьное выражение числителя в общем неканоническом виде, что в свою очередь даст возможность получить за счет выделения параметров по критерию максимума участия [3] компактное вложенное выражение.

Для выполнения поставленной задачи рассмотрим на рис.1а произвольную линейную электрическую схему (ЛЭС), которая содержит независимые источники (НИ) тока и напряжения, сопротивления и проводимости, управляемые источники (УИ) всех четырех типов, в также связанные ориентированные нулоры – неудаляемые управляемые источники (НУИ) [4]. Все эти элементы, кроме НИ, включены в неавтономный многополюсник на рис.1а. НИ подсоединены к его внешним полюсам. На внешние полюсы выведена также ветвь с искомым током  $I$  и один из произвольных узлов цепи, который будет вспомогательным для преобразования исходной схемы. В такой схеме существует единственное решение задачи анализа, если для нее выполняется условие невырожденности – условие отличия от нуля ее определителя [4, 5].

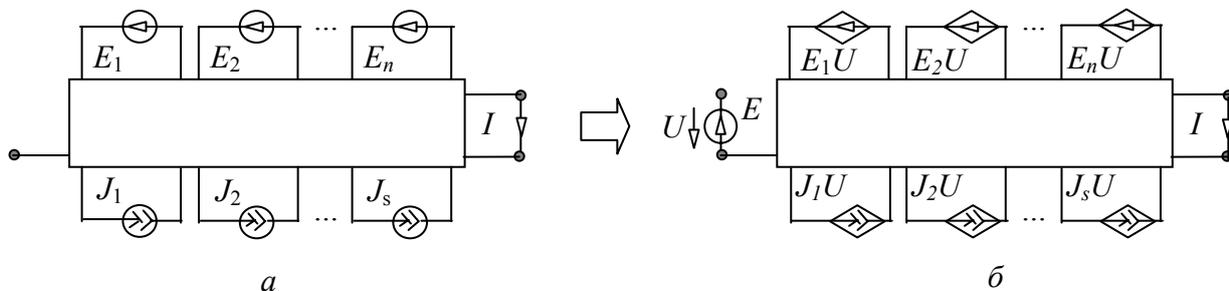


Рис. 1. Исходная схема (а) и эквивалентная схема (б) с единичным управляющим источником

Используя формулу (1) и метод схемных определителей [4], запишем схемно-алгебраическую формулу для тока

$$\underline{I} = \frac{
 \begin{array}{c}
 \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| E_1 + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| E_2 + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| E_n + \\
 + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| J_1 + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| J_2 + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| J_s +
 \end{array}
 }{
 \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right|
 }, \quad (2)$$

где между вертикальными чертами – символами определителя – помещены схемы, полученные из исходной схемы на рис.1а. Так, схема знаменателя, который, как было отмечено, является определителем исходной схемы, сформирована путем нейтрализации в ней независимых источников и приемников – заменой источников ЭДС и приемников тока проводниками, удалением источников тока и приемников напряжения. Схема для каждого слагаемого числителя (2) получена из исходной схемы путем замены приемника тока  $\underline{I}$  приемником НУИ (ПНУИ), а соответствующего источника ЭДС или тока – генератором НУИ (ГНУИ) противоположной ориентации, при этом остальные независимые источники нейтрализуются.

Как видно из (2), числителю отклика в соответствии с принципом наложения действительно соответствует множество схем. Чтобы получить одну единую схему числителя, введем в исходную схему на рис.1а опорный источник, например ЭДС, с единичным параметром  $\underline{E}=1$ . Подсоединим его одним из зажимов к свободному полюсу многополюсника, а второй зажим оставим неподключенным. Полученная схема будет эквивалентна исходной, поскольку единичный источник нейтрализован размыканием и не оказывает никакого влияния на режим цепи.

Умножим параметр каждого из НИ в схеме с единичным источником на дробь  $\underline{U}/\underline{U}$ , где  $\underline{U}=\underline{E}=1$  – напряжение на единичном источнике. Поскольку дробь также равна единице, то режим полученной схемы будет совпадать с режимом исходной схемы. Преобразуем все НИ с параметрами  $\underline{E}_1 \underline{U}/\underline{U}$ ,  $\underline{E}_2 \underline{U}/\underline{U}$ , ...,  $\underline{E}_n \underline{U}/\underline{U}$ ,  $\underline{J}_1 \underline{U}/\underline{U}$ ,  $\underline{J}_2 \underline{U}/\underline{U}$ , ...,  $\underline{J}_s \underline{U}/\underline{U}$  в зависимые источники, управляемые напряжением  $\underline{U}$  единичного источника, с параметрами  $\underline{E}_i/\underline{U}$ ,

$\underline{E}_2/\underline{U}, \dots, \underline{E}_n/\underline{U}, \underline{J}_1/\underline{U}, \underline{J}_2/\underline{U}, \dots, \underline{J}_s/\underline{U}$  соответственно. Поскольку  $\underline{U}=1$ , то параметрами УИ будут фактически параметры НИ  $\underline{E}_1, \underline{E}_2, \dots, \underline{E}_n, \underline{J}_1, \underline{J}_2, \dots, \underline{J}_s$  с физическими размерностями, соответствующими коэффициентам передачи напряжения и передаточным проводимостям соответственно. Полученная схема с УИ на рис.1б эквивалентна исходной схеме в силу единичного управляющего напряжения, которое гарантирует сохранение величин преобразованных источников такими же, как в исходной схеме. На этом основании искомый ток  $\underline{I}$  можно найти по схеме с единичным источником на рис.1б. Поскольку в этой схеме один независимый источник, то отклик находится с помощью одной схемной функции

$$\underline{I} = Y_{IE}^{EJ \rightarrow YII} \underline{E} = \frac{N_{YIE}^{EJ \rightarrow YII}}{D} = \frac{\text{[Circuit Diagram]}}{D}, \quad (3)$$

где  $Y_{IE}^{EJ \rightarrow YII}$  – передаточная проводимость от источника  $\underline{E}$  к приемнику  $\underline{I}$  для схемы на рис. 1б, в которой все независимые источники, кроме опорного источника  $\underline{E}$ , преобразованы в УИ;  $N_{YIE}^{EJ \rightarrow YII}$  – числитель передаточной проводимости  $Y_{IE}^{EJ \rightarrow YII}$ .

Схемно-алгебраическая формула (САФ) в (3) получена, как и формула (2), по МСО. Как видно, числитель отклика содержит только один определитель и одну соответствующую ему схему числителя в отличие от множества определителей и совокупности схем в (2).

Схема знаменателя  $D$  в (3) совпадает с соответствующей схемой в (2), поэтому здесь не показана. Совпадение схем знаменателей в (2) и (3) означает, что введение в схему единичного управляющего источника не изменяет условий существования и единственности решения задачи анализа, то есть сохраняет невырожденность исходной схемы.

Из совпадения знаменателей (2) и (3) следует тождественность, но не совпадение соответствующих числителей. Формируемые символьные выражения числителей по (2) и (3) будут различаться порядком следования параметров и вычислительных операций. САФ (2) – это частный случай (3), получающийся при первоочередном выделении параметров НИ. Покажем это.

Выделим в числителе (3) параметр произвольного УИ, например  $\underline{E}_n \underline{U}$ , по известной формуле [4], упростим полученное выражение по правилам МСО, запишем результат



говорить о многомерном или  $m$ -мерном НУИ (МНУИ) в формулах (3)–(5) а, соответственно, о многомерных ПНУИ и ГНУИ. В ниже следующих формулах (6) и (7) многомерные ГНУИ и ПНУИ вычерчиваются двойной, жирной линией.

При выделении параметра НИ из (3) по формуле (4) или (5) соответствующие ПНУИ и ГНУИ выбираются из многомерных ПНУИ и ГНУИ в (3) и устанавливаются в первом слагаемом (4) или (5) вместо приемника отклика и независимого источника соответственно. При этом ГНУИ ориентируется против направления НИ.

Как уже отмечалось, положение многомерного ГНУИ в схеме числителя (3) не играет роли при формировании ССФ. Поэтому для уменьшения числа элементов в этой схеме можно скрыть положение многомерного ГНУИ, а поскольку управляющее напряжение является единичным, то представить УИ независимыми источниками, как в исходной схеме. Тогда САФ (3) преобразуется к более простому виду

$$\underline{I} = \frac{N}{D} = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{---} \oplus \text{---} \quad \text{---} \oplus \text{---} \quad \dots \quad \text{---} \oplus \text{---} \\ E_1 \quad E_2 \quad \dots \quad E_N \\ \text{---} \end{array} \\ \text{---} \\ \begin{array}{c} \text{---} \otimes \text{---} \quad \text{---} \otimes \text{---} \quad \dots \quad \text{---} \otimes \text{---} \\ J_1 \quad J_2 \quad \dots \quad J_S \\ \text{---} \end{array} \end{array} \right| \Bigg/ D \quad (6)$$

Упрощенная САФ для выделения источника ЭДС выводится из (4) и имеет вид

$$N = E_n \left| \begin{array}{c} \text{---} \oplus \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \oplus \text{---} \quad \text{---} \oplus \text{---} \quad \dots \\ E_1 \quad E_2 \quad \dots \\ \text{---} \\ \text{---} \otimes \text{---} \quad \text{---} \otimes \text{---} \quad \dots \quad \text{---} \otimes \text{---} \\ J_1 \quad J_2 \quad \dots \quad J_S \\ \text{---} \end{array} \right| \quad (7)$$

Упрощенная САФ для выделения параметра источника тока может быть получена из формулы (5) аналогично (7).

### Вывод

Применение одной единой схемы числителя в (3) или (6), а также формул выделения параметров сопротивлений, проводимостей, УИ [4, 5] и независимых источников (4), (5) или (7) позволяет сформировать при учете

критерия максимального участия параметров [3] компактные и экономичные СВО.

#### Литература

1. Теоретические основы электротехники: В 2 т. Т. 1. Основы теории линейных цепей / П.А.Ионкин, А.И.Даревский, Е.С.Кухаркин, В.Г.Миронов, Н.А.Мельников.– М.: Высшая школа, 1976.– 544 с.
2. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов.– М.: Наука. 1986.– 544 с.
3. Филаретов В.В. Синтез оптимальных формул схемных функций электрических цепей // Электричество.– 1995.– № 4.– С. 36–43.
4. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.–1998.–№ 5.– С. 43–52.
5. Ozawa T. Topological conditions for the solvability of linear active networks // Circuit Theory and Applications.– 1976.– Vol. 4.– P. 125–136.

## ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ НЕОБХОДИМЫЕ И ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ РЕШЕНИЯ БАЗИСНОЙ ЗАДАЧИ ДИАГНОСТИКИ

С. А. Курганов, В. В. Филаретов

*Первым необходимым условием* решения (разрешимости) произвольной задачи диагностики или диагностируемости линейной электрической цепи (ЛЭЦ) является ненулевой определитель ее схемы замещения в предположении, что параметры всех элементов известны [1–5]. Такой определитель соответствует определителю схемы в режиме анализа. Отличие от нуля определителя схемы является необходимым условием решения задачи диагностики, поскольку это достаточное условие существования и единственности решения задачи анализа. Если это условие не выполняется, значит, некорректно построена модель цепи для ее анализа, а, следовательно, не имеет смысла ее диагностика на основе такой некорректной модели. Необходимо пересмотреть схему замещения ЛЭЦ, например, устранить излишнюю идеализацию элементов, и привести ее к ненулевому определителю. Эффективным способом контроля определителя схемы являются обобщенные топологические условия вырождения схем [3].

*Второе необходимое условие* решения задачи диагностики заключается в том, что количество измеренных напряжений и токов  $m_{UI}$  должно быть не меньше количества параметров  $n$ , подлежащих определению. Это условие назовем условием количества измерений. При этом из всех  $m_{UI}$  измерений используется для построения схемы с компенсированными элементами (СКЭ) только  $n$  токов и напряжений.

Этого достаточно, чтобы СКЭ характеризовалась определенной системой уравнений по законам Кирхгофа с числом уравнений, равным числу неизвестных токов и напряжений [4–7].

*Третьим необходимым условием* разрешимости задачи диагностики параметра элемента является условие его ненулевого режима. Если ток и напряжение элемента с искомым параметром равны нулю, то на основе данной схемы замещения определить этот параметр нельзя. Этот параметр заведомо не влияет на режим любого измеряемого тока или напряжения. Чтобы проверить условие ненулевого режима параметра необходимо найти в режиме анализа ток или напряжение на элементе с искомым параметром. Если ток или напряжение на искомом элементе тождественно равен нулю, то на основе данной схемы замещения определить параметр этого элемента нельзя. Необходимо перейти к более сложной схеме замещения, которая учитывает хоть малые, но ненулевые, токи и напряжения на элементе с искомым параметром. Отбор измерений для построения СКЭ производится согласно третьему условию диагностируемости ЛЭЦ.

Параметр иногда не определяется и в случае ненулевого тока или напряжения этого элемента, если его параметр не влияет на измеренное напряжение или ток. Чтобы исключить такую возможность, следует проверить *четвертое необходимое условие* диагностируемости цепи – условие влияния параметра. Для проверки этого условия следует получить в режиме анализа символьное выражение отклика (СВО) для измеренного тока или напряжения. Если искомый параметр входит в это СВО, то условие влияния параметра выполняется. В противном случае необходимо заменить наблюдаемую ветвь (положение вольтметра или амперметра). При диагностике нескольких параметров, каждый из них должен входить, по крайней мере, в одно СВО измеренных токов или напряжений.

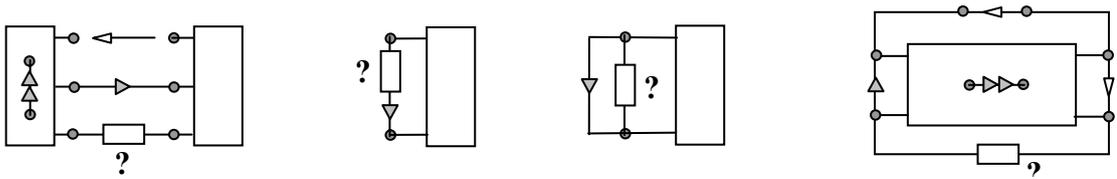
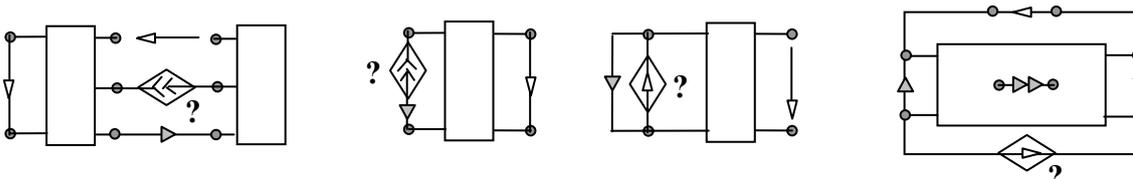
*Пятым необходимым условием* разрешимости базисной задачи диагностики является отличие от нуля определителя СКЭ, поскольку для получения искомых параметров в сущности используется анализ этой схемы, а условием существования и единственности решения задачи анализа является отличие от нуля ее определителя. Если это условие не выполняется, то необходимо сменить часть наблюдаемых ветвей или тип некоторых измеряемых величин (напряжение на ток или наоборот) [6].

Достаточными условиями разрешимости задачи диагностики являются только два из пяти необходимых условий: условие ненулевого режима (третье в перечне необходимых условий) и условия ненулевого определителя СКЭ (пятое по порядку). Оставшиеся необходимые условия (первое, второе и четвертое) проверяются автоматически при поиске определителя СКЭ.

Чтобы исключить самые простые, и в то же время самые распространенные случаи невыполнения условия ненулевого режима,

необходимо при построении исходной диагностируемой схемы (ИДС) пользоваться топологическими признаками, приведенными в табл. 1. В-первых (см. строку 1 табл. 1), искомые сопротивления и проводимости не должны образовывать сечения (контуры) с приемниками неудаленных управляемых источников (ПНУИ) и приемниками напряжения (тока). Во-вторых (см. строку 2 табл. 1), генераторы напряжения (тока) не могут образовывать контуров (сечений) с ПНУИ и приемниками тока (напряжения). Однако соблюдение этих правил не освобождает от формирования СВО для токов или напряжений элементов с искомыми параметрами и проверки их на нуль, поскольку имеются другие случаи отсутствия тока или напряжения (см., например, строку 3 табл. 1).

Таблица 1. Топологические признаки невыполнения условия ненулевого режима для элемента с искомым параметром

№	Классы схем
1	<p data-bbox="343 884 1316 952">Искомые сопротивления и проводимости образуют сечения (контуры) с ПНУИ и приемниками напряжения (тока)</p> 
2	<p data-bbox="343 1214 1316 1281">Генераторы напряжения (тока) с искомым параметром образуют контур (сечение) с ПНУИ и приемниками тока (напряжения)</p> 
3	<p data-bbox="383 1505 1268 1541">Параллельно-последовательное соединение резисторов и ПНУИ</p> 

### Правила независимого подключения измерительных приборов

Чтобы исключить типичные случаи невыполнения условия ненулевого определителя СКЭ необходимо при построении ИДС пользоваться следующими топологическими правилами, которые иллюстрируются в табл. 2.

Таблица 2. Топологические признаки вырождения ИДС

№	Классы схем
1	<p style="text-align: center;">Схемы с контуром из вольтметров, амперметров, независимых генераторов напряжения, приемников тока и ПНУИ</p>
2	<p style="text-align: center;">Схемы с сечением из амперметров, вольтметров, независимых генераторов тока, приемников напряжения и ПНУИ</p>
3	<p style="text-align: center;">Схемы с контуром из элементов с неизвестными параметрами, независимых и управляемых генераторов напряжения и ГНУИ</p>
4	<p style="text-align: center;">Схемы с сечением из элементов с неизвестными параметрами, независимых и управляемых генераторов тока и ГНУИ</p>
5	<p style="text-align: center;">Некоторые дополнительные схемы</p>

1. Все вольтметры (приемники с измеренным напряжением) должны принадлежать одному произвольному дереву схемы и не образовывать контуров как отдельно, так и в совокупности с независимыми генераторами напряжения, приемниками тока и ПНУИ (строка 1 табл. 2).

2. Все амперметры (приемники с измеренными токами) должны входить в произвольное множество хорд и не образовывать сечений как отдельно, так и в совокупности с независимыми генераторами тока, приемниками напряжения и ПНУИ (строка 2 табл. 2).

3. Двухполюсные элементы с неизвестными параметрами, а также генераторы напряжения и тока независимых и управляемых источников с неизвестными параметрами, не должны образовывать контуров как отдельно, так и в совокупности с независимыми и управляемыми генераторами напряжения и генераторами неудаляемых управляемых источников (ГНУИ) – строка 3 табл. 2.

4. Двухполюсные элементы с неизвестными параметрами, а также генераторы тока и напряжения независимых и управляемых источников с неизвестными параметрами, не должны образовывать сечений, как отдельно, так и в совокупности с независимыми и управляемыми генераторами тока и ГНУИ (строка 4 табл. 2).

Перечисленные правила вытекают из условий вырождения схем [3]. Соблюдение правил 1 – 4 построения ИДС не освобождает от формирования выражения определителя СКЭ и проверки его значения на ноль, поскольку возможны другие варианты вырождения ИДС (см., например, строку 5 в табл. 2).

Диагностируемость того или иного параметра может отсутствовать и в случаях, когда определитель СКЭ отличен от нуля. Это имеет место, как отмечалось выше, в случае ненулевого режима диагностируемого элемента. Поэтому в качестве более сильного условия диагностируемости параметра можно рассматривать отличие от нуля схемных определителей для числителя и знаменателя СВП.

Ненулевой режим элемента всегда устраняется путем выбора более сложной (точной) схемы замещения. Однако ИДС с нулевым определителем СКЭ не всегда может быть преобразована к невырожденной схеме путем изменения положения вольтметров и амперметров. Если условие ненулевого определителя (невырожденности) СКЭ выполнить невозможно, то следует перейти от базисной задачи диагностики к диагностике на основе многократного эксперимента [8–10].

#### Литература

1. Milic M.M. General passive networks – solvability, degeneracies, and order of complexity // IEEE Transactions on circuits and systems.– 1974.– Vol. CAS-21.– No. 2 (March).– P. 177–183.
2. Ozawa T. Topological conditions for the solvability of linear active networks // Circuit Theory and Applications.– 1976.– Vol. 4.– P. 125–136.
3. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– № 5.– С. 43–52.

4. Berkowitz R.S. Conditions for network-element-value solvability // IRE Transactions on circuit theory.– 1962.– March.– P. 24–29.
5. Ozawa T., Kajitani Y. Diagnosability of linear active networks // IEEE Transactions on circuits and systems.– 1979.– Vol. CAS-26.– No. 7.– P. 485–489.
6. Киншт Н.В., Герасимова Г.Н., Кац М.А. Диагностика электрических цепей.– М.: Энергоатомиздат, 1983.– 192 с.
7. Касьян Н.Н. Проверка диагностируемости схемы путем определения ранга тестовой матрицы // Радиоэлектроника, информатика, управление.– 2000.– № 1.– С. 26–29.
8. Бутырин П.А., Васьковская Т.А. Диагностика электрических цепей по частям: Теоретические основы и компьютерный практикум: Учебное пособие.– М.: Изд-во МЭИ, 2003.– 112 с.
9. Бэндлер Дж. У., Салама А.Э. Диагностика неисправностей в аналоговых цепях // Тр. ин-та инженеров по электротехнике и радиоэлектронике.– 1985.– Т. 73.– № 8.– С. 35–87.
10. Fedi G., Riccardo G., Luchetta A., Manetti S., Piccirilli M.C. On the application of symbolic techniques to the multiple fault location in low testability analog circuits // IEEE Trans. circuits and systems.– 1998.– Pt. II, vol. 45.– No. 10.– P. 1383–1388.

## МЕТОД КОСВЕННОЙ КОМПЕНСАЦИИ НА ОСНОВЕ УПРАВЛЯЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ ДЛЯ СИМВОЛЬНОЙ ДИАГНОСТИКИ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ

С. А. Курганов, В. В. Филаретов

Параметрическая диагностика линейных электрических цепей (ЛЭЦ) состоит в определении совокупности неизвестных параметров элементов по известным параметрам элементов и некоторым измеренным экспериментально токам и напряжениям [1–3]. Если измерения выполняются в рабочем режиме ЛЭЦ путем однократного функционального эксперимента [2–4], то задача параметрической диагностики считается базисной. «Базисная модель является удобной отправной точкой для построения более сложных моделей диагностики электрических цепей» [3, с.19].

Сформулируем базисную задачу более подробно. Известна принципиальная схема ЛЭЦ, которая может содержать любые активные и пассивные элементы: резисторы, конденсаторы, катушки индуктивности, взаимоиנדуктивности, транзисторы, усилители тока и напряжения, операционные усилители, гираторы, конверторы сопротивлений,

независимые гармонические источники напряжения и тока. Если цепь содержит электронные компоненты, то в ней наблюдается малосигнальный режим. Измерения напряжений и токов осуществляется на доступных узлах и ветвях. Используются действующие значения и начальные фазы узловых и междуузловых напряжений, а также токов ветвей и полюсов элементов. Известна часть параметров элементов. Требуется найти неизвестные параметры элементов.

Базисная задача параметрической диагностики решена в [2-4] путем составления систем уравнений относительно неизвестных напряжений и токов и последующего определения параметров элементов по закону Ома или уравнению соответствующего элемента. В [5] эта же задача решена схемно-символьным методом без составления уравнений с помощью принципа косвенной компенсации [6] на основе неудаляемых управляемых источников (НУИ) [7]. Принцип косвенной компенсации используется здесь для сведения задачи символьной топологической диагностики к задаче топологического анализа. Элемент с неизвестным параметром компенсируется с помощью двух схемных операций: 1) замены этого элемента генератором НУИ; 2) фиксации на некоторой произвольной ветви измеренного на ней напряжения  $\underline{U}$  или тока  $\underline{I}$ . Подчеркиванием отмечены здесь и далее комплексные действующие значения напряжений и токов. Фиксация напряжения  $\underline{U}$  осуществляется включением между соответствующими зажимами фиксирующей ветви по напряжению – последовательного соединения компенсирующего независимого источника ЭДС  $\underline{E}^C = \underline{U}$  и приемника НУИ (ПНУИ). Ток  $\underline{I}$  фиксируется включением в разрыв соответствующей ветви фиксирующей ветви по току – параллельного соединения компенсирующего независимого источника тока  $\underline{J}^C = \underline{I}$  и ПНУИ.

Полученная с помощью указанных преобразований схема замещения с компенсированными элементами (СКЭ) эквивалентна исходной диагностируемой схеме (ИДС). Это подтверждается теоремой о косвенной компенсации комплексного сопротивления [6].

СКЭ можно проанализировать, используя принцип наложения независимых источников [8], и получить аналитические выражения токов и напряжений элементов с искомыми параметрами. Выражения для последних записываются, как уже отмечалось, с помощью компонентных уравнений. Так, комплексное сопротивление  $j$ -й ветви

$$Z_j = \frac{\underline{U}_j}{\underline{I}_j} = \frac{\sum_{i=1}^{nE} N_{ji}^K \underline{E}_i + \sum_{i=1}^{nJ} N_{ji}^Z \underline{J}_i + \sum_{i=1}^{nEc} N_{ji}^{KC} \underline{E}_i^C + \sum_{i=1}^{nJc} N_{ji}^{ZC} \underline{J}_i^C}{\sum_{i=1}^{nE} N_{ji}^Y \underline{E}_i + \sum_{i=1}^{nJ} N_{ji}^T \underline{J}_i + \sum_{i=1}^{nEc} N_{ji}^{YC} \underline{E}_i^C + \sum_{i=1}^{nJc} N_{ji}^{TC} \underline{J}_i^C}, \quad (1)$$

где  $\underline{U}_j, \underline{I}_j$  – напряжение и ток ветви с номером  $j$ ;  $n_E, n_J, n_{Ec}, n_{Jc}$  – число воздействующих источников ЭДС и тока, компенсирующих источников ЭДС и тока соответственно;  $N_{ji}^K, N_{ji}^{Kc}$  – числители коэффициентов передачи напряжения  $K_{ji}, K_{ji}^c$  от  $i$ -х ветвей с воздействующим и компенсирующим источниками ЭДС соответственно к  $j$ -й ветви;  $N_{ji}^Z, N_{ji}^{Zc}$  – числители передаточных сопротивлений  $Z_{ji}, Z_{ji}^c$  от  $i$ -х ветвей с воздействующим и компенсирующим источниками тока соответственно к  $j$ -й ветви;  $N_{ji}^Y, N_{ji}^{Yc}$  – числители передаточных проводимостей  $Y_{ji}, Y_{ji}^c$  от  $i$ -х ветвей с воздействующим и компенсирующим источниками ЭДС соответственно к  $j$ -й ветви;  $N_{ji}^T, N_{ji}^{Tc}$  – числители коэффициентов передачи тока  $T_{ji}, T_{ji}^c$  от  $i$ -х ветвей с воздействующим и компенсирующим источниками тока соответственно к  $j$ -й ветви. В (1) учтено, что все передаточные функции имеют один и тот же знаменатель [7], равный определителю ИДС.

Указанные числители схемных функций могут быть сформированы топологическими [8, 9] или схемно-символьными [7, 10] методами. Полученные таким образом числители и знаменатели (1) и подобных функций для проводимости ветви, параметров УИ и независимых источников являются целыми рациональными выражениями (многочленами), представленными в канонической форме [11] относительно переменных  $\underline{E}_i, \underline{E}_i^c, \underline{J}_i, \underline{J}_i^c$ . Эти переменные и другие параметры в упомянутых функциях могут принимать действительные и комплексные значения, а между ними возможны только операции сложения, вычитания и умножения.

Недостатком формул вида (1) является необходимость отдельного построения каждого слагаемого их числителей и знаменателей. Эта процедура аналогична формированию нескольких символьных схемных функций (ССФ) при анализе ЛЭЦ с двумя и более независимыми источниками на основе принципа наложения [8]. Отдельное построение в числителях и знаменателях формул вида (1) множества  $n_E + n_J + n_{Ec} + n_{Jc}$  функций препятствует получению компактных и экономичных по количеству арифметических операций символьных выражений параметров (СВП).

Более компактные и экономичные по числу вычислительных операций СВП можно сформировать на основе формул, содержащих многочлены общего неканонического вида. Это объясняется тем, что только в этом случае обеспечивается наиболее полная реализация правил формирования оптимальных выражений, которые заключаются в первоочередном выделении элементов с максимальными показателями

участия [12]. Следует подчеркнуть, что канонические многочлены в выражениях вида (1) являются частным случаем неканонических многочленов и получены путем первоочередного выделения переменных  $\underline{E}_i, \underline{E}_i^C, \underline{J}_i, \underline{J}_i^C$ , то есть без учета указанных правил.

Предлагаемые на основе неканонических многочленов СВП для искомого сопротивления, параметра произвольного УИ, ЭДС и тока независимых источников имеют вид

$$\underline{Z}_s = \frac{\underline{U}_s}{\underline{I}_s} = \frac{V_s^U(\bar{E}, \bar{J}, \bar{U}, \bar{I})}{V_s^I(\bar{E}, \bar{J}, \bar{U}, \bar{I})}, \quad (2) \quad \underline{X}_s = \frac{\underline{B}_s}{\underline{A}_l} = \frac{V_s^B(\bar{E}, \bar{J}, \bar{U}, \bar{I})}{V_l^A(\bar{E}, \bar{J}, \bar{U}, \bar{I})}, \quad (3)$$

$$\underline{E}_s = \frac{V_s^E(\bar{E}, \bar{J}, \bar{U}, \bar{I})}{D}, \quad (4) \quad \underline{J}_s = \frac{V_s^J(\bar{E}, \bar{J}, \bar{U}, \bar{I})}{D} \quad (5)$$

соответственно. В (2)–(5)  $V_s^U, V_s^I, V_s^B, V_l^A, V_s^E, V_s^J$  – символные неканонические многочлены, в которых переменными являются как известные сопротивления, проводимости, параметры УИ, так и измеренные напряжения (вектор  $\bar{U}$ ), токи (вектор  $\bar{I}$ ), а также известные параметры независимых источников воздействия (обозначены векторами ЭДС  $\bar{E}$  и тока  $\bar{J}$ );  $\underline{B}_s, \underline{A}_l$  – токи или напряжения  $l$ -ой управляющей и  $s$ -ой управляемой ветвью УИ, например, для ИНУН  $\underline{B}_s = \underline{U}_s$  и  $\underline{A}_l = \underline{U}_l$ .

Для построения СВП по формулам (2)–(5) предлагается метод косвенной компенсации (МКК) на основе УИ, поскольку известный МКК на базе независимых источников (НИ) [5] обеспечивает построение символных выражений только в канонической форме (1). МКК на основе УИ реализует неявный принцип наложения [13, 14] в диагностике.

Выведем топологические и схемно-алгебраические формулы (САФ) МКК на основе УИ. Для построения САФ будем использовать метод схемных определителей [7]. Представим на рис.1а произвольную электрическую схему с искомым сопротивлением  $Z_s$ , в которой прямоугольником обозначен неавтономный многополюсник. Для определения  $Z_s$  измерим напряжение  $\underline{U}_f$  на некоторой произвольной (доступной) ветви  $f$ . В соответствии с принципом косвенной компенсации заменим искомое сопротивление генератором НУИ, а напряжение на ветви  $f$  установим фиксирующей ветвью по напряжению так, как показано на рис.1б. Также поступаем при наличии нескольких двухполюсных ветвей, в том числе и генераторов УИ, с неизвестными параметрами, при этом число измеренных токов и напряжений должно быть равно числу искомых параметров. Полученная на рис.1б схема называется схемой с компенсированными элементами (СКЭ) на основе НИ. СКЭ эквивалентна ИДС в соответствии с упомянутой теоремой о косвенной компенсации.



Рис. 1. ИДС с искомым резистором (а) и ее СКЭ на основе НИ (б)

Выберем в СКЭ один из источников ЭДС с ненулевым параметром, например  $\underline{E}$ , в качестве опорного источника. Умножим параметры всех НИ на дробь  $\underline{E} / \underline{E}$ . Поскольку ее значение равно единице, то полученная схема будет эквивалентна СКЭ. Представим в ней все независимые источники, кроме опорного, зависимыми источниками, управляемыми напряжением опорного источника  $\underline{U} = \underline{E}$ , с параметрами, равными отношению параметров соответствующих НИ к  $\underline{E}$ . Полученную эквивалентную схему с одним независимым источником  $\underline{E}$  назовем СКЭ на основе УИ и представим ее на рис. 2б, где  $k_f = \underline{U}_f / \underline{E}$ ,  $k_b = \underline{E}_b / \underline{E}$  и  $y_b = \underline{J}_b / \underline{E}$ .

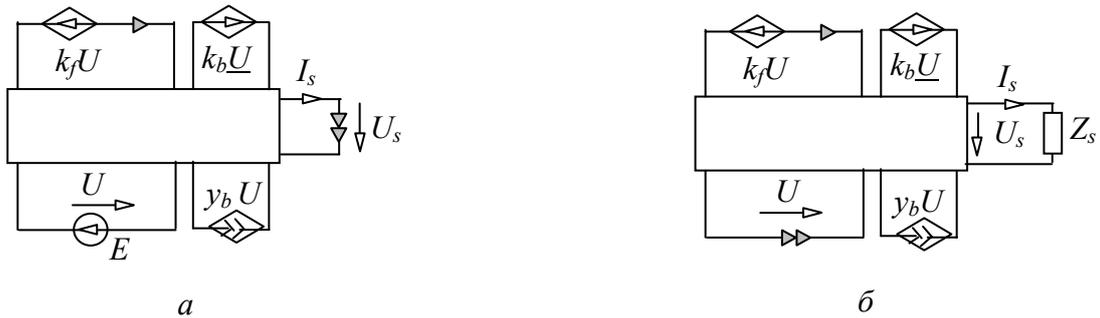


Рис. 2. СКЭ на основе УИ (а) и ее СДЭ (б)

По СКЭ на основе УИ, используя МСО и закон Ома, найдем схемно-алгебраическую формулу для искомого сопротивления

$$Z_s = \frac{U_s}{I_s} = \frac{K_{UsE} \cdot \underline{E}}{Y_{IsE} \cdot \underline{E}} = \frac{N_{KUsEB} / D}{N_{YIsEB} / D} = \frac{\begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with } k_f U \text{ and } k_b U \text{ sources} \\ \text{and } U, y_b U \text{ sources} \end{array} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with } k_f U \text{ and } k_b U \text{ sources} \\ \text{and } U, y_b U \text{ sources} \end{array} \\ \hline \end{array}}, \quad (6)$$

где  $K_{UsE}$ ,  $Y_{IsE}$  – коэффициент передачи напряжения и передаточная проводимость от опорного источника  $E$  к приемникам напряжения  $U_s$  и тока  $I_s$  соответственно;  $N_{KUsE}$  и  $N_{YIsE}$  – числители функций  $K_{UsE}$  и  $Y_{IsE}$  соответственно;  $D$  – определитель СКЭ. Схемы, соответствующие  $N_{KUsE}$  и  $N_{YIsE}$ , получены из СКЭ путем замены независимого источника и приемников напряжения и тока на ГНУИ и ПНУИ соответственно.

В числителе и знаменателе (6) поменяем взаимно номера у ГНУИ. Параллельное согласное соединение ГНУИ и ПНУИ заменим перемычкой, а их последовательное согласное включение удалим из схемы, изменив при этом знак определителя на противоположный. Полученную САФ занесем в строку 1 табл.1, где символом  $M_1$  обозначен двухполюсник, содержащий СДЭ без сопротивления  $Z_s$ .

Обратим внимание, что в выражении (6) и числитель, и знаменатель являются производными схемами от одной и той же схемы, представленной на рис.2б. Эта схема получена из СКЭ на рис.2а путем декомпенсации искомого сопротивления (возврата его в схему) и замены опорного источника генератором НУИ с противоположным направлением. Эту схему назовем схемой с декомпенсированным элементом (СДЭ).

Использование СДЭ позволяет очень компактно записать искомое сопротивление

$$Z_s = -\frac{\Delta_z}{\Delta^z}, \quad (7)$$

где  $\Delta_z, \Delta^z$  – определители производных схем, полученных из СДЭ на рис. 2б путем стягивания (замены идеальным проводником) и удаления соответственно сопротивления  $Z_s$ . Формула (7), с одной стороны, является краткой записью САФ из строки 1 табл.1, использующей известные схемные операции стягивания и удаления, однотипные с формулой выделения сопротивления при символьном анализе цепей [9], что является ее достоинством. С другой стороны, выражение (7) является алгебраической формулой, записанной через определители соответствующих систем уравнений по законам Кирхгофа.

САФ для искомой проводимости находится по той же СКЭ, что и формула для сопротивления. При этом подразумевается, что в ИДС на рис.1а вместо сопротивления помещена проводимость  $Y_s$ . Сформированная таким образом САФ для  $Y_s$  занесена в строку 2 табл.1.

Алгебраическая формула для проводимости находится по СДЭ на рис.2б, в которой сопротивление  $Z_s$  заменено на проводимость,

$$Y_s = -\frac{\Delta^y}{\Delta_y}, \quad (8)$$

где  $\Delta^y, \Delta_y$  – определители производных схем, полученных из СДЭ удалением и стягиванием  $Y_s$  соответственно.

Таблица 1. САФ для искомых параметров

№	Элемент и его САФ
1	<p>Сопротивление</p> <p><math>Z_s = -</math></p>
2	<p>Проводимость</p> <p><math>Y_s = -</math></p>
3	<p>ИТУТ</p> <p><math>t_s = -</math></p>
4	<p>ИНУН</p> <p><math>k_s = -</math></p>
5	<p>ИТУН</p> <p><math>Y_{ys} = -</math></p>
6	<p>ИНУТ</p> <p><math>Z_{ys} = -</math></p>
7	<p>Независимый источник ЭДС</p> <p><math>\underline{E}_s =</math></p>
8	<p>Независимый источник тока</p> <p><math>\underline{J}_s =</math></p>

Рассмотрим теперь вывод формул для искомых параметров УИ. Для определенности возьмем ИДС с источником тока, управляемым током (ИТУТ), и представим ее на рис.3а. Изображенный здесь многополюсник является также неавтономным, как и в ИДС с искомым сопротивлением. Компенсируем ИТУТ с помощью принципа косвенной компенсации, который справедлив не только для сопротивления, но и для любой двухполюсной ветви. Независимые источники в полученной СКЭ преобразуем в УИ так, как это было сделано применительно к СКЭ с сопротивлением. Преобразованная СКЭ представлена на рис.3б.

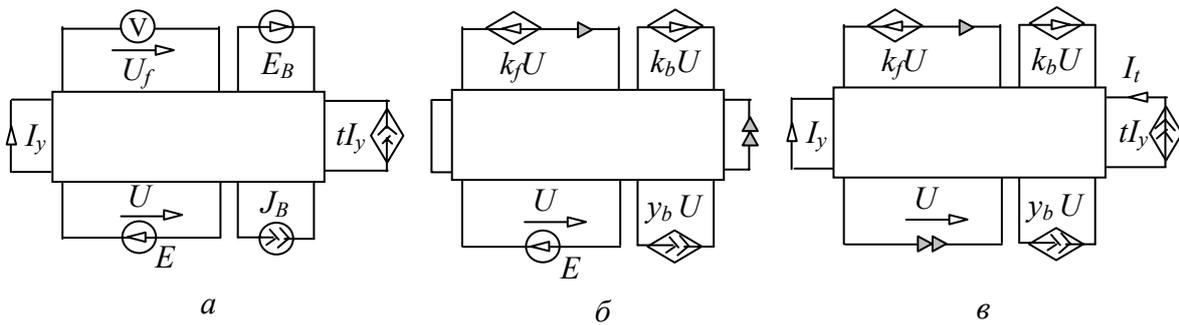


Рис. 3. ИДС (а) с ИТУТ, ее СКЭ (б) на основе УИ и СДЭ (в)

По СКЭ на рис.3б, которая эквивалентна ИДС, находим параметр ИТУТ

$$t = \frac{I_t}{I_y} = \frac{Y_{ItE} \cdot \underline{E}}{Y_{IyE} \cdot \underline{E}} = \frac{N_{YItE}}{N_{YIyE}} = \frac{\begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } N_{YItE} \\ \text{Dependent sources } k_f U, k_b U \\ \text{Independent sources } U, y_b U \\ \text{Input } 1, \text{ Output } 2 \end{array} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } N_{YIyE} \\ \text{Dependent sources } k_f U, k_b U \\ \text{Independent sources } U, y_b U \\ \text{Input } 2, \text{ Output } 1 \end{array} \\ \hline \end{array}}, \quad (9)$$

где  $Y_{ItE}$  и  $Y_{IyE}$  – передаточные проводимости от опорного источника  $\underline{E}$  к приемникам тока  $I_t$  и  $I_y$  соответственно;  $N_{YItE}$  и  $N_{YIyE}$  – числители ССФ  $Y_{ItE}$  и  $Y_{IyE}$  соответственно. Знаменатели ССФ  $Y_{ItE}$  и  $Y_{IyE}$  в (9) не показаны,

поскольку, как уже отмечалось, они одинаковы для всех ССФ и равны определителю ИДС.

Поменяем взаимно номера у ГНУИ в числителе (9), удалим последовательное согласное соединение ГНУИ и ПНУИ с номером 2. Также поменяем номера у ПНУИ в знаменателе, учтем изменение знака полученной формулы. Занесем ее в строку 3 табл.1. Эту формулу по аналогии с формулами для сопротивления (7) и проводимости (8) можно записать в компактном алгебраическом виде

$$t = -\frac{\Delta(t=0)}{\Delta(t \rightarrow \text{НУИ})}, \quad (10)$$

где  $\Delta(t=0)$ ,  $\Delta(t \rightarrow \text{НУИ})$  – определители производных схем, полученных из СДЭ на рис. 3 в путем нейтрализации ИТУТ и преобразования его в НУИ соответственно.

Формула для параметров других типов УИ – источника тока, управляемого напряжением (ИТУН), источника напряжения, управляемого напряжением (ИНУН), и источника напряжения, управляемого током (ИНУТ), аналогична (10) и может быть представлена в обобщенном виде

$$\chi = -\frac{\Delta(\chi=0)}{\Delta(\chi \rightarrow \text{НУИ})}, \quad (11)$$

где  $\Delta(\chi=0)$ ,  $\Delta(\chi \rightarrow \text{НУИ})$  – определители СДЭ, аналогичной рис. 3 в, в которой рассматриваемый УИ нейтрализован или преобразован в НУИ соответственно. Знаменатель (11) для всех УИ одинаков, поскольку преобразование УИ в НУИ осуществляется независимо от типа УИ.

САФ для параметров ИНУН  $k_s$ , ИТУН  $Y_{ys}$  и ИНУТ  $Z_{ys}$  приведены в строках 4, 5 и 6 табл. 1 соответственно. Во всех случаях управляющие ветви выведены с левой стороны четырехполюсника, а управляемые ветви – с его правой стороны. Направление этих ветвей принято таким же, как у ИТУТ на рис. 3 а. Во всех САФ используется четырехполюсник  $M_2$ , очерченный штриховой линией.

Запишем без вывода в строке 7 табл.1, схемно-алгебраическую формулу для определения параметра  $\underline{E}_s$  независимого источника напряжения. Вывод этой формулы выполняется по схемам на рис.4 а, б аналогично выводу САФ для искомого сопротивления.

Алгебраическая формула для параметра независимого источника ЭДС, использующая СДЭ на рис. 4 в, имеет вид

$$\underline{E}_s = \frac{\Delta(\underline{E}_s = 0)}{\Delta(\text{ГНУИ} \Rightarrow \underline{E}_s; \underline{U} = 0)}, \quad (12)$$

где  $\Delta(\underline{E}_s = 0)$  – определитель СДЭ при нейтрализованном источнике  $\underline{E}_s$ ;  $\Delta(\Gamma\text{НУИ} \Rightarrow \underline{E}_s; \underline{U} = 0)$  – определитель этой же схемы, в которой ГНУИ перемещен на место ЭДС  $\underline{E}_s$ , а приемник напряжения  $\underline{U}$  заменен короткозамкнутым проводником.

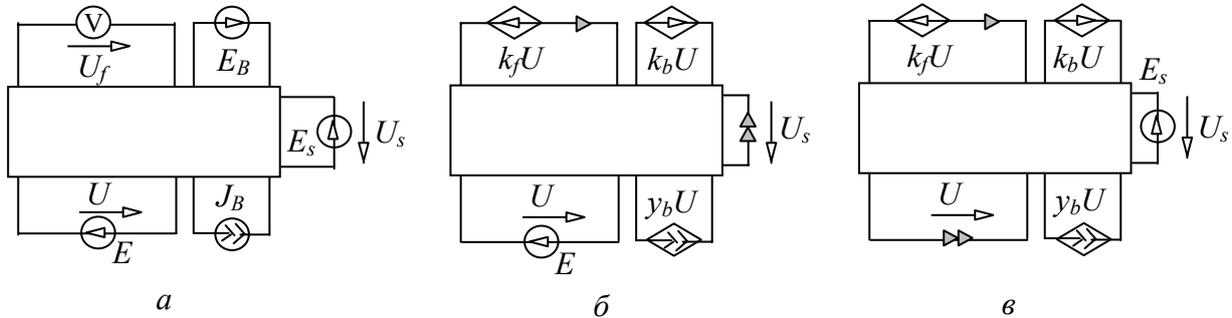


Рис. 4. ИДС (а) с искомым источником ЭДС  $\underline{E}_s$ , ее СКЭ (б) на основе УИ и СДЭ (в)

Аналогичные формулы могут быть получены для независимого источника тока. Для этого нужно использовать ИДС и СДЭ, построенные из схем на рис. 4 а, в путем замены источника ЭДС на источник тока  $\underline{J}_s$ . СКЭ на рис. 4 б сохраняется при этом без изменения. Сформированная таким образом САФ для параметра  $\underline{J}_s$  дана в строке 8 табл. 1. Соответствующее алгебраическое выражение имеет вид

$$\underline{J}_s = \frac{\Delta(\underline{J}_s = 0)}{\Delta(\Gamma\text{НУИ} \Rightarrow \underline{J}_s; \underline{U} = 0)}, \quad (13)$$

где  $\Delta(\underline{J}_s = 0)$  – определитель СДЭ при нейтрализованном искомым источнике  $\underline{J}_s$ . Знаменатель (13) совпадает со знаменателем формулы (12) для определения ЭДС.

Предложенные алгебраические формулы (7), (8), (11)–(13) и схемно-алгебраические формулы в табл. 1 позволяют, используя топологические и схемно-символьные методы соответственно, получить символьные выражения для искомых параметров элементов в общем неканоническом виде (2)–(5), а при соблюдении правил первоочередного выделения параметров с максимальным участием [12] в более компактной форме и с меньшим числом вычислительных операций, чем выражения в канонической форме (1). Решение задачи параметрической диагностики с помощью указанных формул существует и единственно, если СКЭ невырождена. Это следует из того, что предложенные диагностические формулы получены путем анализа СКЭ.

Предложенные алгебраические формулы и САФ могут использоваться для параметрической диагностики и в случае, если для компенсации элементов с неизвестными параметрами применяются не

только измеренные напряжения, но и токи. Для этого в фиксирующих ветвях СКЭ и СДЭ должны использоваться также УИ тока.

Независимый источник тока может применяться в предложенных формулах в качестве опорного источника. Соответствующие выражения для искомых параметров получаются на основе (7), (8), (11)–(13) и табл. 1 путем замены элементов ИДС, СКЭ и СДЭ на дуальные.

В диагностических формулах (7), (8), (11)–(13) и САФ в табл. 1 в качестве переменных наряду с известными параметрами сопротивлений, проводимостей и УИ используются отношения параметров независимых источников к параметру опорного источника. При необходимости можно избежать этого путем применения в качестве опорного источника единичного источника напряжения или тока. Единичный источник напряжения вводится последовательно с произвольным собственным источником цепи, а единичный источник тока – параллельно собственному источнику тока. Для компенсации единичного источника напряжения или тока из параметра соответствующего собственного источника вычитается единица. В этом случае в СКЭ и СДЭ будут присутствовать УИ, параметрами которых являются параметры независимых источников, а СВП будут содержать параметры элементов только в первой степени.

#### Выводы

1. Разработаны диагностические алгебраические и схемно-алгебраические формулы, позволяющие построить символьные выражения параметров в виде отношения многочленов общей неканонической формы. Это обеспечивает произвольный порядок выделения всех элементов диагностической схемы и приводит к выражениям с меньшей вычислительной сложностью по сравнению с выражениями на основе канонических многочленов.

2. Схемно-алгебраические формулы не требуют предварительного нахождения напряжений и токов схемы, имеют общую с анализом схемно-символьную базу элементов и операций, что облегчает их освоение и использование, а также разработку автоматизированных алгоритмов символьного анализа и диагностики линейных электрических цепей.

#### Литература

1. Berkowitz R.S. Conditions for network-element-value solvability // IRE Transactions on circuit theory.– 1962.– March.– P. 24–29.
2. Saek R., Singh S. P., Liu R.W. Fault isolation via component simulation// IEEE Trans. Circuit theory, vol. CT-19, 1972.– P.634-640.
3. Киншт Н.В., Герасимова Г.Н., Кац М.А. Диагностика электрических цепей.– М.: Энергоатомиздат, 1983.– 192 с.
4. Bandler J. W., Salama A.E. Fault diagnosis of analog circuits// Proceedings of the IEEE, 1985, vol.73, N8.– P.1279-1325.

5. Kurganov S.A. A symbolic approach to solving the problem of linear electronic circuit diagnostics // *Electrical technology Russia*.– 2002.– No. 3.– P. 70–77.

6. Курганов С.А., Филаретов В.В. О применении операционных усилителей для компенсации импедансов независимыми источниками // *Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Тр. межд. конф. «Континуальные алгебраические логики, исчисления и нейроинформатика в науке, технике и экономике».*– Ульяновск: Ульян. гос. техн. ун-т, 2003.– Т. 4.– С. 55–58.

7. Filaretov V.V. A topological analysis of electronic circuits by a parameter extraction method // *Electrical technology Russia*.– 1998.– No. 2.– P. 46–61.

8. Теоретические основы электротехники: В 2 т. Т. 1. Основы теории линейных цепей / П.А.Ионкин, А.И.Даревский, Е.С.Кухаркин, В.Г.Миронов, Н.А.Мельников.– М.: Высшая школа, 1976.– 544 с.

9. Чуа Л. О., Лин П. М. Машинный анализ электронных схем: Алгоритмы и вычислительные методы.– М.: Энергия, 1980.– 640 с.

10. Hashemian R. Symbolic representation of network transfer functions using norator-nullator pairs// *Elektronik circuits and systems*, November 1977, vol.1, №6.- p.193-197.

11. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов.– М.: Наука. 1986.– 544 с.

12. Филаретов В.В. Синтез оптимальных формул схемных функций электрических цепей // *Электричество*.– 1995.– № 4.– С. 36–43.

13. Курганов С.А., Филаретов В.В. Метод многовариантного анализа нелинейных электронных схем // *Электричество*.– 1983.– № 5.– С. 42–43.

14. Филаретов В.В. Неявный принцип наложения и анализ линейных электрических цепей // *Электричество*.–1990.–№ 3.– С. 37–43.

## **АКТИВНЫЕ ЗВЕНЬЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА НА ФАЗОВРАЩАТЕЛЯХ**

*В. В. Масленников, Аунг Мин*

В [1] была предложена схема звена второго порядка, выполненная на включенных в петлю отрицательной обратной связи двух фазовращателях, а в [2] - её модернизированный вариант, выполненный на операционных усилителях с одним выходом. Как было показано в [3], схемы имеют ряд

преимуществ перед другими звеньями второго порядка. В частности, как показано в [4], схемы на фазовращателях имеют малую чувствительность к вариациям пассивных элементов и могут быть использованы в широком частотном диапазоне.

В докладе рассматриваются активные звенья второго порядка, выполненные на других схемах фазовращателей (рис. 1 а, б, в), а также на фазовращателе (рис. 1 г), использованном в [2]. При этом фазовращатели, приведенные на (рис. 1 а, в), инвертируют постоянное напряжение, а фазовращатели (рис. 1 б, г) его не инвертируют. С учетом этого возможно построение 10 различных схем активных звеньев. Из них 4 звена, в которых для обеспечения отрицательной обратной связи используется дополнительный повторитель напряжения на ОУ, обладают наименьшей чувствительностью.

В докладе рассматриваются схемы, в которых используются фазовращатели на рис. 1 а, б (вариант-1), рис. 1 в, г (вариант-2), рис. 1 а, г (вариант-3), рис. 1 б, в (вариант-4). Приведенные варианты схем имеют различные частотные свойства.

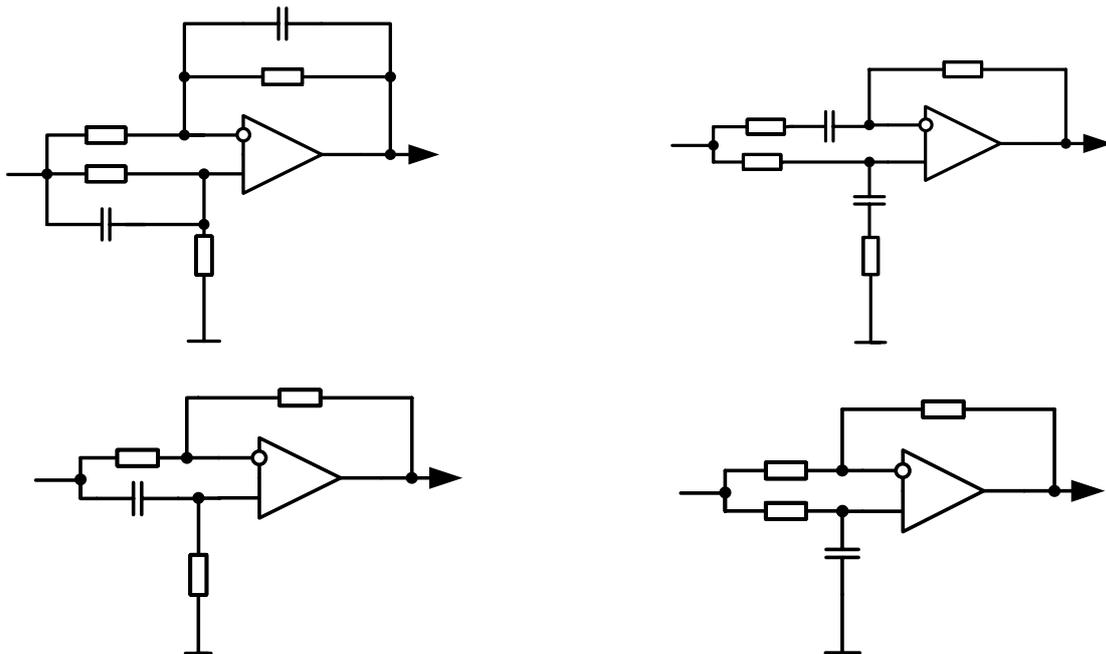


Рис. 1. Использованные схемы фазовращателей.

На рис.2 приведены зависимости добротности  $Q$  (при  $Q_0=10$ ) от резонансной частоты, полученные при моделировании путем одновременного изменения значений емкостей конденсаторов. По результатам были определены максимальные резонансные частоты  $f_{\text{рmax}}$  при изменении добротности на  $\pm 20\%$ . Максимальные резонансные частоты, соответствующие вариантам схем, получились следующие:  $f_{\text{рmax}1}=624\text{кГц}$ ,  $f_{\text{рmax}2}=1,82\text{МГц}$ ,  $f_{\text{рmax}3}=242\text{кГц}$ ,  $f_{\text{рmax}4}=151\text{кГц}$ .

2R

R

ВХОД

2R

ВЫХОД

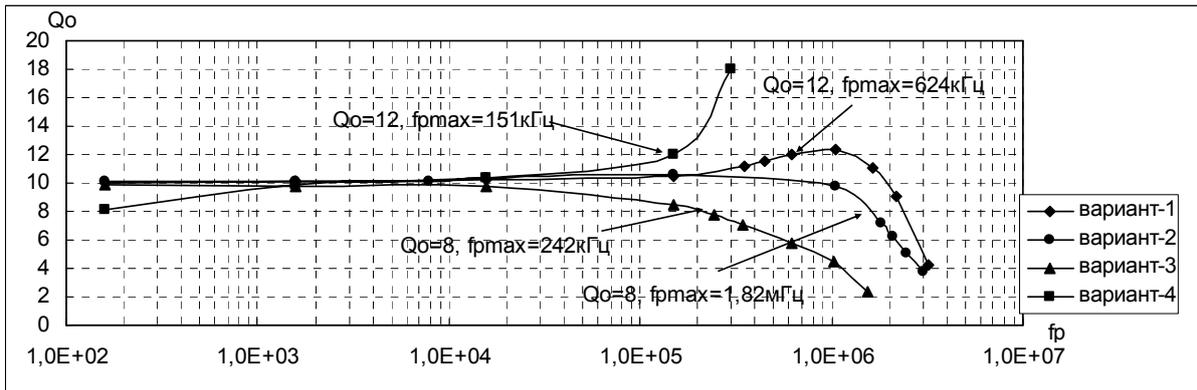


Рис. 2. Графики зависимости  $Q$  от резонансной частоты  $f_p$  различных вариантов схем

По результатам, приведенным на рис. 2, видно, что наибольший частотный диапазон имеют схемы, выполненные по вариантам 1 и 2. Схема звена, выполненная по варианту 2, приведена на рис. 3. Характеристическое уравнение этой схемы при  $K_1 = K_2 = K_3 = \infty$  имеет вид:  $1 + \gamma + 2p\tau(1 - \gamma) + p^2\tau^2(1 + \gamma) = 0$ , где  $\tau = RC$ ,  $\gamma = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ . Отсюда резонансная частота равна  $f_p = \frac{1}{2\pi\tau}$ , а добротность  $Q = \frac{1}{2} + \frac{R_2}{R_1}$ . По сравнению с широко используемой схемой КНН на 3-х ОУ [5], имеющей на тех же типах ОУ  $f_{p\max} = 20\text{кГц}$  при  $Q_0 = 10$ , схема (вариант-2) имеет возможность получения максимальной резонансной частоты в 91 раз больше.

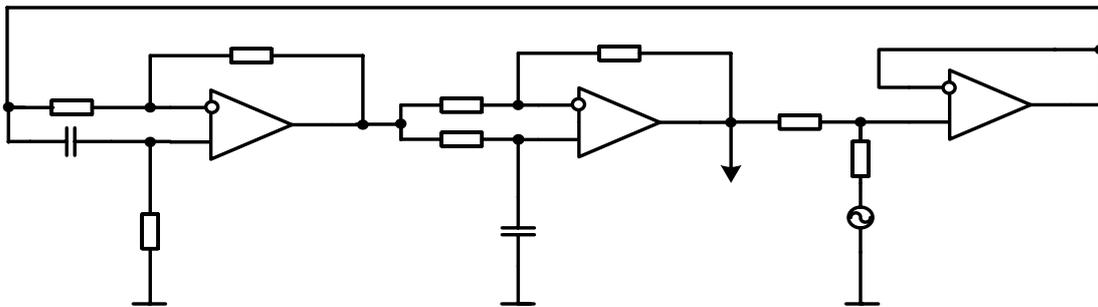


Рис. 3. Лучшая по частотным свойствам схема активного звена второго порядка

### Литература

1. R. Tarmy and M. S. Ghausi, "Very high Q insensitive active RC networks", IEEE Trans. Circuit Theory, CT-17, 1970, pp 358-366.
2. G. S. Moschytz, "A high-Q, insensitive active RC networks, similar to the Tarmy-Ghausi circuit, using single ended operational amplifiers", Electronic Letters, N 8, 1972, pp 458-459.

3. P. R. Padukone, M. S. Ghausi, "A comparative study of multiple amplifier active RC biquadratic section", Circuit Theory and Application, vol. 9, 1981, pp 431-459.

4. Масленников В. В, Сироткин А. П, "Избирательные RC-усилители", - М.: Энергия, 1980г, 216 стр.

5. W. J. Kerwin, L. P. Huelsman and R. W. Newcomb, "State-variable synthesis for insensitive integrated circuit transfer functions", IEEE J. Solid State Circuits, SC2, 1967, pp 87-92.

В. В. Масленников, д. т. н., профессор (Московский инженерно-физический институт, каф. 26), [vmaslennikov@mail.ru](mailto:vmaslennikov@mail.ru)  
Аунг Мин, аспирант (Московский инженерно-физический институт, каф. 26), [aungmin@rbcmail.ru](mailto:aungmin@rbcmail.ru)

## ЛЕСТНИЧНЫЕ ПОЛОСОВЫЕ АКТИВНЫЕ ФИЛЬТРЫ С РАСШИРЕННЫМ ДИНАМИЧЕСКИМ ДИАПАЗОНОМ

*В. В. Масленников, В. В. Мещеряков, Зо Мин Аунг*

Известно, что активные фильтры, имитирующие лестничные LC-цепи, обладают самой низкой чувствительностью передаточной функции к изменению значений пассивных элементов [1]. Однако один из больших недостатков таких фильтров – возникновение выбросов напряжений во внутренних узлах, превышающих входное и выходное напряжения [2]. Это существенно уменьшает верхнюю границу их динамического диапазона.

Возникающие выбросы напряжения во внутренних узлах лестничных полосовых фильтров могут быть уменьшены, если произвести соответствующие преобразования [3]. Проиллюстрируем это на примере лестничного LC - прототипа активного полосового фильтра (рис. 1). В данном полосовом фильтре 6-ого порядка может возникнуть выброс напряжения в узле 3. Чтобы его уменьшить, произведём преобразования Нортонa [4] над элементами  $L_S$  и  $C_S$ .

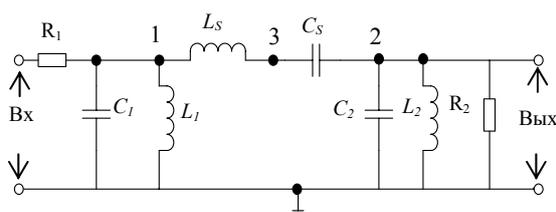


Рис .1

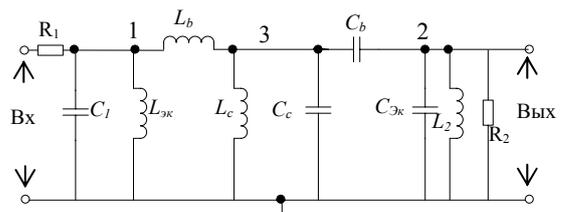


Рис .2

Получим фильтр, приведенный на рис 2. В результате индуктивность  $L_S$  заменена треугольником, состоящим из индуктивностей  $-L_a$ ,  $L_b$  и  $L_c$ , а емкость  $C_S$  заменена треугольником, состоящим из емкостей  $-C_a$ ,  $C_b$  и  $C_c$ . Заметим, что результирующие значения элементов, приведенных на рис. 2, будут положительными при  $L_{ЭК} = \frac{-L_a \cdot L_1}{-L_a + L_1} > 0$  и  $C_{ЭК} = C_2 - C_a > 0$ .

Хотя количество реактивных элементов в схеме возросло с 6 до 8, полученный фильтр имеет, как и исходный, 6-й порядок, а его передаточная функция идентична передаточной функции исходного фильтра. Однако уровень напряжения в выделенном узле 3 может быть уменьшен [3].

Для сравнения фильтров до и после преобразований использован полосовой фильтр Чебышева 6-го порядка с неравномерностью 0,28дБ и с относительной шириной полосы пропускания примерно 1%. Анализ показал, что обе цепи (рис.1 и рис.2) обладают одинаковой алгебраической суммой поэлементных чувствительностей [5].

Схема лестничного полосового активного фильтра, прототипом которой является LRC-цепь на рис.2, приведена на рис.3. В качестве конвертеров полного сопротивления использована схема Риордана-Антонио[1], а емкости конденсаторов выбраны одинаковыми.

При моделировании активных фильтров до и после преобразований были использованы операционные усилители типа LT1359.

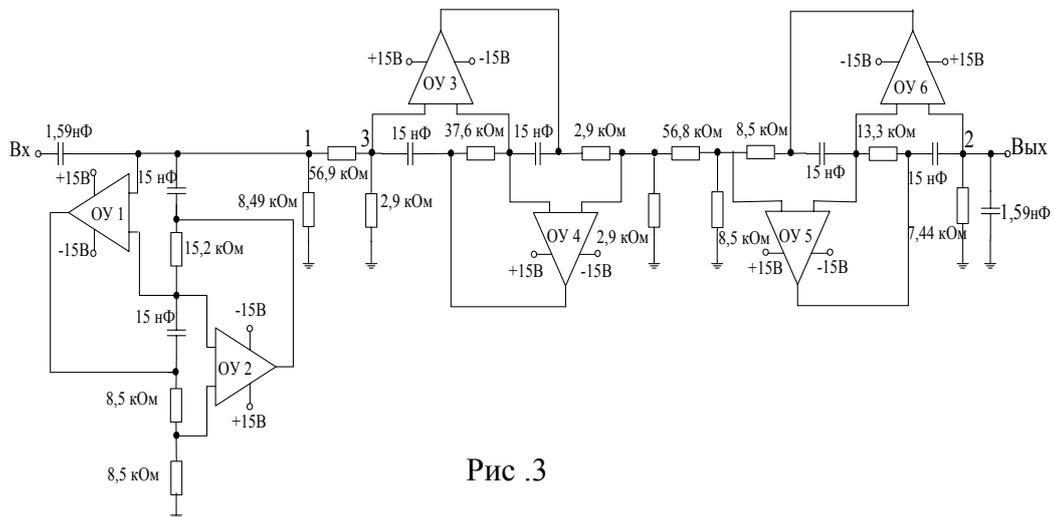


Рис .3

Исследовались выходные напряжения шумов  $U_{\text{вых.ш}}$  фильтров в полосе пропускания  $\Delta f = f_1 - f_2$ , где  $f_1$  и  $f_2$  соответствовали уменьшению максимального напряжения на выходе в 0,28 дБ раз.

Выходное напряжение шума ( $\Delta f = 0,946 \text{ кГц} - 1,051 \text{ кГц} = 105 \text{ Гц}$ ) в ARC-цепи до преобразования в полосе пропускания составляло 537 мкВ. Напряжения шумов в схеме на рис.3 составляло 168 мкВ, т.е оно уменьшилось в 3,2 раза.

Результаты исследования показали, что уменьшение выходного напряжения шума объясняется уменьшением передаточных функций от напряжений шума каждого ОУ в преобразованном активном фильтре, т.е

$$T_{до} = \sqrt{T_{оу1}^2 + T_{оу2}^2 + \dots + T_{оу6}^2}, T_{после} = \sqrt{T_{оу1}^2 + T_{оу2}^2 + \dots + T_{оу6}^2} \text{ и } T_{до} \gg T_{после}.$$

Например, в активном фильтре до преобразования передаточная функция  $T_{до}$  составляла 146,2 на частоте максимума шума на выходе фильтра 1,05 кГц, а в схеме 3 она ( $T_{после}$ ) составляла 44,5, т.е передаточная функция ОУ уменьшалась 3,28 раз.

Максимальные напряжения на выходе фильтра  $U_{\text{вых.макс}}$ , определяющие верхнюю границу динамического диапазона (ДД), были определены из зависимости  $U_{\text{вых}} = f(U_{\text{вх}})$  на частоте 1,05 кГц, на которой получалось максимальное напряжение шумов на выходе фильтра. Задаваясь определенным уровнем отклонения характеристики от линейной (10 %), можно определить  $U_{\text{вых.макс}}$ . В результате моделирования получилось, что верхняя граница ДД на частоте 1,05 кГц до преобразования составляла 670 мВ, а после преобразования увеличилась до 3,48 В.

Таким образом, динамический диапазон после преобразования увеличился за счет уменьшения выходного напряжения шумов и увеличения верхней границы ДД. В схеме до преобразования он составил 61,9 дБ, а в схеме после преобразования ДД = 86,3 дБ.

Приведенные результаты позволяют утверждать, что с помощью преобразований лестничной цепи можно исключить выбросы напряжений в узлах полосовых фильтров, уменьшить выходные шумы и тем самым существенно расширить динамический диапазон.

### Литература

1. Хьюлсман Л. П., Аллен Ф. Е. Введение в теорию и расчет активных фильтров: Пер. с англ.- М.: Радио и связь, 1984.
2. Справочник по расчёту и проектированию ARC – схем. Под ред. А. А. Ланнэ. – М : Радио и связь, 1984.
3. В. В. Мещеряков, И. В. Пенкин. Процедура исключения перегрузок в активных полосовых фильтрах, моделирующих лестничные LC-цепи. Радиотехника, 1991 г., № 11.

4. Зааль Р. Справочник по расчету фильтров. Пер. с нем.-М.:Радио и связь, 1983.

5. Гехер К. Теория чувствительности и допусков электронных цепей. Пер. с англ.-М.:Сов. радио, 1973.

В. В. Масленников, д.т.н., профессор (Московский инженерно-физический институт, каф. 26), vmaslennikov@mail.ru.

В. В. Мещеряков, к. т. н., доцент (Московский инженерно-физический институт, каф. 26).

Зо Мин Аунг, аспирант (Московский инженерно-физический институт, каф. 26).

## МЕТОД АНАЛИЗА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ РАВНОМЕРНО ДВИЖУЩЕГОСЯ ЗАРЯДА НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ МАКСВЕЛЛА

Е. Н. Меньшов

**1. Операторные представления уравнений и их решений.**  
Традиционно электромагнитное поле (ЭМП) движущихся зарядов анализируется посредством интегрирования волновых уравнений (1) для электродинамических потенциалов  $\mathbf{A}$  и  $\varphi$ .

$$\square \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{j}, \quad \square \varphi = -\rho/\epsilon_0. \quad (1)$$

Здесь:  $\square = \Delta - c^{-2} \partial^2 / \partial t^2$  - волновой оператор *Даламбера*;  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$  - электрическая и магнитная постоянные вакуума соответственно;  $\rho$  - объемная плотность электрических зарядов,  $\mathbf{j}$  - вектор плотности тока. Основные характеристики ЭМП определяются из уравнений (2):

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}, \quad \mathbf{E} = -\partial \mathbf{A} / \partial t - \text{grad } \varphi. \quad (2)$$

Для  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  существуют также волновые уравнения:

$$\square \mathbf{H} = -\text{rot } \mathbf{j}, \quad \square \mathbf{E} = \mu_0 \partial \mathbf{j} / \partial t + \text{grad } \rho / \epsilon_0. \quad (3)$$

Из теории ЭМП известно, что уравнение *Даламбера* (1) обладает однозначным решением, выражающимся через объемные интегралы от правых частей соответствующих уравнений. Это означает то, что оператору  $\square$  соответствует обратный оператор  $\square^{-1}$ , который подразумевает следующее равенство:  $\square^{-1} \square = \mathbf{1}$ , где  $\mathbf{1}$  есть тождественный оператор. Тогда:

$$\square^{-1} \square \mathbf{A} \equiv \mathbf{A} = -\mu_0 \square^{-1} \mathbf{j}, \quad \square^{-1} \square \varphi \equiv \varphi = -\square^{-1} \rho / \epsilon_0. \quad (4)$$

Здесь учтено свойство линейности операторов  $\square$  и  $\square^{-1}$  соответственно.

**2. Свойства операторов  $\square$  и  $\square^{-1}$ .** Воспользуемся свойством линейности операторов *Даламбера* и  $\text{grad}$  для того, чтобы обосновать соотношение:

$$\begin{aligned} \text{grad } \square &= (\mathbf{e}_x \partial / \partial x + \mathbf{e}_y \partial / \partial y + \mathbf{e}_z \partial / \partial z) (\partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2 - c^2 \partial^2 / \partial t^2) = \\ &= \partial^2 / \partial x^2 (\mathbf{e}_x \partial / \partial x + \mathbf{e}_y \partial / \partial y + \mathbf{e}_z \partial / \partial z) + \partial^2 / \partial y^2 (\mathbf{e}_x \partial / \partial x + \mathbf{e}_y \partial / \partial y + \mathbf{e}_z \partial / \partial z) + \partial^2 / \partial z^2 \\ &\cdot (\mathbf{e}_x \partial / \partial x + \mathbf{e}_y \partial / \partial y + \mathbf{e}_z \partial / \partial z) - c^2 \partial^2 / \partial t^2 (\mathbf{e}_x \partial / \partial x + \mathbf{e}_y \partial / \partial y + \mathbf{e}_z \partial / \partial z) = \square \text{ grad}. \end{aligned}$$

Аналогичным образом правомерны и другие соотношения:

$$\text{div } \square = \square \text{ div}; \text{ rot } \square = \square \text{ rot}; \partial / \partial t \square = \square \partial / \partial t; \partial^2 / \partial t^2 \square = \square \partial^2 / \partial t^2 \quad (5)$$

Из свойств (5) следуют свойства для обратного оператора *Даламбера* :

$$\begin{aligned} \square^{-1} \text{ grad} &= \square^{-1} \text{ grad } \square \square^{-1} = \square^{-1} \square \text{ grad } \square^{-1} = \text{grad } \square^{-1}; \\ \square^{-1} \text{ div} &= \text{div } \square^{-1}; \text{ rot } \square^{-1} = \square^{-1} \text{ rot}; \\ \square^{-1} \partial / \partial t &= \partial / \partial t \square^{-1}; \square^{-1} \partial^2 / \partial t^2 = \partial^2 / \partial t^2 \square^{-1}. \end{aligned} \quad (6)$$

**3. Представление характеристик ЭМП через безвихревую составляющую электрического поля.** Электрическое поле условно раскладывается на безвихревую (потенциальную) и вихревую (соленоидальную) составляющие. Применим оператор  $\square^{-1}$  к уравнениям (3) и учтем соотношения (5)-(6):

$$\mathbf{H} = -\text{rot } \square^{-1} \mathbf{j} = -\text{rot} (\mathbf{v} \square^{-1} \rho) = [\mathbf{v} \text{ grad} (\square^{-1} \rho)], \quad (7)$$

$$\mathbf{E} = \square^{-1} (\mu_0 \partial \mathbf{j} / \partial t + \text{grad } \rho / \epsilon_0) = \text{grad} (\square^{-1} \rho / \epsilon_0) - \mu_0 \mathbf{v} (\mathbf{v} \text{ grad} (\square^{-1} \rho)). \quad (8)$$

Здесь в квадратных скобках есть векторное произведение, а в круглых скобках – скалярное произведение двух векторов. При этом использовалось типовое выражение для плотности тока  $\mathbf{j} = \rho \mathbf{v}$  и уравнение непрерывности тока в дифференциальной форме, где  $\mathbf{v}$  - вектор скорости равномерно движущегося заряда с объемной плотностью  $\rho$ . Так как  $\mathbf{v} = \text{const}$ , то правомерно следующее выражение

$$\partial \mathbf{j} / \partial t = \mathbf{v} \partial \rho / \partial t = -\mathbf{v} \text{ div} (\rho \mathbf{v}) = -\mathbf{v} (\mathbf{v} \text{ grad } \rho)$$

Обозначим потенциальную составляющую электрического поля через  $\mathbf{E}_\phi$  и выразим её через скалярный потенциал. С учетом (4), имеем

$$\mathbf{E}_\phi = -\text{grad } \phi = \text{grad} (\square^{-1} \rho / \epsilon_0). \quad (9)$$

Подставляя (9) в формулы (8) и (7) соответственно, приходим к следующим выражениям напряженностей ЭМП:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_\phi - c^2 \mathbf{v} (\mathbf{v} \mathbf{E}_\phi), \quad (10)$$

$$\mathbf{H} = \epsilon_0 [\mathbf{v} \mathbf{E}_\phi]. \quad (11)$$

Величина  $\mathbf{E}_\phi$  находится в соответствии с (9), (4), (1) из дифференциального уравнения

$$\square \mathbf{E}_\phi = \text{grad } \rho / \epsilon_0. \quad (12)$$

Плотность энергии электрического поля

$$w_3 = \epsilon_0 (\mathbf{E} \mathbf{E}) / 2 = \epsilon_0 \{ (\mathbf{E}_\phi \mathbf{E}_\phi) - 2c^2 (\mathbf{v} \mathbf{E}_\phi)^2 + (vc^2)^2 (\mathbf{v} \mathbf{E}_\phi)^2 \} / 2 =$$

$$= \varepsilon_0 (E_\varphi)^2 \{1 - 2(v c^{-1})^2 \cos^2 \theta + (v c^{-1})^4 \cos^2 \theta\} / 2. \quad (13)$$

Плотность энергии магнитного поля

$$w_M = \mu_0 H^2 / 2 = \varepsilon_0 c^{-2} [\mathbf{v} \mathbf{E}_\varphi]^2 / 2 = \varepsilon_0 (v c^{-1})^2 (E_\varphi \sin \theta)^2 / 2. \quad (14)$$

Здесь величина  $\theta$  – есть угол между векторами  $\mathbf{E}_\varphi$  и  $\mathbf{v}$ .

Плотность электромагнитной энергии

$$w_3 = w_3 + w_M = \varepsilon_0 (E_\varphi)^2 \{1 - 2(v c^{-1})^2 \cos^2 \theta + (v c^{-1})^4 \cos^2 \theta + (v c^{-1})^2 \sin^2 \theta\} / 2 \quad (1.15)$$

Вектор *Пойтинга*

$$\mathbf{\Pi} = [\mathbf{E} \mathbf{H}] = \varepsilon_0 [\mathbf{v} \{ (E_\varphi)^2 - c^{-2} (\mathbf{v} \mathbf{E}_\varphi)^2 \} - \mathbf{E}_\varphi (\mathbf{v} \mathbf{E}_\varphi) \{ 1 - (v c^{-1})^2 \}] = \quad (16)$$

$$= \varepsilon_0 v (E_\varphi)^2 \{ (\mathbf{e}_v - \cos \theta \mathbf{e}_E) - (v c^{-1})^2 \cos \theta (\cos \theta \mathbf{e}_v - \mathbf{e}_E) \},$$

где  $\mathbf{e}_E$  – единичный вектор, совпадающий с вектором  $\mathbf{E}_\varphi$ . Представим вектор  $\mathbf{E}_\varphi$  в виде суммы двух взаимно перпендикулярных векторов

$$\mathbf{E}_\varphi = E_\varphi \cos \theta \mathbf{e}_v + E_\varphi \sin \theta \mathbf{e}_\perp = \mathbf{E}_{\varphi v} + \mathbf{E}_{\varphi \perp}, \quad (17)$$

где  $\mathbf{e}_v$  – единичный вектор, совпадающий с направлением скорости,  $\mathbf{e}_\perp$  – единичный вектор, перпендикулярный направлению скорости движения заряда. Подставляя (17) в (16), получаем конечное выражение вектора *Пойтинга*

$$\mathbf{\Pi} = \varepsilon_0 v (E_\varphi)^2 [\sin^2 \theta \mathbf{e}_v - \{ 1 - (v c^{-1})^2 \} \sin \theta \cos \theta \mathbf{e}_\perp] = \Pi_v \mathbf{e}_v - \Pi_\perp \mathbf{e}_\perp. \quad (18)$$

Здесь:

$$\Pi_v = \varepsilon_0 v (E_{\varphi \perp})^2, \quad \Pi_\perp = \varepsilon_0 v \{ 1 - (v c^{-1})^2 \} E_{\varphi v} E_{\varphi \perp}. \quad (19)$$

Заметим, представленные формулы построены по принципу иерархического моделирования, в которых каждая реальная физическая характеристика (10)-(18) выражена через элементарную условную динамическую характеристику (9). Такие модели наиболее удобны для анализа физических свойств процессов.

Из (18) следует, что вектор *Пойтинга* можно условно представить в виде двух компонент, зависящих от угла  $\theta$ . Одна компонента  $\Pi_v$  ориентирована в направлении движения заряда. Эта составляющая характеризует поступательный перенос энергии ЭМП, синхронно, с перемещением её источника (заряда). Поскольку её величина пропорциональна  $\sin^2 \theta$ , то она симметрична относительно прямолинейной траектории перемещения заряда. При этом эта составляющая принимает максимальные значения в поперечных направлениях (при  $\theta = \pm \pi/2$ ) и нулевые значения в продольных направлениях (при  $\theta = 0, \theta = \pi$ ).

Другая компонента  $\Pi_\perp$  ориентирована перпендикулярно направлению перемещения заряда. Однако, в зависимости от угла  $\theta$  она меняет свое направление на противоположное: при  $0 \leq \theta \leq \pm \pi/2$  – ориентирована к траектории движения; при  $\pm \pi/2 \leq \theta \leq \pm \pi$  – направлена в обратную сторону. В совокупности эта составляющая совместно с продольной составляющей вызывает обтекание электромагнитной энергией тела, движущегося заряда, как показано на рисунке.

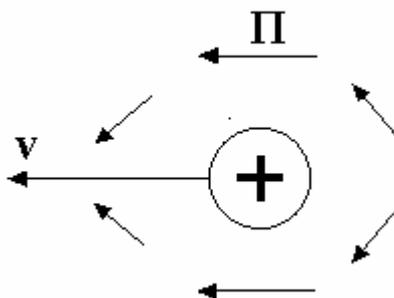


Рисунок. Картина, иллюстрирующая структуру распределения вектора *Пойтинга*

Такое различие обусловлено характером изменения ЭМП, которое следует из уравнения баланса электромагнитной энергии

$$\operatorname{div}\mathbf{\Pi} = -\partial(w_3 + w_m)/\partial t.$$

Тогда в полупространстве, перед зарядом, идет процесс накопления электромагнитной энергии  $w$ , вследствие надвигающегося заряда, поэтому  $(\partial w/\partial t) > 0$ , а  $\operatorname{div}\mathbf{\Pi} < 0$  (наклон  $\mathbf{\Pi}$  отрицательный относительно  $\mathbf{v}$ ). В полупространстве, за зарядом, идет процесс убывания накопленного запаса электромагнитной энергии  $w$ , вследствие удаляющегося заряда, поэтому  $(\partial w/\partial t) < 0$ , а  $\operatorname{div}\mathbf{\Pi} > 0$  (наклон  $\mathbf{\Pi}$  положительный относительно  $\mathbf{v}$ ).

**4. К вопросу преобразования координат.** Применим к (10) оператор  $\operatorname{div}$

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = \operatorname{div}\mathbf{E}_\varphi - c^2 \operatorname{div}\{\mathbf{v}(\mathbf{v}\mathbf{E}_\varphi)\} = \operatorname{div}\mathbf{E}_\varphi - c^2(\mathbf{v}\operatorname{grad}(\mathbf{v}\mathbf{E}_\varphi)). \quad (20)$$

Воспользуемся известным соотношением из векторного анализа

$$\operatorname{grad}(\mathbf{v}\mathbf{E}_\varphi) = (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{E}_\varphi$$

для случая, когда  $\mathbf{v} = \text{const}$ ,  $\operatorname{rot}\mathbf{E}_\varphi \equiv 0$ , ввиду соотношения (9), (где  $\nabla = \operatorname{grad}$  – оператор *Гамильтона*). Тогда (20) примет следующий вид

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = \operatorname{div}\mathbf{E}_\varphi - c^2(\mathbf{v}(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{E}_\varphi). \quad (21)$$

Для левой части (31) воспользуемся третьим уравнением *Максвелла*

$\operatorname{div}\mathbf{E} = \rho/\epsilon_0$ , в правой части  $\mathbf{E}_\varphi$  выразим по формуле (1.9)

$$\begin{aligned} \rho/\epsilon_0 &= \operatorname{div}\operatorname{grad}\square^{-1}\rho/\epsilon_0 - c^2(\mathbf{v}\nabla)(\mathbf{v}\operatorname{grad}(\square^{-1}\rho/\epsilon_0)) = \\ &= \Delta(\square^{-1}\rho/\epsilon_0) - c^2((\mathbf{v}\nabla)(\mathbf{v}\nabla)\square^{-1}\rho/\epsilon_0). \end{aligned}$$

Применяя к последнему уравнению, оператор *Даламбера* и умножая обе части этого уравнения на постоянную величину  $\epsilon_0$ , приходим к следующему равенству

$$\square\rho = \Delta\rho - c^2((\mathbf{v}\nabla)^2\rho). \quad (22)$$

Если потребовать условие инвариантности (inv) объемной плотности заряда  $\rho$ , тогда из (22) следует операторное тождество

$$\square = \Delta - c^2(\mathbf{v}\nabla)^2. \quad (23)$$

Выражение (23) характеризует преобразование оператора *Даламбера*  $\square$  для равномерно движущегося заряда, из которого следует правило

преобразования производных по времени:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} = (\mathbf{v}\nabla)^2$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \pm(\mathbf{v}\nabla) = \pm(v_x\frac{\partial}{\partial x} + v_y\frac{\partial}{\partial y} + v_z\frac{\partial}{\partial z}), \quad (24)$$

где

$$v_x = \frac{\partial X}{\partial t}, \quad v_y = \frac{\partial Y}{\partial t}, \quad v_z = \frac{\partial Z}{\partial t}.$$

В математике (24) рассматривается как оператор полной производной по времени от функции координат вдоль кривой  $\mathbf{r}_0(t)$ , которая в данном случае равна  $\mathbf{v}t$  и выражает мгновенную координату местоположения движущегося со скоростью  $\mathbf{v}$  заряда. Учитывая то, что изначально оператор *Даламбера*  $\square$  действует на ЭМП, пространственное состояние которого описывается положением радиуса вектора  $\mathbf{r}$ , то правомерность (24) возможна только при единственном сочетании координат поля  $\mathbf{r}$  с координатами источника  $\mathbf{r}_0(t)$ :

$$\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{v}t, \quad (25)$$

где

$$\mathbf{R} = X\mathbf{e}_x + Y\mathbf{e}_y + Z\mathbf{e}_z, \quad \mathbf{r} - \mathbf{v}t = (x - v_x t)\mathbf{e}_x + (y - v_y t)\mathbf{e}_y + (z - v_z t)\mathbf{e}_z.$$

Физически выражение (25) означает то, что уравнение движения заряда, заданное относительно произвольного центра отсчета, преобразуется к мгновенной системе координат  $X, Y, Z$ , с началом отсчета, совмещенном с центром движущегося заряда.

Пусть вектор скорости ориентирован в одном из характерных направлений – вдоль координатной оси  $OX$ :  $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_x$ , тогда представляя (24) в виде

$$(\mathbf{v}\nabla) = v\frac{\partial}{\partial x}, \quad (\mathbf{v}\nabla)^2 = v^2\frac{\partial^2}{\partial x^2},$$

можно записать (23) в координатной форме таким образом

$$\square = \{1 - (vc^{-1})^2\}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (26)$$

Далее, заменяя координаты  $x, y, z$  новыми координатами  $x', y', z'$ , по очевидным формулам:

$$x' = x / \{1 - (vc^{-1})^2\}^{1/2}, \quad y' = y, \quad z' = z,$$

приходим к известному преобразованию *Лоренца*. При этом оператор *Даламбера* в форме (26) сворачивается в новой системе координат к оператору Лапласа

$$\Delta' - \square \Rightarrow \Delta' = \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2}{\partial z'^2}, \quad (27)$$

которому соответствует картина поля, аналогичная картине поля электростатики. Поскольку физические законы не зависят от выбора системы отсчета, поэтому равенство (22) должно оставаться *inv*: это возможно в том случае, если с деформацией оператора также изменяется объемная плотность заряда  $\rho'$ , тогда условие *inv* (22) при переходе от подвижной к неподвижной системе координат относительно источника примет следующий вид

$$\square\rho = \Delta'\rho'.$$

Таким образом, получены те же положения, что и в случае традиционного представления ЭМП 4-х мерным векторным формализмом. Но здесь более ясно просматриваются соответствия между

инвариантностью физических характеристик и физических законов, что удобно для анализа процессов.

Меньшов Евгений Николаевич, к.т.н, доцент каф. «Электроснабжение» УлГТУ. Основные научные интересы по теме: «Математическое моделирование электромагнитных элементов и систем» E-mail: men@ulstu.ru.

## ПЯТЬ ФОРМУЛ МЕТОДА СХЕМНЫХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

Т. Миланцей, Г. Н. Славский, В. В. Филаретов

В этом году исполняется 100 лет со времени опубликования четырех формул Фойснера [1, 2], предназначенных для разложения определителей линейных электрических схем (ЛЭС), которые содержат  $z$ - и  $y$ -ветви (сопротивления и проводимости).

### Формулы Фойснера

Первые две из этих формул позволяют свести разложение определителя исходной схемы к разложению определителей более простых производных схем, в которых отсутствует некоторая выделяемая ветвь  $z$  или  $y$

$$\Delta = z\Delta^z + \Delta_z, \quad (1) \qquad \Delta = y\Delta_y + \Delta^y, \quad (2)$$

где  $\Delta$  – определитель схемы, нижний или верхний индексы при символе  $\Delta$  указывают на стягивание или удаление выделяемой ветви соответственно. Стягивание ветви равносильно ее замене на схеме идеальным проводником («перемычкой»).

Другие две формулы требуют представления схемы в виде двух подсхем, имеющих один (формула (3)) или два (формула (4)) общих узла

$$\Delta = \Delta_1 \cdot \Delta_2, \quad (3) \qquad \Delta = \Delta_1 \cdot \Delta_2(a, b) + \Delta_1(a, b) \cdot \Delta_2. \quad (4)$$

где  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  – определители первой и второй подсхем, из которых состоит схема;  $\Delta_1(a, b)$  и  $\Delta_2(a, b)$  – определители схем, образованных соответственно из первой и второй подсхем в результате объединения общих узлов. Формулу (4) можно рассматривать как обобщение формул (1) и (2) при рассмотрении в качестве подсхемы  $z$ - или  $y$ -ветви.

Формулы (1) – (4) наглядно представляются в виде схемно-алгебраических выражений [3] (5) – (8) соответственно



Использование понятия НУИ упрощает анализ схем с идеальными операционными усилителями, не требуя предварительного формирования общего символьного выражения и трудоемкого выполнения предельного перехода. Параметры идеальных операционных усилителей заведомо являются сомножителями и при числителе, и при знаменателе схемной функции. Следовательно, поместив в схему НУИ вместо идеальных операционных усилителей и придав параметрам НУИ значения, равные единице, можно избежать необходимости их последующего сокращения.

Схема не считается несвязной, если имеет с некоторой своей подсхемой только управляющие связи (обусловленные идеальными трансформаторами, взаимоиндуктивностями, УИ, НУИ, и т. д.). Перед анализом такой схемы ее следует преобразовать к связной схеме путем объединения в один узел нескольких произвольных узлов, взятых по одному из каждой подсхемы, имеющей с другими подсхемами только управляющие связи. Такое топологическое преобразование является эквивалентным, то есть не изменяет определитель и не влияет на результат решения задачи анализа. Например, если подсхемы связаны только управляющими связями, как показано на рис. 2 (слева), то следует соединить их в одном узле, как показано на рис. 2 (справа).

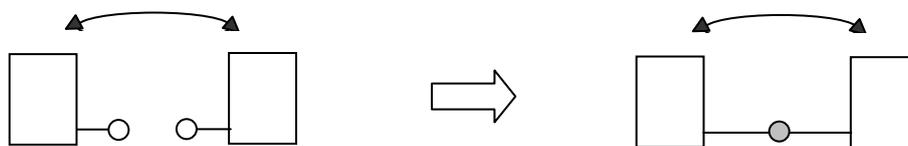


Рис. 2. Подсхемы с управляющими связями

Условие невырожденности схемы – условие отличия от нуля ее определителя – является достаточным условием существования и единственности решения задачи анализа ЛЭС [8, 11, 12]. Схемы, содержащие УИ и НУИ, могут быть вырожденными, несмотря на выполнение свойства связности. Сформулируем общий критерий вырождения.

**Теорема:** Произвольная ЛЭС является вырожденной при выполнении хотя бы одного из трех топологических условий: 1) схема несвязна; 2) в схеме имеется хотя бы один контур, образованный исключительно генераторами напряжения и ГНУИ или исключительно приемниками тока и ПНУИ; 3) схема содержит сечение, включающее только генераторы тока и ГНУИ или только приемники напряжения и ПНУИ.

Частные случаи второго и третьего пунктов теоремы для контуров и сечений, образованных одним элементом (ГНУИ или ПНУИ) иллюстрируются на рис. 3.



Рис. 3. Вырождение схемы в результате размыкания и замыкания ГНУИ или ПНУИ

Случаи вырождения на рис. 3 обобщаются следствием теоремы о вырождении схемы, образованной исключительно НУИ.

Следствие 1: В невырожденной схеме с НУИ все ГНУИ должны образовывать дерево схемы, а ПНУИ входить в его дополнение и наоборот [8, 11, 12].

Частные случаи второго и третьего пунктов теоремы для контуров и сечений, образованных одним элементом (генератором напряжения, приемником тока, источником тока и приемником напряжения) иллюстрируются на рис. 4.

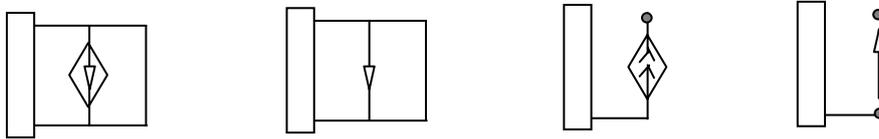


Рис. 4. Вырождение схемы в результате замыкания и размыкания элементов

Более общие случаи контуров и сечений, вырождающих схему, приводятся на рис. 5 – 8.

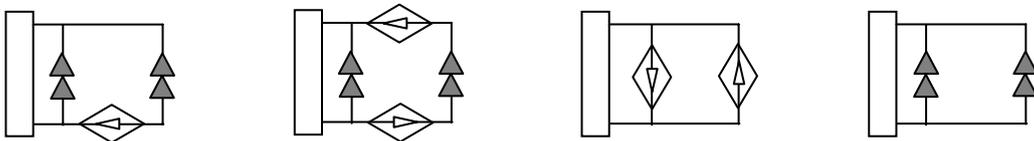


Рис. 5. Вырожденные схемы с контуром из генераторов напряжения и ГНУИ

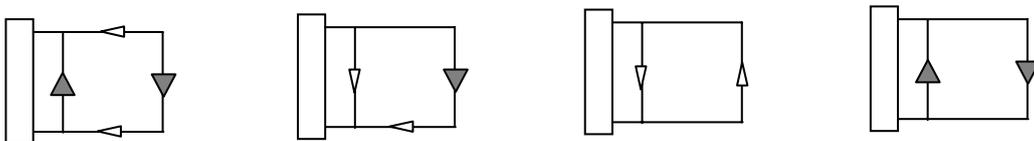


Рис. 6. Вырожденные схемы с контуром из приемников тока и ПНУИ

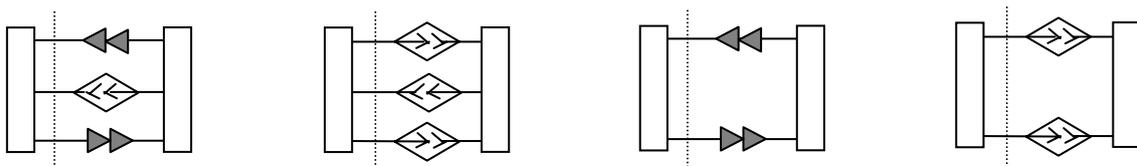


Рис. 7. Вырожденные схемы с сечением из генераторов тока и ГНУИ

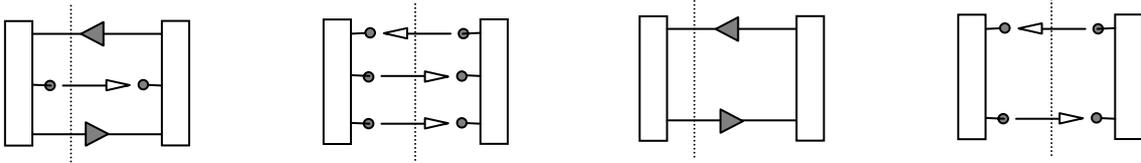


Рис. 8. Вырожденные схемы с сечением из приемников напряжения и ПНУИ

### Формула выделения параметра управляемого источника

Невозможность непосредственного применения формул (1) – (4) для анализа схем с УИ, используемыми в моделях электронных ламп и транзисторов, обусловили забвение этих формул на многие десятилетия. Лишь в 1977 году была опубликована формула выделения параметра УИ [7]

$$\Delta = \chi \Delta(\chi \Rightarrow \text{НУИ}) + \Delta(\chi=0), \quad (9)$$

где  $\Delta(\chi \Rightarrow \text{НУИ})$  – определитель первой производной схемы, полученной из исходной схемы путем придания выделяемому УИ статуса неудаляемого управляемого источника (НУИ);  $\Delta(\chi=0)$  – определитель второй производной схемы, которая образована в результате нейтрализации выделяемого УИ, то есть принятия  $\chi=0$ . Однако два десятилетия (до конца 20 века) эта пятая формула метода схемных определителей не применялась [8, 9], что обусловило преимущественное развитие матричных и графовых методов символьного анализа электрических цепей.

Схемно-алгебраические выражения, иллюстрирующие формулу (9) для различных типов УИ, приводятся на рис. 9.

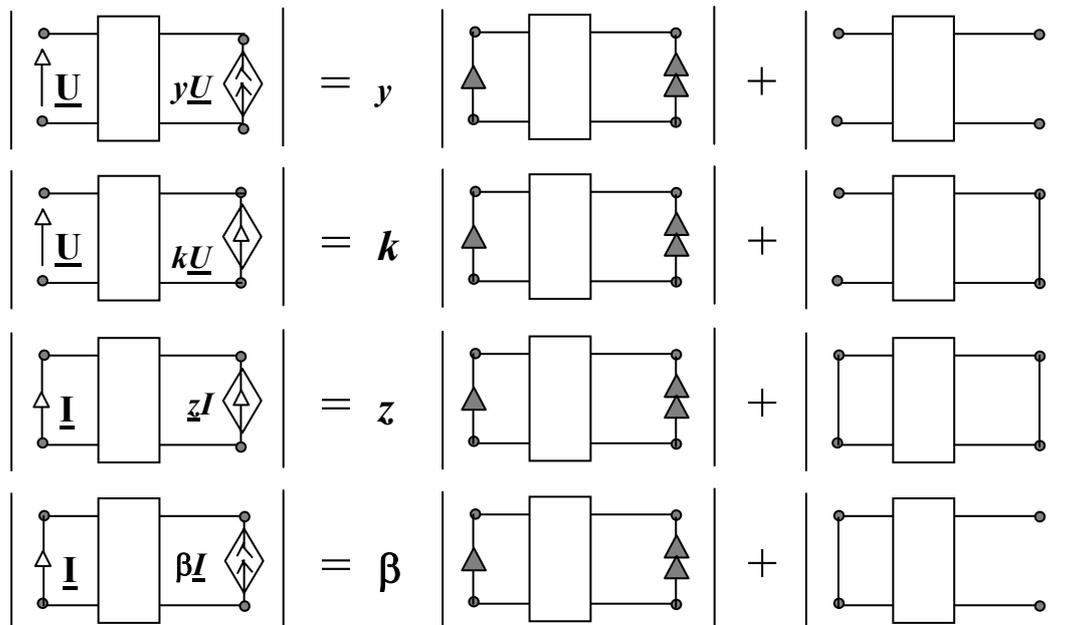


Рис. 9. Выделение параметров УИ

Напомним, что нейтрализация УИ влечет стягивание генераторов напряжения и приемников тока, а также удаление генераторов тока и приемников напряжения. ГНУИ соответствует генератору выделяемого УИ, а ПНУИ – приемнику этого УИ с сохранением ориентации.

Алгоритм разложения схемных определителей

Нахождение определителей схем с НУИ опирается на следующие простые правила [4]: 1) изменение ориентации у ГНУИ или у ПНУИ влечет изменение знака определителя этой схемы; 2) взаимная замена номеров у двух ГНУИ или у двух ПНУИ также вызывает изменение знака определителя; 3) параллельное соединение одноименных и одинаково направленных (по отношению к общему узлу) ГНУИ и ПНУИ эквивалентно короткозамкнутой ветви; 4) последовательное встречное соединение одноименных ГНУИ и ПНУИ эквивалентно разомкнутой ветви.

Правила 3 – 4 иллюстрирует рис. 10.



Рис. 10. Образование короткозамкнутых и разомкнутых ветвей

В результате рекурсивного применения формул (1) – (4) и (9) получается символьное выражение определителя схемы или нуль (в случае вырожденной схемы). Если правил 1 – 4 недостаточно для раскрытия схемного определителя, то применяется формула выделения НУИ [9, 10].

Алгоритм разложения схемных определителей предусматривает рекурсивное выполнение следующей последовательности шагов для исходной схемы и производных от нее схем: 1) образование короткозамкнутых и разомкнутых ветвей в соответствии с правилами 1, 2 и рис. 5; 2) сведение параллельных проводимостей и последовательных сопротивлений; 3) проверка вырожденности схемы с использованием теоремы и ее следствия; 4) применение формул (1), (2) и (9) по отношению к элементам, удаление или стягивание которых приводит к вырожденным схемам (частные случаи формул (1) и (2)); 5) применение формулы (3); 6) применение формулы (4) по отношению к подсхемам, одна из которых является вырожденной при становится вырожденной при объединении внешних узлов; 7) применение формулы (4) в общем случае, предпочтение отдается варианту, при котором подсхемы содержат примерно одинаковое число элементов и узлов; 8) использование формул (1), (2) или (9) в общем случае; предпочтение отдается тому элементу, нейтрализация которого

приводит к нейтрализации или преобразованию в нуль наибольшего числа элементов.

При делении на подсхемы в пунктах 5 – 7 не допускается размещение одноименных генератора и приемника в различных подсхемах. В результате работы алгоритма формируется вложенное выражение схемного определителя или обнаруживается вырожденность схемы.

### Нахождение символьных выражений откликов

Метод схемных определителей обычно предусматривает нахождение символьной схемной функции в виде отношения двух определителей: схемы числителя и схемы знаменателя. Однако в теории цепей, как правило, особенно при наличии нескольких независимых источников, представляет интерес нахождение откликов напряжения и тока, а схемная функция рассматривается как промежуточный результат анализа. Поэтому рассмотрим нахождение откликов непосредственно из формулы (9), минуя нахождение схемных функций и применение каких-либо дополнительных формул.

Без потери общности будем рассматривать схему, содержащую источник ЭДС  $\underline{E}$ , источник тока  $\underline{J}$  и приемник с искомым током  $\underline{I}$ , которая показана на рис. 11,а. От этой схемы, используя формальную замену  $\underline{I}/\underline{I}$  для множителя 1 при  $\underline{E}$  и  $\underline{J}$  нетрудно перейти к эквивалентной схеме на рис. 11,б.

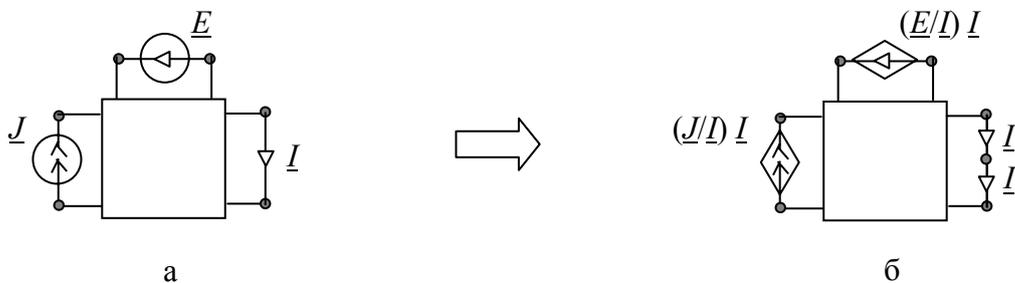


Рис. 11. Эквивалентная замена независимых источников на источники, управляемые током

Схема на рис. 11,б не содержит независимых источников, следовательно, ее определитель при токе  $\underline{I}$ , отличном от нуля, должен быть тождественно равен нулю, то есть схема на рис. 11,б является вырожденной. Применяя формулу (9) к схеме на рис. 11,а, получаем схемно-алгебраическое выражение

$$\left| \begin{array}{c} (E/I) I \\ (J/I) I \\ \text{Circuit} \end{array} \right| = (J/I) \left| \begin{array}{c} \text{Circuit} \\ \text{Circuit} \end{array} \right| + (E/I) \left| \begin{array}{c} \text{Circuit} \\ \text{Circuit} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit} \\ \text{Circuit} \end{array} \right|$$



Опуская промежуточные выкладки, получаем

$$\underline{U} = - \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with } \underline{E} \underline{U} \text{ source and } \underline{J} \underline{U} \text{ source} \\ \text{Circuit diagram with } \underline{U} \text{ source} \end{array} \right| \quad (12)$$

где символ  $\underline{U}$ , который помечает схемный определитель, указывает на вырождение всех схем, образованных при его раскрытии и не содержащих приемника с напряжением  $\underline{U}$ . Это означает, что слагаемые числителя могут содержать в качестве сомножителей, либо  $\underline{J}$ , либо  $\underline{E}$ , но не произведение  $\underline{E} \underline{J}$ , поскольку параллельное включение двух ПНУИ порождает вырожденную схему согласно следствию 1.

**Пример анализа активной RC-цепи с многопетлевой обратной связью**

Анализируемая цепь и ее схема замещения [13] показаны на рис. 13.

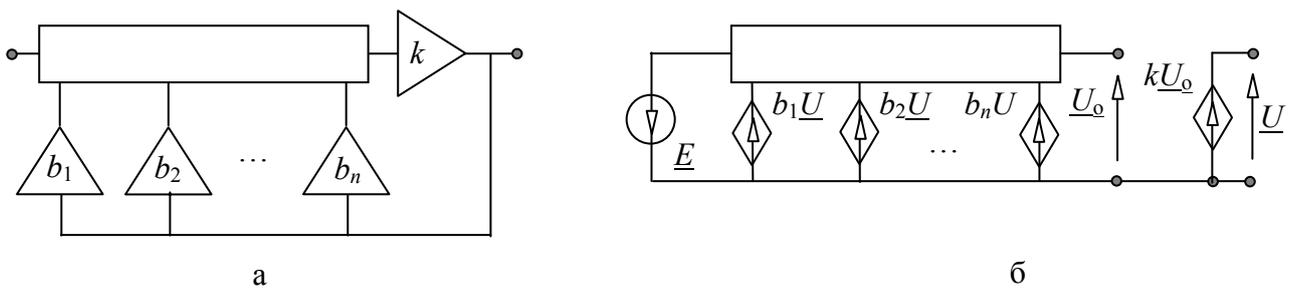


Рис. 13. Активная RC-цепь и ее схема замещения

Используя САВ (12), можно записать выходное напряжение схемы в виде  $\underline{U} = -\Delta N / \Delta D$ . Преобразование САВ для  $\Delta N$  к алгебраическому виду выглядит следующим образом

$$\begin{aligned} \Delta N &= \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta N \text{ with } \underline{E} \underline{U} \text{ source and } \underline{U} \text{ source} \end{array} \right| = \\ &= \underline{E} \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta N \text{ with } \underline{U} \text{ source} \end{array} \right| = \\ &= \underline{E} k \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta N \text{ with } \underline{U} \text{ source and current sources } 0, 1, 0 \end{array} \right| = \end{aligned}$$

$$= -\underline{E}k \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \text{---} \end{array} \right|$$

Аналогично выполняется преобразование к алгебраическому виду САВ для  $\Delta D$

$$\begin{aligned} \Delta D &= \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \text{---} \end{array} \right| = \\ &= k \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \text{---} \end{array} \right| = \\ &= k \left( b_1 \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \text{---} \end{array} \right| \right) + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \text{---} \end{array} \right| = \\ &= -k \left( b_1 \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \text{---} \end{array} \right| + b_2 \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \text{---} \end{array} \right| + \dots + \right. \\ &\quad \left. + b_n \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \text{---} \end{array} \right| \right) + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \text{---} \end{array} \right|. \end{aligned}$$

Минус перед параметром  $k$  объясняется однократной взаимной заменой номеров у ПНУИ для образования идеального проводника. Обратим внимание на то, что отношение единственного определителя числителя к последнему определителю в выражении для знаменателя является передаточной функцией по напряжению  $\chi$  выделенного  $(n+2)$ -полюсника при заземленных нижних выводах. Разделив и числитель, и знаменатель выражения  $-\Delta N/\Delta D$  на этот последний определитель,

получаем известное выражение для активной  $RC$ -цепи с многопетлевой обратной связью [13]

$$\underline{U} = \frac{Ek\chi}{1 - k(b_1\beta_1 + b_2\beta_2 + \dots + b_n\beta_n)}, \quad (13)$$

где  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$  – коэффициенты передачи напряжения внешнего  $(n+2)$ -полюсника в случаях заземления его левого полюса и  $n-1$  нижних полюсов при подаче напряжения на 1, 2, ...  $n$  нижние полюсы соответственно. Важно, что указанный  $(n-2)$ -полюсник может содержать управляемые источники также, как и исходная схема на рис. 13,б. В этом состоит общий характер предлагаемой методики по сравнению с традиционной методикой анализа активных фильтров [14]. Другим важным достоинством метода схемных определителей является возможность получения схемно-алгебраических выражений с участием многополюсников, что формирует «системное мышление», и позволяет сконцентрировать внимание проектировщика электронного устройства на взаимосвязи его функциональных блоков.

### Выводы

1. Для эффективного символьного анализа электрических цепей с произвольным набором линейных элементов достаточно пяти формул разложения схемных определителей: (1) – (4) и (9), а выражения вида (11) и (12) легко могут быть получены как решения уравнения  $\Delta=0$ . Минимизация объема схемно-алгебраических выкладок и сложности результирующих выражений достигается использованием предложенного алгоритма.

2. Формула (9) обобщает формулы (1) и (2), поскольку проводимость и сопротивление являются частными случаями источника тока, управляемого напряжением, и источника напряжения, управляемого током, соответственно. Предназначение формул (3) и (4) состоит в том, чтобы уменьшить объем проводимых выкладок и сложность формируемых выражений в результате деления исходной схемы и производных от нее схем на части.

3. Формально, если не ставить задачу повышения эффективности символьного анализа, единственной формулы (9) – пятой формулы метода схемных определителей (формулы Хашемина [7]) – достаточно, чтобы выполнить анализ линейной инвариантной во времени цепи с сосредоточенными элементами и произвольным числом воздействий, минуя как отображение схем матрицами или графами, так и формирование схемных функций.

## Литература

1. Feussner W. Ueber Stromverzweigung in netzformigen Leitern // *Annalen der Physik.*– 1902.– Bd 9, N 13.– S. 1304–1329.
2. Feussner W. Zur Berechnung der Stromstarke in netzformigen Leitern // *Annalen der Physik.*– 1904.– Bd 15, N 12.– S. 385–394.
3. Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ линейных электронных цепей на основе схемно-алгебраических формул выделения параметров многополюсников // *Электричество.*– 2003.– № 6.– С. 52–65.
4. Braun J. Topological analysis of networks containing nullators and norators // *Electronics letters.*– 1966.– Vol. 2, No. 11.– P. 427–428.
5. Braun J. Method of singular elements in the theory of active nonreciprocal networks: Ph.D. dissertation / *Rozprawy Československé Akademie VĚD.*– Praha, 1969.– 60 p.
6. Parten M.E. Seacat R.H. Topological analysis of networks containing nullators and norators using residual networks // *23rd annual Southwestern IEEE conference and exhibition.*– New York, USA, 1971.– P. 39–42.
7. Hashemian R. Symbolic representation of network transfer functions using norator-nullator pairs // *Electronic circuits and systems.*– 1977.– Vol. 1, No. 6 (November).– P. 193–197.
8. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // *Электричество.*– 1998.– № 5.– С. 43–52.
9. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // *Электричество.*– 2001.– № 4.– С. 43–51.
10. Filaretov V.V., Korotkov A.S. Generalized parameter extraction method in network symbolic analysis // *Proceedings of the European conference on circuit theory and desing (ECCTD–2003).*– Kraków, Poland, 2003.– Vol. 2.– P. 406–409.
11. Ozawa T. Topological conditions for the solvability of linear active networks // *Circuit Theory and Applications.*– 1976.– Vol. 4.– P. 125–136.
12. Milic M.M. General passive networks – solvability, degeneracies, and order of complexity // *IEEE Transactions on circuits and systems.*– 1974.– Vol. CAS-21.– No. 2 (March).– P. 177–183.
13. Slavski G.N. Single Op Amp high order polynomial ARC low-pass-filter // *Proc. Int. Symp. SCS.*– Iasi, Romania.– July 2003.– Vol.2– P. 349–352.
14. Славский Г.Н. Активные  $RC$ -,  $RCL$ -фильтры и избирательные усилители.– М.: Связь, 1966.– С. 63–65.

Milancej Tadeusz , Ph. Dr., consulter  
80–419 Gdansk, ul. Dubois 39. Tel. 341–03–41.

Славский Глеб Николаевич, профессор-консультант кафедры «Радиотехника и телекоммуникации» Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Дом. тел.: 552–52–10. tagl2@mail.ru.

## СХЕМНО-ТОПОЛОГИЧЕСКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ МАТРИЧНЫХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

Е. А. Павлова, В. В. Филаретов

Начала теории определителей, истоки которой восходят к работе *Готфрида Лейбница* 1693 года [1], содержат некоторое методическое противоречие. С одной стороны, определитель матрицы в виде суммы отдельных слагаемых можно найти без использования порядковой нумерации строк и столбцов, применив для этого, например, буквенные обозначения. С другой стороны, желая получить компактное (вложенное) выражение определителя с помощью разложения *Лапласа* по строке (столбцу) или нескольким строкам (столбцам), приходится использовать понятие алгебраического дополнения, которое отличается от соответствующего минора матрицы знаком, учитывающим порядковые номера строк и столбцов [2].

Для матриц высокой размерности индуктивное построение определителя оказывается предпочтительным или единственно возможным. Разложение определителя матрицы  $A$  по некоторому элементу  $a_{ij}$  (выделение элемента  $a_{ij}$ ) имеет вид

$$\Delta = (-1)^{i+j} a_{ij} \Delta_{ij} + \Delta(a_{ij}=0), \quad (1)$$

где  $\Delta_{ij}$  – минор, то есть определитель матрицы, образованной из матрицы  $A$  путем вычеркивания строки  $i$  и столбца  $j$ ;  $\Delta(a_{ij}=0)$  – определитель матрицы, полученной из матрицы  $A$  в результате удаления элемента  $a_{ij}$ . Формула (1) применяется к определителям  $\Delta_{ij}$  и  $\Delta(a_{ij}=0)$  рекурсивно до получения матриц первого порядка и вырожденных матриц.

Теорема *Лапласа* в ее общем или специальных случаях довольно широко используется при аналитическом решении систем линейных алгебраических уравнений и формировании символьных схемных функций [3 – 7]. При этом нахождение знака требует существенной доли в затратах времени на разложение определителей. Это связано не только и не столько с наличием дополнительных операций сложения, а прежде всего, с необходимостью перенумерации строк и столбцов в результате выделения элементов матриц.

Алгебраическое правило нахождения знака (см. формулу (1)), возможно, обладает наглядностью при раскрытии определителей вручную. Однако в случае матриц высокой размерности, которые имеют, как правило, высокую разреженность, приходится использовать их списочное кодирование, задавая списками-множествами только ненулевые элементы. Соответствующие методы опираются на графовые (топологические) представления и широко используются в настоящее время при численном решении систем уравнений [8]. Таким образом, современные технологии

решения систем уравнений фактически отрицают понятие матрицы как таблицы элементов.

При разложении определителя матрицы в символьном (буквенном) виде также желательно ее представление в виде топологического объекта, в котором номера строк и столбцов служат лишь для указания расположения элементов и не должны непосредственно использоваться для вычисления знаков.

Пусть матрица задается списком  $P$  ее ненулевых элементов. В каждом элементе списка  $p_k$ , кроме буквенного обозначения или численного значения соответствующего элемента матрицы, содержатся его координаты – номера строки и столбца. Введем функцию совпадения  $sim(i,j)$ , равную 1 при  $i=j$  и  $-1$  при  $i \neq j$ . Тогда определитель матрицы  $A$  раскрывается рекурсивно по формуле [9]

$$\Delta = sim(i,j) a_{ij} \Delta_{ij}(i \rightarrow j) + \Delta(a_{ij}=0), \quad (2)$$

где  $\Delta_{ij}(i \rightarrow j)$  – определитель матрицы, которая задана списком, образованным из списка матрицы  $A$  в результате следующих преобразований: 1) вычеркивания элементов с номерами строки  $i$  и (или) столбца  $j$ ; 2) замены номера  $i$  в списке элементов матрицы на номер  $j$ . Если  $i=j$ , то второе преобразование не выполняется.

### Пример.

$$\begin{aligned} \det \begin{bmatrix} a_{11} & b_{12} & c_{13} & d_{14} \\ e_{21} & f_{22} & g_{23} & k_{24} \\ l_{31} & m_{32} & n_{33} & o_{34} \\ p_{41} & h_{42} & r_{43} & s_{44} \end{bmatrix} &= sim(1,1) \cdot a \cdot \Delta_{11}(1 \rightarrow 1) + sim(1,2) \cdot b \cdot \Delta_{12}(1 \rightarrow 2) + sim(1,3) \cdot c \cdot \Delta_{13}(1 \rightarrow 3) + \\ &+ sim(1,4) \cdot d \cdot \Delta_{14}(1 \rightarrow 4) = a \cdot \det \begin{bmatrix} f_{22} & g_{23} & k_{24} \\ m_{32} & n_{33} & o_{34} \\ h_{42} & r_{43} & s_{44} \end{bmatrix} - b \cdot \det \begin{bmatrix} e_{22} & g_{23} & k_{24} \\ l_{32} & n_{33} & o_{34} \\ p_{42} & r_{43} & s_{44} \end{bmatrix} - c \cdot \det \begin{bmatrix} e_{23} & f_{22} & k_{24} \\ l_{33} & m_{32} & o_{34} \\ p_{43} & h_{42} & s_{44} \end{bmatrix} - \\ &- d \cdot \det \begin{bmatrix} e_{24} & f_{22} & g_{23} \\ l_{34} & m_{32} & n_{33} \\ p_{44} & h_{42} & r_{43} \end{bmatrix} = a \cdot [sim(2,2) \cdot f \cdot \Delta_{22}(2 \rightarrow 2) + sim(2,3) \cdot g \cdot \Delta_{23}(2 \rightarrow 3) + sim(2,4) \cdot k \cdot \Delta_{24}(2 \rightarrow 4)] - \\ &- b \cdot [sim(2,2) \cdot e \cdot \Delta_{22}(2 \rightarrow 2) + sim(2,3) \cdot g \cdot \Delta_{23}(2 \rightarrow 3) + sim(2,4) \cdot k \cdot \Delta_{24}(2 \rightarrow 4)] - \\ &- c \cdot [sim(2,3) \cdot e \cdot \Delta_{23}(2 \rightarrow 3) + sim(2,2) \cdot f \cdot \Delta_{22}(2 \rightarrow 2) + sim(2,4) \cdot k \cdot \Delta_{24}(2 \rightarrow 4)] - \\ &- d \cdot [sim(2,4) \cdot e \cdot \Delta_{24}(2 \rightarrow 4) + sim(2,2) \cdot f \cdot \Delta_{22}(2 \rightarrow 2) + sim(2,3) \cdot g \cdot \Delta_{23}(2 \rightarrow 3)] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= a \left[ f * \det \begin{pmatrix} n_{33} & o_{34} \\ r_{43} & s_{44} \end{pmatrix} - g * \det \begin{pmatrix} m_{33} & o_{34} \\ h_{43} & s_{44} \end{pmatrix} - k * \det \begin{pmatrix} m_{34} & n_{33} \\ h_{44} & r_{43} \end{pmatrix} \right] - \\
&- b * \left[ e * \det \begin{pmatrix} n_{33} & o_{34} \\ r_{43} & s_{44} \end{pmatrix} - g * \det \begin{pmatrix} l_{33} & o_{34} \\ p_{43} & s_{44} \end{pmatrix} - k * \det \begin{pmatrix} l_{34} & n_{33} \\ p_{44} & r_{43} \end{pmatrix} \right] - \\
&- c * \left[ -e * \det \begin{pmatrix} m_{33} & o_{34} \\ h_{43} & s_{44} \end{pmatrix} + f * \det \begin{pmatrix} l_{33} & o_{34} \\ p_{43} & s_{44} \end{pmatrix} - k * \det \begin{pmatrix} l_{33} & m_{34} \\ p_{43} & h_{44} \end{pmatrix} \right] - \\
&- d * \left[ -e * \det \begin{pmatrix} m_{34} & n_{33} \\ h_{44} & r_{43} \end{pmatrix} + f * \det \begin{pmatrix} l_{34} & n_{33} \\ p_{44} & r_{43} \end{pmatrix} - g * \det \begin{pmatrix} l_{34} & m_{33} \\ p_{44} & h_{43} \end{pmatrix} \right] = \\
&= a * \left[ \begin{array}{l} f * \{ \text{sim}(3,3) * n * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) + \text{sim}(3,4) * o * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) \} - \\ g * \{ \text{sim}(3,3) * m * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) + \text{sim}(3,4) * o * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) \} - \\ k * \{ \text{sim}(3,4) * m * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) + \text{sim}(3,3) * n * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) \} \end{array} \right] - \\
&- b * \left[ \begin{array}{l} e * \{ \text{sim}(3,3) * n * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) + \text{sim}(3,4) * o * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) \} - \\ g * \{ \text{sim}(3,3) * l * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) + \text{sim}(3,4) * o * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) \} - \\ k * \{ \text{sim}(3,4) * l * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) + \text{sim}(3,3) * n * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) \} \end{array} \right] - \\
&- c * \left[ \begin{array}{l} -e * \{ \text{sim}(3,3) * m * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) + \text{sim}(3,4) * o * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) \} + \\ f * \{ \text{sim}(3,3) * l * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) + \text{sim}(3,4) * o * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) \} - \\ k * \{ \text{sim}(3,3) * l * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) + \text{sim}(3,4) * m * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) \} \end{array} \right] - \\
&d * \left[ \begin{array}{l} -e * \{ \text{sim}(3,4) * m * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) + \text{sim}(3,3) * n * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) \} + \\ f * \{ \text{sim}(3,4) * l * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) + \text{sim}(3,3) * n * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) \} - \\ g * \{ \text{sim}(3,4) * l * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) + \text{sim}(3,3) * m * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) \} \end{array} \right] = \\
&= a * [ f * \{ n * |s_{44}| - o * |r_{44}| \} - g * \{ m * |s_{44}| - o * |h_{44}| \} - k * \{ -m * |r_{44}| + n * |h_{44}| \}] - \\
&b * [ e * \{ n * |s_{44}| - o * |r_{44}| \} - g * \{ l * |s_{44}| - o * |p_{44}| \} - k * \{ -l * |r_{44}| + n * |p_{44}| \}] - \\
&c * [ -e * \{ m * |s_{44}| - o * |h_{44}| \} + f * \{ l * |s_{44}| - o * |p_{44}| \} - k * \{ l * |h_{44}| - m * |p_{44}| \}] - \\
&d * [ -e * \{ -m * |r_{44}| + n * |h_{44}| \} + f * \{ -l * |r_{44}| + n * |p_{44}| \} - g * \{ -l * |h_{44}| + m * |p_{44}| \}] = \\
&= a * [ f(n * s - o * r) - g(m * s - o * h) + k * m * r - k * n * h] - \\
&- b * [ e * n * s - e * o * r - g * l * s + g * o * p + k * l * r - k * n * p] - \\
&- c * [ -e * m * s + e * o * h + f * l * s - f * o * p - k * l * h + k * m * p] - \\
&- d * [ e * m * r - e * n * h - f * l * r + f * n * p + g * l * h - g * m * p] =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= a^*f^*n^*s - a^*f^*o^*r - a^*g^*m^*s + a^*g^*o^*h + a^*k^*m^*r - a^*k^*n^*h - \\
&- b^*e^*n^*s + b^*e^*o^*r + b^*g^*l^*s - b^*g^*o^*p - b^*k^*l^*r + b^*k^*n^*p + \\
&+ c^*e^*m^*s - c^*e^*o^*h - c^*f^*l^*s + c^*f^*o^*p + c^*k^*l^*h - c^*k^*m^*p - d^*e^*m^*r + \\
&+ d^*e^*n^*h + d^*f^*l^*r - d^*f^*n^*p - d^*g^*l^*h + d^*g^*m^*p.
\end{aligned}$$

Таким образом, в формуле (2) операция сложения номеров строки и столбца заменена операцией сравнения, которая применима не только к цифровым, но и к буквенным, знаковым и т. д. объектам. Затраты на изменение пометок объектов несопоставимо меньше тех, которые требуются при порядковой нумерации строк и столбцов после выделения очередного элемента матрицы по формуле (1).

Выражения определителей, полученные на основе формул (1) и (2), могут различаться только знаками при некоторых подвыражениях и полностью совпадают при раскрытии скобок. Ниже приведен пример разложения определителя матрицы четвертого порядка по формуле (2). Для наглядности список элементов помещен в матрицу.

Для доказательства формулы (2) используется то обстоятельство, что матрица порядка  $n$  может быть отображена электрической схемой с  $n^2$  источниками тока, управляемыми напряжением, которая имеет  $n+1$  узлов. При разложении определителя такой схемы используем метод стягивания и удаления ветвей [10]). Соответствующая формула применительно к рассматриваемому случаю будет иметь вид

$$\Delta = \text{sim}(i,j)G_{i0j0}\Delta_G + \Delta(G_{i0j0}=0), \quad (3)$$

где  $G_{i0j0}$  – параметр источника тока, направленного от узла  $i$  к узлу 0, управляемого напряжением, ориентированным от узла  $j$  к узлу 0;  $\Delta_G$  – определитель схемы, полученной из первоначальной схемы в результате следующих преобразований: 1) стягивание генератора (приемника) выделяемого управляемого источника таким образом, чтобы генераторы тока (приемники напряжения), которые присоединены к узлу  $i$  (узлу  $j$ ) переключились на узел 0; 2) объединение узлов  $i$  и  $j$ ;  $\Delta(G_{i0j0}=0)$  – определитель схемы, образованной из первоначальной схемы путем нейтрализации выделяемого управляемого источника.

Преобразование 1 в формуле (3) соответствует вычеркиванию строки  $i$  и столбца  $j$  в матрице  $A$ , а преобразование 2 изоморфно замене номеров  $i \rightarrow j$ , что доказывает формулу (2) и подтверждает эквивалентность вложенных выражений определителей матрицы и отображающей ее схемы, получаемых с помощью формул (2) и (3).

Операции со схемой, отображающей матрицу  $A$ , изоморфны операциям с полной [4] (неопределенной [5]) матрицей, полученной

из матрицы  $A$  добавлением базисных  $(n-1)$ -й строки и  $(n-1)$ -го столбца, содержащих избытки строк и столбцов соответственно

$$a_{k,n+1} = -\sum_{l=1}^n a_{kl} \quad \text{и} \quad a_{n+1,k} = -\sum_{l=1}^n a_{kl}.$$

Сумма элементов всех строк, как и столбцов, неопределенной матрицы равна нулю, а операции над ней в соответствии с формулой (2) приводят к нахождению ее минора, являющегося искомым определителем.

Схемные представления в виде определителей схемы и ее миноров позволяют также дать новую более наглядную и эффективную в компьютерной реализации интерпретацию формулам разложения матричных определителей по частям (метод объединения строк-подсхем [11] и методы схемных миноров [12]). При этом знак объединения подматриц-подсхем заменяет понятие знака алгебраического дополнения и является порождением двух (а не одного) схемных миноров, что представляется логичным. Вычисление знака и в этих случаях выполняется топологически, что отвечает списочному кодированию элементов матриц [8].

#### Выводы

Понятия определителя схемы и ее минора имеют самостоятельное значение в теории электрических цепей. Схемные представления не только не повторяют матричный язык, но и позволяют видоизменить или усовершенствовать некоторые соотношения для матричных определителей. Схемный определитель в отличие от матричного определителя принципиально не содержит взаимно уничтожающихся слагаемых, которые порождаются расположением параметра элемента схемы в четырех позициях матрицы с разными знаками, что требует использования специальных формул. Наконец, и это весьма важно в приложениях, схемный определитель инвариантен к способу задания параметров схемы и для его формирования достаточно списка элементов схемы. В то же время способ задания параметров влияет на выбор матрицы схемы, соответствующих правил ее построения и формул разложения определителя.

#### Литература

1. Muir T. The theory of determinants in the historical order of development: Vol. 1.– London, 1906.
2. Борович З.И. Определители и матрицы.– М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988.– 184 с.
3. Smit J. The efficient calculation of symbolic determinants // Proc. of the ACM symposium on symbolic and algebraic computation.– 1976.– P. 105–113.
4. Сигорский В.П. Анализ электронных схем.– Киев: Гос. изд-во техн. лит. УССР, 1963.– 199 с.

5. Чуа Л.О., Лин П.М. Машинный анализ электронных схем: Алгоритмы и вычислительные методы.– М.: Энергия, 1980.– 640 с.
6. Pierzchala M., Rodanski B. Obtaining symbolic network functions of large circuits by block decomposition of the node admittance matrix // Proc. of the European conference on circuit theory and design.– 1995.– P. 71–74.
7. Verhaegen W., Gielen G. An efficient evaluation scheme for linear transfer functions using the determinant decision diagram representation of the system determinant // Proc. of the fifth international workshop on symbolic methods and applications in circuit design.– 1998.– P. 125-129.
8. Писсанецки С. Технология разреженных матриц.– Москва: Мир, 1988.– 410 с.
9. Филаретов В.В. О взаимосвязи схемного и матричного определителей // Системы искусственного интеллекта: Алгоритмы обработки и модели: Тр. междунар. конф. КЛИН–2002.– УлГТУ.– 2002.– Т. 4.– С. 85–92.
10. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // Электричество.– 2001.– № 4.– С. 41–53.
11. Филаретов В.В. Схемное отображение матрицы для символьного решения систем линейных алгебраических уравнений // Логико-алгебраические методы, модели, прикладные применения: Тр. междунар. конф. КЛИН–2001.– Ульяновск: УлГТУ, 2001.– Т. 3.– С. 13–15.
12. Филаретов В.В. Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям // Электричество.– 2001.– № 8.– С. 33–42.

Павлова Екатерина Андреевна, студентка группы ИСТд-21 Ульяновского государственного технического университета. E-mail: katerina85@inbox.ru.

## **СПОСОБ ФОРМАЛИЗАЦИИ ОПИСАНИЯ ТОПОЛОГИИ РС-ЭЛЕМЕНТОВ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ**

А. Ю. Печенкин, П. А. Ушаков

РС-элементы с распределенными параметрами, выполненные в виде многослойных пленочных структур с проводящими контактами по периметру резистивного слоя, с различными неоднородностями в

распределении удельных параметров пленочных слоев являются прекрасной основой для формирования практически любых в ограниченном диапазоне частот (времени) амплитудно-частотных и импульсных (переходных) характеристик [1]. Однако методик синтеза топологии RC-элементов с распределенными по поверхности параметрами (RC-ЭРП) по заданным частотным и временным характеристикам пока не существует, если не считать работу [2], в которой синтез осуществляется в рамках конструкции с достаточно жестким набором конструктивных параметров.

Проблема так называемого «структурного синтеза» применительно к RC-ЭРП практически не ставилась из-за чрезвычайно большого количества различных физически реализуемых конструктивных вариантов элементов [3]. Однако, на наш взгляд, для решения задачи структурного синтеза, т.е. поиска варианта конструкций RC-ЭРП, обеспечивающей реализацию заданных характеристик, можно использовать движение в многомерном пространстве конструктивных параметров элемента с помощью генетических алгоритмов.

Сущность этого подхода заключается в том, что первоначально определяется некоторый набор (популяция) конструктивных вариантов RC-ЭРП, каждый член которого имеет ту или иную конструктивную особенность. Затем формируется описание совокупности признаков каждого из членов популяции, а далее, в соответствии с типичными правилами развития популяции с описаниями производятся операции «скрещивания», «мутации», «инверсии» и т.д. Среди всех членов популяции производится отбор тех особей, которые обладают лучшими в определенном смысле характеристиками. Эти члены составляют новую популяцию, в рамках которой вновь проводятся операции генетического алгоритма. Если после нескольких циклов развития требуемая характеристика не улучшается, то процесс прекращается и полученное в результате реализации генетического алгоритма описание превращают в привычный вид конструкции элемента.

Практика показывает, что наиболее удобным для проведения операций генетического алгоритма является описание топологии RC-ЭРП в виде битовой последовательности. При этом можно автоматизировать как операцию кодирования по выбранной топологии, так и операцию декодирования полученной в результате развития битовой последовательности в новую топологию.

Проиллюстрируем процесс кодирования (пока ручным методом) на конкретном примере. Пусть топология RC-ЭРП имеет вид, изображенный на рис. 1 *a*.

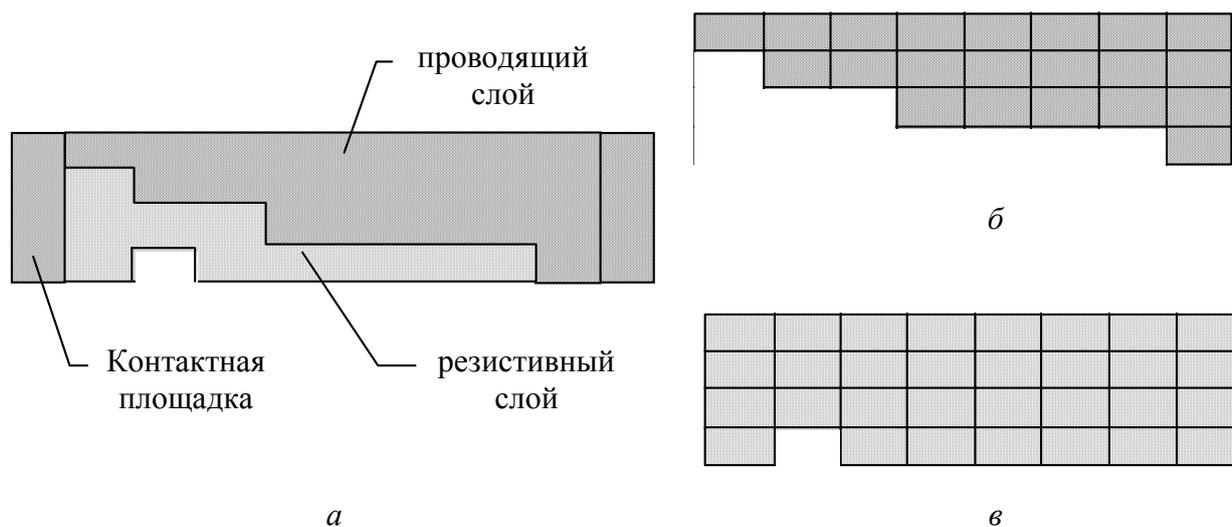


Рис. 1. Конструкция RC-ЭПП :  
 а) и топологии проводящего – б) и резистивного слоев – в.

Конструктивными особенностями элемента являются вырез в резистивном слое и неполное перекрытие проводящей обкладкой площади резистивного слоя. Для упрощения рисунка диэлектрический слой между резистивным и проводящим слоями не показан, а контактные площадки выполнены без особенностей.

Будем кодировать информацию о топологии каждого слоя: резистивного, проводящего и слоя контактных площадок. Топологию слоя в виде битовых последовательностей можно закодировать следующим образом. Площадь каждого слоя делится на прямоугольные элементы. Элементы последовательно нумеруются. После этого составляется двоичное число, номер каждого разряда которого соответствует номеру прямоугольного элемента топологии. Значение разряда (1 или 0) определяет соответственно наличие или отсутствие в данной области проводящего слоя, резистивного слоя или слоя контактной площадки.

Фрагмент гена, соответствующий топологии проводящего слоя, изображенной на рис.1 б, будет представлять собой 32-х разрядное двоичное число вида

111111110111111100011110000001

По аналогии фрагмент гена, представляющий топологию резистивного слоя, изображенного на рис.1 в, будет 32-х разрядным числом, в котором на 26 позиции будет стоять нуль, т.е.

1111111111111111111111111111011111

Такой же способ описания применим и к слою контактных площадок. В результате полное описание будет иметь следующую структуру:



В данном примере для наглядности площади слоев разделены на небольшое число фрагментов. Естественно, чем мельче шаг разбиения, тем большее число фрагментов будет покрывать топологию. При этом увеличивается число вариантов топологий, среди которых будет осуществляться поиск необходимой конструкции, но возрастут требования к объему памяти ЭВМ и среднее время поиска.

#### Литература

1. Синтез активных RC-цепей. Современное состояние и проблемы. Под ред. А.А.Ланнэ. М.: Связь, 1975. 296 с.
2. Гильмутдинов А.Х. Синтез широкополосного фазовращателя на основе двухэлектродного RC-элемента с распределенными параметрами. Известия Вузов. Проблемы энергетики, № 2, 2002.
3. Гильмутдинов А.Х., Ушаков П.А. Пленочные резистивно-емкостные элементы с распределенными параметрами: конструкции, применение, перспективы. Датчики и системы, № 7, 2003.

Ушаков Петр Архипович – кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры "Конструирование радиоаппаратуры" Ижевского государственного технического университета, тел. (34122) 50-40-22, E-mail: [kra\\_dept@istu.udm.ru](mailto:kra_dept@istu.udm.ru). Домашний адрес: 426069, Ижевск, ул. 7-я Подлесная, д.34, кв. 164.

Печенкин Александр Юрьевич – аспирант Ижевского государственного технического университета

## ПОЛЕЗНЫЕ СВОЙСТВА ТРАНЗИСТОРНЫХ СТРУКТУР

Г. Ф. Прищепов

**Синтез структур.** Если в автономном усилительном каскаде (рис.1) выделить функциональное ядро (транзистор, резистор, конденсатор) и вспомогательные цепи, то правило синтеза транзисторных структур можно выразить следующим образом: из совокупности автономных каскадов *удалить вспомогательные цепи, заменить их системой связей функциональных ядер.* Свойства полученных таким образом структур определяются особенностями *группового взаимодействия* транзисторов.

Многокаскадные усилители с минимальным количеством деталей на базе транзисторных структур получаются за счет *совмещения функций* элементов. Так, сравнивая каскады структуры рис.2 с автономным каскадом рис.1, отмечаем, что емкости в эмиттерах 1, 2, 3, 4 питают эмиттеры переменным током, в то же время они заменяют емкости фильтров коллекторных цепей.

Количество элементов устройства уменьшается, если структура связей обеспечивает *автоматическую установку режимов* транзисторов. Поэтому многие структуры имеют *задающие каскады*, определяющие токи транзисторов. Например, токи последовательных цепей транзисторов структуры рис.2 задаются током транзистора 1. В других структурах большую роль играет *обмен токами баз* транзисторов. Так, в структуре рис.3 токи комплементарных транзисторов 2, 4 будут одинаковыми, если равны токи баз и коэффициенты усиления токов всех транзисторов.

Эффективны *самосмещающиеся соединения транзисторов*, в которых напряжение база-коллектор одного транзистора обеспечивается напряжением база-эмиттер и напряжениями эмиттерной цепи соседнего транзистора [1, 2, 3]. Полезна *группировка транзисторов* структур по определенному признаку. Так в группах транзисторов 1, 3 и 2, 4 структуры рис.5 параметры однотипных транзисторов должны быть одинаковыми. Тогда и режимы транзисторов окажутся одинаковыми, а общая отрицательная обратная связь каскадов - эффективной. Симметричные структуры (рис.12, 13) строятся из *одинаковых частей*.

Совмещение функций элементов возможно и на уровне подсхем. На рис.4 эмиттерный повторитель из транзисторов 1, 3 встроен в усилитель, состоящий из транзисторов 5, 4, 2. Этот принцип распространяется на синтез устройств с минимальным количеством элементов, полученных "боковой сшивкой" активных многополюсников (рис.15).

**Миниатюризация УРУ.** Транзисторные структуры позволяют уменьшить вес и габариты усилителей с распределенным усилением (УРУ). Размеры УРУ определяет *LC-тело* усилителя, т.е. линии, по которым протекают переменные токи транзисторов. Емкости транзисторов как бы растворяются в линиях и не влияют на форму амплитудно-

частотной характеристики (АЧХ) усилителя [3, 4]. Аналогично синтезируется *RC-тело для широкополосного усилителя* (рис.6). Это многозвенный делитель напряжения или пассивная RC-линия по терминологии Эльвина Скотта [6]. При равенстве постоянных времени горизонтальных и вертикальных звеньев линии, при режиме компенсации (к) коэффициент передачи по напряжению  $K$  не зависит от частоты (рис.7). Если увеличить постоянную времени вертикального звена, то наблюдается режим недокомпенсации (нк), а если уменьшить постоянную времени - режим перекомпенсации (график пк, рис.7). Активная линия (*ARC-линия*) образуется при подключениях в места 1, 2... рис.6 транзисторов. Емкости транзисторов как бы растворяются в такой линии, полоса рабочих частот достигает предельной частоты усиления транзисторов. Пример реализации широкополосного усилителя [7] показан на рис.8. Усилитель выполнен из двух ARC-линий. Эмиттеры транзисторов 1, 3, 5 и транзисторов 2, 4, 6 получают переменные токи через конденсаторы от автономных шин (проводников). Генератор сигнала имеет собственную шину (проводник Г-0). Три шины объединяются в узле 0. Обозначив знаками плюс, минус мгновенные полярности напряжений и стрелками - направления токов, убеждаемся, что такая конструкция общего проводника ("земли") создает две однонаправленные, невзаимные ARC-линии. Указанная *группировка каскадов по синфазному признаку*, питание их переменными токами от автономных шин, гарантирует *устойчивость усиления* структуры [6]. Такой усилитель не требует экранов, перегородок между каскадами, удобен для миниатюризации.

**Селективное усиление.** Частотные характеристики пассивной и активной линий отличаются (рис.7, 9). Низкочастотный спад АЧХ (НЧ на рис.9) смещается влево при уменьшении емкостей, питающих эмиттеры. Высокочастотный спад (ВЧ) появляется вследствие инерционности транзисторов. При питании транзисторов через малые емкости и в режиме перекомпенсации ARC-линии получаем квазирезонансные АЧХ (график КР на рис.9) с добротностью порядка 100 на частотах, измеряемых десятками МГц [11, 12]. На основе широкополосной структуры рис.8 можно выполнить серию селективных RC-усилителей для частот 1...2000 МГц с различными формами АЧХ [1, 12].

**Проблема «мощность-частота».** Транзисторные структуры позволяют решить проблему, известную в электронике как "порочный круг мощность-частота". Дело в том, что, увеличивая ток и напряжение транзистора в погоне за мощностью и полосой пропускания, мы увеличиваем количество тепла, рассеиваемого коллектором транзистора. Поэтому приходится расширять площадь коллектора. Но в результате растут емкости транзистора, а верхняя частота полосы пропускания не улучшается.

Используя групповое взаимодействие транзисторов, можно сконструировать мощный широкополосный каскад в два этапа. Вначале создается групповой генератор ВЧ-тока из маломощных, малоемкостных, низковольтных ВЧ-транзисторов (рис.10). Затем этот генератор тока (он обозначен кружком на рис.11) соединяется с последовательной цепью транзисторов, с высоковольтным усилителем  $У$ , с эмиттерным повторителем ЭП.

В генераторе тока рис.10 транзисторы 1, 2 соединены по схеме Дарлингтона, но элементы эмиттерных цепей выбираются так, что переменные токи транзисторов оказываются одинаковыми. Если в нижней группе применить  $m$ -штук транзисторов, то  $m$ -токов суммируются в общем коллекторе К генератора ВЧ-тока. Входная емкость схемы Дарлингтона невелика и дополнительно уменьшается с помощью эмиттерных повторителей на транзисторах 3, 4 (это составные транзисторы Грибанова [13]). Здесь входной сигнал повторяется в эмиттере транзистора 3, на коллекторе транзистора 1 и таким образом компенсируется емкость база-коллектор этого транзистора. Для ограничения утечки ВЧ-тока по проводам, подключенным к базам транзисторов, применены резисторы  $R \gg R_K$ .

**Удлиненные транзисторы.** На рис.11 индексом  $У$  выделен высоковольтный усилитель - составной транзистор И. Ф. Николаевского [8]. Это последовательная цепь транзисторов с делителем из резисторов  $R$ , распределяющим переменное напряжение коллекторной нагрузки между базами. Аналогично строится высоковольтный эмиттерный повторитель ЭП [10]. Базы транзисторов  $У$  (5, 6) специально изображены на одной горизонтали, на одной эквипотенциальной линии с базами транзисторов ЭП (3, 2), поскольку возможно объединение баз, обмен токами, баланс базовых токов цепей. Тогда для усилителя  $У$  и эмиттерного повторителя ЭП достаточно общего высокоомного делителя [9, 10] (фрагмент ВУ на рис.15). Переменное напряжение нагрузки при таком объединении равномерно распределяется между транзисторами цепей.

Транзисторы последовательных цепей работают как единый прибор: если генератор тока задает нижнему транзистору приращение тока, то верхние  $n$ -штук транзисторов перебрасывают это приращение тока в нагрузку  $R$ . Приращение напряжения нагрузки распределяется делителем между транзисторами. Описанный процесс тем точнее, чем больше коэффициент усиления тока транзисторов. Цепи рис.11 назовем *удлиненными транзисторами (УТ)*. Геометрическая длина УТ может превышать длину волны  $\lambda$  рабочей частоты.

Исследование утечек ВЧ-тока с нагрузки усилителя рис.11 через емкости база-коллектор и база-эмиттер транзисторов показывает [10], что высокоомный делитель-распределитель напряжения из резисторов  $R$  ограничивает ток через емкости база-коллектор. Кроме того, переменное напряжение базы любого транзистора повторяется в его эмиттере и таким образом компенсируются емкости база-эмиттер. Возможна утечка ВЧ-тока

лишь через последовательно включенные емкости коллектор-эмиттер. Но эти емкости малы: даже для мощных транзисторов они не превышают 0,1 пФ.

Удлиненные транзисторы открывают новые возможности для коррекции АЧХ. Так, продвигаясь по узлам последовательных цепей рис.11, мы обнаруживаем небольшие фазовые сдвиги напряжений, соединяя узлы емкостями 1...10 пФ, находим связи, расширяющие полосу усиливаемых частот в несколько раз [10].

**Симметричные транзисторные структуры** находят широкое применение. Хороший пример тому - классический дифференциальный усилитель (Д-усилитель рис.12). Он составлен из двух *одинаковых* каскадов, соединенных в узлах А, В. Если на вход 1 подать положительное приращение напряжения, то ток левого каскада увеличится, а ток правого каскада уменьшится на одну и ту же величину. Поэтому говорят, что один эмиттер питается переменным током от другого эмиттера, что переменный ток не вытекает за пределы контура АВ, что наблюдается подавление синфазных помех входов 1, 2, если усиленный сигнал снимать с коллекторов 1, 2 и т.д.

Дифференциальные каскады многокаскадного усилителя можно построить на комплементарных транзисторах (КД-каскады рис.3). Здесь обеспечивается автоматическая установка режимов транзисторов. Питание баз каскадов переменным током осуществляется через один общий конденсатор, колебательный контур и т.п. Этот общий элемент и определяет АЧХ каждого каскада структуры [3].

Следуя логике построения симметричных транзисторных структур, создадим *симметрично-комплементарный дифференциальный усилитель* (СКД-усилитель или мостовой усилитель рис.13). При работе в режиме класса В, при большом сигнале положительный полупериод синусоидального напряжения, приложенного ко входам 1, 2, увеличивает ток эмиттеров 1, 4. Транзисторы 2, 3 в это время закрыты. Отрицательный полупериод входного сигнала увеличивает токи транзисторов 2, 3, но закрывает транзисторы 1, 4. Приращения эмиттерных токов ( $\Delta I$ ) протекают слева направо, а затем справа налево через эмиттерную нагрузку, в данном случае, через емкость С. На нагрузке суммируются положительный и отрицательный полупериоды напряжения сигнала. Левая и правая пластины конденсатора С заряжаются симметрично, потенциал центральной точки М не изменяется. Заряженный от эмиттеров 1, 4, конденсатор С легко разряжается через эмиттеры 2, 3. Чувствительность усилителя после прохождения большого сигнала мгновенно восстанавливается. Если на вход 1 подать положительный скачок напряжения и выбрать малую емкость конденсатора С, то на коллекторах 1, 4 обнаружим всплески продифференцированного входного сигнала.

**Макроконструкции для усилителей высоких частот (ВЧ).** Если заменить четыре транзистора СКД-усилителя удлиненными транзисторами (УТ1 - УТ4, выполненными по рис.10, 11), то получим мощные

широкополосные каскады. Они способны работать на резистивную или емкостную нагрузку в режиме класса В, АВ с хорошим коэффициентом полезного действия и минимальными нелинейными искажениями.

Если УТ с токами противоположных направлений расположить рядом (УТ1 + УТ4; УТ2 + УТ3 рис. 13) на расстояниях  $d$ :

$$d \ll \lambda / 4, \quad \lambda = c / f,$$

объединить их в неизлучающую линию с распределенными параметрами, то излучение частоты  $f$  в окружающую среду окажется минимальным. В таком варианте длина конструкции может превышать  $\lambda$  рабочей частоты усилителя. Так создаются макроконструкции ВЧ-усилителей. Транзисторы можно снабдить радиаторами, применить жидкостное охлаждение и т. п. Мощные СКД-каскады на удлинённых транзисторах – достойные конкуренты высоковольтным высокочастотным электровакуумным приборам.

**Минимизация числа элементов.** Транзисторные структуры эффективны при миниатюризации радиоэлектронных устройств. Сложные устройства обычно строят из операционных усилителей (ОУ); создают функциональную схему, игнорируя внутреннее содержание ОУ-четырёхполюсников. При этой ситуации возникает "синдром тирании количества элементов", невысокая надёжность устройства.

Рассмотрим синтез устройств методом "боковой сшивки" структур-многополюсников. В транзисторных структурах (рис.2, 3) легко выделяются TR-блоки (активные многополюсники АМП) и RC-цепи (пассивные многополюсники ПМП). Пассивные RC-цепи подключаются к эмиттерам АМП (рис.14,а), они питают эмиттеры переменными токами.

При "сшивке многополюсников" образуются квазирезонансные каскады (рис.14,б). Частотные характеристики этих каскадов неотличимы от АЧХ колебательных контуров, если постоянные времени коллекторных и эмиттерных цепей ( $Z_1, Z_2$ ) одинаковы [11, 1]. В однородной усилительной структуре с регулярными обратными связями между транзисторами АЧХ каскадов перемножаются и взаимодействуют как в многозвенных фильтрах [1]. Настроить АЧХ усилителя можно измерением параметров RC-цепей ПМП, введением емкостных связей между узлами и т. п. При этом выявляются центры регулировки (на рис.14 это переменное сопротивление). Открывается возможность изменения параметров всех транзисторов с помощью задающего каскада (каскад 1 на рис.2) а также изменением напряжения питания ( $E$  на рис.14,а). В результате можно управлять формой АЧХ устройства [12].

На рис.15 показан приемник радиоимпульсов, построенный из нескольких структур-многополюсников. Здесь УПЧ - усилитель радиоимпульсов промежуточной частоты; ЛД - детектирующие каскады, обеспечивающие приемнику лагарифмическую амплитудную характеристику; ВУ - видеоусилитель и эмиттерный повторитель, работающие на емкостную нагрузку (электронно-лучевую трубку).

Физика транзисторных структур недостаточно изучена, слабо используется при конструировании электронных устройств. Пример тому –

дифференциальный усилитель рис.12. Стабильность напряжения по его выходу К1-К2, подавление синфазных помех – все это эффекты одинаковости ВАХ транзисторов. Но можно обеспечить усилителю и неискаженное воспроизведение сигналов. Достаточно потребовать одинаковости ВАХ транзисторов и ... ВАХ коллекторных нагрузок. Иначе говоря, надо заменить резисторы последовательными цепями из N штук диодов-транзисторов [14].

#### Выводы

Уникальность транзисторных структур в том, что они оказывают помощь, как при создании миниатюрной экономичной аппаратуры, так и при построении мощных высокочастотных устройств и т. п. В любом случае функция обеспечивается за счет *рационального взаимодействия* транзисторов структуры. Вполне вероятно, что успехи радиоэлектроники определит наука, которую можно назвать физикой электронных структур.

#### Литература

1. Прищепов Г. Ф., Прищепова Т. М. Транзисторная структура для экономичных усилителей // Полупроводниковая электроника в технике связи / Под ред. И.Ф. Николаевского. М.: Связь, 1978. Вып. 19. С. 23-35.
2. Чаповский М. З. Улучшение качественных показателей транзисторных усилителей. М.: Связь, 1968. С. 71.
3. Прищепов Г. Ф., Прищепова Т. М. Транзисторная структура для симметричных усилителей. // Полупроводниковая электроника в технике связи / Под ред. И.Ф. Николаевского. М.: Связь, 1978. Вып. 19. С. 35-45.
4. Эрглис К. Э., Степаненко И. П. Электронные усилители. М.: Наука, 1964.– С. 334-335.
5. Кузьмин А. А. Маломощные усилители с распределенным усилением. М.: Советское радио, 1974, 224 с.
6. Скотт Э. Волны в активных и нелинейных средах в приложении к электронике. - М.: Советское радио, 1977. С. 21-24.
7. А.с. 1504787 СССР МКИ Н03F 3/42 Широкополосный RC-усилитель. Прищепов Г. Ф. (СССР). № 4349363/24-09: Заявл. 24.12.87: Оpubл.30.08.89. Бюл. №32.
8. Николаевский И. Ф. Эксплуатационные параметры и особенности применения транзисторов. М.: Связьиздат, 1963. С. 92.
9. А.с. 1350820 СССР МКИ Н03F 3/2 Усилитель. Прищепов Г. Ф. (СССР).– № 3961016/24-09: Заявл. 01.10.85: Оpubл. 07.11.87. Бюл. №41.
10. Прищепов Г. Ф. Каскады с удлиненным транзистором // Полупроводниковая электроника в технике связи / Под ред. И. Ф. Николаевского. М.: Радио и связь, 1990. Вып. 28. С. 50-53.
11. Москвитин В. И. Об использовании квазирезонанса в транзисторных RC-усилителях //Радиотехника, 1976, № 9. С. 67-71.
12. Прищепов Г.Ф., Прищепова Т. М. Экономичные пленочные УПЧ // Микроэлектроника и полупроводниковые приборы / Под ред. А.А. Васенкова и Я.А. Федотова. М.: Радио и связь, 1981. С. 229-233.
13. Грибанов Ю. И. Измерение напряжений в высокоомных цепях. М.: Госэнергоиздат, 1961. С. 40.
14. Прищепов Г. Ф., Прищепова Т. М. Многокаскадный усилитель. Патент РФ RU 2183380. Оpubл. 10.06.2002 Бюл. №16.

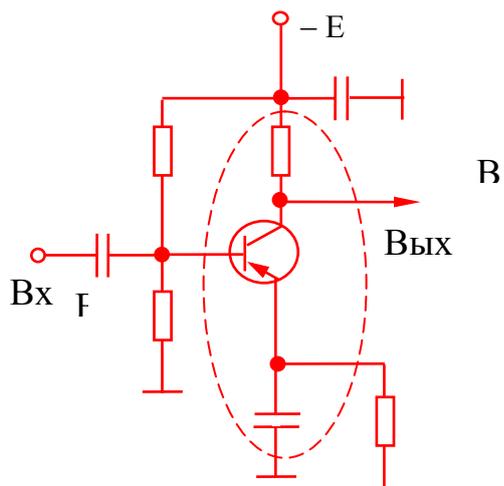


Рис.1. Автономный усилительный каскад

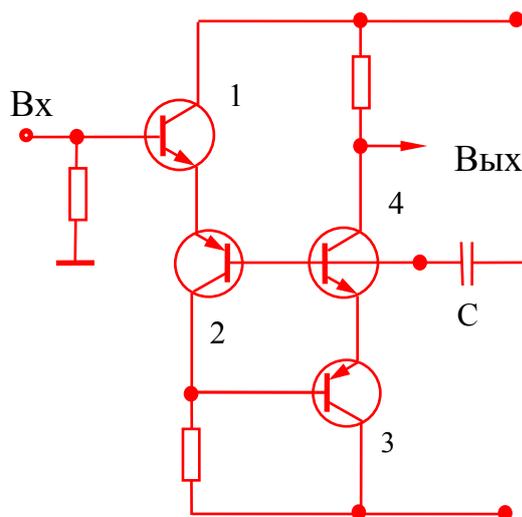


Рис.3. КД-каскады

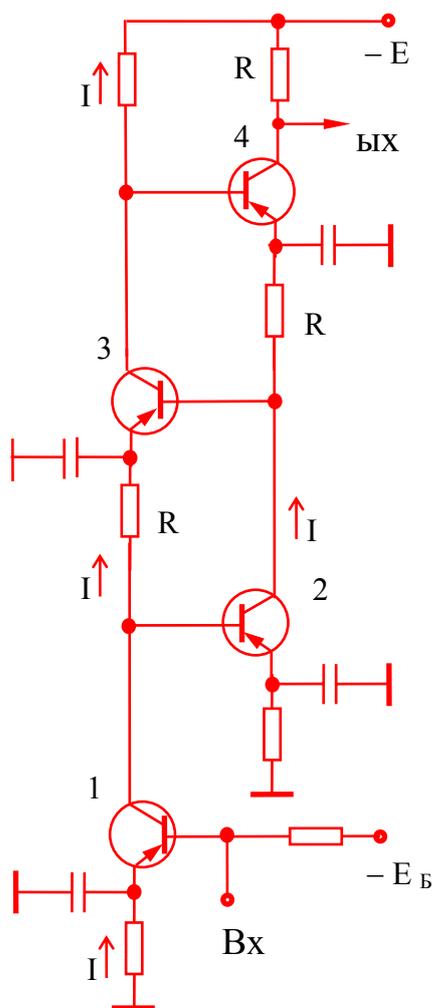


Рис.2. Последовательно-балансное соединение каскадов

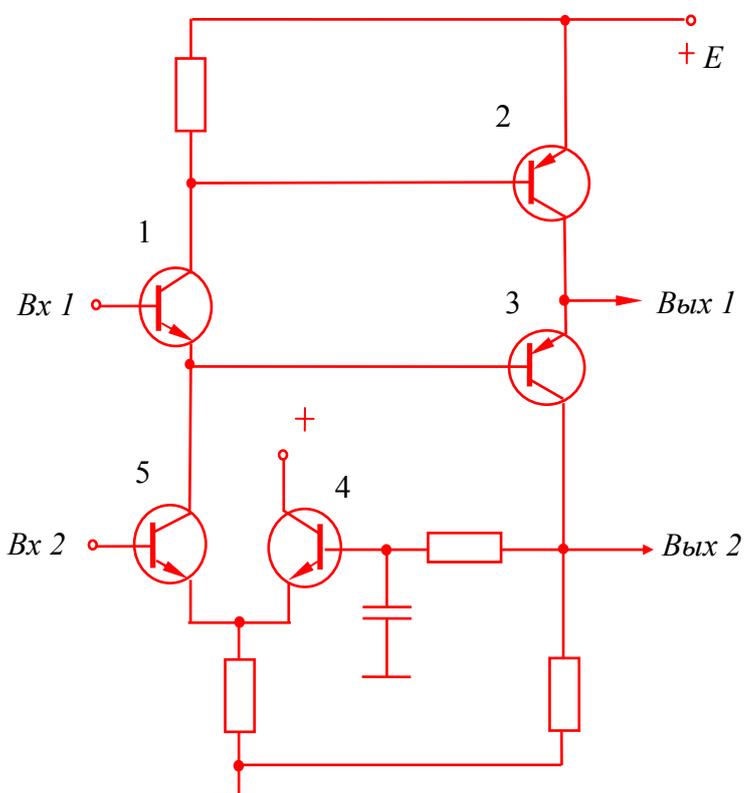


Рис.4. Объединение усилителя и повторителя

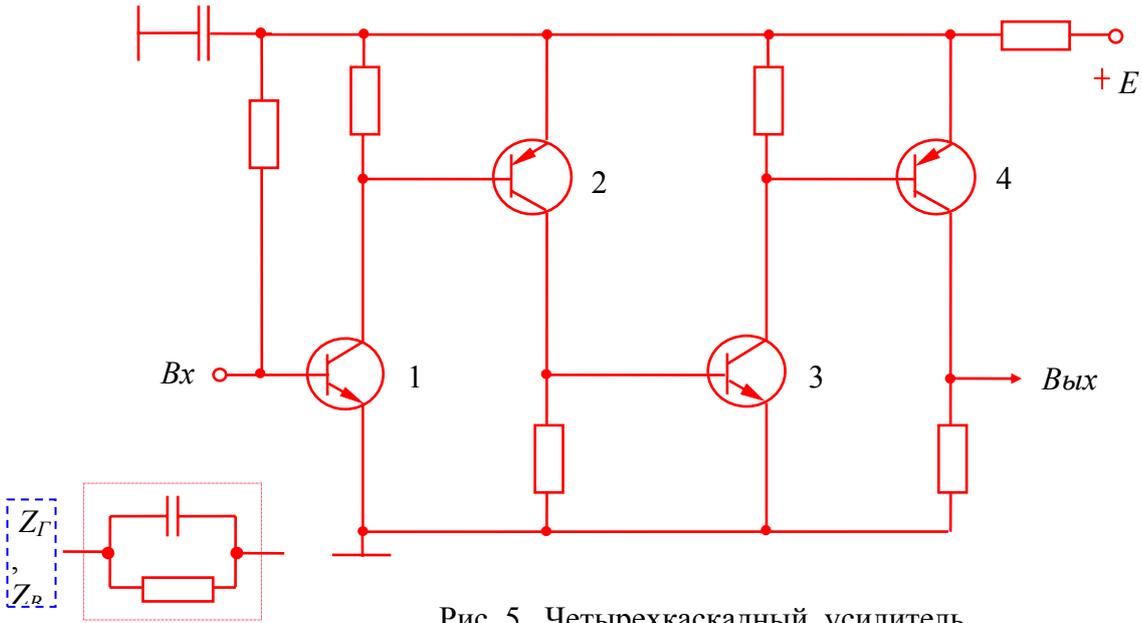


Рис. 5. Четырехкаскадный усилитель

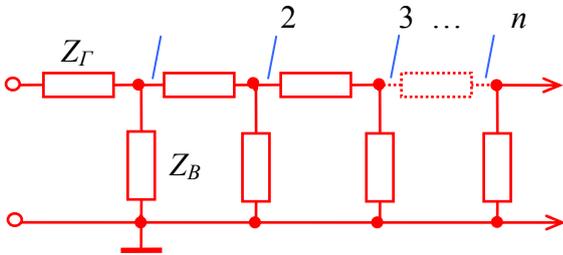


Рис. 6. Многозвенная RC - линия

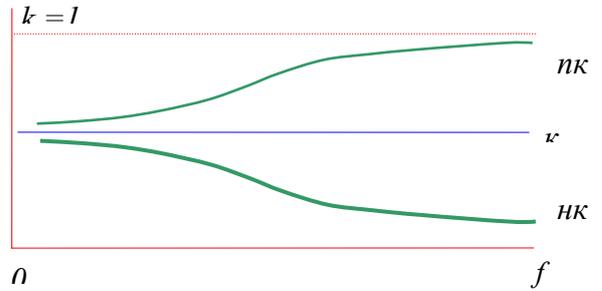


Рис. 7. АЧХ пассивной RC - линии

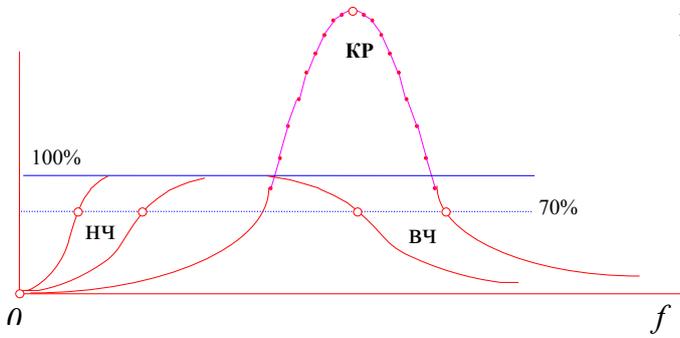


Рис. 9. АЧХ активной RC - линии

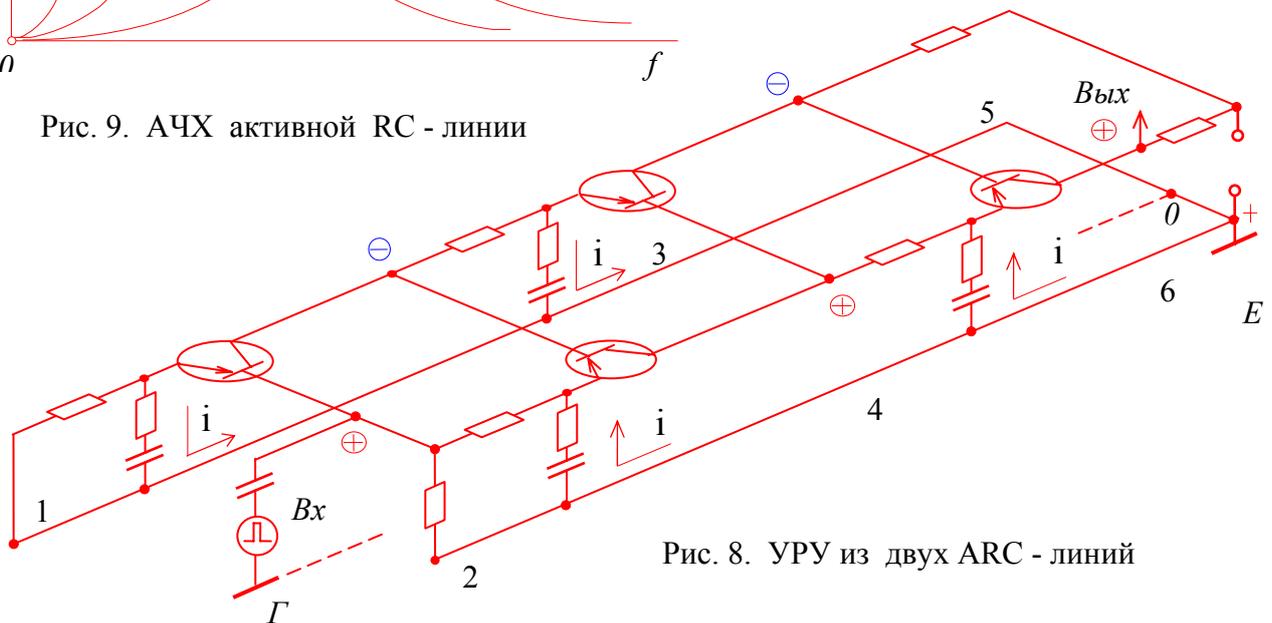


Рис. 8. УПУ из двух ARC - линий

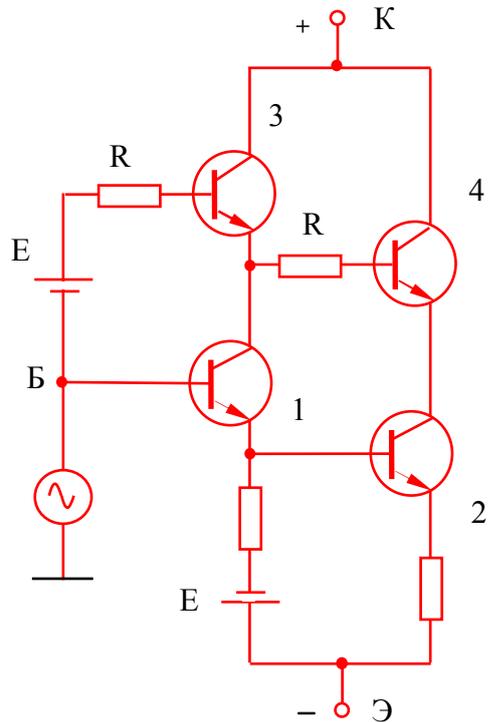


Рис.10. Групповой генератор тока

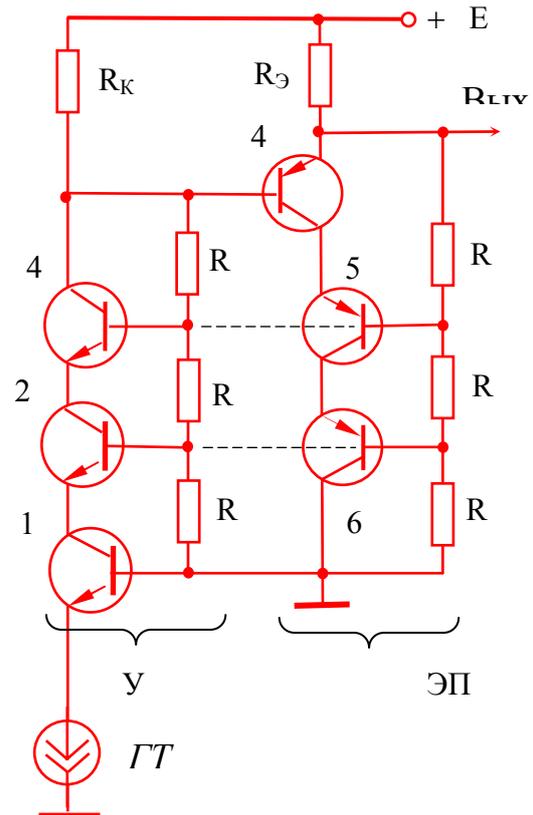


Рис.11. Усилитель и эмиттерный повторитель на удлиненных транзисторах

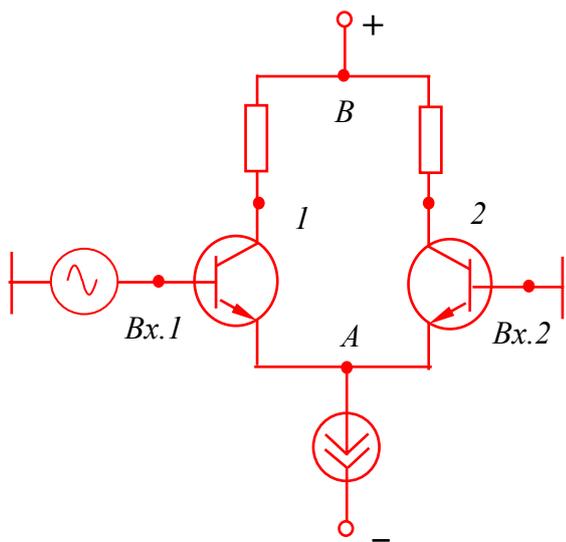


Рис.12. Д - усилитель

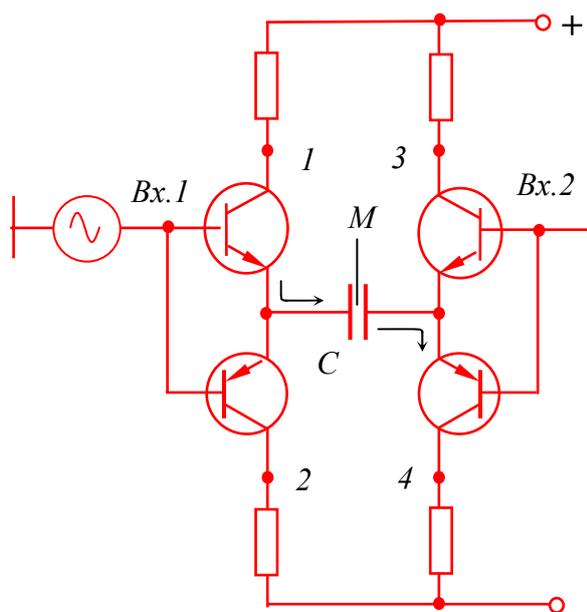


Рис.13. СКД - усилитель

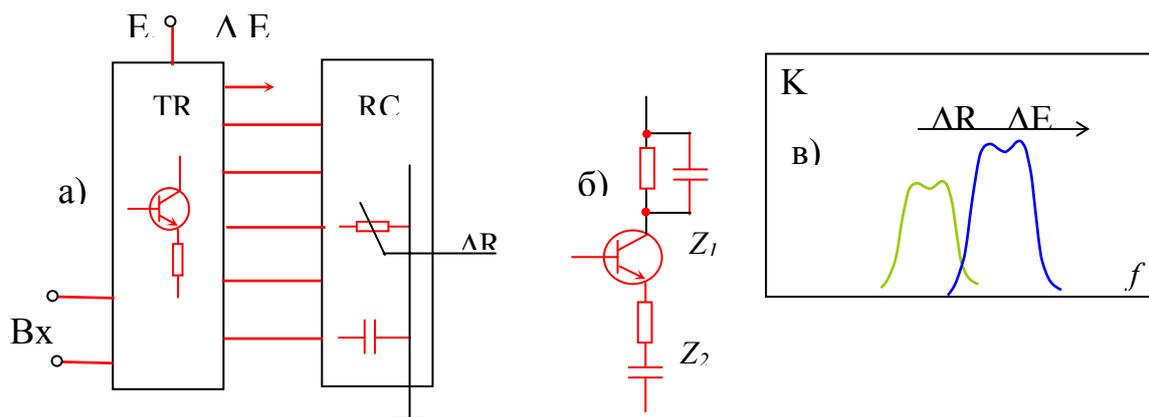


Рис. 14. Синтез устройства боковой шивкой многополюсников.

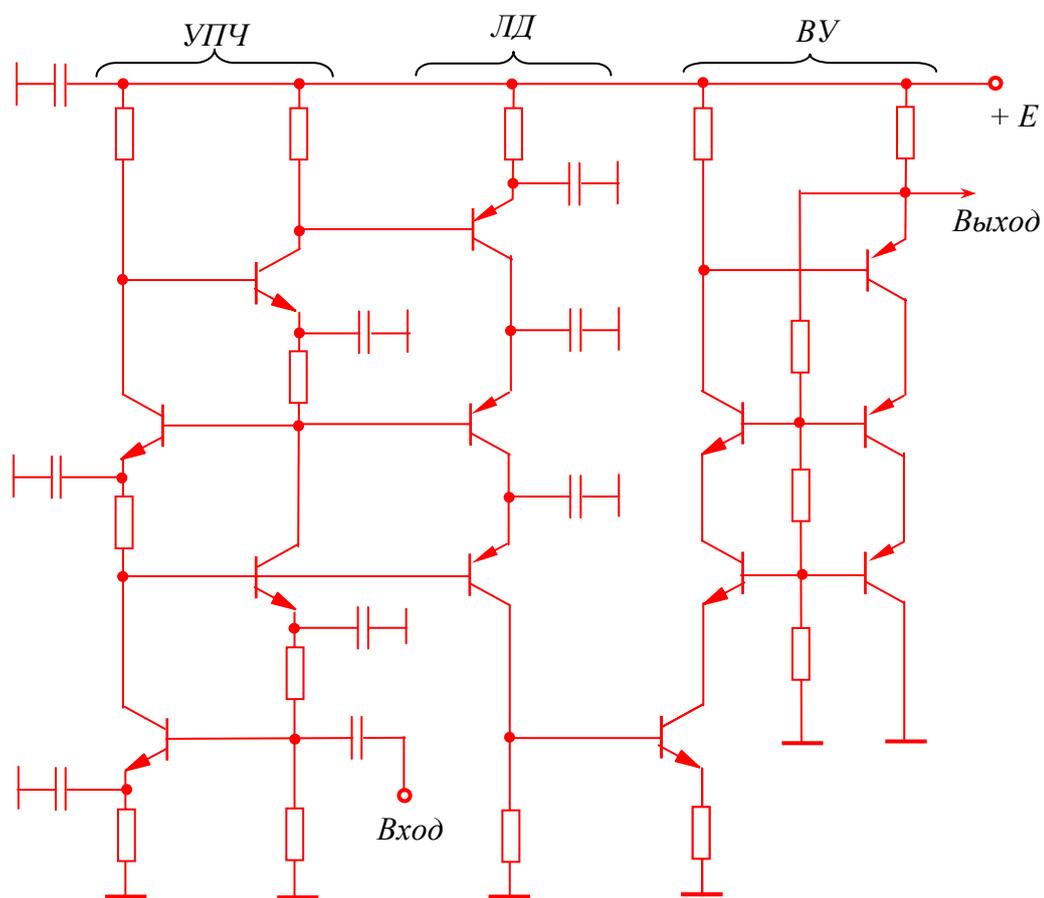


Рис. 15. Транзисторная структура – приемник радиоимпульсов

Прищепов Геннадий Федорович, к.т.н., доцент кафедры  
«Радиоприемные устройства» Таганрогского радиотехнического университета.  
Тел. (86344) 7-90-20. E-mail: rprou@tsure.ru

## АРХИТЕКТУРА ШИРОКОПОЛОСНЫХ И БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩИХ ОПЕРАЦИОННЫХ УСИЛИТЕЛЕЙ

*Н. Н. Прокопенко, А. С. Будяков*

Быстродействие и широкополосность операционных усилителей (ОУ) характеризуются соответственно максимальной скоростью нарастания выходного напряжения  $\mathcal{G}_{вых}$  и частотой единичного усиления  $f_1$ . В современных ОУ улучшение этих параметров обеспечиваются разными схемотехническими приемами.

Наибольшие значения  $f_1$  (или полосы пропускания  $f_e$  в режиме повторителя) реализуются в ОУ с «перегнутыми» каскодами (ПК). Однако из-за динамической перегрузки подсхемы ПК в ОУ данного класса при любых типах входных каскадов высоких значений  $\mathcal{G}_{вых}$  не получить [1,2]. Так при использовании n-p-n и p-n-p транзисторов с граничной частотой порядка 2 ГГц типовые значения  $\mathcal{G}_{вых} \approx 250-300$  В/мкс при  $f_e \approx 1$  ГГц.

В операционных усилителях с двухтактным промежуточным каскадом на повторителях тока (ПТ) [2] режим динамической перегрузки не возникает. Однако типовые подсхемы ПТ характеризуются (в сравнении с каскадом общая база) в 1,5-2 раза худшими частотными свойствами как на малом, так и на большом сигналах. То есть в ОУ этого класса за счет применения НКЦ можно получить высокие значения  $\mathcal{G}_{вых} \approx 2000-4000$  В/мкс, но они обеспечивают сравнительно малые величины малосигнальной частоты единичного усиления  $f_1$  и, как следствие, их  $f_e \approx 300-500$  МГц.

Попытки схемотехническими методами устранить динамическую перегрузку «перегнутого» каскода ОУ можно считать достаточно успешными. Сравнение ОУ с нелинейной коррекцией ПК показывает, что они всегда содержат тот или иной дополнительный инвертирующий усилитель (как правило - повторитель тока и т.п.), создающий дополнительную инерционность на большом сигнале и отрицательной влияющий на время установления переходного процесса (особенно для малых зон динамической ошибки). При этом данные ОУ имеют на большом сигнале такие же параметры по  $\mathcal{G}_{вых}$ , что и ОУ второй структуры, но дают более высокие (в 1,5-2 раза) значения  $f_1$  на малом сигнале. В этом их основное преимущество.

Сравнивая схемы известных быстродействующих, но не широкополосных ОУ, и широкополосных, но не быстродействующих ОУ, можно поставить вопрос о совмещении их важнейших достоинств в одной структуре.

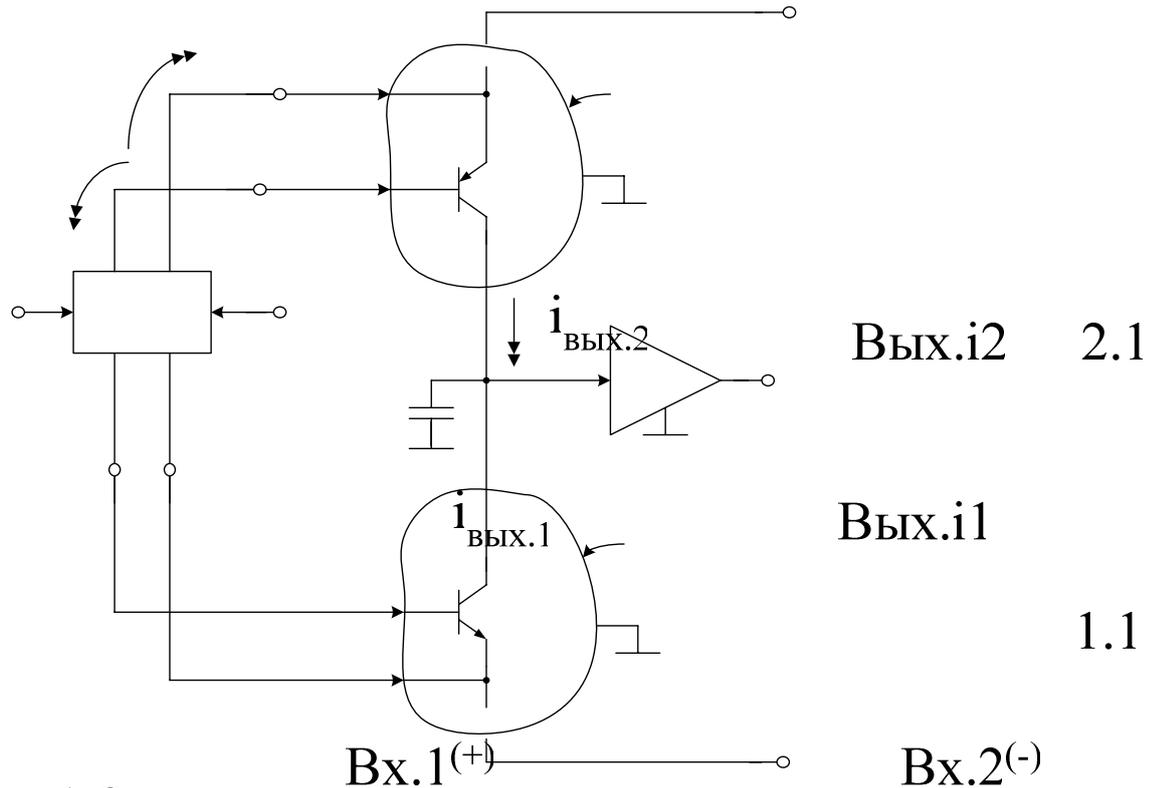


Рис. 1. Оптимальная архитектура широкополосного и быстродействующего ОУ ДК1

Такая структура (рис. 1) содержит входной квазилинейный каскад ДК1, не имеющий ограничения выходных токов во всем диапазоне  $u_{вх}$ , и обобщенные активные нагрузки АН1 и АН2. Подсхемы АН1, АН2 (рис.2) должны (в идеальном случае) обладать двумя важными свойствами – иметь широкий диапазон передачи по току\*  $K_{\tau} \approx -1$  со входа 1.1 (1.2) и единичную передачу тока в узел «А» по неинвертирующему входу 1.2 (2.2).

Первое условие исключает динамическую перегрузку АН1 на большом сигнале, а второе – создает широкополосный канал усиления и способствует получению предельных значений  $f_1$ . При практической реализации АН1, АН2 допускается «расщепление» каналов передачи малых и больших сигналов. Кроме этого при построении АН1 (АН2) приходится принимать меры по защите выходных транзисторов от насыщения, устанавливать рациональный статический режим для минимизации э.д.с. смещения нуля ОУ, применять принудительное запирающее выходных транзисторов для уменьшения времени установления переходного процесса и т.п.

По существу, операционный усилитель с архитектурой рис. 1 есть ничто иное как ОУ с «перегнутым» двухтактным каскодом, но имеющим дополнительный инвертирующий канал передачи большого сигнала со входа 1.1 (1.2) в емкость  $C_k$  – нелинейную корректирующую цепь.

Рассмотренная обобщенная схема имеет достаточно много частных реализаций, зависящих от схемотехники ДК1 (рис.3) и АН1 (АН2) (рис.2).

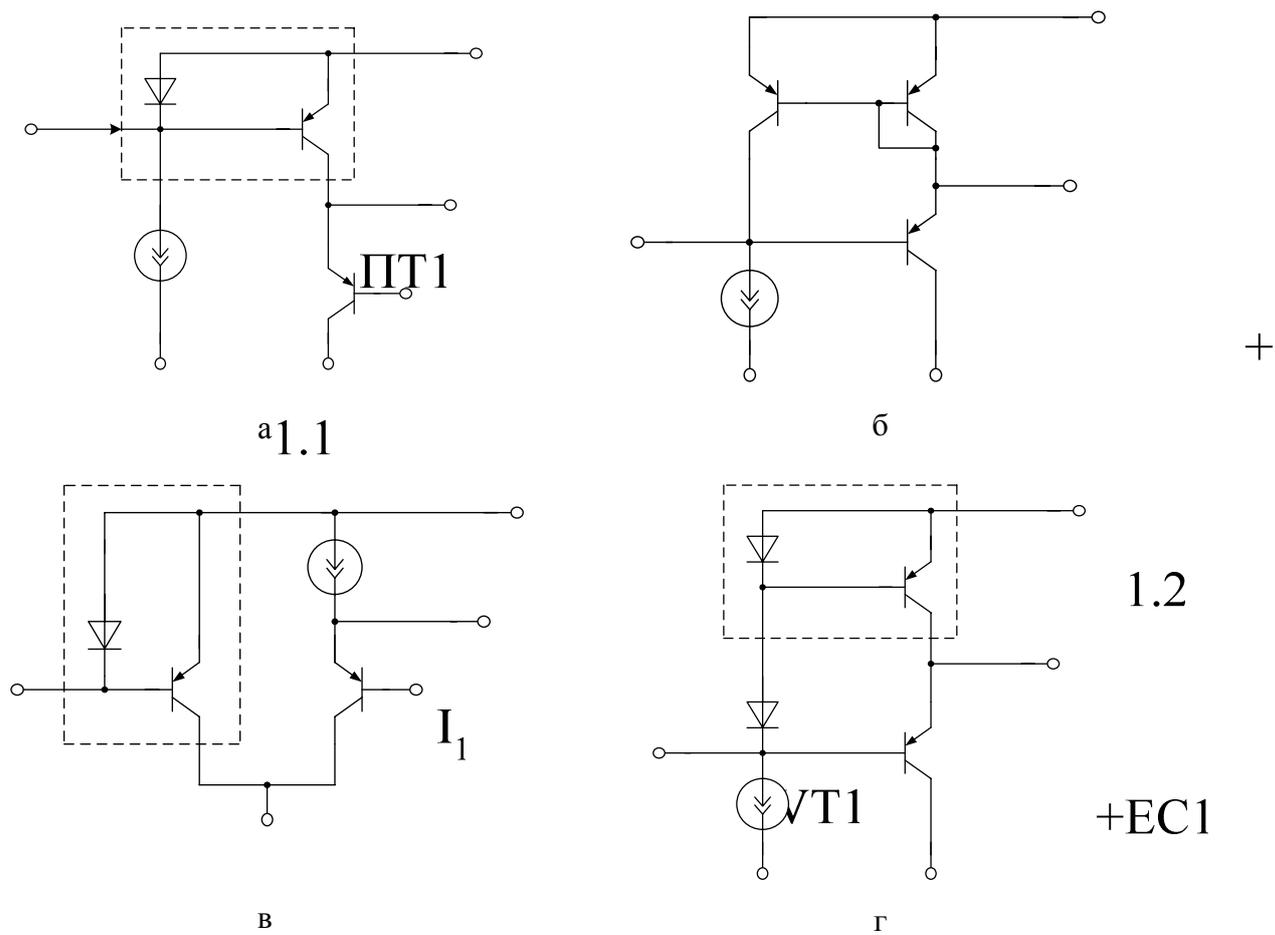
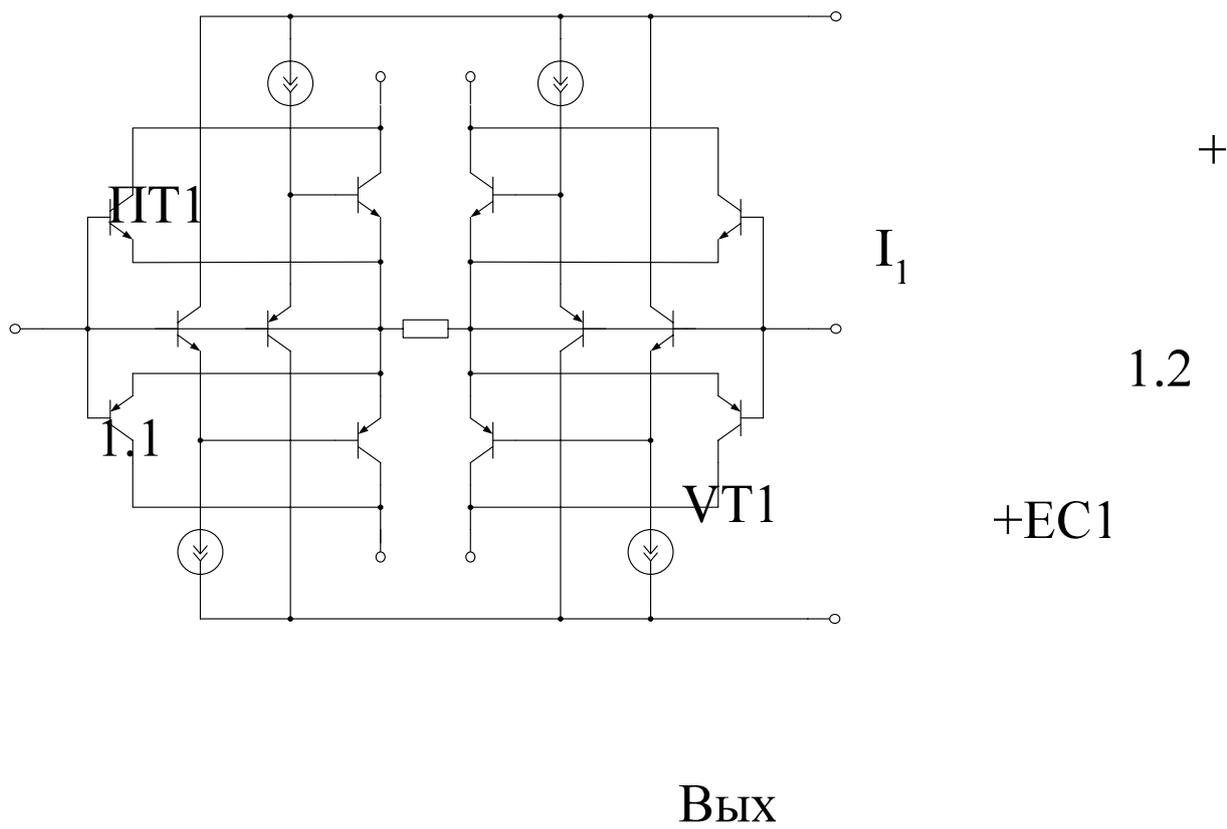


Рис. 2. Примеры построения активных нагрузок АН1, АН2, Вых



*Рис.3. Пример построения входного каскада (ДК1) сверхбыстродействующего ОУ*

### Литература

1. Операционные усилители с непосредственной связью каскадов / Анисимов В.И., Капитонов М.В., Прокопенко Н.Н., Соколов Ю.М. – Л., 1979. - 148 с.

[www.sssu.ru/load/science/opu.zip](http://www.sssu.ru/load/science/opu.zip)

2. Прокопенко Н.Н. Нелинейная активная коррекция в прецизионных аналоговых микросхемах: Монография. – Ростов-на-Дону: Изд-во Северо-Кавказского научного центра высшей школы, 2000. – 224 с.

[www.sssu.ru/load/science/gl01.zip](http://www.sssu.ru/load/science/gl01.zip)

Прокопенко Николай Николаевич, д.т.н., профессор, зав.кафедрой Радиотехника и информационные системы, Южно-Российский Государственный Университет Экономики и Сервиса.

Ростовская обл., г. Шахты, ул. Садовая, д.27, кв.1., тел. (86362) 2-21-33, prokopenko@sssu.ru

Будяков Алексей Сергеевич, студент МРТФ, специальность “Радиотехника”, Южно-Российский Государственный Университет Экономики и Сервиса.

Ростовская обл., г. Шахты, ул. Ленина 90а, к. 62., тел: (86362) 2-21-33, alexbb@mail.ru

## СТАНОВЛЕНИЕ И УПАДОК ОТЕЧЕСТВЕННОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ

Г. Н. Славский

На основании личного опыта автора рассматривается эволюция подхода к разработке наукоемкой электроники. Рассказывается о героическом времени развертывания, а затем, к сожалению, упадка отечественной электроники.

**1948–1949 г.г.** Я – студент-радиофизик. Первый в стране студенческий стройотряд, в основном ЭлМехФ и ФМФ Ленинградского политехнического института (ЛПИ) построил Алакусскую ГЭС на Карельском перешейке, электрифицировал 11 колхозов. Очередь за радиофикацией деревень! Я предложил и сконструировал автоматический необслуживаемый трансляционный микрорадиозел «Студент», который устанавливался прямо в конторе колхоза. Такое решение сулило огромную экономию. Во время летних каникул четверо радиофизиков собирали микроузлы прямо в комнате общежития, а в это время бригада линейщиков тянула радиопередающую линию в колхозах. Пять деревень получили радио. Осенью 1949 г. наша работа была принята Госкомиссией.

Это была моя первая инженерная разработка: от проектирования до изготовления и внедрения.

Работали мы на чистом энтузиазме. В колхозах линейные бригады получали бесплатное пропитание (ах, какое это было молоко!), а мы в городе жили на стипендию (которая, кстати сказать, была относительно немалой: 30-50% от оклада начинающего инженера).

Конечно, наша радиофикация имела общественный резонанс. Были статьи в газетах, сообщения по Центральному радио. В ЛПИ стали приходить письма: что это за чудо – микроузел «Студент»? Было чему удивляться: радиофикация обошлась колхозникам в 20-30 раз дешевле, чем по традиционной схеме с привлечением госучреждений.

Руководство ЛПИ предложило написать статью для журнала «Радио». Это была моя первая публикация. Интерес к ней был очевиден: из экземпляра журнала в Фундаментальной библиотеке ЛПИ статья «Микроузел «Студент» была вырвана любознательными читателями.

**1951 – 1952 г.г.** Я – молодой специалист, ведущий разработчик Предприятия. Делаем новое управляемое оружие. Сейчас об этом много написано и статей, и книг, но тогда это было жутко секретно. Для справки: мы его сделали практически одновременно с американцами.

Работать фантастически интересно! Работаем с упоением: рекорд – 72 часа в лаборатории безвылазно.

Будни. Собрание по поводу успешного завершения этапа работы.

Начальник отдела Г.В. Кисунько (между прочим, ранее читал нам в ЛПИ курс СВЧ, а в будущем – Генеральный конструктор) скучным голосом читает с трибуны доклад. Как водится, не без международного обзора:

– Китай, товарищи, добился огромных успехов... В Китае от голода и болезней ежегодно умирало 5 миллионов человек...

Тут он перелистнул текст и больше ничего про Китай не сказал.

А работа идет! Вскоре меня вызывают к начальнику:

– Нужно съездить на испытания. Ваш блок барахлит.

Я: – А куда? Когда?

– Сегодня. Через три часа будете на месте. Автобус – через полчаса.

(Выяснилось, впрочем, что автобусом – час до аэродрома, а самолетом – два часа до места...).

На месте. Командир корабля (у самолета – летающей лаборатории):

– Вообще-то полагается специальная подготовка, но в интересах дела ограничимся инструктажем. Распишитесь.

Я расписываюсь за парашют, а также в некоем заявлении типа «Прошу в моей смерти никого не винить». Получаю парашют.

– А за что дёргать? Я же не найду кольцо...

– Ничего! Будешь падать – найдёшь!

**1953 – 1954 г.г.** Мой блок закончен, передан в серию. Разворачивается производство новейшей электронной техники. Руководство страны понимает, что ключ к безопасности – это электроника (и информатика, как сейчас говорят) и действует с беспрецедентным размахом. Перепрофилированы многие предприятия: СВЧ генератор моего блока делают на заводе полиграфических машин, импульсную часть – на заводе киноаппаратуры. Большая нужда в специалистах, отсюда конкурсы в вузах и повышенные стипендии для физиков.

**Сентябрь 1956 г.** Я – ассистент кафедры Радиотехники. В ЛПИ «спущена» разработка бортового анализатора спектра вибраций для аэрокосмического изделия. Меня назначают ответственным исполнителем. Представитель Заказчика знакомится с нашим предложением – графиком работы:

– Этот этап – три месяца... Так... Этот – шесть... Разумно. Но срок окончания работы должен быть – декабрь этого года.

– ?

– Я же не могу отменять распоряжения Совета Министров!

**Через год.** Результаты предэскизной проработки, выполненной в традициях классической радиотехники, докладываются Заказчику. Он рассматривает эскиз размещения элементов:

– Хорошо... Это масштаб 5:1 или 2:1?

– Один к одному!

Заказчик (с тоской):

– Ну что вы нам привезли! Мы же дали вам габариты... Что ж, теперь нам всё изделие переделывать под ваш вшивый прибор?!

Опозоренный разработчик (это был я – Г. Сл.) с перепугу придумал новое схемотехническое решение (куда денешься? Сделать-то надо!) и заодно стал одним из пионеров нового направления в электронике: «Активные RC-фильтры».

**Через два года.** Результаты работы передаются на авиаприборостроительное предприятие для изготовления образцов.

– Можно мы передадим вам часть материала в эскизах?

Главный конструктор Предприятия:

– А в чём хотите! Мы всё равно делать не будем! Мы на этих ... работать не будем!

– Но Постановление...

– А у меня целый сейф таких постановлений!

(Впрочем, Главный нашу работу оценил, и мы потом работали с ними тридцать лет, разрабатывая разнообразную бортовую аппаратуру).

**Шестидесятые годы.** Катастрофы турбореактивных самолетов. Тот же Главный:

– Глеб Николаевич, люди гибнут! Надо срочно создавать контрольную аппаратуру!

За три недели почти круглосуточной работы мы сделали макет. Уточняем ТЗ: шесть подписей и печатей, а Требования – дурные. Поехал я к авторам, на авиадвигательный завод. Объясняю нелепость и вредность острой фильтрации сигнала, за которым нужно следить. Отвечают:

– Ну, это – наш грех (небаланс). А соседняя частота – это винтовая гармоника. Надо давить. Пропеллер – совсем другой завод...

– Да какая разница, от чьих гармоник разрушился двигатель! Ведь катастрофа!

Двигателист очень серьезно:

– Мы не можем отвечать за чужие гармоники...

(Ну, далее было, как в хорошем советском кино. Я пошёл на «самый верх» - к Главному конструктору, он мгновенно (буквально) понял проблему и согласился с нашим предложением. Даже дал машину до аэропорта и обеспечил билетом – со своей брони).

**Семидесятые годы.** Наше устройство – в серии, «поставлено на крылья»: несколько сот бортов. Министерство авиационной промышленности СССР любезно прислало мне премию – 120 рублей (несколько меньше зарплаты рядового инженера).

Поступают другие заявки на аналогичную аппаратуру. Ведущий инженер приборостроительного предприятия собирает заявки и идет к Главному. Дело, в общем, ерундовое – нужно перестроить фильтры и изменить конструктив по месту.

Главный:

– Пишите ответ: для ОКР потребуется год и такая-то сумма. Потом подумаем о серии. (А первый образец – «от нуля» – был выпущен за несколько месяцев).

Ведущий:

– Работы на копейку, а пользы на рубль. Любой капиталист...

– Молодой человек, у нас хозяйство плановое, социалистическое. Мы выполняем план на 101,2%. Если меньше – не будет премии, если больше – план прибавят. А вы хотите лишить нас премий, директорского фонда? Ясно? Действуйте!

**Конец семидесятых.** У Главного после совещания. Дым плавает клубами. Главный (в состоянии прострации сидит у форточки):

– Основной закон социализма: никто ничего не хочет делать. Рубаху на себе рвут, лишь бы не брать работу...

**Восьмидесятые годы.** Объем НИР и ОКР резко падает. Бытует поговорка:

– Пароль: «План по валу».

– Отзыв: «Вал по плану».

**Конец восьмидесятых.** На испытаниях. Разработчик:

– Но Вы же сами говорили...

Представитель Заказчика (между прочим, мужик в погонах):

– А кто Вас заставлял верить?

**Девяностые годы.** Новые разработки совсем угасают. Указание: желательно использовать импортную элементную базу. Нашу труднее достать. И дорого.

**2000 год.** Указание. Мою последнюю аэрокосмическую разработку перевести на иностранную элементную базу. Перевел. Всё. Тема закрыта.

**21-й век.** .....(?!)

### Вывод

В 50-х годах наша власть поняла значение электроники для безопасности государства. Теперь, видно, это очень хорошо понимают наши западные партнеры.

Славский Глеб Николаевич, профессор-консультант кафедры «Радиотехника и телекоммуникации» Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Дом. тел.: 552–52–10. tagl2@mail.ru.

### *От редактора тома*

Да... о достижениях, самом существовании электронной и приборостроительной промышленности России теперь приходится говорить в прошедшем времени. Участник Великой Отечественной войны, Глеб Николаевич Славский, проработал в Ленинградском политехническом институте – Санкт-Петербургском политехническом университете более 55 лет. Всё это время он вел активную инженерную деятельность, создав ряд новых электронных устройств, в том числе штатные бортовые приборы для самолетов, вертолетов, кораблей.

Российские ученые и инженеры оказались по существу в роли проводников и популяризаторов зарубежной техники и программных продуктов. Компьютеры, которые мы используем, у нас не производятся («отверточная сборка»). Производство электронных комплектующих кануло в лету. Отечественным производителям, поПУТно с продавливанием России во Всемирную торговую организацию – ВТО, навязали переход на импортную элементную базу. Россия прочно сидит на игле операционной системы Windows (американской корпорации Microsoft). Наконец, прикладное программное обеспечение (даже редактор Word, в котором мы набираем текст) – сплошь чужое. Продуктивное творчество – создание новых образцов электронной техники, информационных технологий и систем – теперь стало уделом зарубежных ученых и фирм.

## УКОРОЧЕННЫЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ ПРОЦЕСС КОМПЕНСАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ В РЕКУРСИВНЫХ СИСТЕМАХ

Е. Б. Соловьева

Нелинейные искажения порождают многие нежелательные эффекты и являются причиной ухудшения ряда показателей качества как отдельных устройств, так и электронных систем в целом. Использование традиционных методов борьбы с нелинейными искажениями, таких, как линейная инверсия, линеаризация характеристик отдельных нелинейных элементов и т. п., не всегда оказывается эффективным, что обусловлено повышением степени интеграции технических устройств и расширением области задач прецизионной обработки сигналов.

Наиболее эффективными методами подавления нелинейных искажений являются методы их компенсации, которые позволяют повысить качество технических устройств при заданном уровне развития технологии их производства. Интенсивное развитие методов компенсации идет в направлении создания универсальных процедур линеаризации, основанных на нелинейной обработке сигналов и применяемых для широкого класса устройств.

Методы компенсации тесно связаны с формой представления математической модели системы, вносящей нелинейные искажения. При синтезе компенсатора будем полагать, что исходная система описывается нелинейной авторегрессионной моделью (NARMAX-моделью) [1], в частности, рекурсивным разностным уравнением

$$B(q)y(n) = A(q)x(n) + N[x(n), y(n)], \quad (1)$$

где  $x(n)$ ,  $y(n)$  – входной и выходной сигналы системы соответственно,  $n$  – нормированное дискретное время,  $q$  – оператор смещения,

$B(q) = 1 + \sum_{i=1}^N b_i q^{-i}$ ,  $A(q) = \sum_{i=0}^N a_i q^{-i}$ , нелинейный полиномиальный оператор

$$\begin{aligned} N[x(n), y(n)] = & \sum_{k=2}^L \sum_{i_1=r}^N \dots \sum_{i_k=i_{k-1}}^N h_{i_1 i_2 \dots i_k} x(n-i_1) \dots x(n-i_k) + \\ & + \sum_{k=2}^L \sum_{i_1=r}^N \dots \sum_{i_k=i_{k-1}}^N r_{i_1 i_2 \dots i_k} y(n-i_1) \dots y(n-i_k) + \\ & + \sum_{k=2}^L \sum_{i_1=r}^N \dots \sum_{i_k=i_{k-1}}^N r_{i_1 i_2 \dots i_k} x(n-i_1) \dots y(n-i_k). \end{aligned}$$

Рассмотрим процесс компенсации нелинейных искажений на примере синтеза префильтра-компенсатора (рис.1) при условии устойчивого режима работы нелинейной системы.

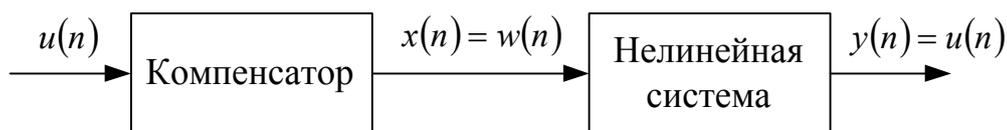


Рис. 1

Операторное уравнение компенсатора сформируем из соотношения (1) путем выделения входного сигнала

$$x(n) = A^{-1}(q)B(q)y(n) - A^{-1}(q)N[x(n), y(n)]$$

и установления соотношения вход-выход компенсатора [2]

$$w(n) = A^{-1}(q)B(q)u(n) - A^{-1}(q)N[w(n), u(n)]. \quad (2)$$

Решение нелинейного операторного уравнения (2) находим итерационной процедурой [3]:

1-я итерация

$$w_1(n) = A^{-1}(q)B(q)u(n),$$

где  $u(n)$  – известное воздействие.

$k$ -я итерация

$$w_k(n) = w_{k-1}(n) + A^{-1}(q)[B(q)u(n) - B(q)y_{k-1}(n)]. \quad (3)$$

С учетом выражения (1) преобразуем равенство (3)

$$\begin{aligned} w_k(n) &= w_{k-1}(n) + A^{-1}(q)[B(q)u(n) - \{A(q)w_{k-1}(n) + N[w_{k-1}(n), u(n)]\}] = \\ &= w_{k-1}(n) + A^{-1}(q)B(q)u(n) - A^{-1}(q)A(q)w_{k-1}(n) - A^{-1}(q)N[w_{k-1}(n), u(n)]. \end{aligned}$$

В итоге, выходной сигнал компенсатора, полученный на  $k$ -й итерации,

$$\begin{aligned} w_k(n) &= \underbrace{[A^{-1}(q)B(q)u(n) - A^{-1}(q)N[w_{k-1}(n), u(n)]]}_1 + \\ &+ \underbrace{[w_{k-1}(n) - A^{-1}(q)A(q)w_{k-1}(n)]}_2, \quad (4) \end{aligned}$$

содержит две составляющие: 1 – результат компенсации нелинейности исходной системы, 2 – погрешность линейной инверсии, обусловленная аппроксимацией линейного инверсного оператора  $A^{-1}(q)$ .

При существенной нелинейности исходной системы вычислительные затраты на синтез компенсатора резко возрастают. С целью их понижения целесообразно упростить процедуру компенсации путем формирования укороченных итераций [4]. Вместо того чтобы выписывать для  $k$ -й итерации все слагаемые, достаточно ограничиться лишь слагаемыми, содержащими операторы степени не выше  $k$ . Следовательно, можно утверждать: все слагаемые в выражении (4), содержащие операторы степени меньшей или равной  $k$ , сохраняются без изменения при переходе от  $k$ -й к  $(k+1)$ -й итерации и, тем самым, входят в окончательное

выражение выходного сигнала компенсатора; других операторов степени меньшей или равной  $k$  ( $k+1$ )-я итерация не содержит.

Введем в рассмотрение укороченные итерации, на которых результирующий сигнал обозначим с индексом  $s$ .

1-я укороченная итерация (совпадает с обычной итерацией)

$$w_{1,s}(n) = A^{-1}(q)B(q)u(n),$$

$k$ -я укороченная итерация

$$w_{k,s}(n) = \underbrace{\left[ w_{1,s}(n) - A^{-1}(q)N[w_{k-1,s}(n), u(n)] \right]}_1 + \underbrace{\left[ w_{k-1,s}(n) - A^{-1}(q)A(q)w_{k-1,s}(n) \right]}_2,$$

где индекс  $s$  у квадратной скобки означает, что в развернутой записи 1-й составляющей выходного сигнала на  $k$  итерации содержатся слагаемые степени не выше  $k$ , а остальные слагаемые отбрасываются.

#### Вывод

Переход к укороченной итерационной процедуре синтеза нелинейного компенсатора позволяет существенно упростить процесс компенсации нелинейных искажений сигналов, что особенно важно при обработке сигналов в реальном масштабе времени.

#### Литература

1. Chen S., Billings S.A. Representations of non-linear systems: the NARMAX model // *Int. J. Control.* 1989. Vol.49, №3. P.1013-1032.
2. Carini A., Mathews V. J., Sicuranza G. L. Equalization of recursive polynomial systems // *IEEE Signal Processing Letters.* 1999. Vol.6, № 12. P.312–314.
3. Соловьева Е. Б., Смирнов К. В. Компенсация нелинейных искажений в каналах связи методом простых итераций // *Цифровая обработка сигналов и ее применение: Сб. докл. 5-й Междунар. науч.-техн. конф., М., 12–14 марта 2003/ МЦНиТИ. М., 2003, т.1, С.8-12.*
4. Данилов Л. В. *Ряды Вольтерра–Пикара в теории нелинейных электрических цепей.* М.: Радио и связь, 1987.

Соловьева Елена Борисовна, д.т.н., профессор кафедры ТОЭ  
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет  
Адрес: 197376, Россия, г.Санкт-Петербург, ул.Проф.Попова, д.5, СПбГЭТУ,  
каф. ТОЭ. Тел.: (812) 346-17-96. [selenab@hotbox.ru](mailto:selenab@hotbox.ru)

## МЕТОД РАСЩЕПЛЕНИЯ ДЛЯ ФИЛЬТРАЦИИ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ

Е. Б. Соловьева, А. П. Жеребцов

Актуальной задачей в аналоговой и цифровой технике является борьба с негауссовскими шумами. Для ее решения используются нелинейные методы обработки сигналов. В докладе предлагается способ подавления импульсных помех, искажающих двумерные сигналы, например сигналы изображений. Фильтрация импульсных помех выполняется на основе метода расщепления, с помощью которого по соотношению вход-выход строится математическая модель нелинейного фильтра, обеспечивающего более высокое качество восстановления сигналов по сравнению с известным методом медианной фильтрации.

Математический оператор нелинейного фильтра конструируется следующим образом. Входной сигнал делится на фрагменты длиной  $N$  отсчетов. Каждому фрагменту ставится в соответствие полученный с помощью дискретного преобразования Фурье (ДПФ) вектор спектральных составляющих  $[X(-(M-1), \vec{a}) \ X(-(M-2), \vec{a}) \ \dots \ X(M, \vec{a})]$ , где  $\vec{a}$  – вектор параметров сигнала,  $M = N/2$ . Если сигналы фрагментов различны, то их векторы-спектры также различны и, следовательно, расщеплены. В результате решения задачи аппроксимации

$$\max_{x(n, \vec{a}) \in X} \left\| Y(k, \vec{a}) - P_{H_k} \{ \vec{X}_p(\vec{a}) \} \right\| \rightarrow \min_{\vec{B}}, \text{ для } \forall k \in [0, M], \forall \vec{a} \in G_a,$$

где  $Y(k, \vec{a})$  –  $k$ -я составляющая спектра  $[Y(-(M-1), \vec{a}) \ Y(-(M-2), \vec{a}) \ \dots \ Y(M, \vec{a})]$  желаемого выходного сигнала  $y(n, \vec{a})$ , строится многочлен

$$\begin{aligned} P_{H_k} \{ \vec{X}_p(\vec{a}) \} = & \sum_{l=1}^p \sum_{i_1=-(M-1)}^M \dots \sum_{\substack{i_l=i_{l-1} \\ i_1+i_2+\dots+i_l=k}}^M B_{i_1, i_2, \dots, i_l}^{(k)} \cdot \prod_{r=1}^l X(i_r) + \\ & + \sum_{\gamma=1}^{[l/2]} \sum_{i_1=-(M-1)}^M \dots \sum_{\substack{i_l=i_{l-1} \\ i_1+i_2+\dots+i_l=\gamma \cdot N - k}}^M B_{i_1, i_2, \dots, i_l}^{(k)} \cdot \prod_{r=1}^l X^*(i_r) + \\ & + \left( \sum_{\gamma=1}^{[(l-1)/2]} \sum_{i_1=-(M-1)}^M \dots \sum_{\substack{i_l=i_{l-1} \\ i_1+i_2+\dots+i_l=\gamma \cdot N + k}}^M B_{i_1, i_2, \dots, i_l}^{(k)} \cdot \prod_{r=1}^l X(i_r) \right) \times \delta_1(l-3), \end{aligned}$$

где  $[s]$  – наименьшее целое, такое что  $[s] \leq s$ ,  $\delta_1(l)$  – цифровой единичный скачок,  $*$  – оператор комплексного сопряжения. Таким образом,

спектральные составляющие выходного сигнала в диапазоне  $[0, M]$  описываются различными многомерными полиномами. По свойству симметрии формируется спектр выходного сигнала фильтра и с помощью обратного ДПФ восстанавливается сигнал.

Достоинство рассматриваемого подхода состоит в том, что общая задача аппроксимации оператора нелинейного фильтра разбивается на несколько аппроксимационных задач меньшей размерности. В результате обусловленность систем линейных уравнений, решаемых при идентификации фильтра в среднеквадратичной метрике, понижается.

Синтез полиномиальных фильтров в частотной области (ЧНФ) выполнен на классе сигналов, представляющих собой полутонные изображения, пораженные импульсным шумом. Осуществлено сравнение построенных фильтров с фильтрами Вольтерра и медианными фильтрами.

В результате проведенных исследований установлено:

- наиболее высокую точность фильтрации дает ЧНФ с квадратной апертурой обработки изображений. Для увеличения порядка аппроксимирующего полинома возможно применение крестовой апертуры. Очевидно, что число каналов расщепления определяется видом и размером апертуры;

- для защиты изображения от эффекта блочности перемещение апертуры необходимо выполнять с шагом в один отсчет;

- на рассматриваемом классе сигналов комбинированная фильтрация (каскадное соединение медианного фильтра и ЧНФ) не повышает точность восстановления изображений.

Наглядно результаты фильтрации показаны на рис.1, где представлены соответственно искаженное изображение с плотностью шума 0,5 (шумом поражена половина отсчетов исходного сигнала изображения) (а), результаты медианной фильтрации с квадратной апертурой  $5 \times 5$  (б), нелинейной фильтрации Вольтерра (в) и ЧНФ (г). Фильтр Вольтерра и ЧНФ построены с применением крестовой апертуры  $3 \times 3$  и многомерного полинома 5-й степени.

Среднеквадратичная погрешность подавления импульсных помех

вычислялась по выражению  $\varepsilon = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (y_{ij} - x_{ij})^2} / (MI \cdot NI)$ , где  $y_{ij}$  и  $x_{ij}$  –

отсчеты (из диапазона  $[0, 10^4]$ ) выходного сигнала нелинейного фильтра и исходного неискаженного изображения соответственно,  $NI$ ,  $MI$  – число строк и столбцов в изображении. Погрешность  $\varepsilon$  для медианной фильтрации составила 4.3, для фильтрации Вольтерра – 2.87, для ЧНФ – 2.98.

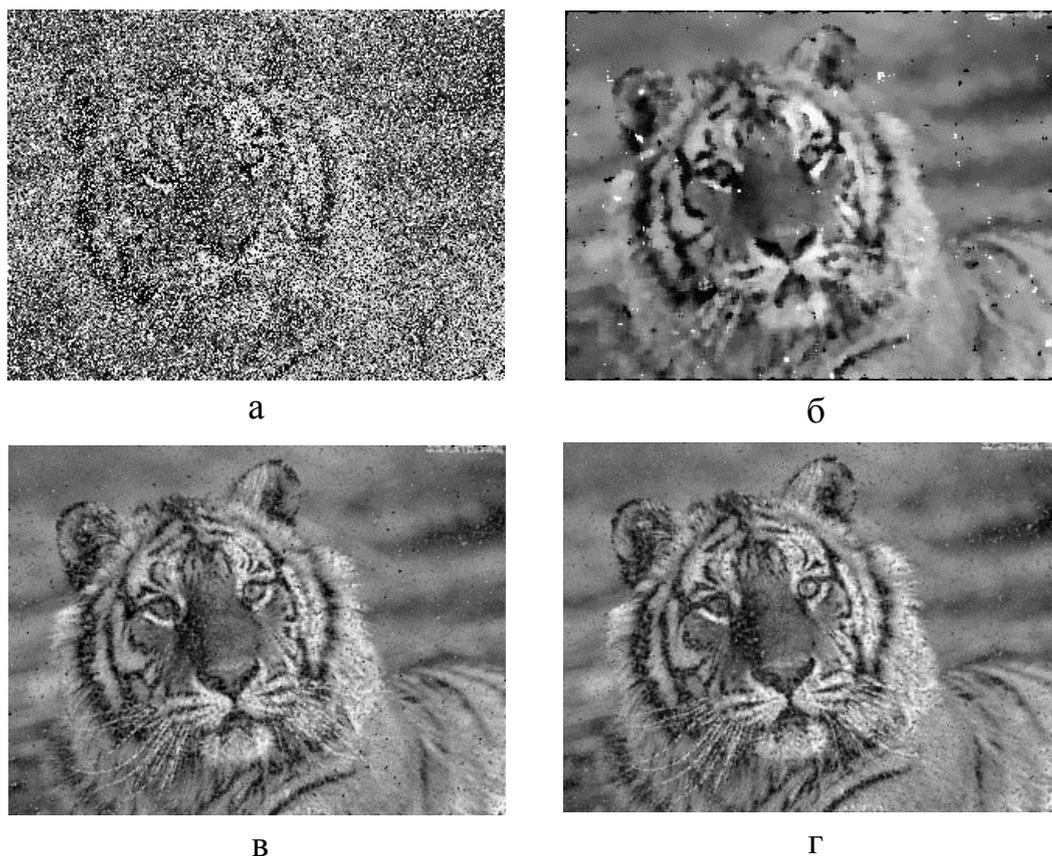


Рис. 1

Свойство инвариантности полиномиальных фильтров к входным сигналам при сохранении статистических свойств сигналов и помех иллюстрирует рис. 2. На рис. 2 показан результат фильтрации ЧНФ, идентифицированном на сигнале рис. 1, а.



Рис. 2

Представленные результаты показывают, что полиномиальные фильтры Вольтерра и фильтры, синтезированные методом расщепления, дают практически одинаковое качество восстановления сигналов, существенно лучшее по сравнению с медианными фильтрами. Повышение степени аппроксимирующего полинома приводит к улучшению качества восстанавливаемого изображения. Поскольку метод расщепления выполняет декомпозицию задачи аппроксимации, он практически решает проблему плохой обусловленности, типичную для методов “черного ящика”. В результате метод расщепления является предпочтительным для фильтрации импульсных помех по сравнению с методом полиномиальной фильтрации Вольтерра.

Соловьева Елена Борисовна, д.т.н., профессор кафедры ТОЭ  
 Жеребцов Алексей Павлович, аспирант кафедры ТОЭ  
 Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет  
 197376, г.Санкт-Петербург, ул.Проф.Попова, д.5, СПбГЭТУ, каф.ТОЭ  
 Тел.: (812) 346-17-96, [selenab@hotmail.ru](mailto:selenab@hotmail.ru)

## CONTROLLED SOURCE METHOD FOR SYMBOLIC NETWORK ANALYSIS

V. V. Filaretov, A. S. Korotkov

Abstract: An extension of the generalized parameter extraction method for the case of multiple excitations is considered. The task of the analysis is to obtain the circuit response in symbolic form. The approach is based on simultaneous determinant calculation of numerator and denominator of the function that presents the response. An example of the method application illustrates the theoretical part of the paper.

### I. Introduction

Generalized parameter extraction method that was proposed and discussed in [1], [2] is an effective tool for network symbolic analysis. The method can be used for analysis of the circuit with all type of controlled sources. It does require neither matrix, nor ordinary graph description of the circuit. Analysis can be done using equivalent presentation of the circuit based on so called oriented nullor description of active elements. The symbol of the oriented nullor, firstly considered in [3], is shown in Fig.1



Fig.1. Oriented norator and nullator

An idea of the method is expressed by the simple formula which generalizes known Feussner's equations (see references to Feussner's papers in [2], [4]) like as

$$\Delta = \chi \Delta(\chi \rightarrow 1) + \Delta(\chi \rightarrow 0), \quad (1)$$

where parameter  $\chi$  corresponds to the value of the controlled source parameter,  $\Delta(\chi \rightarrow 1)$  and  $\Delta(\chi \rightarrow 0)$  correspond to determinants of the circuit matrix when the controlled source is replaced by the oriented nullor and when the controlled source is deleted from the circuit respectively. (It is necessary to note that the similar formula has been used in [5], but without proof of it). An illustration of



be called further as a *current-sensor*. (Analogously the branch corresponding to the calculate voltage will be called as a *voltage-sensor*). To understand the conception of the approach the circuit of Fig.3a is equivalently transformed to the form of its augmented version (see Fig.3b) [4], where the independent sources are changed to their current controlled analogs. It is supposed that each source is controlled by own current  $I$ , which flows through the same branch.

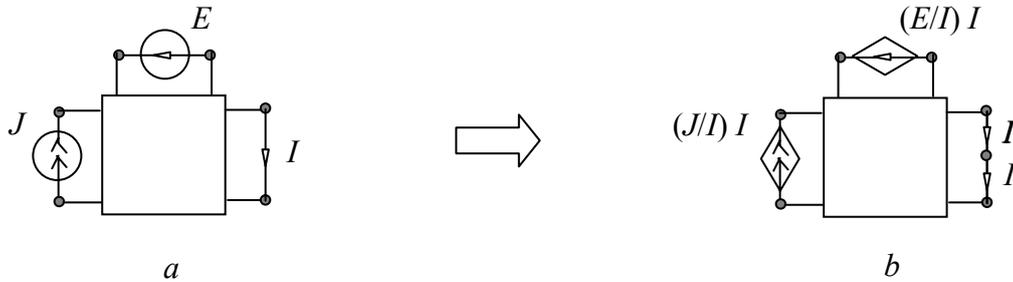


Fig.3. Equivalent transformation: initial circuit (a), augmented circuit (b).

The calculated current is evaluated by means of the twice repeated expansion (1) due to generalized parameter extraction method. Thus the circuit determinant is expressed as a sum of three terms shown in Fig.4.

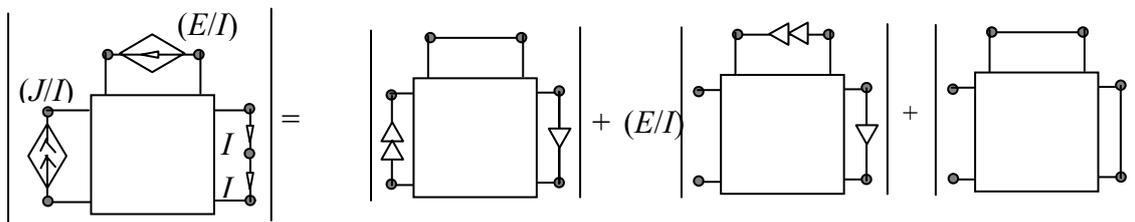


Fig.4. Expansion of the circuit determinant.

The augmented circuit does not include independent sources. Taking this fact into account and supposing that initially  $I$  is not equal to zero it is possible to conclude that determinant of this circuit is equal to zero. Say other words, the left side of circuitry–algebraic equation of Fig.4 is equal to 0. Thus, the current  $I$  and simultaneously output response of the circuit is determined by equation of Fig.5. The determinants in the numerator are calculated using generalized parameter extraction method.

In each step of the determinant expansion the solvability conditions should be verified. General topological conditions for the solvability of linear networks can be formulated in the theorem proved in the paper [1] based on results proposed in [6], [7]. These necessary and sufficient conditions for the existence of solvability are

1. If and only if there is no loop consisting of both controlled-voltage-source branches and norators only nor no loop consisting of both current-sensor branches and nullator only.

2. If and only if there is no cutset consisting of both controlled-current-source branches and norators only nor no cutset consisting of both voltage-sensor branches and nullators only.

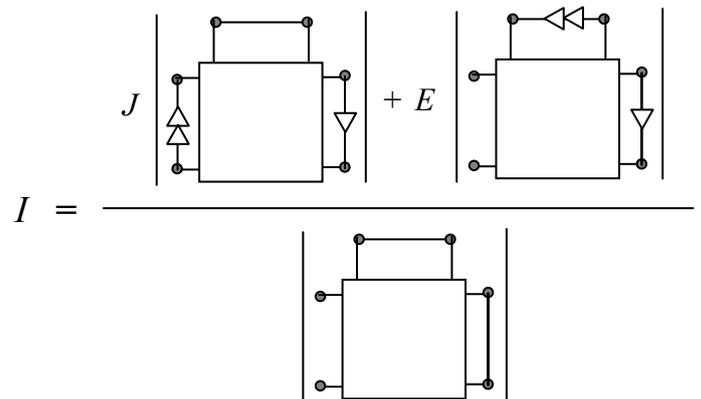


Fig.5. Circuitry-algebraic equation for the calculation of the circuit response.

Let us note that current controlled branch includes the nullator in each of the determinants of the numerator shown in Fig.5. This statement gives the possibility to introduce a new circuit element that can be formally called *nullator controlled multidimensional source*. Multidimensional source can consist of an arbitrary number  $n$  of current and/or voltage sources. The controlled element is the same for each of the sources. It will be indicated in figures as a shaded nullator. Nullator of the source has got the same properties as a standard nullator. Thus, all known operations with nullators are still valid in this case. Obviously that the network can include only one nullator controlled multidimensional source. For the two-dimensional source that is discussed currently it is described analytically as

$$U=0, I=0$$

for the input nodes corresponding to the nullator and

$$U=E, I=J$$

for the output nodes corresponding to the sources. Parameters of initial independent sources  $E$  and  $J$  will be used as parameters of the nullator controlled multidimensional source. Thus, the numerator of the circuitry-

algebraic equation of Fig.5 can be expressed in a simplified form as it is depicted in Fig.6.

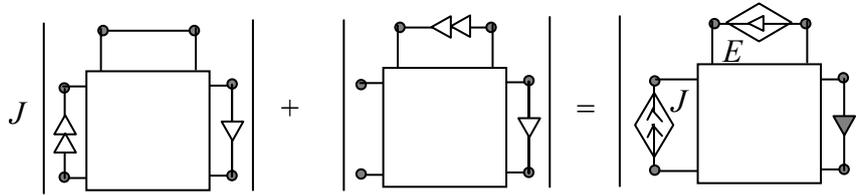


Fig.6. Presentation of the circuitry-algebraic equation using nullator controlled two-dimensional source.

Let us consider nullator controlled multidimensional source consisting of  $n$  current and voltage sources with parameters  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , where  $p_i$  is equal to  $E_i$ (or  $J_i$ ). To extract parameters of multidimensional source  $p_i$  the equation (1) can be used in its modified form. On account of this reason the determinant  $\Delta$  is expressed by the following formula

$$\Delta = p_i \Delta_1 + \Delta_2 \quad (2)$$

The network associated with  $\Delta_1$  is obtained from the initial network when the source with parameter  $p_i$  corresponding to  $E_i$  or  $J_i$  is replaced by a norator, the nullator of the multidimensional source is replaced by a standard nullator, and other sources with parameters  $p_1, p_2, \dots, p_{i-1}, \dots, p_{i+1}, \dots, p_n$  are contracting if they belong to the class of voltage sources or are removing if they belong to the class of current sources. The network associated with  $\Delta_2$ , is obtained from the initial network when the extracted voltage sources  $E_i$  are contracting or the extracted current sources  $J_i$  are removing.  $\Delta_2$  will be equal to zero if all parameters of *nullator controlled multidimensional source* have been extracted.

Thus, the equation of Fig.5 can be represented as shown in Fig.7.

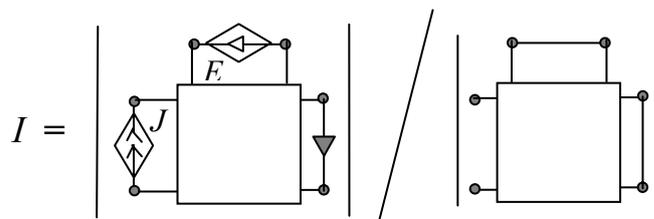


Fig.7. Circuitry-algebraic equation for the evaluation of the current response.

The same approach is used when the voltage output response is calculated (see Fig.8).

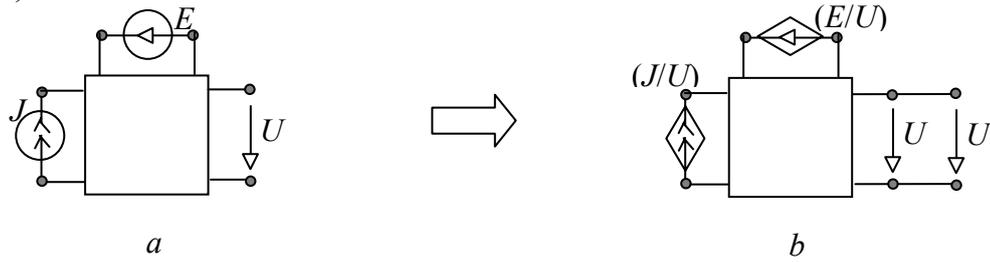


Fig.8. Equivalent transformation: initial circuit (a), augmented circuit (b).

Dropping intermediate calculation, the circuitry-algebraic equation for the evaluation of the voltage output response is presented in the form as it is shown in Fig.9.

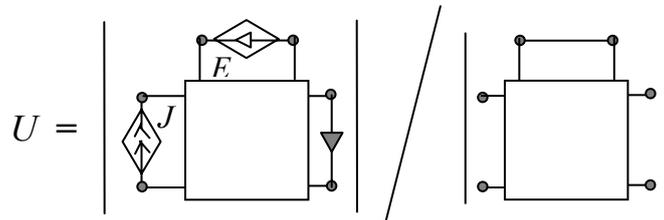


Fig. 9. Circuitry-algebraic equation for the evaluation of the voltage response.

The discussed approach has been realized in the program CIRSYMD as a part of the software tool SYMBOL. The program can be free downloaded from the site <http://astrometric.sai.msu.ru/~symbol/>.

### III. Example

As an example of the method application we'd like to analyze the circuit shown in Fig. 10a. Its augmented version is presented in Fig.10b. The task of the analysis is to calculate the output voltage of the amplifier  $U$  in symbolic form like as  $U=-N/D$ . Let us note that the voltage-sensor corresponds to the voltage drop  $U$ . The calculation procedure is illustrated by Fig.11 and Fig.12.

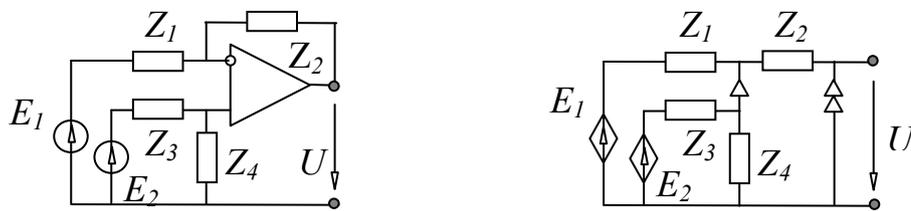


Fig.10. Differential amplifier (a), nullor based equivalent circuit (b).

To calculate numerator  $N$  of the response function the independent voltage sources  $E_1$  и  $E_2$  are represented as a nullator controlled two-dimensional voltage

source where the controlled nullator is located at the output node instead of voltage-sensor.

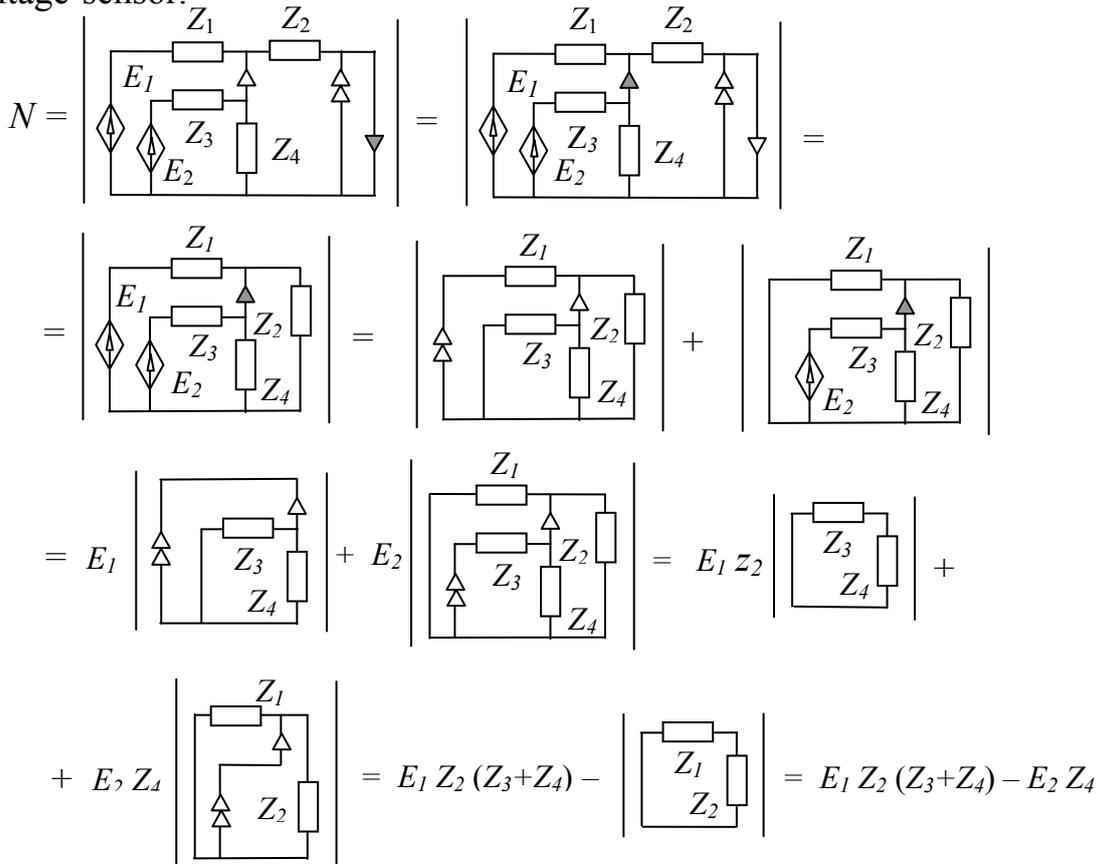


Fig.11

Following operations are demonstrated in Fig.11: preliminary equivalent transformations when the positions of two nullators are changed and the parallel connection of nullator and norator is short circuited; extraction of the *nullator controlled two-dimensional source* parameters in accordance to equation (2).

To calculate the function denominator excitation sources  $E_1$ ,  $E_2$  are contracted and the voltage-sensor  $U$  is removed from the equivalent circuit of the amplifier.

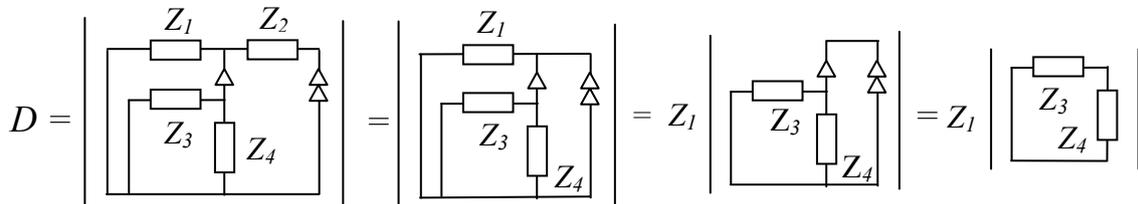


Fig.12

Following operations are demonstrated in Fig.12: the element  $Z_2$  is contracted because it is connected in series with norator; the element  $Z_1$  is extracted because it is connected in parallel with norator; the series connection of norator and nullator is removed.

Thus, the voltage response of the amplifier is expressed by well-known formula

$$U = -\frac{N}{D} = \frac{E_2 Z_4 (Z_1 + Z_2) - E_1 Z_2 (Z_3 + Z_4)}{Z_1 (Z_3 + Z_4)}.$$

#### IV. Conclusions

The discussed method generalizes the sorting scheme proposed in the paper [4]. An introduction of the new circuit element *nullator controlled multidimensional source* allows the consideration of the function numerator corresponding to the response as a circuit determinant. It was possible previously only for the case of one-dimensional excitation.

#### References

- [1] V.V.Filaretov, "A topological analysis of electronic circuits by a parameter extraction method," *Electrical technology Russia*, no. 2, pp.46-61, 1998.
- [2] V.V.Filaretov and A.S.Korotkov, "Generalized parameter extraction method in network symbolic analysis," in *Proc. ECCTD*, Kraków, Poland, vol. 2, pp. 406–409, Sept. 2003.
- [3] J.Braun, "Topological analysis of networks containing nullators and norators," *Electronics letters*, vol.2, no. 11, pp. 427–428, Nov. 1966.
- [4] G.E.Alderson and P.M.Lin, "Computer generation of symbolic network functions – a new theory and implementation," *IEEE Trans. Circuit Theory*, vol. CT-20, no. 1, pp. 48-56, Jan. 1973.
- [5] R.Hashemian, "Symbolic representation of network transfer functions using norator-nullator pairs," *Electronic circuits and systems*, vol.1, no.6, pp.193–197, Nov. 1977.
- [6] M.M. Milic, "General passive networks – solvability, degeneracies, and order of complexity," *IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol. CAS-21, no.2, pp.177–183, March 1974.
- [7] T.Ozawa, "Topological conditions for the solvability of linear active networks," *Circuit Theory and Applications*, vol.4, pp.125–136, 1976.
- [8] M.A.Breuer, "Generation of optimal code for expressions via factorization," *Communications of the Association for computing machinery*, vol.12, no.6, pp.333-340, 1969.

Prof. Dr. Alexander S. Korotkov  
Electrical Eng and Telecom Dept  
St.Petersburg State Technical  
University, Russia  
Senior member, IEEE  
Vice Chair IEEE BT/COM/CAS  
Chapter, St.Petersburg  
Tel.: +7 812 5527639. E-mail:  
korotkov@rphf.spbstu.ru

Коротков Александр  
Станиславович – д.т.н., профессор  
кафедры «Радиотехника и  
телекоммуникации»  
Санкт-Петербургского  
государственного технического  
университета  
Тел.: +7 812 5527639  
korotkov@rphf.spbstu.ru

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
 МЕЖДУНАРОДНАЯ АКАДЕМИЯ ИНФОРМАТИЗАЦИИ  
 АССОЦИАЦИЯ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА  
 РОССИЙСКОЕ ФИЛОСОФСКОЕ ОБЩЕСТВО  
 Ульяновский Дом техники Российского Союза научных  
 и инженерных организаций  
 Союз научных и инженерных общественных объединений Ульяновской области  
 Ульяновский Государственный технический университет

Международная конференция  
**«КОНТИНУАЛЬНЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ЛОГИКИ,  
 ИСЧИСЛЕНИЯ И НЕЙРОИНФОРМАТИКА В НАУКЕ И ТЕХНИКЕ»**

**«CONTINUAL ALGEBRAIC LOGIC, CALCULI AND NEUROINFORMATICS  
 IN SCIENCE AND TECHNICS»**

17–19 мая 2005 года

*Посвящается памяти А. А. Любищева*

**Девиз конференции:**

*«Мир культуры требует изменения логических ценностей, ... необходимо разработать  
 столько логик, сколько существует типов объектов любой природы»*  
 Г.Башляр. Новый рационализм. - М.: Прогресс, 1987.

Ульяновский Государственный технический университет приглашает Вас принять участие в Международной конференции «КОНТИНУАЛЬНЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ЛОГИКИ, ИСЧИСЛЕНИЯ И НЕЙРОИНФОРМАТИКА В НАУКЕ И ТЕХНИКЕ» (КЛИН-2005), которая проводится в УлГТУ с 17 по 19 мая 2005 г.

Оргкомитет конференции

**Председатель:**

**Волгин**

**Леонид Иванович**

д.т.н., профессор, заслуженный деятель науки и техники РФ,  
 президент Ульяновского отделения МАИ и председатель  
 Ульяновского отделения РФО, УлГТУ

**Члены оргкомитета:**

*Абрамов*

Геннадий Николаевич

*Вельмисов*

Петр Александрович

*Климовский*

Андрей Борисович

*Мишин*

Валерий Алексеевич

*Почкайло*

Наталья Анатольевна

*Шишкин*

Вадим Викторович

д.т.н., профессор, зав. кафедрой БРА ТГАС

д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой ВМ УлГТУ

к.ф.-м.н., доцент, начальник НИС УлГТУ

д.т.н., профессор, заслуженный деятель науки РФ, проректор  
 по НР УлГТУ, председатель СНИОО Ульяновской области  
 ведущий инженер СНТИ УлГТУ

к.т.н., доцент, декан ФИСТ УлГТУ, ученый секретарь  
 Ульяновского отделения РФО

В настоящее время обозначилась тенденция опережающего развития средств цифровой обработки информации, в то время как физический макромир, технологии производства и управления, измеряемые и контролируемые параметры в подавляющем большинстве, сопровождаются не цифровыми, а аналоговыми (непрерывными, континуальными) процессами.

Целью конференции является дальнейшее развитие высокопроизводительных аналоговых методов, средств преобразования и обработки аналоговой информации, развитие логико-алгебраической теории и систем искусственного интеллекта, обмен последними достижениями и установление творческих связей между специалистами, работающими в указанной области.

На конференции предполагается рассмотреть следующие вопросы: континуальные алгебраические логики и сопутствующие им логико-алгебраические исчисления (математические логики и специальные алгебры), нейронные сети и нейроинформатика как средства формального синтеза высокопроизводительных информационных технологий, реляторные преобразователи и процессоры с глобальным параллелизмом обработки аналоговой информации без промежуточных преобразований в цифровой код на основе импликативной и предикатной алгебр выбора и графа Паскаля, непрерывнологические методы и средства обработки информации, логико-алгебраический элементный базис и схмотехника, логико-алгебраические и топологические (схемные) модели активных электрических цепей, нечеткие системы и модели, персональные аналоговые компьютеры с расширенными логическими и интеллектуальными возможностями, аналоговые нейронные сети и нейротехнические системы, семантические модели «искусственного интеллекта», философские и онтологические аспекты науки, техники и др. С целью сближения гуманитарных и научно-технических знаний на конференции будет работать секция прикладной философии и социологии.

Секции конференции:

1. Прикладная философия и социология и проблемы образования
2. Логические системы, алгебраические логики и реляторная схмотехника
3. Системы искусственного интеллекта и нейроинформатика
4. Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика
5. Математические методы и модели в прикладных задачах науки и техники

#### УЧАСТИЕ В КОНФЕРЕНЦИИ

Для участия в конференции в адрес Оргкомитета необходимо выслать *до 31 марта 2005 года*:

- заявку на участие (в произвольной форме);
- тексты докладов до 3 полных страниц;
- копию платежного поручения.

Предусмотрены две формы участия в работе конференции – очная и заочная (форму участия необходимо указать в заявке). Для установления заочных контактов в докладах после списка литературы необходимо поместить контактный адрес и данные об авторах. При заочном участии доклады рассматриваются как стендовые и сборник «Трудов конференции» высылается по указанному автором адресу.

На время работы конференции обеспечивается по предварительным заявкам платное проживание в университетской гостинице или профилактории.

#### **Адрес Оргкомитета:**

432027, г. Ульяновск (Ulyanovsk), ул. Северный Венец (Severny Venetz), 32, УлГТУ (UISTU), КЛИН-2005 (CLIN-2005); тел. (8422) 43-91-07 (Почкайло Н.А.); e-mail: [clin@ulstu.ru](mailto:clin@ulstu.ru)

### Организационный взнос

Оргвзнос – 400 рублей должен быть перечислен на р/с УлГТУ или внесен при регистрации (указать в заявке). Банковские реквизиты (необходимо уточнить по электронной почте перед перечислением):

ИНН 7300000170 УФК МФ РФ по Ульяновской области

(ИНН 7325000052/ КПП 730301001 ГОУ ВПО УлГТУ л/с 06075259510)

Банк: ГРКЦ ГУ ЦБ РФ по Ульяновской обл. г. Ульяновск БИК 047308001  
р/сч. 40503810900001000001 Назнач.платежа: ОФК 6825 (5020000) 075/13,

### Оргвзнос на конференцию КЛИН-2005

#### Требования к оформлению текстов докладов

- Объем текста **1, 2 или 3 ПОЛНЫХ** страницы формата А4. Поля по 2,5 см.
- Текст в 2-х экземплярах представляется в виде, готовом для безнаборного размножения с уменьшением.
- С первой строки – НАЗВАНИЕ (прописными буквами, от левого края, полужирным шрифтом), с новой строки – И.О.Фамилия авторов (строчными буквами, от левого края), далее – пустая строка, далее – текст.
- Последними в текст помещаются данные об авторах: фамилия, имя, отчество полностью; ученая степень и звание; академические и почетные звания; должность; кафедра (для ВУЗов); наименование организации, где работают авторы; адрес для переписки; контактный телефон, адрес электронной почты.

#### Предыдущие конференции:

1. «НЕПРЕРЫВНОЛОГИЧЕСКИЕ И НЕЙРОННЫЕ СЕТИ И МОДЕЛИ», 23-25 мая 1995 года (выпущены три тома трудов конференции).
2. «НЕЙРОННЫЕ, РЕЛЯТОРНЫЕ И НЕПРЕРЫВНОЛОГИЧЕСКИЕ СЕТИ И МОДЕЛИ», 19-21 мая 1998 года (выпущены четыре тома трудов конференции).
3. «МЕТОДЫ И СРЕДСТВА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И ОБРАБОТКИ АНАЛОГОВОЙ ИНФОРМАЦИИ», 8-10 июня, 1999 года (посвящена памяти Ю.А.Шрейдера, выпущены три тома трудов и тезисы конференции).
4. «КОНТИНУАЛЬНЫЕ ЛОГИКО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ И НЕЙРОСЕТЕВЫЕ МЕТОДЫ В НАУКЕ, ТЕХНИКЕ И ЭКОНОМИКЕ (КЛАМ-2000)», 16-18 мая 2000 года (посвящена памяти В.В.Налимова, выпущены два тома трудов конференции).
5. «КОНТИНУАЛЬНЫЕ ЛОГИКО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ИСЧИСЛЕНИЯ И НЕЙРОМАТЕМАТИКА В НАУКЕ, ТЕХНИКЕ И ЭКОНОМИКЕ (КЛИН-2001)», 15-17 мая 2001 года (посвящена памяти В.И.Шестакова, выпущены четыре тома трудов конференции).
6. «КОНТИНУАЛЬНЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ЛОГИКИ, ИСЧИСЛЕНИЯ И НЕЙРОМАТЕМАТИКА В НАУКЕ, ТЕХНИКЕ И ЭКОНОМИКЕ (КЛИН-2002)», 14-16 мая 2002 года (посвящена памяти Г.Е. Пухова, выпущены пять томов трудов конференции).
7. «КОНТИНУАЛЬНЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ЛОГИКИ, ИСЧИСЛЕНИЯ И НЕЙРОИНФОРМАТИКА В НАУКЕ, ТЕХНИКЕ И ЭКОНОМИКЕ (КЛИН-2003)», 13-15 мая 2003 года (посвящена памяти А.Н. Колмогорова, выпущены пять томов трудов конференции).
8. «КОНТИНУАЛЬНЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ЛОГИКИ, ИСЧИСЛЕНИЯ И НЕЙРОИНФОРМАТИКА В НАУКЕ И ТЕХНИКЕ (КЛИН-2004)», 18-20 мая 2004 года (посвящена памяти В.А. Смирнова, выпущены семь томов трудов конференции).

## РЕЦЕНЗИЯ

на монографию Гришкевича Андрея Александровича  
**«Комбинаторные методы исследования экстремальных структур  
математических моделей электрических цепей и систем»**,  
планируемую к изданию в издательстве Южно-Уральского государственного  
университета в 2004 г.

**Структура монографии.** Монография 428 страниц текста содержит 5 глав, введение, заключение, список использованных источников, 3 приложения объемом 12 стр., 135 рисунков, 27 таблиц.

Общая характеристика работы. Представленная работа написана достаточно грамотно, используемые обороты и выражения соответствуют нормам и правилам русского языка. Научная терминология корректна. Ссылки на первоисточники приводятся.

**Актуальность темы монографии.** Одно из направлений развития теории электрических цепей заключается в использовании математических логик и специальных (проблемно-ориентированных) алгебр для аналитического представления схем, структур и функций заданных классов электрических цепей. Различные логико-алгебраические структуры (булевы алгебры, мультипликативно-аддитивные алгебры, комплиментарные алгебры, непрерывные логики) также лежат в основе логических методов анализа и синтеза сложных систем, в том числе электроэнергетических, применительно к задачам нахождения показателей надежности систем по одноименным показателям составляющих элементов.

Использование математических логик и специальных алгебр в настоящее время представляется весьма перспективным. Это подчеркивается, в частности на ежегодной Международной конференции «Континуальные алгебраические логики, исчисления и нейроматематика в науке, технике и экономике», проводимой в Ульяновске на базе Ульяновского государственного технического университета, где я имею честь быть председателем, и где действует соответствующая секция. Дело в том, что возможность использования той или иной математической логики и (или) специальной алгебры для решения прикладных задач воспринимается инженерами как открытие, которое дает в руки специалистов уже разработанный и мощный логико-алгебраический аппарат с его законами и логическими закономерностями, раскрывающими структуру и отношения рассматриваемой предметной области (рассматриваемого класса электрических цепей). Соответственно, в прикладном плане, растет качество технических решений, сокращаются сроки и стоимость разработок и ремонтов различных устройств и систем.

В представленной монографии рассматривается применение аппарата комбинаторной математики (дистрибутивных решеток или Гейтинговых алгебр и матроидов или геометрических решеток, представляющих специальные разделы современных математических логик и проблемно-ориентированных алгебр) при исследовании экстремальных структур математических моделей электрических цепей и систем (минимальных смешанных систем уравнений электрических цепей, минимальных совокупностей наблюдаемых ветвей и

максимальных совокупностей контролируемых ветвей электрических цепей, минимальных разрезов и сечений графов электрических цепей и систем). Задачи нахождения и перечисления указанных конструкций возникают, в частности, в задачах оценки надежности и диагностики сложных электрических цепей и систем, актуальность которых в настоящее время в силу ряда факторов объективного и субъективного характера (старение оборудования, недостаток средств на полноценную и своевременную модернизацию, новые тенденции в иерархической организации и управлении) резко возрастают.

Указанное выше говорит об актуальности и важности для практики затронутой в монографии тематики.

**Новизна и значимость научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в монографии.** Предложен новый подход к рассмотрению минимальных структур математических моделей электрических цепей и систем (минимальных по размерности систем уравнений электрической цепи; минимальных совокупностей наблюдаемых ветвей электрической цепи; максимальных совокупностей контролируемых ветвей электрической цепи; минимальных разрезов, разделяющих две заданные вершины графа электрической цепи) как дистрибутивных решеток (Гейтинговых алгебр). Результатом этого явилось получение: 1) нового информационно-компактного аналитического способа их описания на основе только подмножества неприводимых элементов указанных структур; 2) нового декомпозиционного подхода к их поиску и перечислению, основанного на предварительном поиске в графе только неприводимых элементов соответствующих структур, и синтезе всего искомого множества в дистрибутивной решетке по частично упорядоченному подмножеству только неприводимых элементов без осуществления поиска в графе.

Получена характеристика неприводимых минимальных разрезов графа электрической цепи, которая позволяет проводить целенаправленный алгоритмический поиск в графе только неприводимых минимальных разрезов. Предложено изоморфное представление решетки минимальных разрезов графа электрической цепи (кодирование), которое осуществляется непосредственно при поиске неприводимых минимальных разрезов в графе и позволяет получить эффективную алгоритмическую реализацию решетчатых операций при синтезе всего множества минимальных разрезов по множеству неприводимых разрезов. Результатом этого явилось создание новых оригинальных алгоритмов выделения неприводимых минимальных разрезов; определения множества одно-, двух- и трехэлементных разрезов графа электрической цепи (системы). При этом алгоритм определения одно- и двухэлементных разрезов графа электрической цепи, обладая линейной сложностью и требуя всего четыре проверки графа на связность, является наиболее эффективным (быстрым) среди всех известных в настоящее время алгоритмов. Указанные алгоритмы используются, в частности, при структурном анализе сложных электрических систем с целью анализа их надежности, при декомпозиции сложных электрических цепей на подцепи и при определении параметров электрических цепей.

В терминах суммы и пересечения матроидов электрической цепи сформулированы критерии минимальной размерности системы уравнений

электрической цепи, записанных в гибридном (смешанном) координатном базисе. Из субмодулярности ранговой функции матроида получено описание множества минимальных смешанных систем уравнений в форме дистрибутивной решетки. Показано, что перечисление минимальных смешанных систем уравнений электрической цепи эквивалентно перечислению максимальных совокупностей контролируемых ветвей этой цепи, параметры которых могут быть определены по известным (измеренным) параметрам (токам и/или напряжениям) других (наблюдаемых) ветвей этой же цепи, а также перечислению минимальных совокупностей наблюдаемых ветвей цепи, позволяющих однозначно решить задачу диагностики электрической цепи. Указанное в теоретическом плане служит развитию теории диагностики электрических цепей – нового раздела теоретической электротехники, развитие которого вызвано исключительно практическими потребностями, а именно необходимостью обеспечения надежной работы электрооборудования в условиях массового его старения.

Сформулирована специальная задача диагностики электрической цепи в форме оптимизационной комбинаторной задачи. Разработанный алгоритм решения указанной задачи, основанный на выявленных свойствах целевой и ограничительной функций, позволяет эффективно отслеживать конфигурацию схемы (контролировать структурные изменения цепи), исправляя ошибочные данные о положении коммутирующих элементов, получаемые, например, с помощью устройств телемеханики, и не требует промежуточного расчета параметров цепи. Подобный алгоритм может использоваться, в частности, при планировании оптимальных последовательностей переключений, когда одних потребителей нужно подключить, а других – отключить.

Введено понятие сечения электрической системы (цепи), характеризующее вклад определенной совокупности элементов системы в результирующие показатели надежности системы, и получена классификация сечений на основе указанного вклада. Результатом этого явилось создание комбинаторного подхода к оценке структурной надежности сложных электрических систем (цепей), заключающегося в построении классов сечений (комбинаторная задача классификации), получению формул для учета вклада сечений выделенных классов, и формированию классов сечений по графу электрической цепи (комбинаторная задача перечисления). В работе реализован конкретный вариант указанного комбинаторного подхода, основанный на выбранной модели функционирования элемента с точки зрения надежности и классификации одно-, двух- и трехэлементных сечений на пятнадцать классов, который представляет суть инженерной методики оценки структурной надежности сложных электрических цепей и систем. В частности, представленная классификация одно- и двухэлементных сечений позволяет уточнить классификацию сечений на основные и дополнительные, рекомендуемую в настоящее время в «Электротехническом справочнике» (М.: Энергоатомиздат, 1988.– Т. 3, кн. 1, разд. 39.8, с. 320–336).

Новизна и оригинальность предложенных алгоритмов подтверждена регистрацией их в Отраслевом фонде алгоритмов и программ и свидетельствами РОСПАТЕНТа об официальной регистрации программ для ЭВМ.

**Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в монографии, их достоверность.** Научные положения и выводы представленной научной работы основаны на построении формальных математических моделей, описывающих исследуемые объекты и явления, и обоснованы проведением необходимых доказательств строго в рамках сделанных предположений. Сделанные предположения правдоподобны, вполне адекватны предметной области и не противоречат аналогичным предположениям, известным из публикаций, ссылки на которые приводятся в монографии. Правильность проведенных доказательств и достоверность выявленных свойств и закономерностей подтверждается их непротиворечивостью и соответствием законам теории цепей и систем, многочисленным публикациям и апробациями в течение двух десятилетий (1984–2004 гг.), а также разработкой на основе выявленных свойств многочисленных алгоритмов. Работоспособность, эффективность и правильность работы этих алгоритмов подтверждена программной реализацией и практическими компьютерными расчетами с использованием разработанных программ, в том числе проведенными расчетами известных тестовых схем (примеры 3.5, 4.5, 5.3, приложения 1, 2).

Основные научные результаты достаточно апробированы в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях (в том числе опубликованы в журналах «Изв. АН. Энергетика», «Электричество», «Обзор прикладной и промышленной математики»).

**Общий вывод.** Монография «Комбинаторные методы исследования экстремальных структур математических моделей электрических цепей и систем» (автор А.А.Гришкевич) написана на достаточно высоком научном уровне и является вполне законченным научным произведением. В работе раскрыт новый, основанный на достижениях и методах современной комбинаторной математики, подход к исследованию экстремальных структур математических моделей электрических цепей и систем, который на основе выявленных теоретико-решетчатых свойств и закономерностей минимальных структур математических моделей позволяет получать эффективные алгоритмы поиска и перечисления таких структур при решении задач диагностики, оценки надежности и анализа сложных электрических цепей и систем. Рекомендую представленную работу для издания в виде монографии в издательстве Южно-Уральского государственного университета.

Профессор кафедры «Измерительно-вычислительные комплексы»,  
зав. научно-исследовательской лабораторией  
наукоемкого инжиниринга УлГТУ,  
заслуженный деятель науки и техники РФ,  
доктор технических наук, профессор

Л. И. Волгин

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Арбузов В.П., Мишина М.А., Куликова Е.В.</b>	Трансформаторные измерительные цепи емкостных датчиков.....	3
<b>Арбузов В.П., Невзгода В.А.</b>	Измерительная цепь емкостного датчика с коррекцией температурной погрешности.....	5
<b>Белолапотков Д.А., Добровинский И.Р., Медведик Ю.Т.</b>	Использование метода двухтактного интегрирования для повышения точности активного контроля размеров деталей машиностроения.....	8
<b>Березуев Р.И.</b>	Инвариант мощности электрической цепи и геометрия Крона.....	11
<b>Бондаренко Л.Н., Добровинский И.Р., Громиков К.В., Жадаев В.А.</b>	Способ измерения параметров комплексных сопротивлений цифровым фазометром.....	17
<b>Волгин Л.И., Филаретов В.В.</b>	Инверсные топологические преобразования электрических цепей с операционными усилителями.....	20
<b>Вольнов В.Е., Курганов С.А., Филаретов В.В.</b>	Символьный анализ сложных электрических цепей и сетей с помощью программы CIRSYMD.....	27
<b>Гришкевич А.А.</b>	Определение наибольшего числа контролируемых ветвей электрической цепи.....	31
<b>Гришкевич А.А., Степкина Ю.В., Куренкова О.А.</b>	Алгоритм перечисления состояний отказа при оценке надежности сложных систем.....	35

<b>Дмитришин Р.В.</b>	Матричные и схемные определители...	38
<b>Зарукин А.И.</b>	Топологические схемные триады Л. И. Волгина.....	48
<b>Зарукин А.И.</b>	Широкополосный преобразователь однополярного напряжения в ток с регулируемым коэффициентом преобразования.....	59
<b>Кузнецов Е.Н.</b>	Сравнительный анализ точностных характеристик квазиуравновешенных преобразователей параметров электрических цепей.....	61
<b>Курганов С.А.</b>	Метод схемных определителей в базисе зарядов и напряжений для анализа цепей с переключаемыми конденсаторами....	64
<b>Курганов С.А., Филаретов В.В.</b>	Метод управляющего генератора для анализа линейных цепей с несколькими источниками воздействия	69
<b>Курганов С.А., Филаретов В.В.</b>	Топологические необходимые и достаточные условия решения базисной задачи диагностики.....	75
<b>Курганов С.А., Филаретов В.В.</b>	Метод косвенной компенсации на основе управляемых источников для символьной диагностики линейных цепей.....	80
<b>Масленников В.В., Аунг Мин</b>	Активные звенья второго порядка на фазовращателях.....	91
<b>Масленников В.В., Мещеряков В.В., Зо Мин Аунг</b>	Лестничные полосовые активные фильтры с расширенным динамическим диапазоном.....	94

<b>Меньшов Е.Н.</b>	Метод анализа электромагнитного поля равномерно движущегося заряда на основе модели Максвелла....	97
<b>Миланцей Т., Славский Г.Н., Филаретов В.В.</b>	Пять формул метода схемных определителей.....	102
<b>Павлова Е.А., Филаретов В.В.</b>	Схемно-топологическое разложение матричных определителей.....	114
<b>Печенкин А.Ю., Ушаков П.А.</b>	Способ формализации описания топологии <i>RC</i> -элементов с распределенными параметрами.....	119
<b>Прищепов Г.Ф.</b>	Полезные свойства транзисторных структур.....	123
<b>Прокопенко Н.Н., Будяков А.С.</b>	Архитектура широкополосных и быстродействующих операционных усилителей.....	133
<b>Славский Г.Н.</b>	Становление и упадок отечественной электроники.....	136
<b>Соловьева Е.Б.</b>	Укороченный итерационный процесс компенсации нелинейных искажений в рекурсивных системах.....	141
<b>Соловьева Е.Б., Жеребцов А.П.</b>	Метод расщепления для фильтрации импульсных помех....	144
<b>Филаретов В.В., Коротков А.С.</b>	Метод управляемых источников для символьного анализа электронных цепей.....	147
Информационное сообщение КЛИН-2005 .....		155
<b>Волгин Л.И.</b>	Рецензия на монографию А.А.Гришкевича.....	158

Научное издание

**СХЕМНО-ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АКТИВНЫХ  
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ: СИНТЕЗ, АНАЛИЗ, ДИАГНОСТИКА**

Труды международной конференции  
«Континуальные алгебраические логики, исчисления  
и нейроинформатика в науке и технике»  
(18–20 мая 2004 г.)

Том 4

Подписано в печать 22.04.04. Формат 60x84/16. Бумага писчая.  
Уч.-изд.л.      Усл.печ.л.      Тираж 150 экз. Заказ

Ульяновский государственный технический университет  
432027, Ульяновск, Северный Венец, 32

Типография УлГТУ. 432027, Ульяновск, Северный Венец, 32