

Ульяновский государственный технический университет

На правах рукописи

КУРГАНОВ Сергей Александрович

**СИМВОЛЬНЫЙ АНАЛИЗ
И ДИАКОПТИКА
ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ**

05.09.05 – Теоретическая электротехника

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
доктора технических наук

Научный консультант:
докт. техн. наук В. В. Филаретов

Ульяновск 2006

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|---|-----------|
| Список основных сокращений и обозначений..... | 7 |
| ВВЕДЕНИЕ..... | 9 |
| 1. АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР СОСТОЯНИЯ СИМВОЛЬНОГО АНАЛИЗА, ДИАКОПТИКИ И ДИАГНОСТИКИ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ..... | 16 |
| 1.1. СИМВОЛЬНЫЕ ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ – УНИВЕРСАЛЬНЫЙ АППАРАТ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ..... | 16 |
| 1.1.1. Принцип наложения в символьном анализе линейных электрических цепей..... | 17 |
| 1.1.2. Символьные методы анализа на основе систем уравнений..... | 20 |
| 1.1.3. Методы схемоанализа и редукции..... | 21 |
| 1.1.4. Топологические методы на основе схемных и полюсно-графовых моделей..... | 22 |
| 1.1.5. Графовое направление для анализа цепей с управляемыми источниками..... | 22 |
| 1.1.6. Схемно-топологическое направление..... | 24 |
| 1.1.7. Схемно-топологический анализ активных цепей..... | 25 |
| 1.1.8. Формулы выделения управляемых источников..... | 28 |
| 1.1.9. Метод схемных определителей..... | 30 |
| 1.2. ДИАКОПТИКА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ..... | 37 |
| 1.2.1. Метод схемных миноров..... | 39 |
| 1.2.2. Получение единых алгебраических выражений..... | 41 |
| 1.2.3. Метод схемных миноров для получения последовательных выражений схемных функций без операций деления..... | 42 |
| 1.2.4. Диакоптические методы на основе передаточных параметров многополюсников..... | 46 |
| 1.3. ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ..... | 48 |
| 1.3.1. Параметрическая диагностика электрических цепей..... | 50 |
| 1.3.2. Методы диагностики без ограничений на экспериментальные исследования..... | 51 |
| 1.3.3. Диагностика схем при ограничениях на экспериментальные исследования..... | 52 |
| 1.3.4. Базисная задача диагностики..... | 54 |
| 1.4. ВЫВОДЫ..... | 56 |

| | |
|---|-----------|
| 2. НЕЯВНЫЙ МЕТОД НАЛОЖЕНИЯ И СИМВОЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ | 58 |
| 2.1. СИМВОЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЦЕПЕЙ МЕТОДОМ НАЛОЖЕНИЯ..... | 58 |
| 2.2. КОМПЕНСАЦИЯ СОПРОТИВЛЕНИЙ НЕЗАВИСИМЫМИ ИСТОЧНИКАМИ..... | 60 |
| 2.3. НЕЯВНЫЙ МЕТОД НАЛОЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ СОБСТВЕННОГО ОПОРНОГО ИСТОЧНИКА..... | 64 |
| 2.4. СРАВНЕНИЕ НЕЯВНОГО МЕТОДА НАЛОЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ СОБСТВЕННОГО ОПОРНОГО ИСТОЧНИКА С МЕТОДОМ НАЛОЖЕНИЯ..... | 73 |
| 2.5. НЕЯВНЫЙ МЕТОД НАЛОЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ ЕДИНИЧНОГО ИСТОЧНИКА..... | 78 |
| 2.6. СРАВНЕНИЕ НЕЯВНОГО МЕТОДА НА ОСНОВЕ ЕДИНИЧНОГО ИСТОЧНИКА С МЕТОДОМ НАЛОЖЕНИЯ..... | 86 |
| 2.6.1. Анализ установившегося режима трехфазной несимметричной цепи..... | 86 |
| 2.6.2. Анализ переходного процесса в линейной электрической цепи..... | 91 |
| 2.7. МЕТОД ВЫДЕЛЕНИЯ НЕЗАВИСИМЫХ ИСТОЧНИКОВ..... | 96 |
| 2.7.1. Выделение параметров независимых источников..... | 97 |
| 2.7.2. Пример формирования операторных выражений символьных выражений откликов..... | 100 |
| 2.8. НЕЯВНЫЙ МЕТОД НАЛОЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ РАЗОМКНУТОГО ЕДИНИЧНОГО ИСТОЧНИКА ЭДС..... | 101 |
| 2.9. СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕПНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ..... | 106 |
| 2.10. СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ТОЖДЕСТВА ДЛЯ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ МНОГОПОЛЮСНИКОВ..... | 109 |
| 2.10.1. Схемно-алгебраические тождества с фиксированным нуратором..... | 110 |
| 2.10.1.1. Тождества для многополюсников с внешним базисным узлом..... | 114 |
| 2.10.2. Схемно-алгебраические тождества с фиксированным нуллатором..... | 118 |
| 2.10.3. Тождества для автономных многополюсников..... | 120 |
| 2.11. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ ПРИ ВАРИАЦИИ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЯЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ..... | 121 |
| 2.12. ВЫВОДЫ..... | 126 |

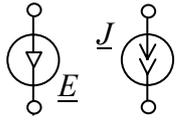
| | |
|---|------------|
| 3. СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ДЕЛЕНИЕМ ИХ НА ЧАСТИ..... | 128 |
| 3.1. МЕТОД ВЫДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ МНОГОПОЛЮСНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ..... | 128 |
| 3.1.1. Определитель схемы с многополюсными элементами..... | 128 |
| 3.1.2. Схемно-алгебраические формулы для выделения параметров многополюсных элементов | 129 |
| 3.1.3. Доказательство схемно-алгебраических формул..... | 134 |
| 3.1.4. Определители элементарных схем многополюсников..... | 139 |
| 3.1.5. Анализ двухкаскадного трансформаторного усилителя | 141 |
| 3.1.6. Анализ двухкаскадного транзисторного усилителя..... | 146 |
| 3.2. АНАЛИЗ ЦЕПЕЙ С ПЕРЕКЛЮЧАЕМЫМИ КОНДЕНСАТОРАМИ..... | 149 |
| 3.3. МЕТОД СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ РЕДУКЦИИ..... | 154 |
| 3.3.1. Схемно-алгебраические формулы для Y -параметров многополюсников..... | 157 |
| 3.3.2. Топологические условия существования Y -параметров многополюсников..... | 159 |
| 3.3.3. Схемно-алгебраические формулы для Z -параметров многополюсников..... | 162 |
| 3.3.4. Топологические условия существования Z -параметров многополюсника..... | 164 |
| 3.3.5. Расчет электрических цепей с помощью программы <i>REDSYM</i> | 165 |
| 3.4. АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПОСТРОЕНИЕ СХЕМНО- АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ФОРМУЛ ВЫДЕЛЕНИЯ МНОГОПОЛЮСНИКОВ..... | 171 |
| 3.5. МЕТОД НЕРАВНОВЕСНЫХ СХЕМНЫХ МИНОРОВ..... | 181 |
| 3.6. СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ БИСЕКЦИИ ДЛЯ СХЕМ С НЕЗАВИСИМЫМИ ИСТОЧНИКАМИ..... | 190 |
| 3.6.1. Формулы бисекции схемы с независимыми источниками по двум узлам..... | 191 |
| 3.6.2. Формулы бисекции схем с независимыми источниками на подсхеме с произвольным числом узлов..... | 194 |
| 3.7. ДИАКОПТИЧЕСКИЙ СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ В СИММЕТРИЧНЫХ КООРДИНАТАХ..... | 196 |
| 3.7.1. Пример анализа электрической системы при однофазном коротком замыкании | |
| 3.8. ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ . . | 203 |
| 3.8.1. Численный расчет схемных функций при наличии полиномиальных коэффициентов. | 204 |

| | |
|---|-----|
| 3.8.2. Формирование символьных схемных функций кварцевого фильтра | 205 |
| 3.8.2.1. Дробно-рациональная функция с подвыражениями по методу неравновесных схемных миноров. | 207 |
| 3.8.2.2. Последовательная формула по методу схемно-алгебраической редукции. | 208 |
| 3.8.2.3. Последовательная формула по методу блочного Гауссова исключения. | 209 |
| 3.8.2.4. Дробно-рациональная функция с подвыражениями по <i>Крамеру</i> и системе Maple. | 210 |
| 3.8.2.5. Последовательная формула по методу эквивалентного многомерного генератора | 211 |
| 3.8.2.6. Последовательная формула по методу редукции узлов. | 211 |
| 3.8.2.7. Последовательная формула с одной операцией деления. | 212 |
| 3.8.2.8. Последовательная формула по методу <i>Гаусса</i> | 213 |
| 3.8.2.9. Единая свернутая дробно-рациональная формула по методу неравновесных схемных миноров. | 213 |
| 3.8.2.10. Единая свернутая дробно-рациональная формула по методу равновесных схемных миноров. | 214 |
| 3.8.2.11. Каноническая, групповая и развернутая формулы. | 215 |
| 3.8.3. Численный расчет передаточной функции кварцевого фильтра | 215 |
| 3.8.4. Анализ полученных численных результатов. | 219 |
| 3.8.5. Символьный и численный расчет плохо обусловленной цепи с большим разбросом параметров | 222 |
| 3.8.6. Рекомендации по численному расчету цепей | 223 |
| 3.9. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ. | 224 |
| 3.9.1. Автоматизированное формирование полиномиальных коэффициентов с помощью программы CIRSMD. | 225 |
| 3.9.2. Пример анализа устойчивости фильтра третьего порядка | 226 |
| 3.9.3. Пример анализа устойчивости активного фильтра четвертого порядка | 228 |
| 3.9.4. Построение полиномиальных коэффициентов путем схемно-алгебраического разложения определителя по реактивным параметрам. | 231 |
| 3.9.5. Формирование коэффициентов полиномов путем первоочередного выделения реактивных элементов. | 233 |
| 3.10. ВЫВОДЫ. | 236 |

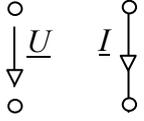
| | |
|---|------------|
| 4. СИМВОЛЬНАЯ ДИАГНОСТИКА ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ МЕТОДОМ КОМПЕНСАЦИИ ЭЛЕКТРОКОМПОНЕНТОВ..... | 238 |
| 4.1. БАЗИСНАЯ ЗАДАЧА ДИАГНОСТИКИ..... | 238 |
| 4.2. ПОНЯТИЕ О КОМПЕНСАЦИИ ЭЛЕКТРОКОМПОНЕНТОВ.. | 239 |
| 4.3. УСЛОВИЯ РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ ДИАГНОСТИКИ..... | 240 |
| 4.4. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ УСЛОВИЙ ДИАГНОСТИРУЕМОСТИ ЦЕПИ..... | 243 |
| 4.5. КОСВЕННАЯ КОМПЕНСАЦИЯ НА ОСНОВЕ НЕЗАВИСИМЫХ ИСТОЧНИКОВ..... | 246 |
| 4.6. КОСВЕННАЯ КОМПЕНСАЦИЯ НА ОСНОВЕ УПРАВЛЯЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ..... | 249 |
| 4.7. ПРИМЕР ДИАГНОСТИКИ ЭЛЕКТРОННОГО УСИЛИТЕЛЯ МЕТОДОМ КОСВЕННОЙ КОМПЕНСАЦИИ..... | 266 |
| 4.8. МЕТОД ПРЯМОЙ КОМПЕНСАЦИИ..... | 270 |
| 4.9. ПРИМЕР ДИАГНОСТИКИ ЭЛЕКТРОННОГО УСИЛИТЕЛЯ МЕТОДОМ ПРЯМОЙ КОМПЕНСАЦИИ..... | 282 |
| 4.10. МЕТОД КОСВЕННОЙ КОМПЕНСАЦИИ НА ОСНОВЕ СОБСТВЕННОГО ОПОРНОГО ИСТОЧНИКА. | 286 |
| 4.11. МЕТОД КОСВЕННОЙ КОМПЕНСАЦИИ НА ОСНОВЕ ЕДИНИЧНОГО ОПОРНОГО ИСТОЧНИКА..... | 293 |
| 4.12. АНАЛИЗ И ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРОННОГО УСИЛИТЕЛЯ НА ОСНОВЕ ЕДИНИЧНОГО ОПОРНОГО ИСТОЧНИКА..... | 296 |
| 4.13. ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММЫ CIRSYMД..... | 302 |
| 4.13.1. Анализ и диагностика схемы транзисторного усилителя..... | 302 |
| 4.13.2. Анализ и диагностика тестовой схемы <i>Бутырина-Васьковской</i> | 303 |
| 4.14. ВЫВОДЫ..... | 305 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ | 306 |
| Список использованных источников | 308 |
| Приложение: Документы, подтверждающие внедрение результатов диссертационной работы..... | 331 |

СПИСОК ОСНОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ

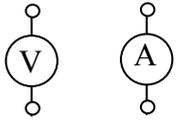
| | |
|--------------------------------|---|
| ДВ | двоичный вектор (список) |
| ИДС | исходная диагностируемая схема |
| ИЗУЗ | источник заряда, управляемый зарядом |
| ИЗУН | источник заряда, управляемый напряжением |
| ИНУЗ | источник напряжения, управляемый зарядом |
| ИНУН | источник напряжения, управляемый напряжением |
| ИНУТ | источник напряжения, управляемый током |
| ИТУН | источник тока, управляемый напряжением |
| ИТУТ | источник тока, управляемый током |
| ЛЭЦ | линейная электрическая цепь |
| МСМ | метод схемных миноров |
| МКК | метод косвенной компенсации |
| МПК | метод прямой компенсации |
| МСО | метод схемных определителей |
| МСС | метод симметричных составляющих |
| НМН | неявный метод наложения |
| нуллатор | направленный нумерованный взвешенный нуллатор |
| нуллор | направленный нумерованный взвешенный нуллор |
| норатор | направленный нумерованный взвешенный норатор |
| ОУ | операционный усилитель |
| САВ | схемно-алгебраическое выражение |
| САФ | схемно-алгебраическая формула |
| СВО | символьное выражение отклика |
| СВП | символьное выражение параметра |
| СКЭ | схема с компенсированными элементами |
| ССФ | символьная схемная (системная) функция |
| СТМ | схемно-топологические методы |
| СФ | схемная функция |
| УИ | управляемый источник |
| ЭДС | электродвижущая сила |
| ЯНМН | явно-неявный метод наложения |
| D | схемный определитель, знаменатель ССФ |
| p | оператор дифференцирования ($p = d/dt$) или комплексный оператор ($p = j\omega$) |
| $E(p), J(p)$ | операторные выражения ЭДС и функции источника тока |
| $U(p), I(p)$ | операторные выражения напряжения и тока |
| $\underline{E}, \underline{J}$ | комплексные действующие значения ЭДС и тока источника тока |
| $\underline{U}, \underline{I}$ | комплексные действующие значения напряжения и тока |
| Z, Y | комплексные сопротивление и проводимость |
| $Z(p), Y(p)$ | операторные сопротивление и проводимость |



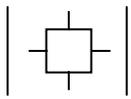
независимые источники ЭДС и тока



приемники напряжения и тока



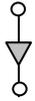
вольтметр и амперметр с измеренным напряжением и током соответственно



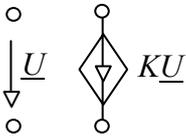
определитель схемы (многополюсника)



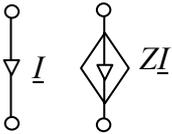
норатор



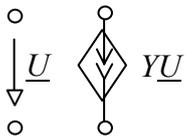
нуллатор



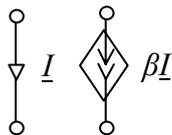
источник напряжения, управляемый напряжением (ИНУН)



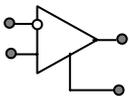
источник напряжения, управляемый током (ИНУТ)



источник тока, управляемый напряжением (ИТУН)



источник тока, управляемый током (ИТУТ)



операционный усилитель (ОУ)

*Посвящается Бернарду Телледжену (1900–1990гг),
обогатившему теоретическую электротехнику
идеальным усилителем – нуллором*

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Схемно-топологические методы (СТМ) не требуют как формирования уравнений линейных электрических цепей (ЛЭЦ), так и перехода к отображающему графу. Традиционный интерес к этим методам обуславливается тем, что существует ряд задач, которые решаются только СТМ. Это задачи существования схемных реализаций и передаточных параметров многополюсников, структурного вырождения анализируемой или диагностируемой цепи, задачи диагностируемости ЛЭЦ. СТМ схемных определителей является универсальным инструментом для доказательства и уточнения границ применения топологических преобразований активных ЛЭЦ [33–35,235].

Символьные методы исследования ЛЭЦ, к которым относятся СТМ, обладают достоинствами по сравнению с численными методами и в других сферах применения, поскольку аналитические выражения: 1) обеспечивают совмещение «преимуществ компактности и полноты информации» [47]; 2) «понятны самому широкому кругу специалистов и легко проверяются соответствующими экспертизами» [25]; 3) позволяют наглядно представить функционирование цепи и провести эффективно параметрический синтез цепи [150]; 4) исследовать общие свойства цепей [6, 46]; 5) определить параметрические границы разрешимости задач анализа и диагностики ЛЭЦ, исследовать устойчивость схемных реализаций при синтезе цепей [152, 153, 209]; 6) получить точное значение отклика цепи в виде обыкновенных дробей, что особенно важно для плохо обусловленных цепей [217] и оценки точности численных методов [4]. Символьный подход к анализу ЛЭЦ имеет большое методическое значение [213].

Символьные топологические методы применимы, прежде всего, для анализа линейных цепей. Однако разработка численно-аналитических методов [28], в которых операторные изображения откликов представляются в виде отношения степенных полиномов, создает предпосылки для использования СТМ в нелинейных цепях.

Актуальность темы подтверждается регулярно проводящимся международным семинаром «Символьные методы и их приложения к схмотехническому проектированию» (*SMACD*). Вопросы символьного анализа постоянно рассматриваются на международных симпозиумах по цепям и системам (*ISCAS*), Средне-западных симпозиумах по цепям и системам (*MWSCAS*), Европейской конференции по теории цепей и проектированию (*ECCTD*). На важность темы указывает и тот факт, что в последнее время все известные математические компьютерные системы были оснащены символьными блоками. «В наше время показателем интеллектуальной мощи компьютеров стали новейшие программные системы символьной математики или компьютерной алгебры» [57].

Диагностика электрических цепей является наиболее востребованным разделом теории цепей в практике эксплуатации и проектирования электро- и радиотехнических средств [49]. До сих пор параметрическая диагностика (задача определения параметров элементов) развивалась преимущественно на матрично-численной базе в работах *К.С.Демирчяна*, *Н.В.Киншта*, *П.А.Бутырина* и др. В то же время символьная параметрическая диагностика ЛЭЦ находится в начальной стадии развития и представлена отдельными публикациями [270, 278].

Несмотря на существенные достоинства аналитических формул и пристальное внимание к символьной математике, СТМ пока не получили широкого применения. Скромное место, которое отводится этим методам в современных учебниках по ТОЭ, объясняется, во многом, их несовершенством:

1. Применение существующих СТМ затрудняется использованием дополнительных (промежуточных) моделей цепей в виде схем замещения. Методы, использующие в качестве рабочей модели непосредственно принципиальную схему ЛЭЦ, разработаны недостаточно.

2. До сих пор СТМ использовались для формирования выражений откликов в сочетании с традиционным методом наложения источников воздействия, что приводило к необходимости поиска множества схемных функций (СФ) при нахождении лишь одного отклика.

3. Современные диакоптические методы не дают возможности делить схему на подсхемы оптимальным образом (пополам), поскольку не допускают управляющих связей между ними (или наличие таких связей ухудшает эффективность метода). Это препятствует получению выражений с минимальной вычислительной сложностью. Недопустимость управляющих связей между подсхемами не позволяет использовать общее (для числителя и знаменателя) сечение, что приводит к росту вычислительных затрат. Известные диакоптические СТМ ориентированы, как правило, на применение для анализа электронных цепей и не учитывают специфику электрических систем и сетей, например, наличие подсхем с большим числом (6...10 и более) полюсов.

4. Использование СТМ для решения задач диагностики ЛЭЦ обычно ограничивается поиском неисправностей, хотя не менее важной задачей

является определение параметров элементов. Разработка эффективных методов параметрической диагностики сдерживается несовершенством существующих СТМ анализа ЛЭЦ. Кроме того, было бы целесообразным развивать оба эти раздела теории ЛЭЦ на основе одного математического аппарата.

Целью диссертационной работы является создание единой схемно-алгебраической методологии анализа и диагностики цепей с произвольными линейными элементами, доступной для инженера и ориентированной на построение экономичных по вычислительной сложности символьных выражений для СФ, откликов и параметров элементов.

Поставленная цель достигается разработкой:

- неявного принципа наложения источников воздействия для формирования выражений откликов цепи с несколькими независимыми источниками без использования СФ или с использованием только одной СФ;

- метода схемно-алгебраической редукции, позволяющего построить наиболее экономичные диакоптические формулы;

- метода неравновесных схемных миноров для диакоптического анализа цепей с подсхемами, содержащими управляющие связи между собой;

- схемно-алгебраического подхода к анализу на основе исходной принципиальной схемы, минуя построение схемы замещения с управляемыми источниками;

- принципа компенсации элементов с неизвестными параметрами для решения линейной задачи символьной диагностики на общей с анализом схемно-алгебраической базе без формирования и решения уравнений;

- схемно-алгебраических формул для искомым параметров элементов при решении задачи параметрической диагностики.

Методы исследования. В работе использовались теория ЛЭЦ и аппарат схемных определителей. Для обоснования отдельных положений применялись матричная алгебра, теория элементарных функций, элементы комбинаторики.

Научная новизна основных результатов работы:

1. Предложены *схемные преобразования независимых источников в управляемые источники (УИ)* на основе опорного собственного и единичного источника. Метод анализа схемы с использованием замены независимых источников опорным источником назван *неявным методом наложения*. НМН позволяет формировать выражения откликов с помощью только одной схемной функции в отличие от множества СФ по методу наложения.

2. Введено понятие *опредетеля схемы с независимыми источниками воздействия* и предложен *метод выделения независимых источников*, предусматривающий формирование выражения отклика цепи

с произвольным числом независимых источников в виде отношения определителей двух схем без использования понятия СФ.

3. Разработан *метод схемно-алгебраического выделения многополюсников*, который исключает повторяющиеся операции выделения двухполюсных ветвей и сокращает объем схемно-алгебраических выкладок. Позволяет формировать единое схемно-алгебраическое выражение для числителя и знаменателя. *Метод выделения многополюсников обобщен на произвольный координатный базис*, в том числе зарядов и магнитных потоков.

4. Разработан метод *неравновесных схемных миноров* для анализа цепей, содержащих подсхемы с управляющими связями между ними. *Неравновесные схемные миноры* позволяют использовать общее (оптимальное) для схем числителя и знаменателя сечение.

5. Предложен *метод схемно-алгебраической редукции* для анализа ЛЭЦ, содержащих подсхемы с большим числом полюсов, который многократно сокращает число слагаемых в диакоптических формулах.

6. Предложен *принцип косвенной компенсации элементов с неизвестными параметрами для топологической символьной диагностики ЛЭЦ* на базе компенсирующего четырехполюсника, содержащего ориентированный нумерованный взвешенный нулор (в дальнейшем просто нулор) и независимый источник, что позволяет использовать для решения задач символьной диагностики методы символьного топологического анализа. Даны топологические условия диагностируемости ЛЭЦ.

7. Разработаны *символьные компенсационные методы* решения задачи диагностики на основе *прямой, косвенной и смешанной компенсации* с использованием *неявного метода наложения*. Методы позволяют формировать выражения для искомых параметров элементов с использованием только двух схемных определителей в отличие от множества определителей по методу наложения.

Практическая значимость основных результатов:

1. *Неявный метод наложения* позволяет использовать алгоритм оптимальной свертки для формирования компактных выражений откликов для цепей с произвольным числом воздействий. При анализе по частям дает возможность уменьшить число внешних полюсов автономной подсхемы и тем самым сократить многократно число слагаемых в диакоптической формуле.

2. *Схемно-алгебраический метод выделения многополюсных элементов*, подсхем и типовых каскадов обеспечивает сокращение объема вычислений, поскольку использует многократно уже готовые *схемно-алгебраические формулы (САФ)* для многополюсников и типовых каскадов, в которых уже сгруппированы слагаемые и выделены общие множители.

3. *Метод неравновесных схемных миноров* позволяет сократить время анализа за счет использования общего для числителя и знаменателя

сечения и увеличить компактность символьных выражений за счет оптимального деления схем.

4. *Диакоптический метод схемно-алгебраической редукции* в сочетании с *неявным методом наложения* позволяет решить задачу эффективного символьного анализа электрических цепей, содержащих подсхемы с большим числом полюсов (6...10 и более), в том числе электрических систем и сетей.

5. *Принцип косвенной компенсации элементов* с неизвестными параметрами и *компенсационные методы* дают возможность решить задачу символьной параметрической диагностики. Диагностические САФ позволяют получать экономичные по вычислительной сложности выражения для параметров. *Топологические условия диагностируемости ЛЭЦ* дают возможность выявить структурные вырождения диагностической схемы.

6. *Диагностические компенсационные методы и неявный метод наложения* используют единый схемно-алгебраический аппарат, в основе которого лежат элементарные физические понятия и топологические преобразования схем (удаление и стягивание ветви, нейтрализация элемента и его преобразование в нулор, вырождение элементов и схем), что упрощает освоение и использование этих методов, повышает эффективность их программной реализации.

Реализация результатов работы. Результаты диссертационной работы составили основу большинства разделов (анализ установившегося режима линейных электрических цепей, частотные характеристики, четырехполюсники и многополюсники) читаемого автором на кафедре «Электроснабжение» УлГТУ курса «Основы теории цепей» для специальности 200700 «Радиотехника», а также дисциплины «Электротехника и электроника» для специальности 071900 «Информационные системы и технологии».

Результаты диссертации использованы в компьютерных программах анализа и диагностики ЛЭЦ – *CIRSYM*, *REDSYM*, *CIRMUL*, разработанных *В.В. Филаретовым* и входящих в систему *SCAD* (автор графического интерфейса – *Р.И.Березуев*, численного интерпретатора символьных выражений – *Д.В.Шеин*) [11], которая снабжена подробным руководством, свободно распространяется через Интернет-сайт <http://www.berezuev.hotbox.ru/SCAD.zip> и поставляется всем желающим.

Разработанные методы анализа и диагностики ЛЭЦ использованы: 1) в лаборатории световолоконной техники *Ульяновского филиала Института радиотехники и электроники РАН (УФ ИРЭ РАН)* при анализе шумовых эквивалентных схем биполярных транзисторов; 2) в Санкт-Петербургском государственном электротехническом университете (*СПбГЭТУ «ЛЭТИ»*) для формирования символьных выражений линейных цепей, а также реакций слабо нелинейных цепей, формируемых итерационной процедурой Пикара; 3) в ОАО «Татэнерго» (г. Казань) для анализа и диагностики электрических сетей и разработки плана их

модернизации; 4) в ЗАО «Завод крупнопанельного домостроения № 1» (г. Ульяновск) для анализа, диагностики и оптимизации нагревательных сетей монолитных участков бетона.

Система *SCAD* внедрена в научные исследования и учебный процесс *Ченстоховского политехнического института* (Польша), в инженерную практику расчета отдельных узлов разрабатываемой в *УФ ИПЭ РАН* электронной аппаратуры. Символьный процессор программы *CIRSYMD* включен в состав системы анализа электрических цепей *FASTMEAN*, разработанной в *СПбГУТ* (см. сайт www.fastmean.ru).

Апробация работы. Теоретические положения и практические результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на Всесоюзных конференциях «Проблемы нелинейной электротехники» (Киев, 1981, 1988), «Проблемы преобразовательной техники» (Киев, 1983, 1991), «Радиотехнические измерения в диапазонах высоких и сверхвысоких частот» (Новосибирск, 1984), «Математическое моделирование в энергетике» (Киев, 1990), на международных конференциях «Системные проблемы качества, математического моделирования и информационных технологий» (Москва–Сочи, 1999), «Континуальные логико-алгебраические исчисления и нейроматематика в науке, технике и экономике (КЛИН)» (Ульяновск, 2001–2005), на Российской конференции с международным участием «Новые методы, средства и технологии в науке, промышленности и экономике» (Ульяновск, 1997), на Всероссийских конференциях «Методы и средства оценки и повышения надежности приборов, устройств и систем» (Пенза, 1994), «Пути и методы совершенствования учебного процесса» (Самара, 1995), «Компьютерные технологии в учебном процессе» (Казань, 1995), «Перспективные информационные технологии в высшей школе» (Тамбов, 1995), «Новые информационные технологии в системе многоуровневого обучения» (Нижний Новгород, 1996), «Энергосбережение в городском хозяйстве, энергетике, промышленности» (Ульяновск, 1999–2001, 2003), «Современные проблемы создания и эксплуатации радиотехнических систем» (Ульяновск, 2001); на кафедре ТОЭ СПбГПУ и кафедре ТОЭ СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

Публикации. Основные результаты исследований по теме диссертации представлены в 50 работах, в том числе в 6 статьях в журнале РАН «Электричество».

Личный вклад автора в работы, где изложены положения, выносимые на защиту. Все результаты, выносимые на защиту, получены лично автором диссертации. Научному консультанту – *В.В.Филаретову* принадлежат идея и сопутствующие указания при проведении предлагаемых исследований в области схемно-топологической теории электрических цепей.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех разделов, заключения и библиографического списка.

Во введении дана общая характеристика диссертационной работы.

Первый раздел «Аналитический обзор и состояние символьного анализа, диакоптики и диагностики электрических цепей» посвящен обоснованию и формулировке основных задач диссертационной работы.

Во втором разделе диссертационной работы «Неявный метод наложения и символьный анализ линейных электрических цепей» решается *первая задача* диссертации – предлагается *неявный метод наложения* воздействий, позволяющий построить отклик цепи с произвольным числом независимых источников на основе только одной СФ, с меньшим объемом выкладок и в более компактном виде по сравнению с традиционным методом наложения.

В третьем разделе диссертационной работы «Схемно-алгебраический анализ электрических цепей делением их на части» решена *вторая задача* диссертации – разработаны диакоптические методы, позволяющие рассчитать схемы, содержащие многополюсники с числом полюсов 6...10 и более, что дает возможность провести символьный анализ многофазных электрических систем, которые в символьном виде до сих пор не рассчитывались. При этом рассматриваются три возможных типа символьных выражений: 1) единые дробно-рациональные формулы; 2) последовательные формулы, состоящие из подвыражений без операций деления; 3) последовательные формулы из подвыражений с операциями деления. В этом же разделе предложены формулы для выделения многополюсных элементов, обеспечивающие анализ цепи непосредственно по принципиальной схеме без перехода к схеме замещения, причем не только в координатном базисе токов и напряжений, но и в базисе зарядов и магнитных потоков.

В четвертом разделе «Символьная диагностика линейных электрических цепей методом компенсации электрокомпонентов» решена *третья задача* диссертации: 1) *принцип косвенной компенсации* обобщен на топологические методы [27,29,33,42]; 2) задача символьной диагностики переведена с помощью *обобщенного принципа компенсации* на общую с анализом схемно-символьную базу [33,38]; 3) предложены компактные *САФ в виде отношения двух определителей* независимо от числа независимых источников и измеренных откликов [33,38]; 3) разработаны *символьные компенсационные методы* диагностики, дающие возможность получить экономичные по числу операций выражения для искомых параметров [33,38,42]; 5) сформулированы *топологические условия диагностируемости* ЛЭЦ [33,41].

В заключении изложены основные результаты диссертационной работы. Приложение содержит документы, подтверждающие внедрение результатов диссертационной работы.

1. АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР СОСТОЯНИЯ СИМВОЛЬНОГО АНАЛИЗА, ДИАКОПТИКИ И ДИАГНОСТИКИ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Символьный анализ, диакоптика и диагностика как разделы теории электрических цепей существуют не один десяток лет. Так, символьный анализ ведет свою историю с 1847 года, когда *Г.Кирхгофом* были предложены топологические правила формирования символьных выражений для токов в пассивной цепи [74]. Диакоптика, как анализ цепей по частям, зародилась в работах *В.Фойснера* в 1902 году [234, 279]. А диагностике, сравнительно молодому разделу теории цепей, исполнилось уже 40 лет [70, 258].

За время существования каждого из этих разделов теории цепей отечественными и зарубежными исследователями проделана колоссальная работа. И тем не менее диалектика развития науки такова, что постоянно требуется поддерживать ее методологические средства на современном уровне. А современные требования таковы: «В наше время показателем интеллектуальной мощи компьютеров стали новейшие программные системы символьной математики и компьютерной алгебры» [57]. В соответствии с этим требованием в последнее время все компьютерные математические системы были оснащены символьными блоками. Одни компании разработали сами (*Maple*), другие приобрели и адаптировали под свой интерфейс (*Matlab, Mathcad*).

1.1. СИМВОЛЬНЫЕ ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ – УНИВЕРСАЛЬНЫЙ АППАРАТ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ

Символьные методы, к которым относятся схемно-топологические методы (СТМ), в отличие от численных, являются универсальными методами, с помощью которых могут быть решены любые задачи теории цепей. Есть целый ряд задач, которые решаются только символьными топологическими методами. Это задачи существования схемных реализаций, необходимым условием для которых является отсутствие топологических вырождений [228, 310, 312]. Топологические вырождения не могут быть выявлены построением численных и даже символьных уравнений. Символьные уравнения могут только подтвердить тождественность нулю определителя схемы, но не могут указать на причину вырождения. Это могут сделать только топологические методы.

Близка к задаче существования схемных реализаций задача диагностируемости электрических цепей – разрешимости диагностики. Необходимым условием разрешимости этой задачи является также отсутствие топологических вырождений в диагностируемых схемах. И, следовательно, требуются для исследования топологические методы.

«Заманчиво получить необходимое и достаточное условие разрешимости в терминах топологии цепей» [75].

Важной символьно-топологической задачей является задача существования передаточных параметров многополюсников [243]. На структурном уровне эта задача решена только для пассивных цепей [204, 243]. Для активных цепей она решена только в матричном виде [68].

Еще одной группой задач, которая решается только символьными топологическими методами, являются задачи структурного синтеза. Выявить, например, безусловно устойчивые схемы, которые, как известно, имеют наиболее стабильные параметры, также можно только с помощью символьных методов, поскольку нужно доказать тождественность символьных выражений [152, 153, 291].

Символьные методы используются для исследования общих свойств цепей [46] и являются более предпочтительными по сравнению с численными методами [6]. С их помощью можно определить параметрические границы разрешимости задач анализа и диагностики электрических цепей, получить точное значение отклика цепи в виде обыкновенных дробей, что особенно важно для плохо обусловленных цепей [217] и оценки точности численных методов.

Учитывая изложенное, можно сделать вывод, что символьные топологические методы являются универсальным средством анализа и диагностики электрических цепей, позволяющими проводить как структурный топологический анализ, так и аналитическое, и численное исследование задач анализа и диагностики. К настоящему времени остаются неразработанными *топологические условия существования передаточных параметров многополюсников и топологические условия диагностируемости цепей.*

1.1.1. Принцип наложения в символьном анализе линейных электрических цепей

Символьный анализ ЛЭЦ состоит в формировании символьного выражения отклика (СВО). Эта задача решается с помощью принципа наложения (и одноименного метода анализа [12]), согласно которому отклик (напряжение или ток j -й ветви)

$$O_j = \sum_{i=1}^n F_{ji} x_i, \quad (1.1.1)$$

где x_i – напряжение или ток i -го источника воздействия (всего n источников); F_{ji} – схемная (передаточная от ветви i к ветви j) функция, введенная *Д.К.Максвеллом* в 1873 году [156]. Переменные O_j , F_{ji} , x_i представлены в комплексной или операторной форме для анализа цепи в установившемся гармоническом или переходном режимах соответственно.

Представление электрической цепи в виде многополюсника, заданного схемными функциями, оказалось столь плодотворным, что применение общего выражения по правилу *Крамера* для отклика

$$O_j = \frac{\Delta_j}{\Delta}, \quad (1.1.2)$$

и любые другие способы разложения определителя матрицы числителя Δ_j , полученной заменой j -го столбца в матрице параметров на матрицу-столбец правой части системы уравнений, не получили широкого распространения. Более того, принцип наложения стал фундаментом символической теории ЛЭЦ. «Сравнительная простота решения систем линейных уравнений и возможность применения для этого аппарата теории определителей и теории матриц обязаны именно принципу наложения» [207].

Однако при всех своих достоинствах принцип наложения требует при нахождении любого СВО получения n числителей (при одном общем знаменателе), что препятствует построению символического выражения схемной функции по критерию минимума вычислительной сложности. Это существенный недостаток принципа наложения, поскольку именно вычислительная сложность служит критерием оценки современных методов и программ символического анализа [50, 227, 320]. Кроме этого, принцип наложения не является экономичным по числу формирующих операций, поскольку требует нахождения несколько раз одних и тех же повторяющихся сомножителей в различных СФ. Принцип наложения требует, естественно, кратного числу источников увеличения временных затрат на комбинаторные операции по поиску сечений при диакоптическом анализе.

Еще *Г.Р.Кирхгоф* в 1847 году в своем топологическом методе применял группировку слагаемых числителя Δ_j в (1.1.2) относительно произведений сопротивлений схемы, соответствующих ее деревьям. При этом параметры независимых источников появлялись в формируемом выражении многократно, то есть неявно. В матричной интерпретации это соответствует разложению определителя матрицы числителя (1.1.2) по элементам, выбираемым произвольно. Для получения оптимального выражения искомого отклика выбор элемента должен быть не произвольным, а по критерию максимального участия соответствующего параметра в формируемом символическом выражении [227].

В связи с изложенным выше желательно разработать метод построения СВО ЛЭЦ с несколькими независимыми источниками в неявной форме

$$O_j = \frac{\Delta_j}{\Delta} = \frac{W(x_1, x_2, \dots, x_n)}{D}. \quad (1.1.3)$$

Этот метод назовем *неявным методом наложения (НМН)*. В отличие от метода наложения он должен обеспечивать произвольное (по заданному

критерию) выделение параметров независимых источников, наряду с параметрами других элементов схемы. Предпринятые ранее попытки реализовать *НМН* на основе замещения независимых источников квазипассивными двухполюсниками не дали желаемого результата вследствие сложности нахождения их параметров [220].

В то же время принцип наложения занял важное место при расчете несимметричных трехфазных цепей, поскольку находится в основе метода симметричных составляющих [285], который предусматривает нахождение отклика – тока или напряжения – в виде суммы частных откликов, соответствующих схемам прямой, обратной и нулевой последовательности. Этот «метод позволяет упростить расчет несимметричного режима линейной трехфазной цепи в тех случаях, когда причины нарушения симметрии (обрыв фазы, короткое замыкание и т.п.) сосредоточены в одном или двух местах системы; при этом все остальные ветви трехфазной цепи имеют одинаковые параметры всех фаз» [213]. При этом режимы схем замещения для каждой из трех последовательностей напряжений и токов – прямой, обратной и нулевой – не зависят друг от друга. В таких частных случаях целесообразно применять метод симметричных составляющих.

Расчет схем замещения в симметричных координатах, составленных для одной фазы, выполняется совместно и с учетом дополнительной системы уравнений, построенных для симметричных составляющих токов и напряжений в местах несимметрии схемы. По симметричным составляющим находятся путем их суммирования искомые фазные переменные.

Дополнительная система уравнений может быть учтена с помощью объединенной схемы замещения, содержащей схемы всех трех последовательностей. Вывод необходимых и достаточных условий для получения объединенной схемы замещения осуществляется для каждого случая несимметрии в отдельности [30].

Наиболее часто МСС применяется для анализа режимов короткого замыкания. При однофазном коротком замыкании на землю объединенная схема замещения получается путем последовательного соединения схем замещения всех трех последовательностей и утроенного сопротивления в месте короткого замыкания. В этом случае токи всех трех последовательностей оказываются равными друг другу.

При двухполюсном коротком замыкании на землю схемы всех трех последовательностей соединяются параллельно, при этом утроенное сопротивление короткого замыкания включается последовательно в ветвь со схемой нулевой последовательности.

При взаимном двухполюсном коротком замыкании объединенная схема состоит из двух параллельно соединенных ветвей. Первая ветвь представляет собой последовательное соединение схемы прямой последовательности и половинного сопротивления в месте короткого замыкания. Вторая ветвь является также последовательным соединением,

но уже схемы обратной последовательности и половинного сопротивления короткого замыкания.

Каждая из отмеченных объединенных схем замещения содержит множество источников, поэтому для их анализа в символьном виде желательно использовать неявный принцип наложения. Таким образом, при анализе одной и той же схемы предполагается использовать как явный принцип наложения в форме метода симметричных составляющих, так и неявный принцип наложения для построения отклика с помощью одной схемной функции. Предлагаемый прием одновременного использования как принципа наложения, так и неявного метода наложения можно назвать *комбинированным явно-неявным методом наложения (ЯНМН)*. ЯНМН позволит получить более компактное выражение для искомого отклика.

Наряду с указанными выше ограничениями метода симметричных составляющих его недостатком является необходимость расчета трех дополнительно формируемых схем. «Между тем, весьма привлекательным является подход, в котором используется одна общая схема замещения устройства и расчет ведется относительно действительных токов, как в обычных цепях» [251]. Реализация этого подхода в символьном виде также облегчается при использовании *НМН*.

Численный анализ цепей без использования явного принципа наложения очевиден и решается путем формирования для системы уравнений единого вектора источников воздействия [213]. При двух и более численных векторах воздействия применяется принцип наложения [58].

В символьном анализе такой подход не эффективен, поскольку здесь поставлена задача построения компактных выражений для искомого откликов. Это можно обеспечить, когда имеется свобода выделения любого параметра, в том числе источников. Такое выделение параметров невозможно в рамках принципа наложения.

Поэтому целесообразно в рамках диссертационной работы предложить *неявный метод наложения*, позволяющий формировать отклики в общей (неканонической) форме.

1.1.2. Символьные методы анализа на основе систем уравнений

Методы, непосредственно использующие системы уравнений, основаны, как правило, на обобщенном методе узловых напряжений или обобщенном методе контурных токов [206, 207]. Искомые символьные схемные функции получаются при этом по методу *Крамера* [7, 27] путем разложения по *Лапласу* определителей и алгебраических дополнений. Такой подход приводит к излишним вычислительным затратам, поскольку матричное уравнение обладает существенной избыточностью – один и тот же параметр находится в нескольких ячейках матрицы, например, в матрице узловых проводимостей параметр находится в четырех ячейках.

При разложении определителя матрицы появляются многочисленные пары слагаемых, равных по модулю, но противоположных по знаку. Число этих избыточных, взаимно уничтожающихся слагаемых превышает число слагаемых определителя, причем это превышение тем больше, чем сложнее схема [2, 213]. Применение для символьного решения уравнений метода исключения Гаусса не может компенсировать избыточности матричного представления [170]. Это подтверждают символьные блоки современных компьютерных систем, например, *Maple* [57], которые из-за больших вычислительных затрат не могут получить символьное решение для схем, содержащих более 15...20 узлов.

Избыточность матричного представления переносится и на топологические методы, отображающие в виде графа системы уравнений цепи [2]. Это метод сигнального графа [166], графа *Коутса* [269], обобщенного сигнального графа [2], гибридного графа [224]. Такого типа избыточность имеет место в методах обобщенных чисел [218, 301] и схемных чисел [217], поскольку последние являются отображением матрицы узловых проводимостей или ее модификации.

1.1.3. Методы схемоанализа и редукции

Метод схемоанализа [245, 249] использует для получения решения преобразование схемы и сопутствующие матричные операции. Преобразование схемы выполняется с помощью обобщенно-параллельного и обобщенно-последовательного соединения ветвей. Эти преобразования подобны операциям исключения переменных в методах *Гаусса* и *Шермана-Моррисона* [31]. При выполнении этих операций осуществляется перенос элемента по контуру или через сечение, в результате один и тот же параметр появляется в схеме многократно, что аналогично матричной избыточности. Последовательное применение такого преобразования приводит к диэквивалентному многомерному генератору напряжений и токов. Напряжения (токи) разомкнутых (замкнутых) генераторов напряжения (тока) равны напряжениям (токам) соответствующих ветвей.

Метод редукции узлов [50, 148] основан также на методе исключения *Гаусса*. Принцип возникновения избыточности модели здесь аналогичен схемоанализу – в одной и той же схеме один и тот же параметр появляется многократно. В отличие от схемоанализа последовательное применение редукции ведет не к многомерному генератору, а к одному контуру или узлу, ток или напряжение которых определяется по компонентному уравнению. В методе редукции применительно к пассивным цепям может быть исключена операция вычитания за счет использования неопределенных матриц узловых проводимостей. В активных цепях это можно сделать введением в схему дополнительных элементов [148], что еще больше увеличивает избыточность модели.

1.1.4. Топологические методы на основе схемных и полюсно-графовых моделей

Основы символьных топологических методов, использующих модель в виде схемы или полюсного графа, заложены в работах *Кирхгофа* [74], *Максвелла* [156] и *Фойснера* [279, 280]. *Кирхгоф* в 1847 году, а *Максвелл* в 1873 году предложили топологические (без составления уравнений) правила для анализа цепей с двухполюсными Z - и Y -ветвями. При этом отклик находится в виде отношения двух символьных выражений, представленных в развернутом виде. В дальнейшем на основе топологических правил *Кирхгофа* и *Максвелла* в теории цепей сформировалось графовое направление, использующее для анализа теорию графов и такие топологические понятия, как деревья и их дополнения [9, 51].

В 1902 году *Фойснер* разработал, используя в качестве модели цепи ее схему замещения, топологические формулы выделения сопротивлений и проводимостей, которые дают компактные вложенные выражения определителя. Этот определитель был назван им схемным определителем. Схемный определитель – это алгебраическое выражение, тождественное определителю соответствующей матрицы цепи, но не содержащее взаимно уничтожающихся слагаемых. Впоследствии на основе понятия схемного определителя и формул выделения сопротивлений и проводимостей в теории цепей возникло схемно-топологическое направление [228–230, 260, 261, 287, 293–295].

1.1.5. Графовое направление для анализа цепей с управляемыми источниками

При использовании ненаправленного графа для анализа пассивной цепи удастся исключить дубликации [213], характерные для матричного представления цепи. Однако отображение активных элементов с помощью сигнальных или унисторных дуг приводит к избыточным ССФ [213, 223].

В мире были проведены обширные и многочисленные исследования, посвященные обобщению правил *Кирхгофа* и *Максвелла* для анализа схем с УИ [162]. Начало этим исследованиям было положено работами *Персиваля* [316, 317]. Метод полных деревьев (метод *Коутса*) первоначально был разработан для u -схем с источниками тока, управляемыми напряжением (ИТУН) [269]. Стержневой идеей этого метода является замена всех пассивных элементов схемы, заданных проводимостями, вырожденными ИТУН, у которых управляемая (генератор) и управляющая (приемник) ветви параллельны. Полученная в результате вспомогательная схема, содержащая исключительно ИТУН, является расчетной моделью метода *Коутса*. Метод *Коутса* был использован спустя сорок лет при обосновании МСО.

Полным деревом схемы *Коутса* называется связная подсхема, покрывающая все узлы исходной схемы. Содержащиеся в этой подсхеме генераторы ИТУН образуют дерево, а в дополнение этого дерева обязательно входят приемники одноименных ИТУН, и наоборот, дерево образуется приемниками, а дополнение этого дерева – генераторами одноименных ИТУН. Определитель полного дерева по абсолютной величине равен произведению параметров ИТУН, генераторы и приемники которых образуют это дерево.

Метод *Возняцки* [334] можно рассматривать как развитие метода *Коутса*. При этом вместо преобразования пассивных элементов схемы в вырожденные УИ используется обобщенная ветвь в виде соединения пассивного элемента с генератором УИ (при наличии последнего). В основе метода *Возняцки* лежит перечисление всех деревьев схемы, составленной из обобщенных ветвей. Каждое дерево дополняется приемниками УИ и находится определитель полученной схемы, которую назовем элементарной схемой *Возняцки*. Учет УИ в такой схеме подобен учету независимых источников в топологическом методе *Кирхгофа* [74], что придает методу *Возняцки* наглядность. Вместе с тем определитель элементарной схемы содержит в общем случае более одного слагаемого, а формула разложения определителя зависит от структуры этой схемы. Это, с одной стороны, позволяет выносить за скобки произведения проводимостей ветвей соответствующего дерева, а с другой стороны, усложняет формализацию методики формирования ССФ.

Правило нахождения знака слагаемых определителей элементарных схем, в отличие от аналогичной процедуры *Коутса*, не имеет обоснования, хотя в [334] сообщалось о намерении автора сделать это в будущем. Возможно поэтому, метод *Возняцки* не нашел последователей, хотя был опубликован как приложение в известной книге [8, с. 294–311].

Советский исследователь *Ю.П.Галямичев* первым получил схемное решение задачи формирования ССФ, предусматривающее анализ непосредственно схемы с ИТУН и пассивными элементами, выраженными проводимостями [39]. Суть его идеи состояла в том, что вначале определитель активной схемы освобождается от элементов, вносящих в него несимметричность, то есть от ИТУН, а затем выражается через деревья пассивных схем, производных от пассивной подсхемы исходной схемы. Таким образом, определитель схемы представляется в виде суммы 2^n слагаемых, где n – число ИТУН в схеме. Каждое слагаемое соответствует некоторому сочетанию из параметров ИТУН. Произведение параметров сочетания умножается на коэффициент, учитывающий параметры пассивных ветвей, который можно найти, анализируя структуру пассивной подсхемы, поскольку удаление ИТУН не приводит к объединению узлов схемы. Предложенный метод дает, хотя и без дубликаций, очень громоздкое развернутое символьное выражение.

Комбинированный подход с использованием графов и уравнений применен в [9]. Здесь с помощью принципа компенсации управляемые

источники заменяются независимыми источниками (НИ). Для полученной пассивной схемы замещения строится $(n_{\text{уи}} + n_{\text{ни}})n_{\text{уи}}$ схемных передаточных функций ($n_{\text{уи}}$, $n_{\text{ни}}$ – число УИ и НИ) от всех независимых источников ко всем приемникам УИ. С использованием этих передаточных функций формируется система из $n_{\text{уи}}$ символьных уравнений. Эту систему необходимо решить в символьном виде относительно управляющих переменных УИ.

В результате решения становятся известными параметры всех компенсирующих источников, и следовательно, методом наложения может быть найден искомый отклик. При этом придется сформировать еще $(n_{\text{уи}} + n_{\text{ни}})$ символьных передаточных функций. Такой подход оказывается крайне избыточным. Так, для примера схемы [9], содержащей две взаимоиנדуктивности, число формируемых слагаемых по этому методу на порядок больше, чем в безыбыточной формуле. В этом случае символьная система уравнений по методу контурных токов оказывается менее избыточной.

Кроме избыточности представления активных цепей недостатком графового направления является его большая трудоемкость из-за прогрессирующего роста числа деревьев при усложнении схемы. Число деревьев схемы растет пропорционально степенной функции, показателем которой является число узлов схемы [243]. Существенным недостатком графового подхода является также ограничение на тип используемых элементов. Так, при анализе цепей с помощью метода деревьев не допускаются элементы, управляемые током.

Более перспективным оказалось схемно-топологическое направление, основанное на формулах выделения *Фойснера* [279], поскольку оно свободно от указанных выше недостатков графового представления модели.

1.1.6. Схемно-топологическое направление

Основу схемно-топологического направления заложил Фойснер [279, 280], предложив формулы выделения сопротивлений и проводимостей, которые позволяют получить СФ пассивной цепи в компактном свернутом виде. В этом случае СФ находится в виде отношения числителя и знаменателя

$$H = \Delta N / \Delta D, \quad (1.1.4)$$

где ΔN и ΔD - соответственно числитель и знаменатель ССФ, в которых параметры всех элементов схемы представлены символами.

Схемный определитель в зависимости от типа элементов схемы раскрывается по одной из двух формул [279]

$$\Delta = y\Delta_y + \Delta^y \quad (1.1.5)$$

или

$$\Delta = z\Delta^z + \Delta_z, \tag{1.1.6}$$

где нижний индекс при символе Δ указывает на стягивание y - или z -ветви, а верхний – на их удаление.

Проиллюстрируем эти формулы в схемно-алгебраическом виде [131]

$$\left| \begin{array}{c} \circ \\ | \\ z \\ | \\ \circ \end{array} \right| = z \cdot \left(\left| \begin{array}{c} \circ \\ | \\ | \\ | \\ \circ \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \bullet \\ | \\ | \\ | \\ \bullet \end{array} \right| \right), \tag{1.1.7}$$

$$\left| \begin{array}{c} \circ \\ | \\ y \\ | \\ \circ \end{array} \right| = y \cdot \left(\left| \begin{array}{c} \bullet \\ | \\ | \\ | \\ \bullet \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \circ \\ | \\ | \\ | \\ \circ \end{array} \right| \right), \tag{1.1.8}$$

где парами вертикальных линий обозначены схемные определители.

Чтобы упростить разложение определителей сложных схем, Фойснер предложил диакоптические формулы [279]

$$\Delta = \Delta_1 \Delta_2 \tag{1.1.9}$$

и

$$\Delta = \Delta_1 \Delta_2(a,b) + \Delta_1(a,b) \Delta_2, \tag{1.1.10}$$

где Δ_1 и Δ_2 – определители первой и второй подсхем. Обозначение в скобках после Δ указывает на объединение внешних узлов a и b в соответствующих подсхемах. Формула (1.1.9) применяется, когда первая и вторая подсхемы имеют единственный общий узел. Для использования формулы (1.1.10) необходимо, чтобы схема делилась на подсхемы по двум узлам a и b . Формулы (1.1.9) и (1.1.10) можно применять, когда подсхемы 1 и 2 не имеют одна с другой управляющих связей, то есть генератор и приемник любого УИ не должны находиться в различных подсхемах.

Проиллюстрируем формулы (1.1.9) и (1.1.10) в схемно-алгебраическом виде

$$\left| \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \text{---} a \text{---} \\ \boxed{2} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \text{---} a \bullet \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} \bullet a \\ \text{---} \\ \boxed{2} \end{array} \right|, \tag{1.1.11}$$

$$\left| \begin{array}{|c|} \hline \boxed{1} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline b \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \boxed{2} \\ \hline \end{array} \right| = \left| \begin{array}{|c|} \hline \boxed{1} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline b \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \boxed{2} \\ \hline \end{array} \right| + \left| \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \boxed{1} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline b \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \boxed{2} \\ \hline \end{array} \right|. \quad (1.1.12)$$

Рекурсивное применение формул (1.1.5), (1.1.6) и (1.1.9), (1.1.10) или (1.1.7), (1.1.8) и (1.1.11), (1.1.12) позволяет представить определитель схемы сразу в окончательной форме, то есть в компактном виде с вынесенными за скобки общими множителями. Между тем развернутые символьные выражения, составленные из произведений параметров ветвей деревьев и дополнений деревьев схемы по *Максвеллу* и *Кирхгофу*, нуждаются в дополнительных трудоемких преобразованиях.

Для нахождения числителя ССФ *Фойснер* ввел понятие контура передачи схемы, который обязательно содержит независимый источник и ветвь с искомым откликом [279]. При этом разложение числителя ССФ выполняется по формуле

$$\Delta N = \sum_{i \in \rho} P_i \Delta_i \quad (1.1.13)$$

где ρ - множество контуров передачи схемы; P_i - произведение проводимостей, входящих в i -й контур передачи; Δ_i - определитель схемы, образованной из исходной схемы в результате стягивания всех ветвей i -го контура передачи. Знаменатель ССФ равен определителю производной схемы, полученной стягиванием (удалением) независимого источника напряжения (тока) и ветви с искомым током (напряжением).

Наиболее полно формулы (1.1.5), (1.1.6), (1.1.9), (1.1.10) рассмотрены в учебнике [213], удостоенном Ленинской премии. Этих формул вполне достаточно для эффективного символьного анализа пассивных электрических цепей без взаимных индуктивностей. С помощью указанных формул можно провести анализ произвольной пассивной цепи, используя принцип наложения [213]. Формулы позволяют получить свернутые символьные выражения без дубликаций.

В начале 20-го века в электротехнике не применялись активные элементы и не существовало понятия УИ. Интенсивные исследования вопросов анализа схем с УИ, используемых в моделях электронных ламп и транзисторов, начались лишь в середине 50-х годов. *Фойснеру*, который скончался в 1928 году, не пришлось заниматься обобщением своего подхода.

Непросто объяснить то обстоятельство, что среди работ по символьному анализу активных электрических цепей крайне мала доля работ, которые используют в качестве расчетной модели непосредственно схему замещения цепи [162]. Хотя «электрическая схема цепи сама по себе

может считаться одной из форм задания такого оператора» [46, с.153], который связывает входные и выходные сигналы.

1.1.7. Схемно-топологический анализ активных цепей

Для анализа активных цепей сначала *Барроуз* [162], а затем *Хуан* [291] предложили метод цепей контуров передачи. Понятие цепи контура передачи обобщает понятие контура передачи *Фойснера* (см. формулу (1.1.13)). Оно позволяет формировать вложенные выражения ССФ активных цепей. Однако отсутствие алгоритма поиска этих цепей не позволило использовать предложенный метод в практике анализа цепей.

Как показали последние исследования [162], наиболее эффективным для анализа активных электрических цепей явилось использование обобщений идеального усилителя *Телледжена* [327], впоследствии названного нуллором [266]. Нуллор является аномальным управляемым источником, поскольку ток и напряжение нуратора (генератора нуллора) не определены, а ток и напряжение нуллатора (приемника нуллора) равны нулю [158].

Идеальный усилитель *Телледжена* образуется из любого УИ, если параметр последнего устремить к бесконечности. «Все рассмотренные источники вырождаются в некий источник, ток и напряжение которого одновременно равны нулю при любых конечных значениях напряжения и тока на выходе» [181]. В [34] отмечено, что функция преобразования цепи не зависит от типа УИ, если его параметр равен бесконечности.

В 1965 году *Браун* [260] ввел понятие ориентированного нумерованного нуллора, что позволило находить числитель схемной функции подобно знаменателю – путем выделения параметров элементов без использования понятия цепей контуров передачи. В этом случае алгоритм выделения параметров применяется к схеме числителя, которая формируется путем замены источника напряжения или тока на направленный нуратор, а приемника напряжения или тока на направленный нулатор. Схема знаменателя образуется, как у *Фойснера*, из исходной схемы путем нейтрализации источника и приемника.

В 1971 году *Партен* и *Сикет* [315] применили направленные нумерованные нуллоры и схемные определители для анализа цепей с идеальными операционными усилителями. Ими же были предложены формулы для определителей схем, содержащих последовательное и параллельное соединение направленных нумерованных нураторов и нуллаторов. При этом было принято, что одноименные нуратор и нуллатор, противоположно направленные относительно общего узла, при их преобразовании в замкнутую или разомкнутую ветвь не изменяют знака определителя, а согласно направленные изменяют знак на противоположный.

1.1.8. Формулы выделения управляемых источников

В 1977 году *Хашемин* [287] предложил формулу выделения параметра произвольного УИ на основе направленного нумерованного нуллора. В соответствии с этой формулой определитель схемы

$$\Delta = \chi \Delta(\text{УИ} \Rightarrow \text{нуллор}) + \Delta(\chi=0), \quad (1.1.14)$$

где χ – параметр УИ; $\Delta(\text{УИ} \Rightarrow \text{нуллор})$ – определитель исходной схемы, в которой УИ заменен на нуллор, причем генератор УИ – на норатор, а приемник УИ – на нуллатор; $\Delta(\chi=0)$ – определитель исходной схемы, в которой нейтрализован УИ.

Эта формула иллюстрируется на рис. 1.1.1 в схемно-алгебраическом виде применительно к различным типам УИ. Нуллатор представлен кружочком со стрелкой, а норатор – двумя кружочками со стрелкой. Параметры ИТУН, ИНУН, ИНУТ и ИТУТ обозначены как y , k , z и β соответственно. Как видно, определитель в первом слагаемом не зависит от типа УИ и формируется путем замены приемника (генератора) УИ на нуллатор (норатор). Схема определителя во втором слагаемом формируется, как указано выше, путем нейтрализации УИ – удаления источника тока и приемника напряжения, замены источника напряжения и приемника тока закороткой.

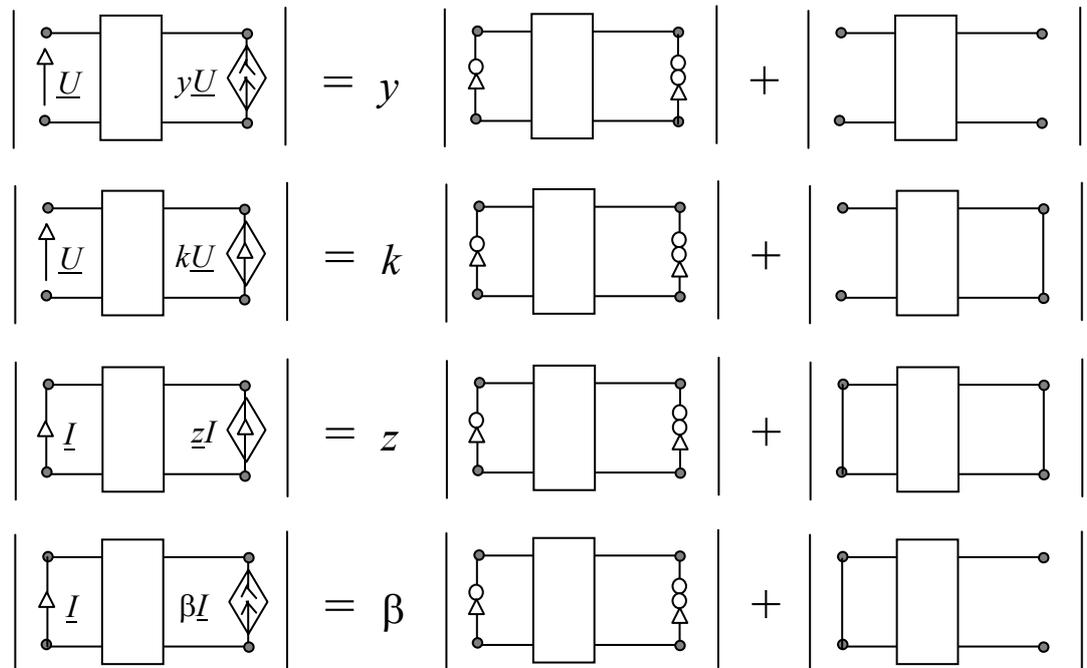


Рис. 1.1.1. Выделение параметров УИ

Хашемин использовал предложенную формулу для разложения схемного определителя по параметрам всех УИ. Ранее в 1959 году, как уже отмечалось, аналогичную формулу для ИТУН, но с использованием матриц и деревьев, разработал *Ю.П.Галямичев* [39]. Эта формула содержит 2^n (n – число УИ) слагаемых. С этого времени можно было находить СФ линейных цепей с произвольными УИ, используя только операции выделения параметров. Недостатком такого подхода является его неэкономичность, поскольку большое число слагаемых из предложенного разложения являются нулевыми, так в числителе выражения для тока в схеме с двумя взаимноиндуктивностями из 16 слагаемых 7 оказывается нулевыми [162].

В 1996 году *В.В.Филаретовым* [228] обобщается понятие направленного нумерованного нуллора путем введения понятия неудаляемого управляемого источника, параметр которого χ в отличие от нуллора (нуллор не имеет параметра) может принимать значения, равные единице или параметру исходного УИ. По существу неудаляемый управляемый источник является направленным нумерованным взвешенным нуллором (в дальнейшем просто нуллор). Обозначения нуллоров показаны на рис. 1.1.2.



Рис. 1.1.2. Нуллоры: направленный нумерованный (а) и направленный нумерованный взвешенный (б); слева на каждом рисунке нуллатор, справа норатор

На основе направленного нумерованного взвешенного нуллора предложена обобщенная формула выделения произвольного УИ

$$\Delta = \Delta(\text{УИ} \Rightarrow N, p = \chi) + \Delta(\chi=0), \quad (1.1.15)$$

где $\Delta(\text{УИ} \Rightarrow N, p = \chi)$ – определитель первой производной схемы, полученной из исходной схемы путем придания выделяемому УИ статуса НУЛЛОРА с параметром, равным χ ; $\Delta(\chi=0)$ – определитель второй производной схемы, которая образована в результате нейтрализации выделяемого УИ, то есть принятия $\chi=0$.

Формула *Хашемина* (1.1.14) является частным случаем (1.1.15). Ее аналог, записанный через взвешенный нуллор, получается при явном выделении параметра УИ

$$\Delta = \chi \Delta(\text{УИ} \Rightarrow N, p = 1) + \Delta(\chi=0), \quad (1.1.16)$$

где $\Delta(\text{УИ} \Rightarrow N, p=1)$ – определитель первой производной схемы, полученной из исходной схемы путем придания выделяемому УИ статуса нуллора с параметром, равным единице.

С целью минимизации числа операций вычитания в формируемых выражениях ССФ в 2001 году [229] предложена формула выделения УИ, основанная на операциях удаления и стягивания

$$\Delta = \pm \chi \Delta_{\chi} + \Delta(\chi=0), \quad (1.1.17)$$

где Δ_{χ} – определитель схемы, полученной из первоначальной схемы в результате выполнения следующих операций: 1) стягивания генератора (приемника) выделяемого УИ таким образом, чтобы генераторы тока и наторы (приемники напряжения инуллаторы), которые инцидентны опорному узлу этого генератора (приемника), переключились на другой его узел; 2) объединения опорных узлов выделяемого УИ. Положительный (отрицательный) знак перед Δ_{χ} выбирается в случае противоположной (одинаковой) ориентации генератора и приемника УИ в первоначальной схеме по отношению к его опорным узлам.

Формулы выделения параметров УИ наряду с формулами для сопротивлений и проводимостей (1.1.5) и (1.1.6) и топологическими условиями разрешимости, вырождения и устойчивости активных электрических цепей, разработанных *Миликом* [310], *Озавой* [312] и *Хуаном* [292], заложили фундамент метода схемных определителей (МСО), альтернативного традиционному матричному методу.

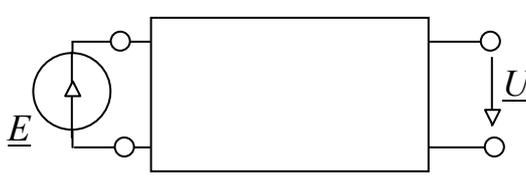
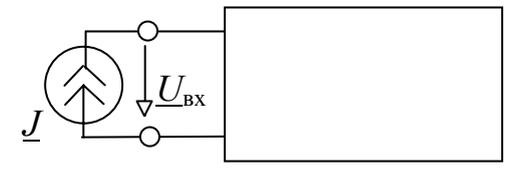
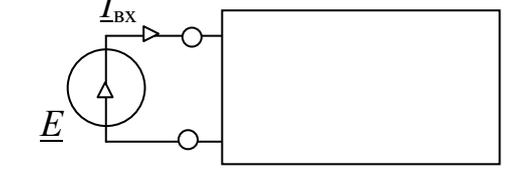
1.1.9. Метод схемных определителей

Методом схемных определителей (МСО) [228–230] назван метод получения символьного выражения схемной функции исходя из определителей схем числителя и знаменателя, которые находятся путем последовательного выделения элементов.

Токи и напряжения в МСО находятся, как и в любом символьном методе, по явному принципу наложения (1.1.1). Схемные функции, входящие в эту формулу, получаются с помощью схемно-алгебраических выражений (САВ) из табл. 1.1.1, которые разработаны на основе формул *Брауна* [260]. Следует обратить внимание, что числители всех передаточных функций одинаковы, а различаются только знаменатели.

В [228, 229] была разработана методология, отличная от явного разложения определителя по параметрам всех УИ. Она состоит в получении оптимальных компактных выражений схемных функций путем выделения элементов в соответствии с правилами минимума, показателей участия, кратности и половинного деления.

Таблица 1.1.1. Схемно-алгебраические выражения схемных функций

| № | Исходная схема | САВ |
|---|---|--|
| 1 | Коэффициент передачи по напряжению | |
| |  | $K_{EU} = \underline{U}/\underline{E} = \frac{\left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }{\left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }$ |
| 2 | Передаточная проводимость | |
| |  | $Y_{EI} = \underline{I}/\underline{E} = \frac{\left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }{\left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }$ |
| 3 | Передаточное сопротивление | |
| |  | $Z_{JU} = \underline{U}/\underline{J} = \frac{\left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }{\left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }$ |
| 4 | Коэффициент передачи по току | |
| |  | $B_{JI} = \underline{I}/\underline{J} = \frac{\left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }{\left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }$ |
| 5 | Входное сопротивление | |
| |  | $Z_{JU} = \underline{U}_{\text{вх}} / \underline{J} = \frac{\left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }{\left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }$ |
| 6 | Входная проводимость | |
| |  | $Y_{EI} = \underline{I}_{\text{вх}} / \underline{E} = \frac{\left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }{\left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }$ |

Правило «минимума». В схеме рассматриваются узлы и сечения, которым инцидентно минимальное количество мультиветвей. Принимается, что наибольшим показателем участия обладает та из них, которая смежна наименьшему числу мультиветвей.

Правила показателей участия и кратности. Первое правило заключается в первоочередном выделении мультиветвей, имеющих наибольшие показатели участия. Правило кратности требует, чтобы среди претендентов на выделение выделялась в первую очередь та мультиветвь, которая имеет наибольшую кратность, то есть количество образующих ее ветвей.

Правило половинного деления. Наряду с правилами показателей участия и кратности необходимо учитывать третье правило, которое называется правилом половинного деления. Оно означает, что получение оптимального выражения достигается выделением по возможности более сложных подсхем и минимизацией разности между количествами ветвей в выбранных подсхемах.

Еще одно правило заключается в том, что в первую очередь выделяются элементы, формулы которых содержат только одно слагаемое. Второе слагаемое в этом случае равно нулю из-за структурных вырождений. Для распознавания вырождений используется табл. 1.1.2.

Таблица 1.1.2. Следствия параллельного и последовательного соединения элементов схемы

| Элемент схемы | Соединение элемента | | | |
|------------------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|
| | параллельное | | последовательное | |
| | с ГН или норатором | с ПТ или нуллатором | с ГТ или норатором | с ПН или нуллатором |
| Проводимость (y - ветвь) | Удаление | | Стягивание-выделение | |
| Сопротивление (z - ветвь) | Удаление-выделение | | Стягивание | |
| Генератор напряжения (ГН) | Вырождение | нуллор | Стягивание | |
| Приемник тока (ПТ) | нуллор | Вырождение | | Стягивание |
| Генератор тока (ГТ) | Удаление | | Вырождение | нуллор |
| Приемник напряжения (ПН) | | Удаление | нуллор | Вырождение |
| норатор | Вырождение | | Вырождение | |
| нуллатор | | Вырождение | | Вырождение |

Простейшие случаи вырождения, иллюстрирующие табл. 1.1.2, представлены на рис. 1.1.3–1.1.4. Более общие случаи контуров и сечений, вырождающих схему, приводятся на рис. 1.1.5–1.1.8.



Рис. 1.1.3. Вырождение схемы в результате размыкания и замыкания норатора или нуллатора

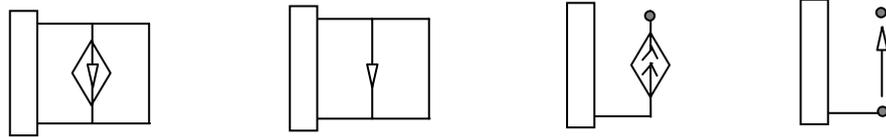


Рис. 1.1.4. Вырождение схемы в результате замыкания и размыкания элементов

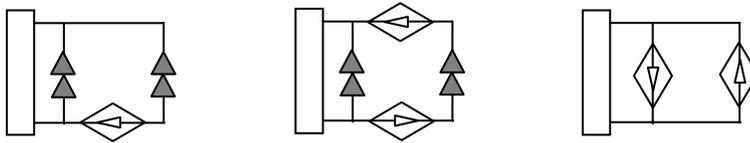


Рис. 1.1.5. Вырожденные схемы с контуром из генераторов напряжения и нораторов

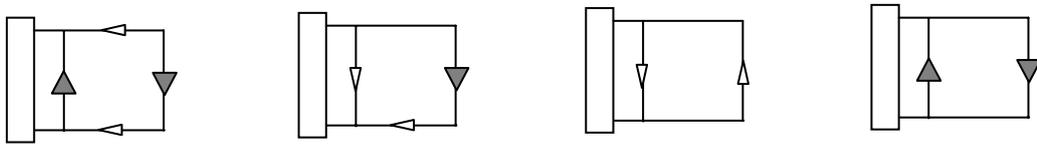


Рис. 1.1.6. Вырожденные схемы с контуром из приемников тока и нуллаторов

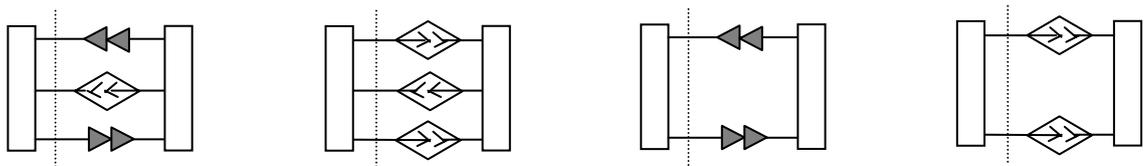


Рис. 1.1.7. Вырожденные схемы с сечением из генераторов тока и нораторов

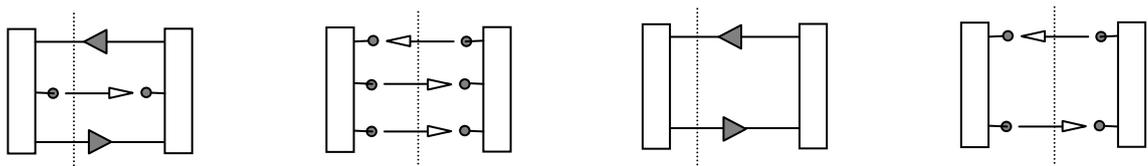


Рис. 1.1.8. Вырожденные схемы с сечением из приемников напряжения и нуллаторов

На рис. 1.1.9 даны частные случаи выделения параметров сопротивлений и проводимостей.

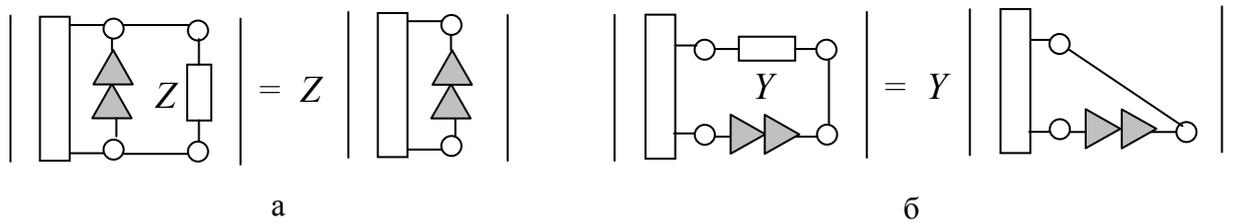


Рис. 1.1.9 Частные случаи выделения сопротивления (а) и проводимости (б)

Выделение параметров пассивных элементов по формулам (1.1.5) и (1.1.6) может привести как к нейтрализации УИ, так и к их преобразованию в нулор согласно табл. 1.1.2. Выделение параметров УИ по формулам (1.1.14) или (1.1.15) также приводит исходную схему к производным схемам, содержащим нулор. Важные случаи расположения нулоров, учет которых позволяет уменьшить объем выкладок при разложении схемных определителей, представлены в виде САВ на рис. 1.1.10 и 1.1.11. Если на рис.1.1.11 поменять направление норатора или нуллатора, то знак перед определителем в правой части уравнения изменится на противоположный по аналогии с рис.1.1.10.

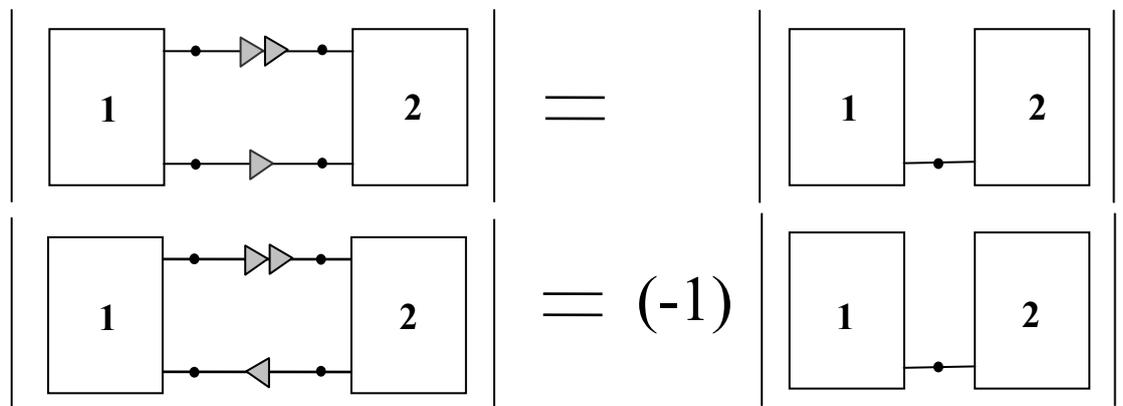


Рис. 1.1.10. Выделение нуллора, расположенного в сечении

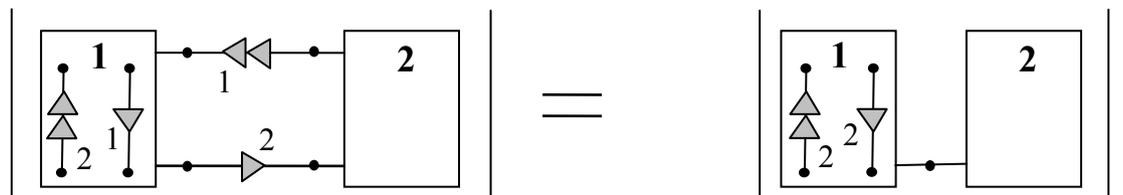


Рис. 1.1.11. Выделение нуллора, приемник которого находится вне сечения

В схемно-алгебраическом выражении на рис. 1.1.11 выделяемым считается тот нулор, генератор которого находится вне этих подсхем. В частных случаях одноименные или разноименные генератор и приемник

нуллора, находящиеся вне выделенных подсхем, могут быть параллельными друг другу.

Если одноименные или разноименные генератор и приемник нуллора соединены параллельно и находятся в некоторой схеме, то целесообразно использовать САВ, представленные на рис. 1.1.12 и 1.1.13.

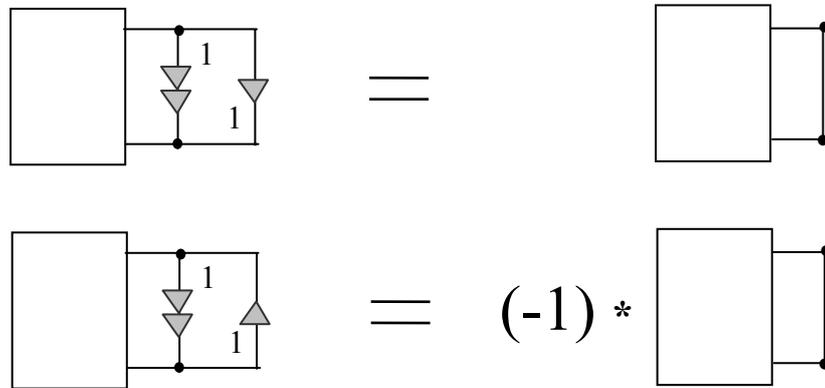


Рис. 1.1.12. Выделение нуллора с одноименными генератором и приемником

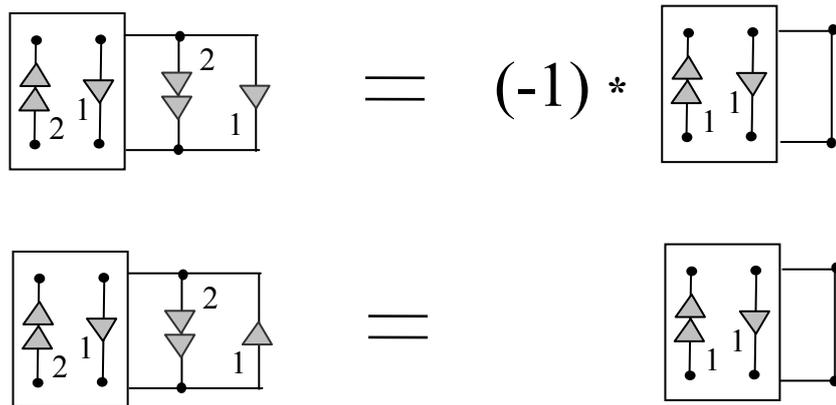


Рис. 1.1.13. Выделение нуллора с разноименными генератором и приемником

Выделение нуллора с помощью САВ на рис. 1.1.10–1.1.13 позволяет не выполнять построение производных схем, а проводить суммирование числа нуллоров, выделенных с отрицательным знаком, в уме. Этого достаточно, поскольку параметры нуллора считаются равными единице. Параметры УИ, согласно формуле (1.1.16), заносятся в алгебраическое выражение после придания этому УИ статуса нуллора. В зависимости от знака для краткости будем говорить о выделении нуллора «с плюсом» или «с минусом».

При разложении схемных определителей изменение ориентации только у генератора или только у приемника нуллора влечет изменение знака определителя.

Существенное значение в МСО играют определители простейших схем, поскольку к ним в конце концов сводится анализ исходного схемного определителя как числителя, так и знаменателя. Определители простейших схем легко получаются из закона Ома. Слева на рис. 1.1.14,а–г изображены схемы и очевидные выражения для ССФ, а справа – показаны производные схемы, полученные в результате исключения генераторов и приемников, вместе с выражениями для определителей этих схем. Здесь и далее схемы, образованные в результате стягивания и (или) удаления ветвей исходной схемы, называются производными схемами.

Определитель схемы – одиночного узла равен единице, поскольку эта схема может быть получена из y -петли (рис.1.1.14,в) при $y=0$. С другой стороны, одиночный (изолированный) узел эквивалентен разомкнутой z -ветви (рис.1.1.14,б) при $z=0$, определитель которой также равен единице.

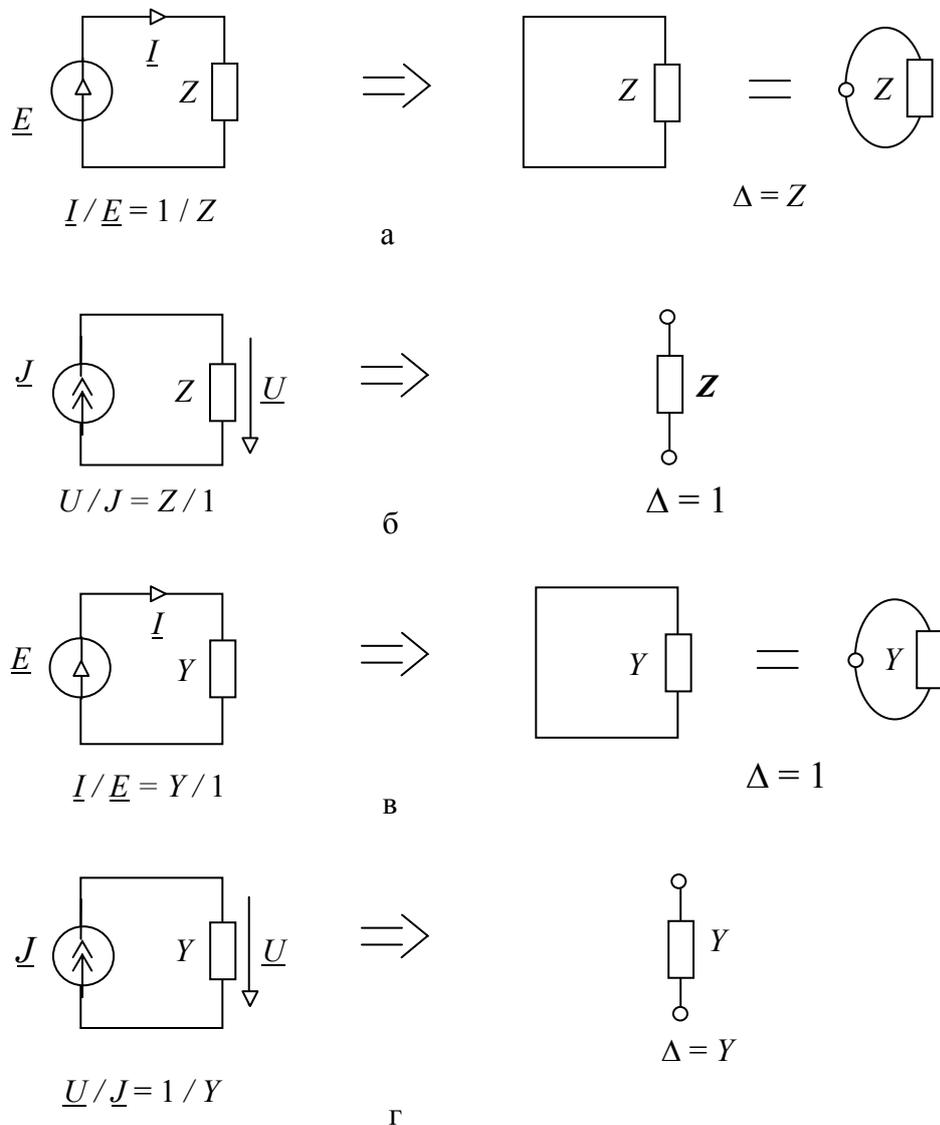


Рис. 1.1.14. Получение определителей простейших схем

Как видно, МСО объединяет в своем составе схемно-алгебраические выражения для схемных функций, формулы выделения сопротивлений, проводимостей, УИ всех четырех типов и систему правил первоочередного выделения элементов для получения компактных и экономичных символьных выражений [131]. Связующим элементом в МСО является нулор. Метод схемных определителей позволяет анализировать цепи со всеми типами линейных элементов и получать компактные свернутые выражения без дубликаций.

В то же время МСО: 1) не позволяет выделять независимые источники напряжения и тока, хотя это желательно обеспечить для соблюдения принципа выделения параметров с максимальным участием; 2) базируется на схеме замещения цепи и не позволяет работать непосредственно с элементами принципиальных схем (транзисторами, усилителями и другими многополюсниками), что создает препятствия инженеру, который привык воспринимать электронный компонент в виде черного ящика, мыслит принципиальными схемами электронных средств и, возможно, испытывает трудности при работе на уровне схем замещения; 3) МСО был изначально разработан для использования в базисе напряжений и токов, хотя для анализа современных дискретно-аналоговых схем требуется координатный базис напряжений и зарядов [164].

Эти задачи предстоит решить в диссертационной работе.

1.2. ДИАКОПТИКА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Диакоптика – как расчет по частям – является основой для анализа сложных электрических цепей. Хотя есть отдельное противоположное мнение, которое скорее является исключением, чем правилом. «Создание диакоптики явилось реакцией на недостатки по быстродействию и объемам оперативной памяти вычислительной техники середины 20-го века. В современных ЭВМ указанные характеристики улучшены, по крайней мере, на три порядка» [58]. Отсюда делается вывод, что диакоптика уже не актуальна.

Однако, несмотря на возросшую мощность вычислительной техники, диакоптика требуется при автоматизированном численном расчете цепей сложностью 200 элементов и более [64]. При символьном автоматизированном расчете диакоптика необходима уже при сложности 20 узлов. Диакоптика позволяет уменьшить многократно вычислительные затраты, а, главное, объем формируемых выражений.

В качестве альтернативы диакоптке предлагаются итерационные методы решения систем уравнений, алгоритмы которых проще, чем алгоритмы диакоптики [59]. Однако следует отметить, что итерационные методы не позволяют получить символьное (точное) решение.

Существует два варианта диакоптики. Диакоптика на основе разделения систем уравнений цепей [64, 174] и разделения схемы на подсхемы [80, 245]. В первом случае путем определенной нумерации переменных выделяются подвектора внутренних и внешних переменных для каждой подсистемы. Внутренние переменные исключаются с помощью блочных Гауссовых операций. Оставшиеся уравнения решаются относительно внешних переменных.

Такой подход позволяет свести решение системы уравнений цепи к решению нескольких подсистем меньшей размерности. Вычислительные затраты при этом значительно меньше, чем при решении системы уравнений в целом в силу нелинейной зависимости числа арифметических операций от размерности системы уравнений.

Недостатками такого подхода являются: 1) необходимость формирования системы уравнений для всей схемы; 2) полученные результаты не могут быть использованы для анализа других цепей, содержащих такие же подсхемы, что и рассчитанная схема; 3) число вычислительных операций больше, чем при делении схемы на подсхемы [80].

Поэтому на практике используется преимущественно второй вариант диакоптики, основанный на делении схемы на подсхемы. В этом случае «уравнения всей системы даже не записываются» [80], а определяются параметры подсхем, которые могут быть представлены тремя способами: 1) совокупностью передаточных функций (уравнениями с передаточными однородными или гибридными параметрами многополюсника) [1, 4, 167, 207] или многомерными эквивалентными генераторами [245]; 2) Д-деревьями [51]; 3) схемными минорами (адьюнктами) [230, 268].

Символьная топологическая диакоптика использует для описания подсхем Д-деревья и схемные миноры. Метод Д-деревьев значительно более трудоемкий, поскольку Д-деревьев (число слагаемых в диакоптической формуле) подсхемы, как следует из табл. 1.2.1, во много раз больше числа схемных миноров [234]. Например, для многополюсника с 10-ю полюсами число Д-деревьев в 50 раз больше, чем схемных миноров.

Метод схемных миноров является универсальным методом по элементному составу, поскольку допускает все типы линейных элементов, в том числе все УИ и идеальный операционный усилитель. Метод Д-деревьев предназначен для анализа Y-схем и не допускает сопротивления и УИ, кроме ИТУН.

В то же время метод Д-деревьев при анализе пассивных цепей дает безызбыточные выражения в отличие от метода схемных миноров, который генерирует выражения с взаимно сокращающимися слагаемыми. Но для цепей с многополюсными (6 и более полюсов) подсхемами метод Д-деревьев является не эффективным по вычислительным затратам по сравнению с методом схемных миноров из-за многократного превышения числа слагаемых в диакоптических формулах. Следует напомнить также, метод Д-деревьев формирует выражения в развернутом виде в отличие от

метода схемных миноров, который получает компактные свернутые выражения.

Таблица 1.2.1. Количество Д-деревьев, миноров и передаточных параметров подсхем

| | | | | | | | | |
|-------------------------------|---|----|-----|-----|------|-------|--------|---------|
| Число внешних узлов | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Число Д-деревьев подграфа | 6 | 23 | 104 | 537 | 3100 | 19693 | 136064 | 1013345 |
| Число миноров подсхемы | 6 | 20 | 70 | 252 | 924 | 3432 | 12870 | 48620 |
| Число передаточных параметров | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 |

При символьном анализе по частям возможно получение трех типов СФ, которые отличаются формой представления числителя и знаменателя. В первом типе СФ числитель и знаменатель представляются едиными алгебраическими выражениями в виде целых рациональных функций [230]. Во втором типе СФ числитель и знаменатель состоят из последовательности подвыражений без операции деления [230]. И, наконец, третий тип СФ содержит подвыражения с операциями деления [207, 290]. СФ, содержащие подвыражения являются более компактными и экономичными по числу арифметических операций. В то же время единые дробно-рациональные выражения СФ более удобны для аналитического исследования, поскольку методы и средства математического анализа лучше разработаны для целых рациональных выражения [7].

1.2.1. Метод схемных миноров

Метод схемных миноров (двоичных векторов) [230] обобщает диакоптические формулы *Фойснера* для одного (1.1.9) и двух (1.1.10) узлов на подсхемы с произвольным числом узлов. Общая формула определителя при делении схемы на две подсхемы по узлам $n, n-1, \dots, 0$ может быть представлена в виде

$$\Delta = \sum_{l=1}^{\nu} (-1)^{\sigma_l} \Delta_1(b_l) \Delta_2(\bar{b}_l), \quad (1.2.1)$$

где σ_l – показатель знака l -го слагаемого, определяемый по двоичному вектору (ДВ) b_l ; $\Delta 1(b_l)$ – минор первой подсхемы, соответствующий списку b_l ; $\Delta 2(\bar{b}_l)$ – минор второй подсхемы, соответствующий дополнению двоичного списка \bar{b}_l . Узел с номером 0 является базисным узлом подсхем и не учитывается в обозначениях позиций ДВ. Число ДВ подсхемы определяется по формуле

$$v = \sum_{l=0}^n (C_n^l)^2, \quad (1.2.2)$$

где C_n^l – число сочетаний из n элементов по l .

Двоичный вектор первой подсхемы b_l содержит $2n$ элементов, причем первые n элементов составляют генераторный подвектор, а остальные n элементов – приемный подвектор. Каждая из позиций вектора может принимать два значения 0 или 1. Если генераторная (приемная) позиция имеет значение 1, то это означает, что к соответствующему полюсу подключается норатор (нуллатор). В противном случае полюс оказывается разомкнутым. На рис. 1.2.1 показаны все схемные миноры трехузловой подсхемы. Схемные миноры преобразуются в алгебраические выражения с помощью метода схемных определителей. Метод схемных миноров применяется для получения числителей и знаменателей СФ как в виде единых алгебраических выражений, так и в виде последовательности подвыражений без операции деления.

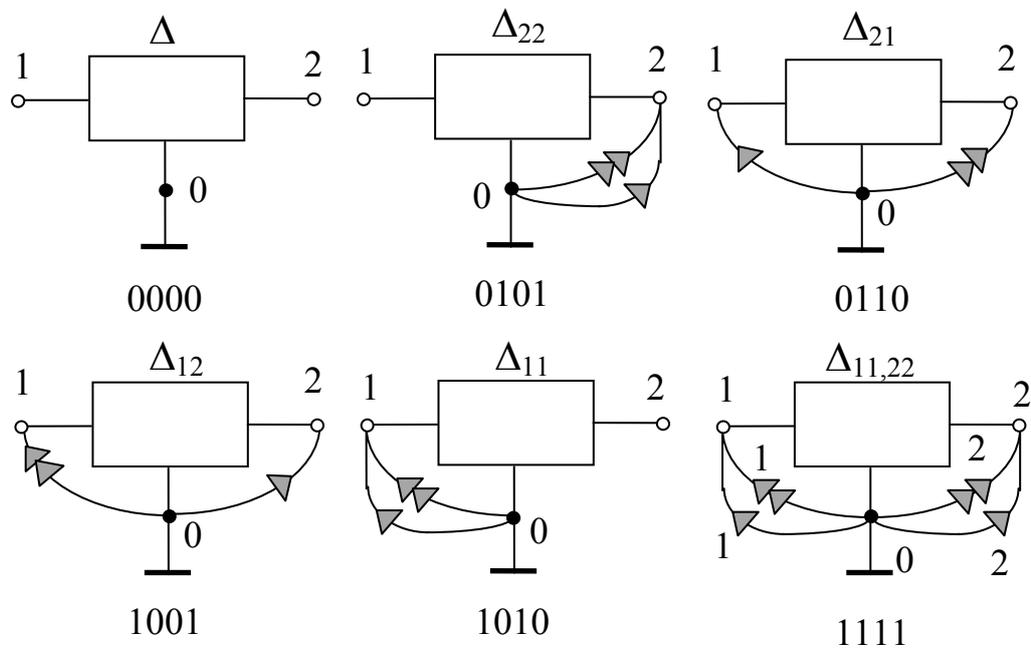


Рис. 1.2.1 Схемные миноры (адьюнкты) трехузловой подсхемы

1.2.2. Получение единых алгебраических выражений

Для формирования единых выражений на основе формулы (1.2.1) организуется [230] иерархический нисходящий процесс деления схемы сверху вниз. Делению подвергается схема каждого полученного минора до тех пор, пока их алгебраические выражения не могут быть получены без деления на части. Деление выполняется по формулам вида (1.2.1). Приведем, для примера, схемно-алгебраическую формулу деления схемы по трем узлам, которая использует миноры на рис.1.2.1:

$$\begin{aligned}
 & \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{1} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{2} \\ \hline \end{array} \right| = \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{1} \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{2} \\ \hline \end{array} \right| + \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{1} \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{2} \\ \hline \end{array} \right| + \\
 & + \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{1} \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{2} \\ \hline \end{array} \right| + \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{1} \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{2} \\ \hline \end{array} \right| - \\
 & - \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{1} \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{2} \\ \hline \end{array} \right| - \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{1} \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{2} \\ \hline \end{array} \right|. \quad (1.2.3)
 \end{aligned}$$

При этом числитель и знаменатель СФ формируется отдельно, поскольку оптимальное сечение для знаменателя, делящее схему пополам по минимальному числу узлов [227], не может использоваться для числителя. Это связано с тем, что соответствующие подсхемы числителя содержат между собой управляющие связи, а метод схемных определителей не допускает управляющих связей между подсхемами.

Наличие управляющих связей между подсхемами объясняется тем, что в схемах, как правило, используется каскадный принцип построения, в результате чего вход и выход оказываются в разных подсхемах. А вход и выход в схеме числителя, как известно, связаны нулором [260].

Невозможность выполнения правила оптимального деления для схемы числителя не позволяет получить максимально компактное выражение числителя. Более того, раздельное нахождение числителя и знаменателя приводит с учетом комбинаторного характера задачи поиска минимального разреза к росту вычислительных затрат. В этой связи было бы желательно использовать общее сечение при нахождении числителя и знаменателя СФ. Для этого нужно решить задачу деления схемы на подсхемы, связанные управляемым источником.

Множества внешних узлов объединяемых подсхем, как правило, не совпадают с множеством их общих узлов. В этом случае необходимо рассматривать согласно формуле (1.2.1) только те позиции ДВ, которые относятся к узлам, являющимися общими узлами для обеих подсхем. Оставшиеся позиции ДВ непосредственно переносятся во вновь формируемый ДВ объединенной схемы. Таким образом, взаимно однозначное соответствие миноров, присущее формуле (1.2.1), нарушается и некоторый минор одной подсхемы оказывается совместным с двумя и более минорами другой подсхемы.

Если среди общих узлов объединяемых подсхем отсутствуют узлы, являющиеся одновременно внешними узлами объединенной схемы, то ДВ совместных миноров подсхем должны дополнять друг друга в части позиций, соответствующих общим узлам подсхем.

В качестве примера выполним объединение подсхем, образующих схему на рис. 1.2.2 [230].

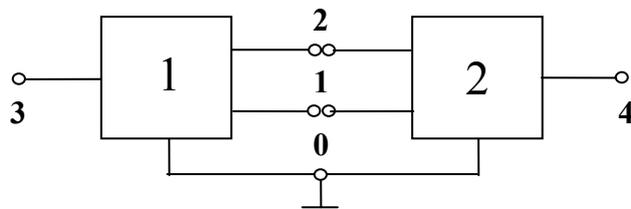


Рис. 1.2.2. Объединение подсхем с четырьмя внешними узлами

Для обозначения позиций ДВ первой и второй подсхем удобно выбрать кортежи 312312 и 124124. Чтобы установить совместность миноров подсхем, необходима информация, размещенная в позициях 1212 ДВ этих подсхем. При нахождении знака пары совместных ДВ также используются только эти позиции.

Внешними узлами объединенной схемы являются собственные узлы 3 и 4 подсхем 1 и 2. Следовательно, размерность ДВ этой схемы равна четырем, а число ДВ или число миноров схемы равно шести. ДВ объединенной схемы приведены слева в табл. 1.2.2. Справа указаны пары совместных миноров подсхем с соответствующими знаками перед скобками. Произведения миноров подсхем (справа) в сумме с учетом знаков образуют минор объединенной схемы (слева).

Миноры объединенной схемы содержат всю информацию о ее ССФ (см. рис. 1.2.1). Нахождение знака слагаемых миноров объединенной схемы усложняется, когда обозначения позиций ДВ подсхем неупорядочены.

Таблица 1.2.2. Получение миноров объединенной схемы на рис. 1.2.2

| ДВ объединенной схемы: 3434 | Совместные пары миноров объединяемых подсхем |
|-----------------------------------|---|
| 0000 | +(1,19), +(2,13), -(3,12), -(5,7), +(6,6), +(8,1) |
| 0101 | +(1,20), +(2,15), -(3,14), -(5,9), +(6,8), +(8,2) |
| 0110 | +(4,16), -(7,10), +(9,4), -(10,3) |
| 1001 | +(11,18), -(12,17), +(14,11), -(17,5) |
| 1010 | +(13,19), +(15,13), -(16,12), -(18,7), +(19,6), +(20,1) |
| 1111 | +(13,20), +(15,15), -(16,14), -(18,9), +(19,8), +(20,2) |

Упорядочение позиций первой подсхемы предусматривает их приведение к виду: собственные узлы – общие узлы. Напротив, позиции ДВ второй подсхемы считаются упорядоченными, если они приведены к виду: общие узлы – собственные узлы. При этом порядок следования общих узлов в обозначениях позиций ДВ обеих подсхем должен быть одинаков. Таким образом, топологическое правило нахождения знака требует учета двух составляющих $(-1)^{d+h}$, где d – число инверсий, требующихся для упорядочения ДВ первой и второй подсхем; h – число инверсий в подстановке, образованной из номеров генераторов и приемников, которые инцидентны общим узлам подсхем.

Если среди общих узлов объединяемых подсхем имеются узлы, являющиеся одновременно внешними узлами объединенной схемы, то следует использовать обобщенное условие совместности ДВ. Для доказательства этого условия вводится дополнительный узел, соединенный короткозамкнутой ветвью, то есть вырожденным нуллором, с общим внешним узлом. Дополнительный узел рассматривается в качестве собственного узла одной из подсхем. Таким образом, задача приводится к рассмотренному ранее случаю, когда у подсхем отсутствуют общие внешние узлы.

Обобщенное условие совместности ДВ [230]. Два ДВ совместны, если результат поэлементного сложения содержимого каждой из общих позиций этих ДВ отличен от нуля.

При формировании объединенного ДВ содержимое собственных позиций ДВ объединяемых подсхем переносится без изменений в ДВ объединенной схемы. Содержимое каждой из позиций объединенного ДВ, формируемых для общих внешних узлов этих подсхем, равно

поэлементному произведению содержимого соответствующих позиций ДВ объединяемых подсхем.

Алгоритм объединения двух подсхем

1. Попарное сравнение ДВ подсхем и выявление пар совместных ДВ. Для этого используются позиции ДВ, соответствующие общим узлам подсхем, и условие совместности.

2. Приведение совместных пар ДВ к ДВ объединенной схемы. В объединенный ДВ в первую очередь заносится содержимое позиций, относящихся к собственным узлам первой подсхемы. Далее рассматриваются позиции, соответствующие общим внешним узлам. В объединенный ДВ заносится единица только в том случае, если содержимое соответствующих позиций в ДВ подсхем отлично от нуля. В противном случае объединенный ДВ дополняется нулем в позиции, соответствующей общему внешнему узлу. Формирование объединенного ДВ завершается учетом содержимого позиций, относящихся к собственным узлам второй подсхемы. Параметр найденного ДВ равен произведению миноров исходных подсхем.

3. Определение знаков совместных пар миноров объединяемых подсхем. Если в позициях общих внешних узлов обоих ДВ содержатся единицы, то ДВ первой подсхемы модифицируется путем помещения в соответствующую позицию нуля. Такая модификация необходима, поскольку единица из ДВ первой подсхемы перешла в объединенный ДВ подсхем. Далее применяется топологическое правило и знак рассчитывается по формуле $(-1)^{d+h}$.

4. Приведение подобных членов среди параметров объединенных ДВ по виду ДВ и образование миноров объединенной схемы. Перед параметром объединенного ДВ учитывается знак соответствующей пары миноров объединяемых подсхем.

Метод объединения подсхем позволяет рассчитывать сложные электронные схемы. Так, с его помощью без помощи компьютера была рассчитана схема активного полосового фильтра, содержащая 13 идеальных операционных усилителей, 36 резисторов и 8 конденсаторов [230, 325]. Эта схема содержит 5 подсхем с 3...4-мя полюсами.

При большем числе полюсов (6 и более) наблюдается резкий рост числа схемных миноров (слагаемых в диакоптических формулах) (табл.1.2.1). Вычислительные затраты при этом становятся настолько большими, что метод схемных миноров (МСМ) не позволяет рассчитывать электрические сети и системы [79,239,249,251], подсхемы которых содержат большое число полюсов. Так, подсхемы трехфазных систем имеют 6 и более полюсов [251]. Это связано, прежде всего, с большим числом источников в схеме.

Чтобы обеспечить возможность расчета таких цепей с помощью МСМ необходимо уменьшить число полюсов у подсхем. Это можно решить с помощью *неявного метода наложения*.

1.2.4. Диакоптические методы на основе передаточных параметров многополюсников

Для цепей, подсхемы которых содержат большое число полюсов (7 и более), целесообразно использовать при символьном анализе уже упомянутые системы передаточных Y , Z , H , F параметров [1, 207, 245], количество которых значительно меньше (см. табл. 1.2.1) и оно растет медленнее, чем количество схемных миноров. Эти параметры используются в символьной диагностике [207] и особенно широко в численной диакоптике [1, 80, 245]. При этом модели многополюсников (подсхем) представляются как уравнениями [1, 168, 186, 207], так и многомерными эквивалентными генераторами [245]. Используются как однородные Y и Z [80, 207, 245], так и гибридные H и F [1, 167, 245] параметры, как неавтономные [207], так и автономные [1, 245] многополюсники, как прямые [1, 80, 167, 245], так и итерационные [186] методы решения соответствующих систем уравнений. Именно о диакоптических методах на основе передаточных параметров многополюсников сказано следующее [245, с.117]: «Известные методы расчета цепей по частям (методы подсхем, фиктивных источников, разбиения матриц, метод Крона) по существу различаются лишь типами схем эквивалентных многомерных генераторов и способами определения их параметров...».

Параметры подсхем определяются методом обращения матриц по методам узловых напряжений и контурных токов [80, 247], путем преобразования обобщенно-параллельных или обобщенно-последовательных соединений N - и T -ветвей схемы [245]. При таких преобразованиях образуется многомерный диэквивалентный генератор напряжения или тока, который обладает избыточностью, поскольку некоторые его ветви не используются и должны быть отброшены. После этого диэквивалентный генератор превращается в многомерный эквивалентный генератор, который эквивалентен исходной схеме только относительно внешних узлов подсхемы. Таким образом, при диакоптике нет необходимости обращать матрицу параметров (и соответствующую подсхему) целиком. Достаточно получить обращенную матрицу, соответствующую только внешним узлам.

Поэтому для получения параметров подсхем часто используют редукцию узлов на основе узловых матриц [1, 41, 167] методом блочного Гауссова исключения [1, 41, 167, 174, 290] или на основе неопределенных узловых матриц [148]. В этом случае обращению подвергается не вся

подсхема (подсистема), а только ее часть, что является более экономичным.

Метод редукции в основном используется для численного анализа. Однако есть и аналитические разработки [207, 290]. Так, в [207] на основе редукции Y -матрицы предложено аналитическое решение задачи диакоптического анализа электронных цепей. Решение состоит в разбиении схемы на неавтономные многополюсники, нахождении их Y -параметров с помощью многократных алгебраических дополнений, построении обобщенным методом узловых напряжений системы узловых символьных уравнений сокращенной размерности и решения ее вышеупомянутым методом алгебраических дополнений. Результат решения для искомой схемной функции получается в виде последовательности символьных выражений с операциями деления в числителе и знаменателе искомой функции.

Недостатками этого метода являются: ограничение на тип элементов – допустимы только Y -элементы; появление дублирующих слагаемых с противоположными знаками, что является следствием применения матриц и операций с ними; отсутствие процесса иерархической редукции, что не позволяет анализировать сложные схемы.

В [290] предложен символьный метод редукции на основе матрицы параметров в расширенном узловом базисе. Исключение внутренних переменных подсхем выполняется с помощью блочных Гауссовых операций. Алгоритм апробирован на схемах, делимых по 3...4-м узлам, например, схеме операционного усилителя $\mu A 741$. Недостатками подхода является присущая матричным методам избыточность модели и сложность учета токовых переменных, которые особенно сказываются при росте числа полюсов подсхем.

Для устранения отмеченных недостатков предлагается использовать редукцию не на основе матриц, а на основе схемно-алгебраического выделения параметров, что позволяет распространить метод на произвольные линейные элементы, избежать избыточности модели и обеспечить возможность анализа цепей с многополюсными (6 полюсов и более) подсхемами. Процесс схемно-алгебраической редукции (САР) следует сделать иерархическим, используя попарное объединение подсхем как в МСМ [230], что снижает существенно сложность единовременно решаемой задачи. Такой метод назовем *методом схемно-алгебраической редукции*.

Обращает на себя внимание вопрос существования систем передаточных параметров, поскольку для некоторых многополюсников не все системы параметров существуют [1, 204, 243]. Топологические условия существования параметров сформулированы в [243] лишь для неавтономных пассивных многополюсников. Например, система передаточных проводимостей схемной модели существует, если стороны многополюсника не образуют контура с нулевым сопротивлением.

Для активных цепей условие существования параметров дано в виде неравенства нулю определителя матрицы, подлежащей обращению при их нахождении [68, 243]. Такое условие может только установить факт несуществования системы параметров, но не может указать его причину.

Важно разработать *топологические условия существования передаточных параметров активных многополюсников*. Эти условия позволяют указать на причины несуществования данных параметров многополюсника.

1.3. ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Диагностика электрических цепей является в настоящее время одним из самых востребованных разделов теории цепей [49]. Это связано, во-первых, с потребностями оценки состояния аппаратуры в процессе эксплуатации и испытания электротехнической и радиотехнической аппаратуры, и, во-вторых, с накопленными фундаментальными результатами [73], которые позволяют решать практические задачи. Методы диагностики используются не только для определения состояния объекта, но и для прогнозирования надежности аппаратуры [122, 123, 180].

Задачи диагностики электрических цепей относятся к обратным задачам электротехники [77]. Их можно разделить на две группы: 1) поиск дефекта (локализация неисправности) и 2) определение параметров элементов. При этом считается известной принципиальная схема устройства (в отличие от задачи идентификации, где схема неизвестна [46]) и параметры некоторых элементов. Первая группа задач может решаться как аппаратными средствами с помощью датчиков состояния объекта и специальной измерительной аппаратуры [86, 87, 154], так и комбинированным способом, включающим как экспериментальную, так и расчетную часть. Вторая группа задач содержит, как правило, и экспериментальную, и расчетную части. Расчетная часть выполняется в виде решения систем уравнений или систем неравенств, при этом могут использоваться методы линейного программирования [70].

Диагностика дефектов (неисправных элементов) достаточно хорошо разработана в литературе. Для решения этой задачи используются численные функциональные макромодели [5]. При этом поиск неисправных элементов осуществляется путем анализа входных и выходных характеристик. Применяются также матрично-численные [278] и численно-аналитические методы на основе операторных норм [3], вероятностные методы [263] и методы математического программирования [178]. Широко используются символьные и логические методы для формирования словарей неисправностей с помощью передаточных функций, автоматизированного построения и использования

этих словарей [244]. Разработаны алгебраические и топологические условия диагностируемости [326].

Для распознавания места повреждения электрической сети применяются полярные годографы и фактор резистивности. При этом исследованы условия распознаваемости повреждений [154].

Задача параметрической диагностики разработана значительно слабее, хотя является не менее важной, чем задача поиска неисправностей. Сложность решения этой задачи заключается в том, что в реальной цепи, во-первых, имеется ограниченное число точек, доступных для измерения и подачи тестовых сигналов, поэтому вначале приходится решать задачу разрешимости диагностики [258, 314], и, во-вторых, решаемые уравнения часто являются плохо обусловленными [46]. Решение задачи выполняется нередко в условиях неопределенности исходных данных [72].

Понятие разрешимости задачи диагностики (диагностируемости) впервые введено в [258], где рассмотрены параметрические условия. Показано, что для разрешимости N -полюсника, содержащего n_R резисторов, n_C конденсаторов и n_L индуктивностей, необходимо выполнение следующих неравенств [75, 258]

$$\begin{aligned} n_R \leq 0,5N(N-1)(1+n_L+n_C), \quad n_C \leq 0,5N(N-1)(1+n_R+n_L), \\ n_L \leq 0,5N(N-1)(1+n_R+n_C). \end{aligned} \quad (1.3.1)$$

В частном случае RC -двухполюсников ($N=2$, $n_L=0$) необходимое условие (1.3.1) сводится к следующему

$$|n_R - n_C| \leq 1. \quad (1.3.2)$$

Число конденсаторов разрешимого RC -двухполюсника должно отличаться от числа резисторов не более, чем на единицу.

Условия (1.3.1) и (1.3.2) учитывают только количество конденсаторов и резисторов и не отражают топологических особенностей схемы. Учет топологии приводит к более строгим условиям. Для RC -двухполюсника имеет место следующее соотношение $m \geq 2n_{\text{вн.у}}$, где m – число определяемых параметров; $n_{\text{вн.у}}$ – число внутренних узлов двухполюсника. Число элементов разрешимого двухполюсника не менее удвоенного числа его внутренних узлов.

Предъявляются требования и к количеству формируемых уравнений. Их должно быть не меньше числа искомых параметров [75].

Влияние погрешностей измерения и обусловленности моделей на результаты диагностики рассмотрены в [47]. Обусловленность диагностической модели в методе узловых сопротивлений может быть улучшена за счет выбора базисного дерева с минимальными проводимостями ветвей [119].

1.3.1. Параметрическая диагностика электрических цепей

Параметрическая диагностика разделяется на функциональную диагностику, которая выполняется в рабочем режиме цепи и тестовую диагностику, которая осуществляется в тестовом режиме. Функциональная и тестовая диагностика могут предусматривать как однократный, так и многократный эксперимент. Наиболее простым для выполнения является метод однократного эксперимента в рабочем режиме цепи [323]. Такая задача диагностики названа базисной [70]. Если условия разрешимости для базисной задачи не выполняются, например, число искомых параметров больше числа независимых измерений, то переходят к многократному диагностированию в рабочем [70] или тестовом режимах [47].

После проведения эксперимента диагностика сводится, как правило, к численному решению линейных или нелинейных систем уравнений, составленных относительно напряжений и токов [323] искомых элементов или искомых параметров [47, 256]. Линейные системы уравнений имеют место как при использовании однократного эксперимента в рамках базисной задачи [70], так и при многократном эксперименте при условии, что все узлы цепи доступны для измерения [47, 188]. Нелинейные системы уравнений обычно получаются, когда при однократном эксперименте число искомых параметров превышает число возможных измерений и не все узлы проверяемой цепи доступны для измерения [29].

Однако есть методы, которые базируются только на нелинейных уравнениях, в том числе и при диагностике линейных цепей. К этим методам относится метод передаточных функций [13, 29].

1.3.2. Методы диагностики без ограничений на экспериментальные исследования

Среди наиболее известных – метод узловых сопротивлений [47], который вошел в учебник по ТОЭ [49]. Метод состоит в измерении численных значений передаточных сопротивлений Z_{ij} , $i, j = 1 \dots m$ линейного $(m+1)$ -полюсника. Это можно сделать путем подключения к j -му полюсу источника единичного тока. Тогда напряжение i -го полюса будет численно равно Z_{ij} . При измерении m^2 напряжений получается матрица узловых сопротивлений Z . Обращение этой матрицы дает матрицу узловых проводимостей $Y=Z^{-1}$. По матрице узловых проводимостей находятся проводимости ветвей.

На основе метода узловых сопротивлений разработан алгоритм диагностики электроэнергетической системы [242]. При этом внешняя сеть с неизвестными параметрами представляется многополюсником.

В результате развития метода узловых сопротивлений получен обобщенный метод узловых сопротивлений [47, 49], который позволяет

рационализировать экспериментальную часть диагностики при сохранении числа измерений. Здесь в каждом j -м эксперименте задающие токи устанавливаются ненулевыми уже не в одном, а в нескольких узлах. При этом также измеряются узловые напряжения. Проведение m экспериментов позволяет сформировать систему уравнений $\mathbf{YU}=\mathbf{J}$, где \mathbf{J} в отличие от метода узловых сопротивлений не является диагональной единичной матрицей. Поэтому искомое решение имеет вид $\mathbf{Y}=\mathbf{JU}^{-1}$. Как видно, обобщенный метод узловых сопротивлений сложнее метода узловых сопротивлений, поскольку требует дополнительной операции умножения матриц.

Главным недостатком обоих методов является резкий рост числа измерений при увеличении числа узлов схемы [23].

Более экономичным можно считать метод блочного измерения ненулевых элементов матрицы узловых напряжений [23, 47]. Показано, что для восстановления матриц \mathbf{Z} и \mathbf{Y} достаточно измерить только те из элементов \mathbf{Z} , которые соответствуют местам расположения ненулевых элементов матрицы \mathbf{Y} . Эта матрица находится поблочно по формулам

$$Y_j = (Z_j - Z_{jG} Z_G^{-1} Z_{Gj})^{-1}, Y_{jG} = -Y_j Z_{jG} Z_G^{-1},$$

$$Y_{Gj} = -Z_G^{-1} Z_{Gj} Y_j, Y_G = (1 - \sum_{j=1}^N Y_{Gj} Z_{jG}) Z_G^{-1},$$

где $j = 1 \dots N$ – номера подсхем, на которые разбивается исходная схема; Z_j , Z_G (Y_j и Y_G) – блоки матрицы $Z(Y)$, соответствующие узлам подсхемы с номером j и граничным узлам подсхем, эти блоки расположены на диагонали матрицы Z ; Z_{jG} , Z_{Gj} (Y_{jG} и Y_{Gj}) – недиагональные блоки матрицы Z .

Однако и в этом случае число измерений велико, поскольку определяется суммой квадратов чисел внутренних и внешних узлов подсхем.

Существенно меньшее число измерений, приблизительно равное числу ветвей схемы, предусматривает метод, который назовем методом проводимостей ветвей [29]. Метод позволяет записать систему уравнений по первому закону *Кирхгофа* относительно искомых проводимостей. Сложность здесь заключается в выполнении достаточного условия существования решения. Это условие сводится к отысканию независимых уравнений, число которых равно числу искомых проводимостей.

Еще более экономичным является диакоптический метод звезд [24], который применяется для диагностики Y -схем замещения. Метод получен на основе метода проводимостей ветвей. Он заключается в последовательном выделении звезды, измерении напряжений на ее ветвях и управляющих ветвях и построении системы уравнений по первому закону *Кирхгофа* относительно проводимостей ветвей и управляющих проводимостей.

Метод контуров является дуальным по отношению к методу звезд и предназначен для определения параметров Z -схем [26]. Для метода звезд и контуров, как и для метода проводимостей ветвей, является актуальным

вопрос отыскания независимых уравнений. Методы звезд и контуров могут применяться для произвольного состава схем, если есть возможность измерения как напряжений, так и токов ветвей.

1.3.3. Диагностика схем при ограничениях на экспериментальные исследования

На практике количество измерений часто ограничено из-за недоступности ветвей и узлов. Для решения такой задачи привлекаются тестовые методы [257], в том числе, частотная тестовая диагностика [276]. Вариация частоты синусоидальных колебаний является важным источником получения диагностической информации. При этом длина такого теста определяется порядком дифференциального уравнения цепи, то есть равна числу независимых реактивных элементов [70]. Диагностируемость может быть проверена также путем определения ранга тестовой матрицы [29], при этом сделать это можно только символьными методами [69], поскольку в численном виде из-за погрешности измерений невозможно зафиксировать вырожденность матрицы. В результате передается мнимая информация о плохо обусловленной модели.

Для получения тестовой информации, кроме изменения частоты, используется также варьирование параметров элементов цепи, а также изменение ее структуры. Может применяться комбинированное изменение, например, частоты и параметров элементов, что увеличивает многократно длину теста.

В [73] для тестирования источников электромагнитного шума на электроэнергетических подстанциях предложено использовать математическую модель на основе передаточных функций

$$\mathbf{U}(j\omega) = \mathbf{K}(j\omega)\mathbf{E}(j\omega),$$

где $\mathbf{U}(j\omega)$ и $\mathbf{E}(j\omega)$ – векторы спектров напряжений и источников размерностью m и n соответственно; $\mathbf{K}(j\omega)$ – матрица комплексных коэффициентов передачи.

Если матрица коэффициентов передачи $\mathbf{K}(j\omega)$ квадратная, то решение элементарно

$$\mathbf{E}(j\omega) = \mathbf{K}^{-1}(j\omega)\mathbf{U}(j\omega).$$

Однако при $n > m$ приходится проводить несколько экспериментов, отличающихся структурой системы. Результаты экспериментов объединяются в одной системе уравнений, чтобы получить квадратную матрицу параметров. Полученная система должна быть исследована на линейную независимость уравнений.

В условиях ограниченности доступа к узлам и элементам цепи применяются не только численные матрицы коэффициентов передачи напряжения, но и матрицы передаточных проводимостей [326]. При этом задача может решаться путем деления цепи на части.

Так, метод передаточных функций [13] предполагает экспериментальное определение и символьное топологическое построение передаточных проводимостей, а затем формирование системы нелинейных уравнений относительно искомым параметров. Экспериментальное определение, например, передаточной проводимости между узлами k и l сводится к следующему: подключить источник ЭДС к узлу k ; соединить все доступные узлы, кроме k -го и l -го с общим узлом цепи; измерить ток узла l . Недостатком этого метода является трудоемкость, связанная с формированием множества передаточных функций.

Метод [13] использует в качестве модели не передаточные функции, а узловое уравнения. В этих уравнениях неизвестными являются напряжения недоступных узлов и неизвестные параметры элементов. Количество уравнений, получаемых в одном опыте недостаточно для ее разрешимости, поэтому предлагается проводить тестирование схемы путем подключения дополнительных внешних независимых источников.

Поскольку при тестировании схемы узловые напряжения получаются каждый раз разные, то число тестов будет очень большим. Для уменьшения размерности системы блочным методом исключим из системы все напряжения внутренних узлов. Исключение (редукция внутренних узлов) проводится в символьном виде. В результате получаем уравнение относительно напряжений внешних узлов

$$V_i = (Y_{ii} - Y_{in} Y_{nn}^{-1} Y_{ni})^{-1} J_i, \quad (1.3.3)$$

где Y_{ii} , Y_{nn} – диагональные блоки узловой матрицы, соответствующие доступным и недоступным узлам; Y_{in} , Y_{ni} – недиагональные блоки.

Тестирование проводят, подсоединяя источники напряжения или тока в доступных узлах. Число независимых тестов не более числа доступных узлов, поскольку тестирование дает дополнительную информацию только тогда, когда используются линейно-независимые векторы источников напряжения или тока.

Полученная система нелинейных уравнений (1.3.3) относительно искомым параметров решается численными итерационными методами. Недостатками этого метода является, во-первых, необходимость решения системы нелинейных уравнений при любых исходных данных и, во-вторых, сложность их формирования, алгоритм которого включает обращение матриц в численно-аналитическом виде.

Этот метод используется в многошаговом (иерархическом) алгоритме поиска неисправных элементов и их параметров [14] в условиях, когда число «подозреваемых» больше числа допустимых диагностируемых элементов. Идея состоит в комбинаторном переборе и проверке различных вариантов совокупности неисправных элементов.

Для решения задачи диагностики используются передаточные функции не только в численном, но и символьном виде. Так в [276–278, 332] на основе символьных выражений полиномиальных коэффициентов строится и решается численными методами система нелинейных уравнений относительно искомых параметров. С помощью символьных методов находятся нули и полюсы передаточных функций [270].

Недостатком метода передаточных функций является трудоемкость получения этих функций и особенно при символьной диагностике. Иллюстрацией может быть применение его для диагностики в условиях однократного эксперимента. При двух и более неизвестных параметрах пассивных элементов или УИ формируется нелинейная система уравнений, которая может быть решена в символьном виде с помощью математических компьютерных систем, например, *WMaple* только в простом случае, когда число искомых переменных невелико 2...5. В то же время эта задача решается гораздо проще линейными методами базисной задачи диагностики [70].

1.3.4. Базисная задача диагностики

К базисной задаче сводятся многие задачи в энергетике [45], электротранспорте [155], электронике [70]. «Базисная модель является удобной отправной точкой для построения более сложных моделей диагностики электрических цепей» [70, с.19].

В базисной задаче считается известной принципиальная схема цепи, схема замещения которой задана максимально подробно: в каждой ветви имеется не более одного источника ЭДС и одного сопротивления. Источники ЭДС и сопротивления задаются в комплексной (операторной) форме при рассмотрении установившегося (переходного) процесса.

Диагностический эксперимент подразумевается однократным, может быть функциональным или тестовым. Измерения осуществляются на доступных узлах и ветвях. В качестве экспериментальных данных в установившемся гармоническом режиме используются действующие значения и начальные фазы узловых и межузловых напряжений, токов ветвей и полюсов элементов.

Базисная задача подразумевает описание режима электрической цепи в виде системы линейных алгебраических уравнений с постоянными коэффициентами. Критерием решения базисной задачи считается нахождение точных значений всех искомых параметров.

Разрешимость задачи может быть обеспечена лишь в том случае, когда количество измеренных параметров не меньше количества параметров, подлежащих определению. Это условие является необходимым, но не достаточным. Например, если два резистора соединены последовательно, а средняя точка между ними не использовалась для измерения напряжения, то в рамках базисной задачи

невозможно определить их параметры. Это пример невыполнения топологических условий разрешимости базисной задачи диагностики. Эти условия до сих пор не разработаны. Это предстоит сделать.

Достаточными условиями разрешимости задачи диагностики являются, во-первых, условие ненулевого режима исследуемого элемента [49] и, во-вторых, невырожденность квадратной гибридной матрицы, содержащей подматрицы сечений, контуров и сопротивлений цепи [70].

Диагностика активных цепей проводится с помощью замены всех управляемых источниками нулорными схемами замещения. При этом, во-первых, увеличивается число элементов схемы, а во-вторых, в [70] приведены схемы замещения трехполюсных УИ, что не позволяет диагностировать цепи с многополюсными элементами, например с взаимными индуктивностями. Четырехполюсные схемы УИ на основе нулоров даны в [264].

В случае невозможности выполнения условий диагностируемости в [70] предлагается иерархическое решение задачи путем разбиения схемы на подсхемы. В этом случае задача решается в два этапа. Сначала определяется матрица параметров многополюсника, а затем на основе многократного эксперимента находят параметры элементов его схемы замещения. Блочный подход позволяет диагностировать не только электрические, но и электромеханические и другие системы.

Для формализации базисной задачи и решения ее стандартными методами анализа в [70] предложено применить обычные нулоры. При этом элемент с неизвестным параметром заменяется норатором, а ветвь с известным напряжением (током) – фиксирующей ветвью по напряжению (току). Фиксирующая ветвь по напряжению представляет собой последовательное соединение нуллатора и независимого источника напряжения с параметром, равным измеренному напряжению. Фиксирующая ветвь по току – параллельное соединение нуллатора и независимого источника тока, с параметром, равным измеренному току. Фиксирующие ветви применяются также для решения задачи параметрического синтеза [208].

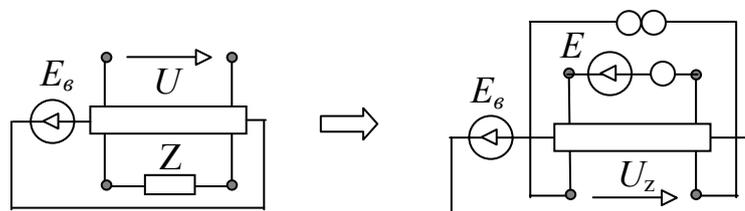


Рис. 1.3.1. Эквивалентная замена (компенсация) сопротивления Z норатором и фиксирующей ветвью с нулатором и источником ЭДС $E=U$

Такую замену элемента с неизвестным параметром норатором и фиксирующей ветвью с нулатором будем называть косвенной

компенсацией элемента, в отличие от традиционной прямой компенсации [213], которая предусматривает замену элемента с известным напряжением или током соответствующим независимым источником. Схема с компенсированными элементами (СКЭ) позволяет рассчитать токи и напряжения элементов с неизвестными параметрами, а также их управляющие переменные. Для этого используются стандартные методы анализа – методы узловых напряжений и контурных токов, методы законов Кирхгофа. По известным напряжениям и токам, используя компонентные уравнения, можно найти искомые параметры элементов. Поскольку задача диагностики с помощью косвенной компенсации может быть сведена к задаче анализа, то для ее решения могут быть адаптированы известные численные программы анализа, например, система *PSPICE* [275].

Однако получить символьно-топологическое решение задачи диагностики на основе такой СКЭ не представляется возможным, поскольку топологические методы не предусматривают использование обычных нуллов. Невозможно также установить топологические условия диагностируемости цепи. В разрешении этих и других вопросов, связанных с обобщением принципа косвенной компенсации для символьной топологической диагностики ЛЭЦ, будет заключаться одна из задач диссертационной работы.

1.4. ВЫВОДЫ

На основе проведенного аналитического обзора литературы формулируем основные задачи диссертационной работы.

Одной из основных проблем символьного анализа является необходимость в соответствии с принципом наложения воздействий формирования множества схемных функций при нахождении даже одного отклика электрической цепи с несколькими независимыми источниками. Это приводит к излишним (общие подвыражения для схемных функций формируются многократно) затратам при анализе электрических сетей и систем и не позволяет получить максимально компактные алгебраические выражения.

В решении этой проблемы будет заключаться **первая задача диссертационной работы**, состоящая в разработке неявного принципа наложения воздействий, обеспечивающего формирование отклика цепи с несколькими независимыми источниками с помощью только одной схемной функции (или без использования понятия схемной функции) в отличие от традиционного явного принципа наложения, который требует построения множества схемных функций.

Анализ работ по диакоптикам показал, что в топологическом анализе имеются проблемы при диакоптическом формировании каждого из типов алгебраических выражений. При построении единого выражения

(нисходящем иерархическом делении) существуют значительные ограничения на сложность анализируемых цепей, поскольку в настоящее время невозможно использовать общее оптимальное (половинное и по минимальному числу узлов) сечение для схем числителя и знаменателя. Это связано с невозможностью деления схем на подсхемы с управляющими связями. А это, в свою очередь, не позволяет получить компактные символьные выражения и с минимальными временными затратами.

При построении символьных выражений СФ в виде последовательности выражений без операции деления (иерархическом восходящем объединении подсхем) имеются существенные ограничения для цепей с многополюсными (6 и более полюсов) подсхемами, что связано с использованием схемных миноров (схемных адьюнктов), количество которых резко растет при увеличении числа полюсов. В результате в настоящее время невозможно проанализировать электрические сети и системы, которые имеют многополюсные подсхемы (для трехфазных систем 7 полюсов и более).

Формирование символьных выражений в виде последовательности подвыражений с операциями деления осложняется применением матричных методов и блочного Гауссова исключения, которое приводит к крайне избыточным алгебраическим выражениям, что также не позволяет анализировать цепи с многополюсными подсхемами.

На основании выше изложенного **вторая задача диссертационной работы** заключается в разработке эффективных диакоптических методов схемно-алгебраического формирования символьных выражений цепей с многополюсными (6 и более полюсов) подсхемами, в том числе электрических систем, путем многократного сокращения на основе НМН числа слагаемых в диакоптических формулах, применения общего оптимального сечения для схем числителя и знаменателя, использования формул выделения многополюсников и замены матричной редукции на схемно-алгебраическое тестирование подсхем.

Рассмотрение работ по диагностике показало, что диагностика не имеет собственной топологической базы и ее схемно-символьное решение может быть выполнено только на общей с анализом методологии. Нерешенной задачей является также определение топологических условий разрешимости – диагностируемости цепей. Поэтому **третья задача диссертационной работы** состоит в обобщении принципа косвенной компенсации (позволяющего использовать при диакоптике методы анализа) для символьной топологической диагностики, установлении топологических условий диагностируемости и разработке схемно-алгебраических диагностических методов получения формул для искомым параметров.

2. НЕЯВНЫЙ МЕТОД НАЛОЖЕНИЯ ВОЗДЕЙСТВИЙ И СИМВОЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

2.1. СИМВОЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЦЕПЕЙ МЕТОДОМ НАЛОЖЕНИЯ

Наиболее кратко ток или напряжение j -й ветви ЛЭЦ записывается через матричное решение методом *Крамера* [38] системы уравнений, составленной по законам *Кирхгофа*,

$$O_j = \frac{\Delta_j}{\Delta}, \quad (2.1.1)$$

где O_j – символьное выражение отклика (СВО); Δ – определитель матрицы параметров системы уравнений; Δ_j – определитель матрицы параметров, в которой j -й столбец заменен на матрицу-столбец правой части системы уравнений. Далее, для краткости, будем называть матрицы, определители которых равны соответственно Δ и Δ_j , матрицей знаменателя и матрицей числителя соответственно. В частном случае, когда выполняется разложение определителя матрицы числителя по элементам j -го столбца, СВО получается в виде

$$O_j = \sum_{i=1}^n F_{ji} x_i, \quad (2.1.2)$$

где i, j – номера ветвей, содержащих источники воздействия и приемники откликов соответственно; x_i – напряжение или ток соответствующего источника воздействия с номером i ; F_{ji} – схемная (передаточная от ветви i к ветви j) функция; n – число независимых источников в схеме. Переменные O_j, F_{ji}, x_i представлены в комплексной или операторной форме для анализа цепи в установившемся гармоническом или переходном режимах соответственно.

Выражение (2.1.2) является классической формулировкой принципа наложения, который положен в основу анализа не только ЛЭЦ с несколькими источниками воздействия, но и произвольных линейных систем [213]. Представление ЛЭЦ цепи в виде многополюсника, заданного схемными функциями, оказалось столь плодотворным, что применение общего выражения (2.1.1) и любые другие способы разложения определителя матрицы числителя не получили широкого распространения.

В соответствии с формулой (2.1.2) общая реакция схемы на приемнике напряжения или тока находится путем вычисления реакций каждого отдельно взятого источника и последующего алгебраического суммирования этих реакций. При этом источники, не участвующие в порождении некоторого отклика, исключаются из схемы в соответствии с их физическими свойствами, то есть источники напряжения стягиваются, а источники тока удаляются. Такой метод анализа электрических цепей назван методом наложения [12]. Здесь он при необходимости называется

традиционным или явным методом наложения, чтобы отличить от предлагаемого *неявного метода наложения*.

Применение явного метода наложения проиллюстрируем на простом примере. На рис. 2.1.1 представлена у-схема с тремя независимыми источниками напряжения [131] и САВ для нахождения искомого СВО. Отсюда получаем $U=(E_1G_1+E_2G_2+E_3G_3)/(G_1+G_2+G_3)$.

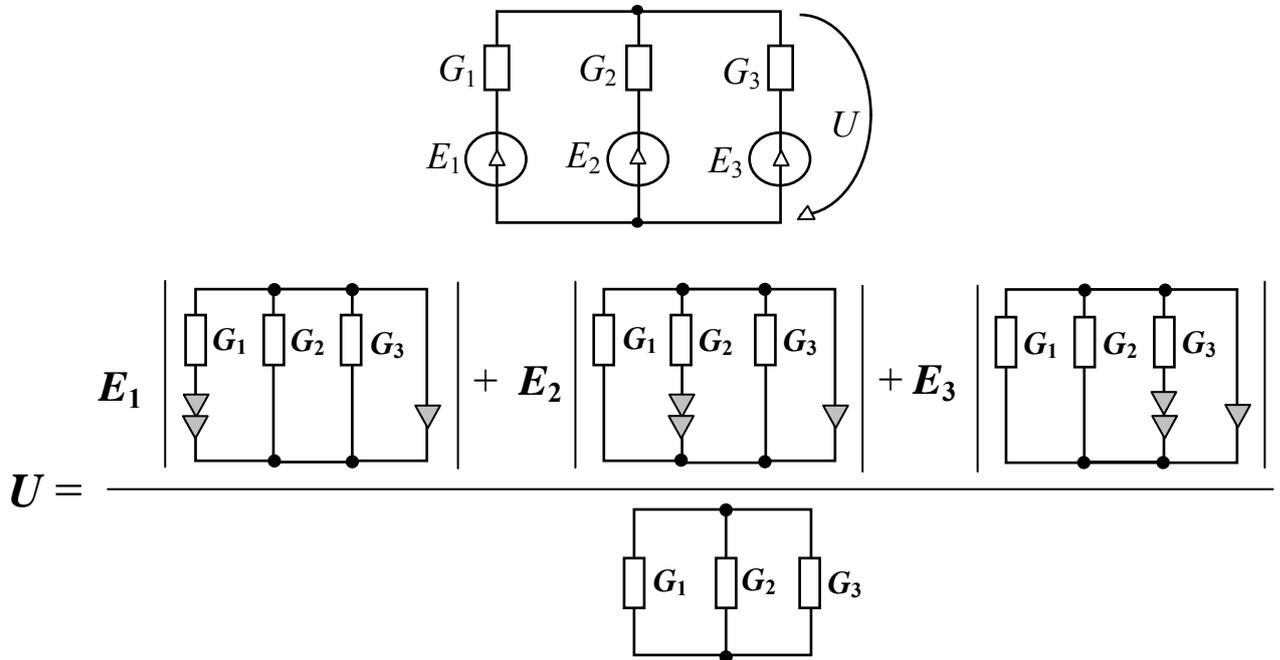


Рис. 2.1.1. Анализ схемы с тремя источниками напряжения

Схема, дуальная схеме на рис. 2.1.1, и соответствующее САВ представлены на рис. 2.1.2. Из САВ непосредственно следует решение: $I=(J_1R_1+J_2R_2+J_3R_3)/(R_1+R_2+R_3)$.

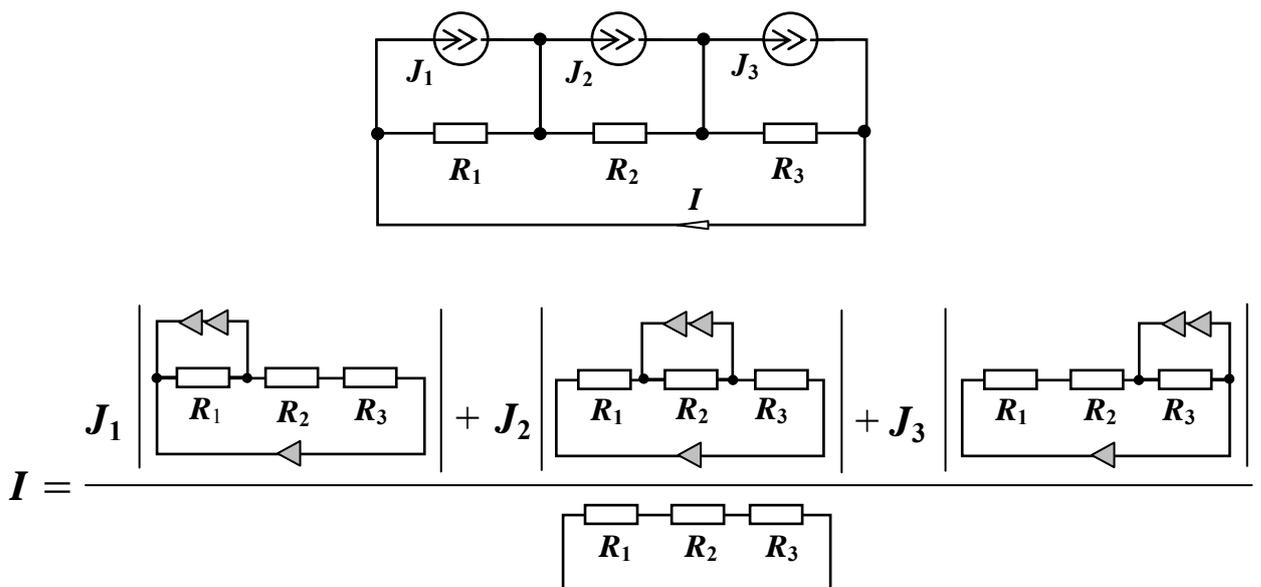


Рис. 2.1.2. Анализ схемы с тремя источниками тока

В выражении (2.1.2) слагаемые числителя (знаменатель у всех ССФ общий) сгруппированы при параметрах независимых источников, то есть явно. Однако еще *Кирхгоф* в своем (исторически первом) топологическом методе [74] применял группировку слагаемых числителя Δ_j относительно произведений сопротивлений схемы, соответствующих ее деревьям. При этом параметры независимых источников появлялись в формируемом СВО многократно, то есть неявно. В матричной интерпретации это соответствует разложению определителя матрицы числителя (2.1.1) по элементам, выбираемым произвольно. Недостатком метода наложения является необходимость построения при его использовании n числителей схемных функций, что препятствует формированию компактных и оптимальных по числу вычислительных операций выражений искомых СВО [227].

В [220] предлагается использовать для построения символьного выражения отклика линейных электрических цепей неявный метод наложения, который в отличие от традиционного метода наложения заключается в замене всех независимых источников, кроме одного – опорного источника, эквивалентными проводимостями или сопротивлениями [91]. Последняя операция трактуется как применение обратной теоремы о компенсации [134]. Недостатком такого подхода является, во-первых, необходимость решения нелинейных уравнений для поиска эквивалентных проводимостей (сопротивлений) и, во-вторых, большая трудоемкость. Например, для схемы с тремя независимыми источниками требуется найти восемь алгебраических дополнений и решить систему из двух квадратных уравнений. В случае многовариантного анализа (оптимизации) указанные операции приходится каждый раз повторять. Ограничения подхода [220] обусловлены тем, что проводимости замещения зависят не только от параметров источников воздействия, но и от параметров других элементов схемы.

Далее в этом подразделе обсуждается развитие неявного метода наложения для повышения эффективности символьного анализа ЛЭЦ. Прежде всего, следует дать общую формулировку теореме о компенсации, когда вместо независимого источника вводится компенсирующий элемент – источник, который управляется не собственной, как в [91], а другой ветвью – ветвью опорного источника.

2.2. КОМПЕНСАЦИЯ СОПРОТИВЛЕНИЙ НЕЗАВИСИМЫМИ ИСТОЧНИКАМИ

Классическая теорема компенсации предусматривает замещение сопротивления независимым источником напряжения, как показано стрелкой на рис. 2.2.1 [134]. В общем случае сопротивление может быть комплексным (импедансом). Обратим внимание на то, что традиционной схеме замещения сопротивления независимым источником с комплексным

напряжением \underline{E} можно сопоставить схему, содержащую, кроме \underline{E} , идеальный ОУ. Соответствующая схема приведена на рис. 2.2.1 справа. В ней ОУ используется как повторитель напряжения. Эквивалентность последней схемы первым двум вытекает из равенства нулю напряжения на входе идеального ОУ.

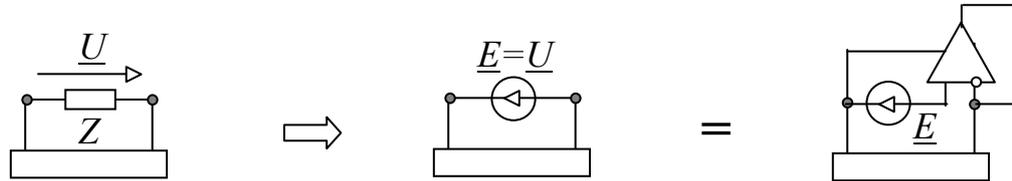


Рис. 2.2.1. Два способа прямой компенсации сопротивления

Исключительно важно, что сопротивление может быть скомпенсировано источником напряжения, который включен между любой другой парой узлов схемы. Обобщенная прямая теорема о компенсации, когда сопротивление (проводимость) замещается соответствующим источником, управляемым напряжением другой ветви формулируется ниже.

Теорема 2.2.1. Ветвь с сопротивлением Z в произвольной ЛЭЦ, схемный определитель которой отличен от нуля, может быть замещена источником комплексного напряжения, который включен между любой парой узлов схемы, в соответствии с рис. 2.2.2.

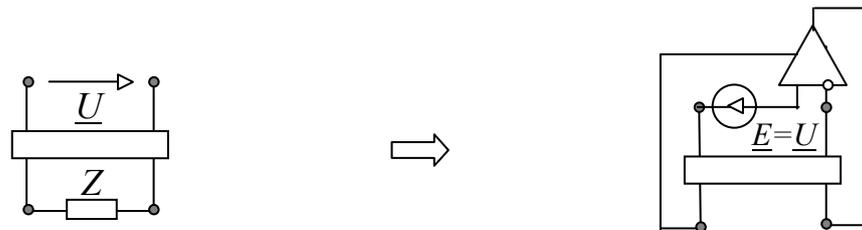


Рис. 2.2.2. Косвенная компенсация сопротивления

В частном случае, когда пары узлов резистора и источника напряжения совпадают, доказательство теоремы очевидно (см. рис. 2.2.1). Для доказательства сформулированной теоремы в общем случае используем рис. 2.2.3 и метод схемных определителей.

Чтобы сократить требуемые выкладки, будем полагать, что исходная схема на рис. 2.2.3,а до преобразования содержала единственный источник воздействия $\underline{E}_{\text{вх}}$. Компенсируем в ней сопротивление Z

источником напряжения $\underline{U}=\underline{E}$, как показано на рис. 2.2.3,б, и докажем эквивалентность указанных схем.

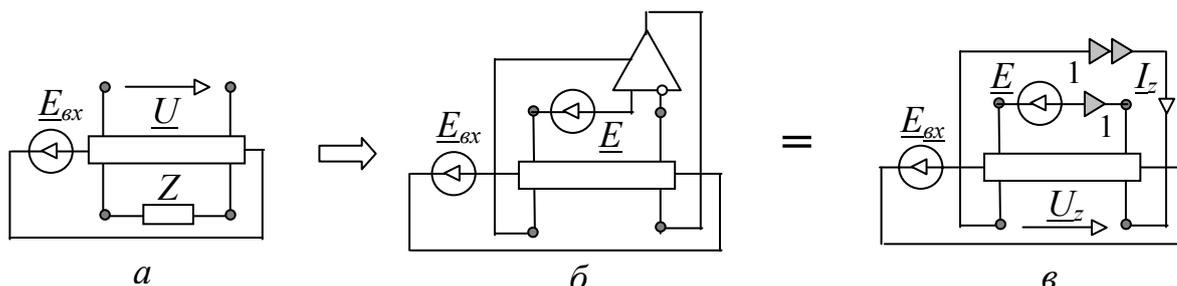


Рис. 2.2.3. К доказательству теоремы 2.2.1

Представим идеальный ОУ схемой замещения, содержащей нулор, как показано на рис. 2.2.3,в. нулор образуется двумя ветвями – норатором и нулатором, которым присвоен номер 1. Поскольку структуры схем идентичны, то остается доказать попарную эквивалентность всех соответствующих элементов. Прежде всего отметим совпадение в обеих схемах источников воздействия $\underline{E}_{\text{вх}}$ и трехсторонних многополюсников. Эквивалентность приемника напряжения \underline{U} , ток через который равен нулю, в схеме на рис. 2.2.3,а и последовательного соединения ветви $\underline{E}=\underline{U}$ с нулатором вытекает из того факта, что напряжение и ток на входе идеального ОУ одновременно равняются нулю.

Теперь докажем эквивалентность сопротивления Z и норатора. Для этого достаточно показать (см. рис. 2.2.3,в), что

$$\underline{U}_z / \underline{I}_z = Z. \quad (2.2.1)$$

В силу принципа наложения (см. выражение (2.1.2)) можно записать

$$\underline{U}_z = \underline{K}_{E_{\text{вх}Z}} \underline{E}_{\text{вх}} + \underline{K}_{EZ} \underline{E} \quad \text{и} \quad \underline{I}_z = \underline{Y}_{E_{\text{вх}Z}} \underline{E}_{\text{вх}} + \underline{Y}_{EZ} \underline{E}, \quad (2.2.2)$$

где $\underline{K}_{E_{\text{вх}Z}}$, \underline{K}_{EZ} – коэффициенты передачи напряжения от источников $\underline{E}_{\text{вх}}$ и \underline{E} соответственно к сопротивлению Z ; $\underline{Y}_{E_{\text{вх}Z}}$, \underline{Y}_{EZ} – передаточные проводимости от источников $\underline{E}_{\text{вх}}$ и \underline{E} соответственно к сопротивлению Z .

Указанные в (2.2.2) ССФ можно представить в виде САВ

$$\underline{U}_z = \frac{1}{\Delta} \left(\left(\begin{array}{c} \text{Circuit diagram 1} \\ \text{Circuit diagram 2} \end{array} \right) \Big| \underline{E}_{\text{вх}} + \left(\begin{array}{c} \text{Circuit diagram 3} \\ \text{Circuit diagram 4} \end{array} \right) \Big| \underline{E} \right) \quad (2.2.3)$$

и

$$\underline{I}_z = \frac{1}{\Delta} \left(\left(\begin{array}{c} \text{Circuit diagram 5} \\ \text{Circuit diagram 6} \end{array} \right) \Big| \underline{E}_{\text{вх}} + \left(\begin{array}{c} \text{Circuit diagram 7} \\ \text{Circuit diagram 8} \end{array} \right) \Big| \underline{E} \right), \quad (2.2.4)$$

где Δ – определитель схемы, $|*|$ – определители схем числителей ССФ.

В результате преобразования последовательно и параллельно соединенных норатора и нуллатора выражения (2.2.3) и (2.2.4) приводятся к виду

$$\underline{U}_Z = \frac{1}{\Delta} \left(\left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 1} \\ \hline \underline{E}_{\text{вх}} + \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 2} \\ \hline \underline{E} \end{array} \right| \right) \quad (2.2.5)$$

и

$$\underline{I}_Z = \frac{1}{\Delta} \left(\left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 1} \\ \hline \underline{E}_{\text{вх}} - \end{array} \right| - \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 2} \\ \hline \underline{E} \end{array} \right| \right). \quad (2.2.6)$$

Теперь рассмотрим правую часть выражения (2.2.1). Чтобы ее привести к виду (2.2.5) и (2.2.6), необходимо выразить Z через $\underline{E}_{\text{вх}}$ и \underline{U} . Для этого запишем передаточную функцию по напряжению схемы на рис. 2.2.3,а.

$$\underline{U} / \underline{E}_{\text{вх}} = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 1} \\ \hline \underline{Z} \end{array} \right| / \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 2} \\ \hline \underline{Z} \end{array} \right|. \quad (2.2.7)$$

Если выделить параметр Z в числителе и знаменателе выражения (2.2.7), а затем выразить Z через \underline{E} и \underline{U} с учетом $\underline{U}=\underline{E}$, то можно прийти к выражению для Z , удовлетворяющему условию (2.2.1), где \underline{U}_Z и \underline{I}_Z находятся по формулам (2.2.5) и (2.2.6). Это доказывает сформулированную выше теорему.

Используя доказанную теорему можно заместить в схеме с q узлами $q-1$ сопротивление компенсаторами E -ОУ, причем определитель полученной схемы должен быть ненулевым. Последнее требование является достаточным условием существования и единственности решения задачи. В топологической интерпретации этого условия измеряемые напряжения должны образовывать произвольное дерево схемы, а компенсируемые сопротивления не могут образовывать контуров.

Схема в общем случае может содержать УИ, которые компенсируются аналогичным образом. Полученная в результате компенсации схема содержит исключительно независимые источники напряжения и операционные усилители. Следовательно, компенсацию собственных и взаимных сопротивлений можно рассматривать как топологическое преобразование ЛЭЦ, сопровождаемое сменой элементного базиса [134]. Измерения, проводимые для определения амплитуд и фаз компенсирующих источников, должны быть

независимыми, то есть не должны приводить к образованию вырожденной схемы при подсоединении очередного компенсатора. Компенсаторы сопротивлений могут найти применение в измерительной технике при наличии образцовых источников комплексного напряжения. Возможно использование компенсаторов в так называемых «интеллектуальных» системах диагностики постепенных отказов, поскольку компенсатор является по существу универсальным элементом, способным заменить любой элемент схемы при сохранении ее работоспособности.

Компенсаторы сопротивлений далее будут использоваться в третьем разделе настоящего пособия при решении базисной задачи диагностики ЛЭЦ. Здесь сформулируем обобщенную обратную теорему о компенсации, на которой базируется *неявный метод наложения (НМН)*.

2.3. НЕЯВНЫЙ МЕТОД НАЛОЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ СОБСТВЕННОГО ОПОРНОГО ИСТОЧНИКА

Вместо того, чтобы выражать проводимости замещения через параметры источников воздействия и других элементов схемы, можно поступить иначе – установить напряжения и токи $Q-1$ замещаемых независимых источников посредством замещения их УИ, которые управляются напряжением или током одного из независимых источников, выбранного в качестве опорного источника. Параметрами УИ являются отношения напряжения или тока соответствующих замещаемых независимых источников к напряжению или току опорного источника. В отличие от традиционного метода наложения (2.1.2) *НМН* на основе собственного опорного источника характеризуется формулой для СВО, содержащей только одну ССФ,

$$O_j = V_{X_1}^{X \rightarrow YII} \left(\frac{X_2}{X_1}, \frac{X_3}{X_1}, \dots, \frac{X_Q}{X_1} \right) \cdot X_1, \quad (2.3.1)$$

где $V_{X_1}^{X \rightarrow YII}$ – передаточная ССФ схемы от источника x_1 , выбранного за опорный источник, к ветви отклика j при преобразовании всех независимых источников, кроме X_1 , в УИ, управляемые переменной (током или напряжением) соответствующего опорного источника X_1 . Тип УИ определяется переменной X_1 , с одной стороны, и переменными X_2, X_3, \dots, X_Q , с другой стороны. Параметры УИ равны частным от деления переменных X_2, X_3, \dots, X_Q на X_1 . Эти параметры указаны в (2.3.1) в качестве аргументов функции $V_{X_1}^{X \rightarrow YII}$. Выражение (2.3.1) требует нахождения только одной схемной функции (при произвольном числе независимых источников), что сокращает сложность выражений для токов

или напряжений по сравнению с формулой (2.1.2). Это обеспечивает (при надлежащем выборе элементов) получение выражений, оптимальных по вычислительной сложности, которая служит критерием оценки современных методов и программ символьного анализа ЛЭЦ [227].

Для обоснования неявного метода наложения в виде (2.3.1) сформулируем и докажем следующую теорему.

Теорема 2.3.1. Если в произвольной ЛЭЦ на рис. 2.3.1,а, схемный определитель которой отличен от нуля, заменить все независимые источники ЭДС $\underline{E}_2, \underline{E}_3, \dots, \underline{E}_N$ и тока $\underline{J}_1, \underline{J}_2, \dots, \underline{J}_S$, кроме одного источника ЭДС \underline{E}_1 , выбранного за опорный, на источники ЭДС и тока соответственно, управляемые напряжением $\underline{U}_1 = \underline{E}_1$, с параметрами (рис. 2.3.1,б)

$$k_l = \underline{E}_l / \underline{E}_1 \quad \text{и} \quad y_j = \underline{J}_j / \underline{E}_1, \quad (2.3.2)$$

где $l=2,3,\dots,N$; $j=1,2,\dots,S$; k_l , y_j – коэффициент передачи напряжения и передаточная проводимость соответственно, то напряжения и токи в любой ветви схемы не изменятся.

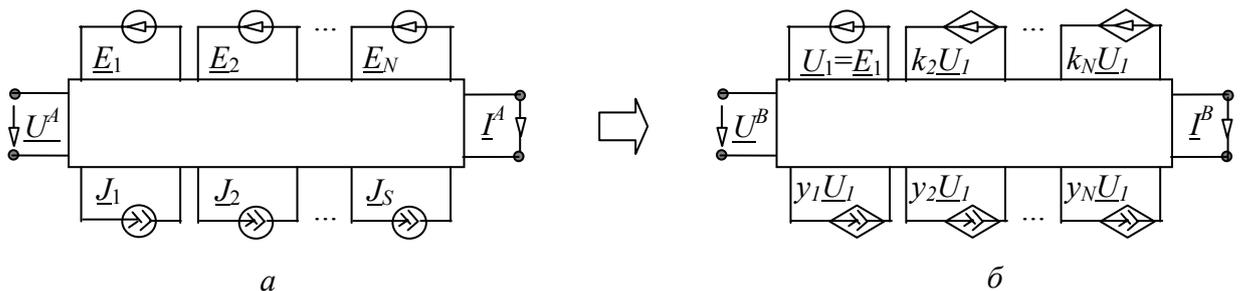


Рис. 2.3.1. Неявное наложение независимых источников с источником ЭДС

Теорема сформулирована для установившегося гармонического режима, поэтому напряжения, ЭДС и токи представлены в комплексной форме (соответствующие символы подчеркнуты). Эта теорема может быть записана и для переходного процесса в ЛЭЦ путем замены комплексных переменных на операторные переменные.

Отмеченное в формулировке теоремы 2.3.1 условие ненулевого определителя является достаточным условием существования и единственности решения задачи анализа произвольных ЛЭЦ. Это вытекает из правила *Крамера*, согласно которому достаточным условием существования и единственности решения линейной системы уравнений с равным числом уравнений и неизвестных является ее ненулевой определитель.

Для доказательства теоремы 2.3.1 подтвердим, что произвольные соответствующие напряжения и токи в схемах на рис. 2.3.1,а,б равны,

используя МСО. В силу принципа наложения (2.1.2) для схемы на рис. 2.3.1,а можно записать алгебраическое выражение напряжения

$$\underline{U}^A = \sum_{i=1}^N K_{UEi} \underline{E}_i + \sum_{j=1}^S Z_{UJj} \underline{J}_j, \quad (2.3.3)$$

где K_{UEi} – коэффициент передачи напряжения от источника ЭДС E_i (при нейтрализованных остальных источниках) к приемнику напряжения \underline{U}^A ; Z_{UJj} – передаточное сопротивление от источника тока J_j (также при нейтрализованных остальных источниках) к приемнику напряжения \underline{U}^A .

Представим (2.3.3) в виде САВ

The diagram shows the voltage \underline{U}^A as a sum of contributions from various sources and currents. The numerator consists of three rows of circuit diagrams, each enclosed in vertical bars and followed by a label:

- Row 1: A circuit with a voltage source E_1 (indicated by a downward-pointing triangle) and a current source J_1 (indicated by a rightward-pointing arrow). The label is $E_1 + \dots + E_2 + \dots +$.
- Row 2: A circuit with a voltage source E_N (indicated by a downward-pointing triangle) and a current source J_1 (indicated by a leftward-pointing arrow). The label is $E_N + J_1 +$.
- Row 3: A circuit with a current source J_2 (indicated by a leftward-pointing arrow) and a current source J_S (indicated by a leftward-pointing arrow). The label is $J_2 + \dots + J_S$.

These three rows are summed together. The entire sum is divided by a denominator circuit diagram, which is a simple two-terminal network with a vertical bar on the right side. The equation is labeled (2.3.4).

где между вертикальными чертами (символами определителя) помещены соответствующие рис. 2.3.1,а схемы.

Знаменатель (2.3.4) получен путем нейтрализации в схеме на рис. 2.3.1,а независимых источников и приемников (заменой источников ЭДС и приемников тока проводниками, удалением источников тока и приемников напряжения). Схема для каждого слагаемого числителя (2.3.4), которое соответствует слагаемому выражения (2.3.3), также получена из схемы на рис. 2.3.1,а. Для этого приемник напряжения \underline{U}^A заменяется нуллатором, соответствующий источник ЭДС или тока – норатором противоположной ориентации, а остальные независимые источники нейтрализуются.

Схеме на рис. 2.3.1,б соответствуют следующие алгебраическое и схемно-алгебраическое выражения напряжения

$$\underline{U}^B = K_{UE1}^{EJ \rightarrow VII} \underline{E}_1 = \frac{N_{KUE1}^{EJ \rightarrow VII}}{D} \underline{E}_1 = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \begin{array}{c} \begin{array}{c} 1 \rightarrow \underline{U}_1 \end{array} \\ \begin{array}{c} \leftarrow 1 \end{array} \end{array} \\ \dots \\ \begin{array}{c} \begin{array}{c} k_2 \underline{U}_1 \end{array} \\ \begin{array}{c} \leftarrow 2 \end{array} \end{array} \\ \dots \\ \begin{array}{c} \begin{array}{c} k_n \underline{U}_1 \end{array} \\ \begin{array}{c} \leftarrow n \end{array} \end{array} \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} \begin{array}{c} y_1 \underline{U}_1 \\ \begin{array}{c} \rightarrow \end{array} \end{array} \\ \dots \\ \begin{array}{c} \begin{array}{c} y_s \underline{U}_1 \\ \begin{array}{c} \rightarrow \end{array} \end{array} \end{array} \end{array} \right| \underline{E}_1, \quad (2.3.5)$$

где $K_{UE1}^{EJ \rightarrow VII}$ – коэффициент передачи напряжения от источника \underline{E}_1 к приемнику \underline{U}^B для схемы на рис. 2.3.1,б,в, в которой все независимые источники, кроме опорного \underline{E}_1 , преобразованы в УИ; $N_{KUE1}^{EJ \rightarrow VII}$ – числитель коэффициента передачи напряжения $K_{UE1}^{EJ \rightarrow VII}$; номером 1 помечены норатор и нуллятор. В знаменателе D выражения (2.3.5) УИ нейтрализованы, поскольку управляющее напряжение \underline{U}_1 после нейтрализации \underline{E}_1 равно нулю. Таким образом, знаменатели сравниваемых выражений (2.3.4) и (2.3.5) одинаковы.

Для сравнения числителей выделим в (2.3.5) параметр k_2 УИ $k_2 \underline{U}_1$. Отсюда получаем

$$N_{KUE1}^{EJ \rightarrow VII} = k_2 \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \begin{array}{c} \begin{array}{c} 2 \rightarrow \end{array} \\ \begin{array}{c} \leftarrow 1 \end{array} \end{array} \\ \dots \\ \begin{array}{c} \begin{array}{c} k_n \underline{U}_1 \end{array} \\ \begin{array}{c} \leftarrow n \end{array} \end{array} \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} \begin{array}{c} y_1 \underline{U}_1 \\ \begin{array}{c} \rightarrow \end{array} \end{array} \\ \dots \\ \begin{array}{c} \begin{array}{c} y_s \underline{U}_1 \\ \begin{array}{c} \rightarrow \end{array} \end{array} \end{array} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \begin{array}{c} 1 \rightarrow \underline{U}_1 \end{array} \\ \begin{array}{c} \leftarrow 1 \end{array} \end{array} \\ \dots \\ \begin{array}{c} \begin{array}{c} k_n \underline{U}_1 \end{array} \\ \begin{array}{c} \leftarrow n \end{array} \end{array} \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} \begin{array}{c} y_1 \underline{U}_1 \\ \begin{array}{c} \rightarrow \end{array} \end{array} \\ \dots \\ \begin{array}{c} \begin{array}{c} y_s \underline{U}_1 \\ \begin{array}{c} \rightarrow \end{array} \end{array} \end{array} \right|. \quad (2.3.6)$$

Первое слагаемое (2.3.6) представляет собой произведение параметра k_2 источника на определитель схемы числителя в (2.3.5), в которой приемник ИНУН заменен на нуллятор, а генератор ИНУН на норатор. Второе слагаемое – это числитель (2.3.5) в котором ИНУН $k_2 \underline{U}_1$ нейтрализован.

В первом слагаемом (2.3.6) выполним взаимную замену номеров у нораторов, что повлечет изменение знака перед определителем. Полученное параллельное однонаправленное соединение одноименных норатора и нуллятора эквивалентно отрезку проводника. Отсюда следует, что $\underline{U}_1=0$ и все УИ в первом слагаемом (2.3.6) нейтрализуются. Во втором

слагаемом (2.3.6) выделим сначала ИНУН $k_3 U_1$ (не показан в (2.3.6)), затем ИНУН $k_4 U_1$ и т. д. В результате выделения всех ИНУН получаем

$$N_{KUE1}^{EJ \rightarrow VII} = -k_2 \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \text{---} \text{---} -$$

$$-k_N \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \cdot (2.3.7)$$

Далее выделяются параметры ИТУН. Выделение y_1 ИТУН $y_1 U_1$ проводится аналогично выделению параметра k_1 . Отличие состоит в том, что при нейтрализации ИТУН удаляются как приемник, так и генератор. Таким образом, последнее слагаемое в (2.3.7), обозначим его F , принимает вид

$$F = y_1 \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| +$$

$$+ \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \cdot (2.3.8)$$

После выполнения в первом слагаемом (2.3.8) вышеупомянутых операций взаимной замены номеров у нораторов, замещения параллельного соединения генератора и нуллатора проводником, а также нейтрализации УИ, выделяется параметр y_2 ИТУН $y_2 U_1$ во втором слагаемом, далее параметр y_3 ИТУН $y_3 U_1$ (в (2.3.8) не показан) и т.д. Наконец, выделив параметр y_s последнего ИТУН $y_s U_1$, получаем

$$N_{KUE1}^{EJ \rightarrow VII} = -k_2 \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \text{---} \text{---} -$$

$$\underline{I}^A = \sum_{i=1}^N Y_{IEi} \underline{E}_i + \sum_{j=1}^S T_{IJj} \underline{J}_j, \quad (2.3.11)$$

где Y_{IEi} – передаточная проводимость от источника ЭДС \underline{E}_i к приемнику тока \underline{I}^A ; T_{IJj} – коэффициент передачи тока от источника \underline{J}_j к приемнику \underline{I}^A .

Представим (2.3.11) по аналогии с (2.3.4) в виде САВ

$$\underline{I}^A = \frac{\begin{matrix} \left[\begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \text{Circuit 2} \end{array} \right] E_1 + \left[\begin{array}{c} \text{Circuit 3} \\ \text{Circuit 4} \end{array} \right] E_2 + \dots + \\ + \left[\begin{array}{c} \text{Circuit 5} \\ \text{Circuit 6} \end{array} \right] E_N + \left[\begin{array}{c} \text{Circuit 7} \\ \text{Circuit 8} \end{array} \right] J_1 + \\ + \left[\begin{array}{c} \text{Circuit 9} \\ \text{Circuit 10} \end{array} \right] J_2 + \dots + \left[\begin{array}{c} \text{Circuit 11} \\ \text{Circuit 12} \end{array} \right] J_s \end{matrix}}{\left[\begin{array}{c} \text{Circuit 13} \\ \text{Circuit 14} \end{array} \right]}, \quad (2.3.12)$$

Запишем теперь для схемы на рис. 2.3.1,б алгебраическое и схемно-алгебраическое выражения тока

$$\underline{I}^B = Y_{IE1}^{EJ \rightarrow \text{VII}} \underline{E}_1 = \frac{N_{YIE1}^{EJ \rightarrow \text{VII}}}{D} \underline{E}_1 = \frac{\left[\begin{array}{c} \text{Circuit 15} \\ \text{Circuit 16} \end{array} \right] \underline{E}_1}{\left[\begin{array}{c} \text{Circuit 17} \\ \text{Circuit 18} \end{array} \right]} \underline{E}_1, \quad (2.3.13)$$

где $Y_{IE1}^{EJ \rightarrow \text{VII}}$ – передаточная проводимость от источника \underline{E}_1 к приемнику \underline{I}^B для схемы на рис. 2.3.1,б, в которой все независимые источники, кроме опорного источника \underline{E}_1 , преобразованы в УИ; $N_{YIE1}^{EJ \rightarrow \text{VII}}$ – числитель передаточной проводимости $Y_{IE1}^{EJ \rightarrow \text{VII}}$; номером 1 помечены норатор и нуллятор.

Знаменатели токов \underline{I}^A и \underline{I}^B совпадают, более того, они повторяют САВ знаменателей для напряжений \underline{U}^A и \underline{U}^B . Числители (2.3.12) и (2.3.13) равны в силу доказанного тождества (2.3.10). Таким образом, $\underline{I}^A = \underline{I}^B$ и теорема 2.3.1 доказана.

Докажем возможность выбора в обобщенной обратной теореме компенсации в качестве опорного источника произвольного независимого источника тока, входящего в цепь. Для этого сформулируем теорему 2.3.2 путем замены понятий в тексте теоремы 2.3.1 на дуальные [213] (взаимосоответствующие [62]) понятия. Ниже перечислены используемые соответствия: источник ЭДС $\underline{E}_1 \Leftrightarrow$ источник тока \underline{J}_1 , коэффициент передачи напряжения $k \Leftrightarrow$ коэффициент передачи тока t , напряжение $\underline{U}_1 \Leftrightarrow$ ток \underline{I}_1 , передаточная проводимость $y \Leftrightarrow$ передаточное сопротивление z .

Теорема 2.3.2. Если в произвольной ЛЭЦ на рис. 2.3.2,а, схемный определитель которой отличен от нуля, заменить согласно рис. 2.3.2,б все независимые источники тока $\underline{J}_2, \underline{J}_3, \dots, \underline{J}_S$ и ЭДС $\underline{E}_1, \underline{E}_2, \dots, \underline{E}_N$, кроме одного источника тока \underline{J}_1 , выбранного за опорный источник, на источники тока и ЭДС соответственно, управляемые током $\underline{I}_1 = \underline{J}_1$, с параметрами

$$t_i = \underline{J}_i / \underline{J}_1 \quad \text{и} \quad z_l = \underline{E}_l / \underline{J}_1, \quad (2.3.14)$$

где $j=2, 3, \dots, S; l=1, 2, \dots, N$, то токи и напряжения в любой ветви цепи не изменятся.

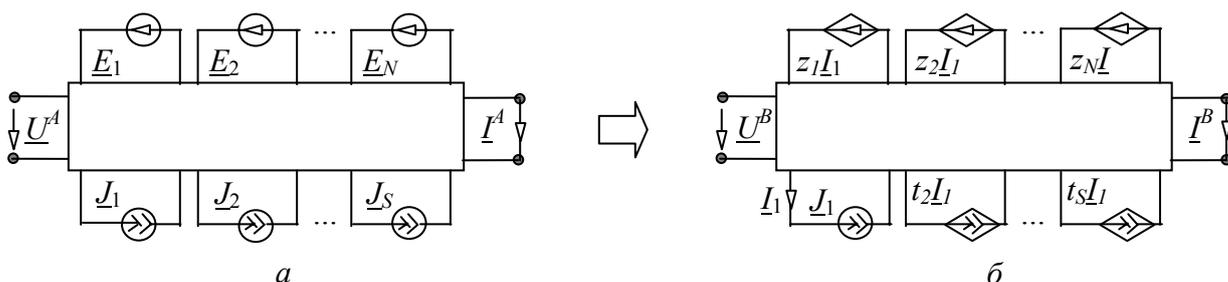


Рис. 2.3.2. Неявное наложение независимых источников с источником тока

Теорема 2.3.2, полученная из ранее доказанной теоремы 2.3.1 путем замены величин и терминов взаимосоответствующими величинами и терминами, является доказанной на основе принципа взаимосоответствия [62]. В справедливости этого утверждения можно убедиться также, повторив выкладки, используемые для доказательства теоремы 2.3.1, применительно к рис. 2.3.2,а,б.

Запишем на основании теоремы 2.3.2 по схеме на рис. 2.3.2,б алгебраическое и схемно-алгебраическое выражения для напряжения

$$\underline{U}^A = \underline{U}^B = Z_{UJ_1}^{EJ \rightarrow yH} \underline{J}_1 = \frac{N_{ZUJ_1}^{EJ \rightarrow yH}}{D} \underline{J}_1 = \left[\begin{array}{c} \text{Circuit diagram with dependent sources } z_l I_1 \text{ and } t_s I_1 \\ \hline D \end{array} \right] \underline{J}_1, \quad (2.3.15)$$

и тока

$$\underline{I}^A = \underline{I}^B = T_{LJ_1}^{EJ \rightarrow YH} \underline{J}_1 = \frac{N_{TUJ_1}^{EJ \rightarrow YH}}{D} \underline{J}_1 = \frac{\left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \overline{z_1 \underline{I}_1} \quad \overline{z_2 \underline{I}_1} \quad \dots \quad \overline{z_N \underline{I}_1} \\ \hline \overline{1} \\ \hline \underline{I}_1 \quad 1 \quad \overline{t_2 \underline{I}_1} \quad \dots \quad \overline{t_S \underline{I}_1} \end{array} \\ D \end{array} \right|}{D} \underline{J}_1, \quad (2.3.16)$$

где $Z_{UJ_1}^{EJ \rightarrow YH}$ – передаточное сопротивление преобразованной схемы, в которой все независимые источники, кроме \underline{J}_1 , представлены в виде УИ; $T_{LJ_1}^{EJ \rightarrow YH}$ – коэффициент передачи тока от источника \underline{J}_1 к приемнику \underline{I}^B для преобразованной таким же образом схемы; $N_{ZUJ_1}^{EJ \rightarrow YH}$, $N_{TUJ_1}^{EJ \rightarrow YH}$ – числители схемных функций $Z_{UJ_1}^{EJ \rightarrow YH}$ и $T_{UJ_1}^{EJ \rightarrow YH}$ соответственно. В выражениях (2.3.15) и (2.3.16) знаменатели равны между собой и повторяют САВ знаменателя в (2.3.4) и (2.3.5).

Последовательное преобразование САВ (2.3.5), (2.3.13) или (2.3.15), (2.3.16) по правилам МСО позволяет получить СВО в заданной, например, наиболее компактной форме. Выражения (2.3.5), (2.3.13) и (2.3.15), (2.3.16) представляют собой схемно-алгебраическую запись *НМН* для ЛЭЦ.

Представляет интерес тождество, дуальное по отношению к (2.3.10). Эта формула полезна при выделении параметров источников, управляемых током норатора, поскольку, как и формула (2.3.10), сокращает объем выкладок для получения СВО. Искомое тождество может быть получено непосредственно из (2.3.10) путем замены элементов на дуальные (взаимосоответствующие) элементы с сохранением индексов величин. При этом используются соответствия: управляющее напряжение $\underline{U}_1 \Leftrightarrow$ управляющий ток \underline{I}_1 ; ИНУН \Leftrightarrow ИТУТ; ИТУН \Leftrightarrow ИНУТ; коэффициент передачи напряжения $k \Leftrightarrow$ коэффициент передачи тока t ; передаточная проводимость $y \Leftrightarrow$ передаточное сопротивление z , идеальный проводник \Leftrightarrow разрыв. В результате получаем

$$\left| \begin{array}{c} \overline{z_1 \underline{I}_1} \quad \overline{z_2 \underline{I}_1} \quad \dots \quad \overline{z_N \underline{I}_1} \\ \hline \overline{1} \\ \hline \underline{I}_1 \quad 1 \quad \overline{t_2 \underline{I}_1} \quad \dots \quad \overline{t_S \underline{I}_1} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \overline{\phantom{z_1 \underline{I}_1}} \quad \overline{\phantom{z_2 \underline{I}_1}} \quad \dots \quad \overline{\phantom{z_N \underline{I}_1}} \\ \hline \overline{1} \\ \hline \underline{I}_1 \quad 1 \quad \overline{\phantom{t_2 \underline{I}_1}} \quad \dots \quad \overline{\phantom{t_S \underline{I}_1}} \end{array} \right| +$$

$$+ t_2 \left| \begin{array}{c} \overline{\phantom{z_1 \underline{I}_1}} \quad \overline{\phantom{z_2 \underline{I}_1}} \quad \dots \quad \overline{\phantom{z_N \underline{I}_1}} \\ \hline \overline{1} \\ \hline \underline{I}_1 \quad 1 \quad \overline{t_2 \underline{I}_1} \quad \dots \quad \overline{\phantom{t_S \underline{I}_1}} \end{array} \right| + \dots + t_S \left| \begin{array}{c} \overline{\phantom{z_1 \underline{I}_1}} \quad \overline{\phantom{z_2 \underline{I}_1}} \quad \dots \quad \overline{\phantom{z_N \underline{I}_1}} \\ \hline \overline{1} \\ \hline \underline{I}_1 \quad 1 \quad \overline{\phantom{t_2 \underline{I}_1}} \quad \dots \quad \overline{t_S \underline{I}_1} \end{array} \right| +$$

$$+ z_1 \left| \begin{array}{c} \overline{1} \quad \overline{\phantom{z_2 \underline{I}_1}} \quad \dots \quad \overline{\phantom{z_N \underline{I}_1}} \\ \hline \overline{1} \\ \hline \underline{I}_1 \quad 1 \quad \overline{\phantom{t_2 \underline{I}_1}} \quad \dots \quad \overline{\phantom{t_S \underline{I}_1}} \end{array} \right| + \dots + z_N \left| \begin{array}{c} \overline{\phantom{z_1 \underline{I}_1}} \quad \overline{\phantom{z_2 \underline{I}_1}} \quad \dots \quad \overline{1} \\ \hline \overline{1} \\ \hline \underline{I}_1 \quad 1 \quad \overline{\phantom{t_2 \underline{I}_1}} \quad \dots \quad \overline{\phantom{t_S \underline{I}_1}} \end{array} \right|. \quad (2.3.17)$$

Тождество (2.3.17), как и теорема 2.3.2, не требует доказательства, поскольку является верным, как и (2.3.10), в силу принципа взаимосоответствия.

2.4. СРАВНЕНИЕ НЕЯВНОГО МЕТОДА НАЛОЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ СОБСТВЕННОГО ОПОРНОГО ИСТОЧНИКА С МЕТОДОМ НАЛОЖЕНИЯ

Рассмотрим пример использования предлагаемых обратных теорем компенсации для символического анализа ЛЭЦ. Требуется сформировать минимальное по сложности (числу арифметических операций) СВО для напряжения \underline{U}_H на нагрузке дифференциального усилителя [252], представленного на рис. 2.4.1,а. ОУ моделируется схемой замещения [151], учитывающей конечное значение коэффициента передачи напряжения ОУ k_{OY} и выходной проводимости $Y_{вых}$. Схема замещения исходной схемы представлена на рис. 2.4.1,б. Параметры всех элементов схемы известны.



Рис. 2.4.1. Принципиальная схема (а) и схема замещения (б) усилителя

Выполним сравнительную оценку СВО \underline{U}_H , сформированных на основе традиционного метода наложения и неявного метода наложения (см. выражения (2.3.4) и (2.3.5)). В обоих случаях будем применять МСО. По формуле (2.3.3) получаем

$$\underline{U}_H = (N_{КНЕ1} \underline{E}_1 + N_{КНЕ2} \underline{E}_2) / D, \quad (2.4.1)$$

где $N_{КНЕ1}$, $N_{КНЕ2}$ – числители коэффициентов передачи напряжения от источников \underline{E}_1 и \underline{E}_2 к нагрузке R_H ; D – знаменатель, общий для обоих коэффициентов передачи напряжения.

Найдем сначала знаменатель D искомого САВ напряжения на нагрузке, который является определителем схемы, не зависит от используемого явного или неявного метода наложения и является определителем схемы. В соответствии с (2.3.4) и (2.3.5) можно записать

$$D = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} R_1 \\ R_A \\ R_B \end{array} \\ \begin{array}{c} R_{oc} \\ k_{OY}U \\ Y_{вых} \\ R_H \end{array} \end{array} \right|. \quad (2.4.2)$$

Схема в (2.4.2) разделяется по двум узлам так, что элементы R_a и R_b выделяются в качестве первой подсхемы. Применяя формулу двухузловой бисекции, замечаем, что только одно из двух слагаемых ненулевое. Второе слагаемое равно нулю, поскольку вторая подсхема содержит разомкнутый приемник напряжения. В результате имеем

$$D = \left| \begin{array}{c} R_A \\ R_B \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} R_1 \\ R_{oc} \\ k_{OY}U \\ Y_{вых} \\ R_H \end{array} \right|. \quad (2.4.3)$$

Первый сомножитель (2.4.3) найдем как определитель элементарной схемы – R -контура. Во втором сомножителе выделим параметр ИНУН. Первая производная схема образуется в результате замены ИНУН на с номером 1, а вторая производная схема соответствует нейтрализации ИНУН ($k_{OY}=0$). Отсюда получаем

$$D = (R_A + R_B) \left(k_{OY} \left| \begin{array}{c} R_{oc} \\ R_1 \\ Y_{вых} \\ R_H \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} R_{oc} \\ R_1 \\ Y_{вых} \\ R_H \end{array} \right| \right). \quad (2.4.4)$$

В первой производной схеме выделим (удалим) сопротивление R_1 , стянем (заменим проводником) сопротивление R_{oc} , выделим проводимость $Y_{вых}$ и сопротивление R_H . Учтем, что определитель параллельного однонаправленного соединения норатора и нуллатора равен 1. Во второй производной схеме преобразуем последовательное соединение двух сопротивлений в одно. Выделение последнего приведет к получению схемы в виде параллельного соединения сопротивления R_H и проводимости $Y_{вых}$, а также схемы, состоящей из двух петель и делимой по одному узлу. После выполнения перечисленных операций получаем

$$D = (R_A + R_B) [k_{OY} R_1 Y_{вых} R_H + (R_1 + R_{OC})(Y_{вых} R_H + 1) + R_H]. \quad (2.4.5)$$

Для нахождения числителей в выражении (2.4.1) используем формулу (2.3.4). Нуллок с номером 0 заменяет входной источник и приемник искомого отклика для получения схемы числителя.

$$N_{KHE1} = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } N_{KHE1} \end{array} \right|. \quad (2.4.6)$$

В схеме выражения (2.4.6) стянем сопротивление R_1 , выделим сопротивление R_H , а также выделим аналогично знаменателю (2.4.3) двухполюсник в виде параллельного соединения сопротивлений R_A и R_B . В результате получаем

$$N_{KHE1} = R_H(R_A + R_B) \left| \begin{array}{c} \text{Simplified circuit diagram for } N_{KHE1} \end{array} \right|. \quad (2.4.7)$$

Для выделения параметра ИНУН в (2.4.7) используем тождество (2.3.10). Таким образом,

$$N_{KHE1} = R_H(R_A + R_B) \left(\left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 1} \end{array} \right| + k_{Oy} \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 2} \end{array} \right| \right). \quad (2.4.8)$$

В первом слагаемом (2.4.8) стянем R_{oc} и удалим $Y_{вых}$, а также учтем, что определитель параллельного соединения норатора и нуллатора равен 1, как в (2.4.3). Во втором слагаемом выделим $Y_{вых}$, удалим R_{oc} , учтем, что определитель параллельного встречного соединения норатора и нуллатора равен -1 . В результате

$$N_{KHE1} = R_H(R_A + R_B)[1 - k_{Oy}R_{oc}Y_{вых}].$$

Второй числитель выражения (2.4.1) находится аналогично

$$N_{KHE2} = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } N_{KHE2} \end{array} \right|. \quad (2.4.10)$$

Стянем сопротивление R_A , выделим сопротивления R_B и R_H . Отсюда получаем

$$N_{KHE2} = R_B R_H \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} R_1 \\ \uparrow U \\ k_{OY} U \\ Y_{\text{вых}} \end{array} \\ \begin{array}{c} R_{oc} \\ \downarrow 0 \end{array} \end{array} \right|. \quad (2.4.11)$$

Выделим параметр ИНУН и проводимость $Y_{\text{вых}}$. В результате

$$N_{KHE2} = R_B R_H k_{OY} Y_{\text{вых}} \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} R_1 \\ \uparrow 1 \\ 0 \end{array} \\ \begin{array}{c} R_{oc} \\ \downarrow 1 \\ 0 \end{array} \end{array} \right|. \quad (2.4.12)$$

Поменяем местами номера у норатора и ориентацию у нуллатора с номером 0 (при этом знак перед определителем не изменится), удалим последовательное встречное соединение норатора и нуллатора, а также заменим проводником параллельное однонаправленное соединение норатора и нуллатора. С учетом определителя элементарного контура из сопротивлений R_1 и R_{oc} получаем

$$N_{KHE2} = R_B R_H k_{OY} Y_{\text{вых}} (R_1 + R_{oc}). \quad (2.4.13)$$

Используя выражения (2.4.1), (2.4.5), (2.4.9) и (2.4.13), можно записать окончательное выражение для искомого СВО по принципу наложения

$$U_H = \frac{R_H (R_A + R_B) [1 - k_{OY} R_{oc} Y_{\text{вых}}] E_1 + R_B R_H k_{OY} Y_{\text{вых}} (R_1 + R_{oc}) E_2}{D}. \quad (2.4.14)$$

Сформируем теперь СВО U_H на основе $НМН$ с помощью формулы (2.3.5). В этом случае требуется найти только один числитель

$$N_{KHE1}^{E2 \rightarrow YH} = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} R_1 \\ \uparrow U \\ k_{OY} U \\ Y_{\text{вых}} \end{array} \\ \begin{array}{c} R_{oc} \\ \downarrow 0 \end{array} \end{array} \right|, \quad (2.4.15)$$

где $k_2 = \underline{E_2} / \underline{E_1}$.

Выделяя в (2.4.15) R_H и параметр ИНУН $k_{OY} U$, получаем

$$N_{KHE1}^{E2 \rightarrow VII} = R_N \left(k_{OY} \left(\left| \begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \text{Circuit 2} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 3} \\ \text{Circuit 4} \end{array} \right| \right) \right). \quad (2.4.16)$$

В первом слагаемом (2.4.16) выделим $Y_{\text{вых}}$, проведем взаимную замену номеров у нуллаторов и замену параллельного соединения норатора и нуллатора проводником. Во втором слагаемом удалим проводимость $Y_{\text{вых}}$, преобразуем последовательное соединение сопротивлений R_A и R_B к одному сопротивлению $R_A + R_B$ и стянем сопротивления R_1 и R_{oc} . Отсюда получаем

$$N_{KHE1}^{E2 \rightarrow VII} = R_H \left(k_{OY} Y_{\text{вых}} \left(\left| \begin{array}{c} \text{Circuit 5} \\ \text{Circuit 6} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 7} \\ \text{Circuit 8} \end{array} \right| \right) \right). \quad (2.4.17)$$

Выделим и в первом, и во втором слагаемых выражения (2.4.17) параметр k_2 , используя тождество (2.3.10). При этом в первом случае порождается два ненулевых слагаемых, а во втором случае – только одно, поскольку схема, соответствующая другому слагаемому, содержит контур из нуллаторов. Таким образом,

$$N_{KHE1}^{E2 \rightarrow VII} = R_H \left(k_{OY} Y_{\text{вых}} \left(\left(\left| \begin{array}{c} \text{Circuit 9} \\ \text{Circuit 10} \end{array} \right| + k_2 \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 11} \\ \text{Circuit 12} \end{array} \right| \right) + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 13} \\ \text{Circuit 14} \end{array} \right| \right) \right). \quad (2.4.18)$$

В первом слагаемом (2.4.18) стянем R_1 , выделим R_{oc} , удалим последовательное согласное соединение норатора и нуллатора с изменением знака слагаемого, запишем определитель последовательного R -контра. Во втором слагаемом стянем R_A , выделим R_B , удалим

последовательное встречное соединение норатора и нуллатора, запишем определитель R -контура. В третьем слагаемом запишем определитель схемы, разделимой по одному узлу, удалим последовательное встречное соединение норатора и нуллатора, найдем определитель R -контура. Таким образом, окончательное выражение напряжения, полученное на основе $НМН$, имеет вид

$$\underline{U}_H = \frac{R_H [k_{OY} Y_{ВЫХ} (-R_{OC}(R_A + R_B) + k_2 R_B (R_1 + R_{OC})) + R_A + R_B] \underline{E}_1}{D}. \quad (2.4.19)$$

Сравним числители (знаменатели, как отмечалось, одинаковые) выражений (2.4.14) и (2.4.19). Числитель в (2.4.14) требует для вычисления 10 операций умножения и 4 сложения. Это наименьшее число операций для явной формы решения (2.1.2). Выражение числителя (2.4.19) по неявной форме наложения включает соответственно 7 и 5 операций при варьировании всех параметров, кроме \underline{E}_2 . При варьировании всех параметров, в том числе \underline{E}_2 , требуется 8 операций умножения (деления) и 5 операций сложения. Как видно, при проведении многовариантного анализа формула (2.4.19), полученная на основе $НМН$, является более экономичной.

Доказанная выше обобщенная обратная теорема компенсации, использующая УИ, упрощает исследование ЛЭЦ на основе $НМН$. Предложенные алгебраические и схемно-алгебраические выражения требуют нахождения только одной ССФ (при произвольном числе независимых источников). Это сокращает объем выкладок при получении СВО и обеспечивает (при надлежущей очередности выбора элементов) формирование выражений, оптимальных по вычислительной сложности. Вместе с тем недостатком выражения (2.3.5) и рассмотренной выше реализации $НМН$ является использование в качестве аргументов отношений параметров независимых источников схемы, что усложняет аналитическое и численное исследование СВО.

2.5. НЕЯВНЫЙ МЕТОД НАЛОЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ ЕДИНИЧНОГО ИСТОЧНИКА

Следует обратить внимание на то, что определителю матрицы знаменателя Δ соответствует определитель схемы, которая получена из исходной схемы в результате стягивания источников напряжения и приемников тока, а также удаления источников тока и приемников напряжения. Это упрощает нахождение знаменателя. Поэтому было бы желательно сопоставить и определителю матрицы числителя Δ_c определитель схемы, полученной из исходной схемы в результате некоторых преобразований. С одной стороны, это позволило бы находить

СВО для произвольного тока или напряжения ЛЭЦ в виде отношения (2.1.1) определителей схемы числителя и схемы знаменателя, избежав применения понятия «схемная функция», которое используется в (2.1.2). С другой стороны, схемная интерпретация матрицы числителя в сочетании с отображением матрицы схемой с ИТУН (см. подраздел 1.11), обеспечивает более эффективное аналитическое решение систем линейных алгебраических уравнений произвольной физической природы.

В настоящей работе предлагается специальная форма *НМН*, согласно которой отклик является функцией не отношений параметров источников, как в (2.3.1), а непосредственно самих параметров источников, как в (2.1.2). Таким образом, СВО принимает вид

$$O_j = W_j(X_1, X_2, \dots, X_Q), \quad (2.5.1)$$

где W_j – символьная функция, в которой аргументами на равных правах являются как параметры двухполюсных элементов и УИ, так и параметры всех независимых источников. Для определенности далее будем рассматривать установившийся гармонический режим, и все переменные представим в комплексных действующих значениях (обозначим их подчеркиванием).

Введем в исходную схему дополнительный опорный источник ЭДС $\underline{E}=1$ или источник тока $\underline{J}=1$, а затем заменим все независимые источники источниками, управляемыми напряжением опорного источника ЭДС \underline{E} или током опорного источника \underline{J} соответственно. Построение такой схемы замещения можно трактовать как расширение возможностей обобщенной теоремы компенсации (см. теорему 2.2.1), поскольку здесь независимые источники компенсируются источниками, управляемыми дополнительным источником, введенным в схему. Докажем эквивалентность получаемой схемы замещения. В процессе доказательства выведем основные алгебраические и схемно-алгебраические выражения для *неявного метода наложения на основе единичного источника*.

Теорема 2.5.1. Если в произвольной ЛЭЦ на рис. 2.5.1,а, схемный определитель которой отличен от нуля, ввести последовательно с некоторым источником ЭДС, например, \underline{E}_1 дополнительный опорный источник ЭДС $\underline{E}=1$, а все независимые источники схемы заменить на источники, управляемые напряжением введенного опорного источника $\underline{U}=\underline{E}=1$, с параметрами (см. рис. 2.5.1,б)

$$k_1 = \frac{\underline{E}_1 - 1}{\underline{U}} = \frac{\underline{E}_1 - 1}{1}; k_l = \frac{\underline{E}_l}{\underline{U}} = \frac{\underline{E}_l}{1}; y_j = \frac{\underline{J}_j}{\underline{U}} = \frac{\underline{J}_j}{1}, \quad (2.5.2)$$

где $l=2,3, \dots,N$; $j=1,2, \dots,S$; k_1, k_l, y_j – коэффициенты передачи напряжения и передаточная проводимость соответственно, то напряжения и токи в любой ветви схемы не изменятся.

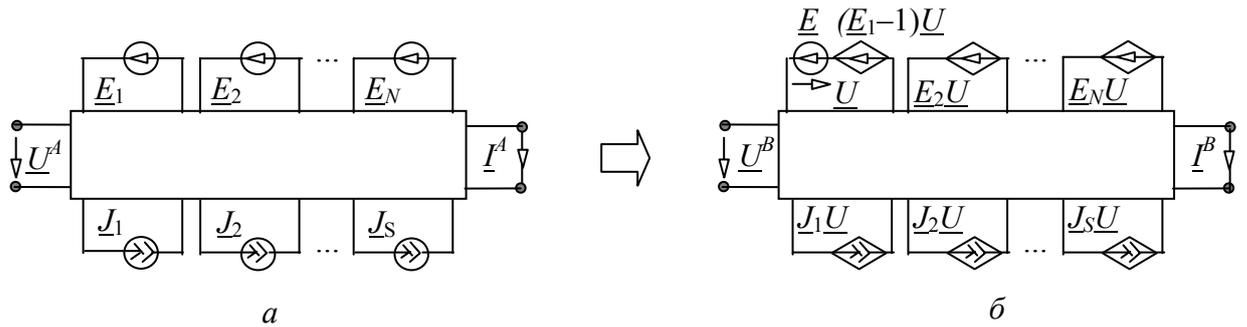


Рис. 2.5.1. Неявное наложение независимых источников с источником ЭДС

В знаменателях выражений (2.5.2) не удалены единицы, которые отображают напряжение опорного источника, чтобы напомнить о соответствующей размерности параметров УИ. На рис. 2.5.1,б эти единицы удалены и в дальнейшем при формировании символьных выражений не используются. В числителе k_1 из (2.5.2) от переменной \underline{E}_1 вычитается единица для компенсации введенного дополнительного источника $\underline{E}=1$. Это эквивалентно включению последовательно с источником \underline{E} ЭДС $\underline{E}=-1$.

В процессе доказательства теоремы будет показано, что ее применение не изменяет определителя схемы и, следовательно, не нарушает условия существования и единственности и решения. Для доказательства теоремы 2.5.1 подтвердим, что произвольные соответствующие напряжения и токи в схемах на рис. 2.5.1,а и 2.5.1,б равны, используя МСО. САВ напряжения по явному методу наложения для схемы на рис. 2.5.1,а возьмем из подраздела 2.3. Таким образом,

$$\underline{U}^A = \frac{\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{E}_1 + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{E}_2 + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{E}_N + \\ + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{J}_1 + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{J}_2 + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{J}_S \end{array}}{\left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right|}, \quad (2.5.3)$$

где между вертикальными чертами (символами определителя) помещены соответствующие рис. 2.5.1,а схемы; сдвоенными и одинарными стрелками показаны норатор и нуллятор соответственно.

Схеме на рис. 2.5.1,б соответствуют следующие алгебраическое и схемно-алгебраическое выражения напряжения

$$\underline{U}^B = K_{UE=1} \cdot 1 = \frac{N_{KUE=1}}{D} = \frac{\begin{array}{c} \text{---} (E_1-1)\underline{U} \text{---} \\ \text{---} \underline{U} \text{---} \quad \text{---} E_2\underline{U} \text{---} \quad \dots \quad \text{---} E_N\underline{U} \text{---} \\ \text{---} J_1\underline{U} \text{---} \quad \text{---} J_2\underline{U} \text{---} \quad \dots \quad \text{---} J_S\underline{U} \text{---} \end{array}}{D}, \quad (2.5.4)$$

где $K_{UE=1}$ – коэффициент передачи напряжения от единичного опорного источника \underline{E} к приемнику напряжения \underline{U}^B ; $N_{KUE=1}$ – числитель коэффициента $K_{UE=1}$. В знаменателе (2.5.4) находится определитель схемы знаменателя D , выражение которого не зависит от явного или неявного метода анализа схемы. Схема знаменателя (2.5.4) совпадает со схемой знаменателя в (2.5.3).

Используя для преобразования числителя (2.5.4) формулу выделения параметров источников, управляемых напряжением норатора, получим

$$\begin{aligned} N_{KUE=1} = & \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| + (E_1-1) \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| + \\ & + E_2 \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| + \dots + E_N \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| + \\ & + J_1 \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| + J_2 \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| + \\ & + \dots + J_S \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right|. \quad (2.5.5) \end{aligned}$$

Раскроем скобки во втором слагаемом (2.5.5). После удаления двух равных по модулю, но противоположных по знаку слагаемых, правая часть формулы (2.5.5) будет повторять числитель (2.5.3). Это означает, что числители (2.5.3) и (2.5.4) равны, следовательно, $\underline{U}^A = \underline{U}^B$. Приведенным доказательством одновременно обоснована схема числителя для напряжения, использованная в (2.5.4).

Рассмотрим вторую часть доказательства теоремы 2.5.1. Подтвердим, что токи \underline{I}^A и \underline{I}^B в схемах на рис. 2.5.1,а,б соответственно равны. САВ для тока имеет вид

$$\underline{I}^A = \frac{\underline{E}_1 + \underline{E}_2 + \dots + \underline{E}_N + \underline{J}_1 + \underline{J}_2 + \dots + \underline{J}_S}{D} \quad (2.5.6)$$

Представим по рис. 2.5.1,б аналогично (2.5.4) выражение для тока

$$\underline{I}^B = Y_{IE=1} \cdot 1 = \frac{N_{YIE=1}}{D} = \frac{(E_1-1)U + E_2U + \dots + E_NU + J_1U + J_2U + \dots + J_SU}{D}, \quad (2.5.7)$$

где $Y_{IE=1}$ – передаточная проводимость от единичного опорного источника \underline{E} к приемнику тока \underline{I}^B ; $N_{YIE=1}$ – числитель проводимости $Y_{IE=1}$.

Используя для преобразования числителя (2.5.7) по аналогии с первой частью теоремы 2.5.1 формулу выделения параметров источников, управляемых напряжением одного норатора, получим выражение, подобное (2.5.5). Различие заключается лишь в положении нуллатора, который во всех схемных определителях находится с правой стороны многополюсника, то есть так, как в формуле (2.5.7), а левая сторона многополюсника разомкнута. После раскрытия скобок и удаления двух равных по модулю, но противоположных по знаку слагаемых, получим выражение, повторяющее числитель (2.5.6). При равных знаменателях в (2.5.6) и (2.5.7) это означает, что $\underline{I}^A = \underline{I}^B$. Следовательно, теорема 2.5.1 доказана. Обоснована также схема числителя для функции тока, использованная в (2.5.7).

На основании теоремы 2.5.1 запишем тождество, которое отображает равенство числителей соответствующих СВО, представленных по неявному и явному методам наложения. По существу, это формула

выделения всех параметров источников, управляемых одним опорным единичным источником напряжения.

$$\begin{aligned}
 & \left| \begin{array}{c} \text{---} \overline{E_1-1} \underline{U} \text{---} \\ \text{---} \underline{U} \text{---} \\ \text{---} \underline{E_2} \underline{U} \text{---} \dots \text{---} \underline{E_N} \underline{U} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \underline{J_1} \underline{U} \text{---} \underline{J_2} \underline{U} \text{---} \dots \text{---} \underline{J_S} \underline{U} \text{---} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{E_1} + \\
 & + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{E_2} + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{E_N} + \\
 & + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{J_1} + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{J_2} + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{J_S}. \quad (2.5.8)
 \end{aligned}$$

Нуллятор занимает в многополюснике (см. выражение (2.5.8)) место приемника напряжения или тока.

Докажем возможность выбора в обобщенной теореме компенсации в качестве опорного источника дополнительно введенного источника тока с единичным значением. Для этого сформулируем теорему 2.5.2 путем замены понятий в формулировке теоремы 2.5.1 на дуальные [43] (взаимосоответствующие [16]) понятия: управляющее напряжение $\underline{U} \Leftrightarrow$ управляющий ток \underline{I} ; ИНУН \Leftrightarrow ИТУТ; ИТУН \Leftrightarrow ИНУТ; коэффициент передачи напряжения $k \Leftrightarrow$ коэффициент передачи тока t ; передаточная проводимость $y \Leftrightarrow$ передаточное сопротивление z ; идеальный проводник (короткозамкнутая ветвь) \Leftrightarrow разрыв (разомкнутая ветвь); последовательный \Leftrightarrow параллельный; источник ЭДС \Leftrightarrow источник тока.

Теорема 2.5.2. Если в произвольной ЛЭЦ на рис. 2.5.2,а, схемный определитель которой отличен от нуля, ввести параллельно с некоторым источником тока, например, $\underline{J_1}$ дополнительный опорный источник тока $\underline{J=1}$, а все независимые источники схемы заменить на источники, управляемые током введенного опорного источника $\underline{I=J=1}$, с параметрами (см. рис. 2.5.2,б)

$$t_1 = \frac{J_1 - 1}{\underline{J}} = \frac{J_1 - 1}{1}; \quad t_j = \frac{J_j}{\underline{J}} = \frac{J_j}{1}; \quad z_l = \frac{E_l}{\underline{J}} = \frac{E_l}{1}, \quad (2.5.9)$$

где $l=1,2,\dots,N$; $j=2,3,\dots,S$, то напряжения и токи в любой ветви схемы не изменятся. В дальнейшем единицы в знаменателях (2.5.9) будут удалены.

Теорема 2.5.2, полученная из ранее доказанной теоремы 2.5.1 путем замены величин и терминов взаимосоответствующими величинами и терминами, является доказанной в силу принципа взаимосоответствия.

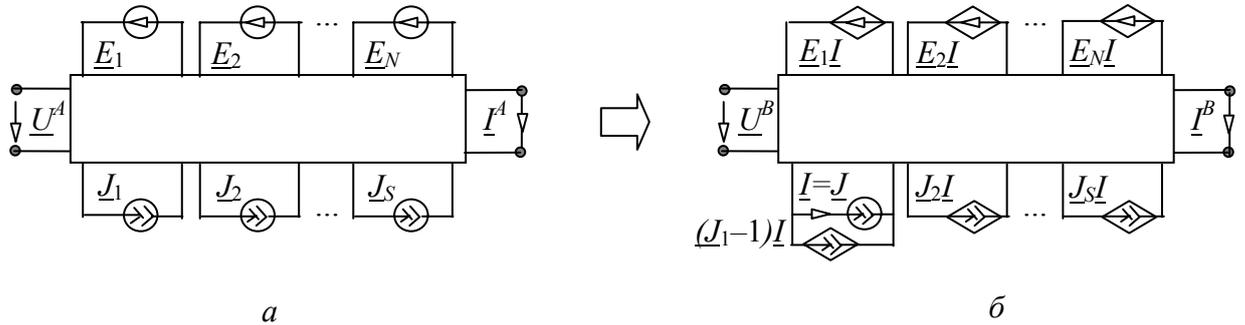


Рис. 2.5.2. Неявное наложение независимых источников с источником тока

Запишем с использованием теоремы 2.5.2 по схеме на рис. 2.5.2,б алгебраические и схемно-алгебраические выражения для напряжения

$$\underline{U}^A = \underline{U}^B = Z_{UJ=1} \cdot 1 = \frac{N_{ZUJ=1}}{D} = \frac{\left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } Z_{UJ=1} \end{array} \right|}{D} \quad (2.5.10)$$

и тока

$$\underline{I}^A = \underline{I}^B = T_{IJ=1} \cdot 1 = \frac{N_{TIJ=1}}{D} = \frac{\left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } T_{IJ=1} \end{array} \right|}{D}, \quad (2.5.11)$$

где $Z_{UJ=1}$ – передаточное сопротивление от опорного источника тока \underline{J} к приемнику напряжения \underline{U}^B для преобразованной схемы на рис. 2.5.2,б, в которую введен единичный источник тока \underline{J} , а все независимые источники представлены в виде УИ; $T_{IJ=1}$ – коэффициент передачи тока от опорного источника \underline{J} к приемнику тока \underline{I}^B для преобразованной схемы на рис. 2.5.2,б; $N_{ZUJ=1}$ и $N_{TIJ=1}$ – числители ССФ $Z_{UJ=1}$ и $T_{IJ=1}$ соответственно. Определители схем числителей в (2.5.10) и (2.5.11) совпадают с соответствующими определителями в (2.5.4) и (2.5.7), несмотря на различные схемы числителей, которые взаимно эквивалентны. САВ числителей (2.5.10) и (2.5.11) получены из рис. 2.5.2,б путем замены

опорного источника \underline{J} на норатор, а приемника напряжения \underline{U}^B или тока \underline{I}^B на нуллятор [228]. Алгебраические выражения в (2.5.10) и (2.5.11) предназначены для использования топологических методов формирования ССФ, а САВ – для получения ССФ с помощью МСО.

Исходя из теоремы 2.5.2, запишем по аналогии с (2.5.8) еще одно тождество

The diagrammatic equation (2.5.12) illustrates the decomposition of a circuit with multiple current sources. On the left, a circuit is shown with a top branch containing voltage sources E_1I, E_2I, \dots, E_NI and a bottom branch containing current sources $I, J_2I, \dots, J_S I$. The current source I is labeled as $(J_1-1)I$. This circuit is equal to the sum of N circuits, each with one voltage source E_k and the current source I in the top branch, and S circuits, each with one current source J_s in the bottom branch. The equation is labeled (2.5.12).

Схемно-алгебраическое тождество (2.5.12) так же, как и тождество (2.5.8), отображает равенство числителей произвольного СВО, полученных на основе неявного и традиционного методов наложения. Следует отметить, что в случае *НМН* в САВ (2.5.12) используются источники, управляемые током, в отличие от тождества (2.5.8), в котором применяются источники, управляемые напряжением.

Тождества (2.5.8) и (2.5.12) отражают схемно-алгебраическую связь неявного и явного методов наложения. Они показывают, что явный метод наложения является частным случаем *НМН*. Формулы *НМН* (см. выражение (2.5.1), левые части выражений (2.5.8) и (2.5.12)) переходят в формулы явного метода (см. выражение (2.1.2), правые части выражений (2.5.8) и (2.5.12)) при условии первоочередного выделения параметров всех источников. Практически тождества (2.5.8) и (2.5.12) используются по мере необходимости в соответствии с порядком формирования СВО по заданному критерию вычислительной сложности, а также на завершающем этапе построения функций, когда исчерпаны все первоочередные операции. Это операции, приводящие к исчезновению одного из двух слагаемых в формулах выделения параметров элементов.

Рассмотренная схемная интерпретация матрицы числителя в формуле *Крамера* (2.1.1) позволяет выполнять анализ ЛЭЦ с произвольным числом независимых источников, минуя процедуру нахождения ССФ, которые по существу являются побочными результатами при получении СВО. Искомое СВО получается в виде отношения определителей двух схем: схемы числителя и схемы знаменателя. Реализация *НМН* на основе единичного опорного источника не только обобщает традиционный

(явный) метод наложения, но и, как будет показано в следующем подразделе, повышает эффективность символьного анализа ЛЭЦ.

2.6. СРАВНЕНИЕ НЕЯВНОГО МЕТОДА НАЛОЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ ЕДИНИЧНОГО ИСТОЧНИКА С ТРАДИЦИОННЫМ МЕТОДОМ НАЛОЖЕНИЯ

2.6.1. Анализ установившегося режима трехфазной несимметричной цепи

Известный метод симметричных составляющих позволяет упростить расчет таких цепей только в случае, когда причины нарушения несимметрии сосредоточены в одном или двух местах системы [213]. В случае произвольной несимметричной трехфазной цепи символьный анализ может проводиться, как и любой другой цепи с несколькими гармоническими источниками, явным методом наложения. Предложенный выше неявный метод наложения на основе единичного источника позволяет формировать более экономичные СВО для токов и напряжений.

Ниже рассмотрен пример анализа трехфазной несимметричной цепи с двумя нагрузками, одна из которых является звездой сопротивлений, а вторая – треугольником сопротивлений [143]. Схема цепи изображена на рис. 2.6.1,а. Параметры всех элементов схемы различны. Исследуем один из аварийных режимов, когда сопротивление Z_3 замкнуто накоротко. Полученная схема представлена на рис. 2.6.1,б. Требуется найти СВО для тока \underline{I} .

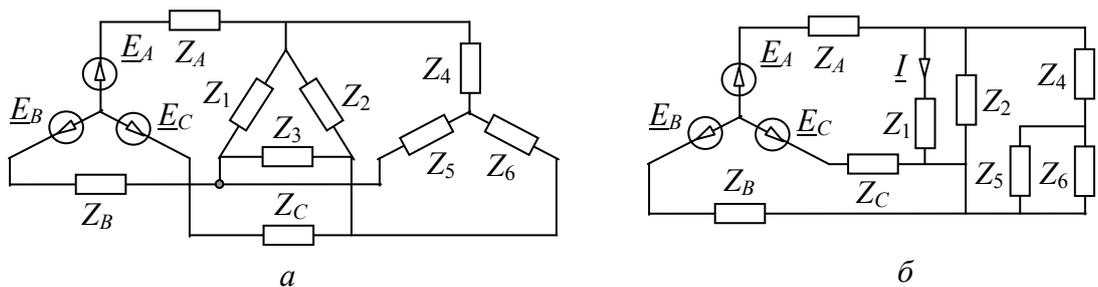


Рис. 2.6.1. Трехфазная цепь (а) и ее аварийный режим (б)

Для сравнения методов явного и неявного наложения построим выражение \underline{I} двумя способами, используя формулы (2.5.6) и (2.5.7). В силу явного метода наложения

$$\underline{I} = Y_{IA}^{BC \rightarrow 0} \underline{E}_A + Y_{IB}^{AC \rightarrow 0} \underline{E}_B + Y_{IC}^{AB \rightarrow 0} \underline{E}_C$$

или

$$\underline{I} = \frac{N_{YIA}^{BC \rightarrow 0} \underline{E}_A + N_{YIB}^{AC \rightarrow 0} \underline{E}_B + N_{YIC}^{AB \rightarrow 0} \underline{E}_C}{D}, \quad (2.6.1)$$

где $Y_{IA}^{BC \rightarrow 0}$, $Y_{IB}^{AC \rightarrow 0}$, $Y_{IC}^{AB \rightarrow 0}$ – передаточные проводимости от источников напряжения A , B и C соответственно к приемнику тока I при нейтрализованных остальных источниках (указаны в верхних индексах функций); $N_{YIA}^{BC \rightarrow 0}$, $N_{YIB}^{AC \rightarrow 0}$, $N_{YIC}^{AB \rightarrow 0}$ – числители схемных функций $Y_{IA}^{BC \rightarrow 0}$, $Y_{IB}^{AC \rightarrow 0}$, $Y_{IC}^{AB \rightarrow 0}$ соответственно. Для получения СВО по неявному методу наложения будем использовать непосредственно выражение (2.5.7). При формировании алгебраических выражений воспользуемся МСО.

Сначала найдем знаменатель выражения (2.5.6), который, как отмечалось, не зависит от явного или неявного метода формирования СВО и представляет собой определитель схемы

$$D = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with nodes } a \text{ and } b \text{ and impedances } Z_A, Z_1, Z_2, Z_4, Z_B, Z_C, Z_5, Z_6 \end{array} \right|. \quad (2.6.2)$$

Схема знаменателя (2.6.2) получена из рис. 2.6.1,б путем нейтрализации всех источников напряжения и приемника тока. Эта схема делится на две подсхемы по узлам a и b . Применяя формулу (1.3.4), получаем

$$D = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 1} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 2} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 3} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 4} \end{array} \right|. \quad (2.6.3)$$

Заменив в первом схемном определителе (2.6.3), который обозначим D_1 , последовательное соединение сопротивлений Z_A и Z_1 одним сопротивлением Z_A+Z_1 , получим схему из трех параллельных сопротивлений. Найдем определитель этой схемы по формуле выделения сопротивления. Следуя правилу кратности (см. подраздел 1.6.), выделим в первую очередь сопротивление Z_A+Z_1 . При его удалении получается элементарная схема – контур из двух сопротивлений Z_B и Z_C , а при стягивании – одноузловая схема с двумя петлями Z_B и Z_C . Вторая схема делится на две подсхемы по одному узлу, и к ней применяется соответствующая формула бисекции (1.3.4). Отсюда получаем $D_1=(Z_A+Z_1)(Z_B+Z_C)+Z_BZ_C$.

При разложении второго схемного определителя D_2 также используется формула бисекции по одному узлу (узлу a). Первая подсхема,

полученная в результате бисекции, представляет собой контур из сопротивления Z_2 . Вторая подсхема – параллельное соединение сопротивлений Z_4 , Z_5 и Z_6 , определитель которого раскрывается подобно определителю D_1 (см. выше). Следовательно, $D_2 = Z_2[Z_4(Z_5+Z_6)+Z_5Z_6]$. Третий D_3 (четвертый D_4) определитель выражения (2.6.3) находится аналогично второму D_2 (первому D_1) схемному определителю. После выполнения этих операций искомый определитель схемы

$$D = [(Z_A+Z_1)(Z_B+Z_C)+Z_BZ_C] Z_2[Z_4(Z_5+Z_6)+Z_5Z_6] + Z_1[Z_A(Z_B+Z_C)+Z_BZ_C] [(Z_2+Z_4)(Z_5+Z_6)+Z_5Z_6]. \quad (2.6.4)$$

Теперь найдем числитель СВО I по формуле явного метода наложения (2.6.1). Это выражение, как известно, формируется по частям. Первая часть – это числитель передаточной проводимости от источника A к приемнику I

$$N_{YIA}^{BC \rightarrow 0} = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with nodes } a \text{ and } b, \text{ and impedances } Z_A, Z_1, Z_2, Z_4, Z_5, Z_6. \end{array} \right|. \quad (2.6.5)$$

Схема под знаком определителя получена из схемы на рис. 2.6.1,б путем нейтрализации источников B и C , замены источника A и приемника тока I норатором и нуллатором соответственно. В этой схеме стянем сопротивления Z_A и Z_1 , соединенные последовательно с норатором и нуллатором соответственно, выделим сопротивление Z_2 , параллельное нуллатору. К преобразованной таким образом схеме применим формулу бисекции по двум узлам a и b . Одно из двух слагаемых этой формулы будет равно нулю, поскольку при замыкании узлов a и b левой подсхемы образуется контур из нуллатора. Следовательно,

$$N_{YIA}^{BC \rightarrow 0} = Z_2 \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with nodes } a \text{ and } b, \text{ and impedances } Z_B, Z_C. \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with impedances } Z_4, Z_5, Z_6. \end{array} \right|. \quad (2.6.6)$$

Схема в первом определителе выражения (2.6.6) содержит последовательное встречное соединение норатора и нуллатора, которое эквивалентно разомкнутой ветви. Таким образом, первый схемный определитель эквивалентен определителю контура из сопротивлений Z_B и Z_C . Второй схемный определитель этого выражения был найден ранее (см. выражение (2.6.4)). Таким образом, алгебраическое выражение первой части числителя (2.6.1) принимает вид

$$N_{YIA}^{BC \rightarrow 0} = Z_2(Z_B + Z_C)[Z_4(Z_5 + Z_6) + Z_5Z_6]. \quad (2.6.7)$$

Исходное САВ для второй части числителя (2.6.1) записывается аналогично выражению для его первой части (2.6.5)

$$N_{YIB}^{AC \rightarrow 0} = \left| \begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \text{---} \\ Z_A \\ \text{---} \end{array} & \begin{array}{c} \text{---} \\ Z_1 \\ \text{---} \end{array} & \begin{array}{c} \text{---} \\ Z_2 \\ \text{---} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{---} \\ Z_B \\ \text{---} \end{array} & \begin{array}{c} \text{---} \\ Z_C \\ \text{---} \end{array} & \begin{array}{c} \text{---} \\ Z_5 \\ \text{---} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{---} \\ Z_4 \\ \text{---} \end{array} & \begin{array}{c} \text{---} \\ Z_6 \\ \text{---} \end{array} & \begin{array}{c} \text{---} \\ Z_6 \\ \text{---} \end{array} \end{array} \right|. \quad (2.6.8)$$

В схеме под знаком определителя стянем сопротивления, соединенные последовательно с нулатором и норатором соответственно. Выделим сопротивления Z_2 и Z_C , которые параллельны нулатору и норатору. Стянем сопротивление Z_A , последовательное норатору. Заменяем идеальным проводником (с изменением знака определителя) параллельное встречное включение норатора и нулатора. В результате получается определитель параллельного соединения трех сопротивлений Z_4 , Z_5 и Z_6 , вычисленный ранее в (2.6.4). Отсюда следует

$$N_{YIB}^{AC \rightarrow 0} = -Z_2Z_C[Z_4(Z_5 + Z_6) + Z_5Z_6]. \quad (2.6.9)$$

САВ для третьей части числителя (2.6.1) записывается и раскрывается аналогично выражениям для его первой и второй частей

$$N_{YIB}^{AC \rightarrow 0} = \left| \begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \text{---} \\ Z_A \\ \text{---} \end{array} & \begin{array}{c} \text{---} \\ Z_1 \\ \text{---} \end{array} & \begin{array}{c} \text{---} \\ Z_2 \\ \text{---} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{---} \\ Z_B \\ \text{---} \end{array} & \begin{array}{c} \text{---} \\ Z_C \\ \text{---} \end{array} & \begin{array}{c} \text{---} \\ Z_5 \\ \text{---} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{---} \\ Z_4 \\ \text{---} \end{array} & \begin{array}{c} \text{---} \\ Z_6 \\ \text{---} \end{array} & \begin{array}{c} \text{---} \\ Z_6 \\ \text{---} \end{array} \end{array} \right| = -Z_2Z_B[Z_4(Z_5 + Z_6) + Z_5Z_6]. \quad (2.6.10)$$

Учитывая выражения (2.6.7), (2.6.9) и (2.6.10) в формуле (2.6.1), получаем

$$I = \frac{Z_2(Z_B + Z_C)[Z_4(Z_5 + Z_6) + Z_5Z_6]\underline{E}_A - Z_2Z_C[Z_4(Z_5 + Z_6) + Z_5Z_6]\underline{E}_B - Z_2Z_B[Z_4(Z_5 + Z_6) + Z_5Z_6]\underline{E}_C}{D}. \quad (2.6.11)$$

Выражение (2.6.11), сформированное методом наложения, содержит в числителе повторяющиеся одинаковые множители Z_2 и $Z_4(Z_5 + Z_6) + Z_5Z_6$. Для исключения этой избыточности — поиска и вынесения этих

множителей за скобки – требуются специальные трудоемкие алгоритмы. Этого можно избежать, если использовать обсуждаемый неявный метод наложения.

Для формирования числителя по неявному методу наложения воспользуемся формулой (2.5.7), согласно которой определитель схемы числителя

$$N_{YIU=1} = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } N_{YIU=1} \end{array} \\ \end{array} \right|. \quad (2.6.12)$$

В схеме определителя (2.6.12) стянем сопротивление Z_1 , последовательное нуллатору, выделим сопротивление Z_2 , параллельное нуллатору, применим к оставшейся схеме частный вариант (в сечении находится нуллатор) формулы бисекции по двум узлам a и b , уже использованный в выражении (2.6.6). Отсюда получаем

$$N_{YIU=1} = Z_2 \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } N_{YIU=1} \end{array} \right|. \quad (2.6.13)$$

Первый схемный определитель в выражении (2.6.13) обозначим N_1 , второй – N_2 . Стянем в схеме N_1 сопротивление Z_A , соединенное последовательно с нуллатором. Выделим сопротивление Z_B . Учтем, что при удалении этого сопротивления происходит нейтрализация источника $E_B U$. В результате имеем

$$N_1 = Z_B \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } N_1 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } N_1 \end{array} \right|. \quad (2.6.14)$$

В первом схемном определителе (2.6.14) стянем сопротивление Z_C , объединим два УИ в один $(E_A - E_C - 1)U$ и выделим его по формуле (1.1.16). Во втором определителе (2.6.14) выделим сопротивление Z_C . Соответствующая формула будет содержать только одно слагаемое, поскольку стягивание Z_C приводит к вырождению схемы вследствие появления контура из источников напряжения $E_C U$ и $E_B U$. Оставшиеся в схеме после выделения-удаления Z_C два источника объединяются в один

источник $(\underline{E}_A - \underline{E}_B - 1)\underline{U}$ (подобно первому определителю), который выделяется также по формуле (1.1.16). Подставляя в (2.6.13) сформированное выражение N_1 и формулу для второго определителя N_2 , найденную ранее (см. (2.6.4)), получаем числитель $N_{YU=1}$, который используем согласно (2.5.7) для записи искомого СВО

$$I = \frac{Z_2[Z_B(\underline{E}_A - \underline{E}_C) + Z_C(\underline{E}_A - \underline{E}_B)][Z_4(Z_5 + Z_6) + Z_5Z_6]}{D}. \quad (2.6.15)$$

Сравним количество вычислительных операций в числителях формул (2.6.11) и (2.6.15), полученных по явному и неявному методам наложения соответственно. В выражении (2.6.15) число умножений равно 6, сложений (вычитаний) – 5. В выражении (2.6.11) содержится 14 и 9 операций соответственно. Таким образом, СВО, сформированное неявным методом наложения, значительно экономичнее, чем СВО, полученное традиционным явным методом наложения. Неявный метод наложения эффективнее также по количеству формирующих схемно-алгебраических операций, поскольку исключает построение повторяющихся сомножителей, которое имеет место в явном методе наложения.

2.6.2. Анализ переходного процесса в линейной электрической цепи

В случае анализа ЛЭЦ операторным методом исходная схема цепи замещается операторной схемой, в которой каждый реактивный элемент представляется схемой, содержащей операторный источник напряжения или тока [213]. Таким образом, в операторной схеме замещения появляется большое количество независимых источников. В связи с этим для формирования операторных изображений СВО токов и напряжений целесообразно использовать неявный метод наложения, который позволяет получить более компактные операторные выражения, чем традиционный явный метод наложения. Для получения временных зависимостей токов и напряжений по известным операторным выражениям в настоящее время используются компьютерные математические системы.

Рассмотрим пример формирования операторного изображения напряжения на нагрузке параллельного колебательного контура, который подключается к источнику тока [138]. Исходная схема цепи представлена на рис. 2.6.2,а. Начальные условия для тока катушки индуктивности L и напряжения на конденсаторе C известны: $i_L(0) = i_0$ и $u_C(0) = u_0$. Операторная схема замещения цепи изображена на рис. 2.6.2,б, где $J(p)$ – операторное изображение источника j ; Li_0 – значение операторной ЭДС $E_L(p)$ катушки индуктивности L ; Cu_0 – значение операторного источника тока $J_C(p)$ для конденсатора C ; последовательное соединение двух сопротивлений R_3 и Lp преобразовано к одному сопротивлению $R_3 + Lp$.

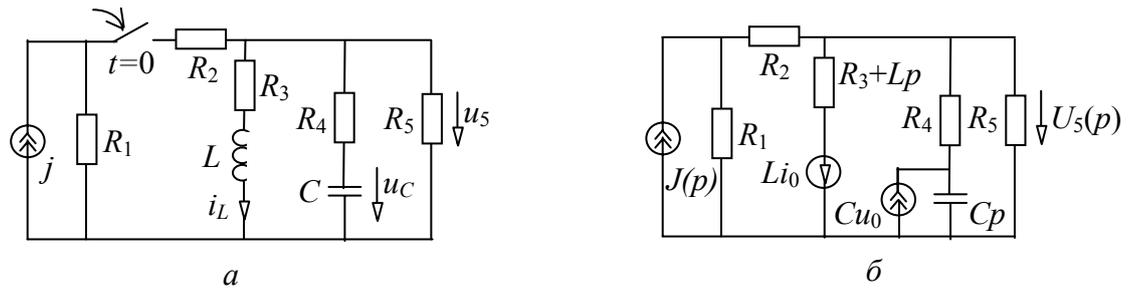


Рис. 2.6.2. Электрическая цепь (а) и ее операторная схема замещения (б)

Искомое напряжение на нагрузке $U_5(p)$ для сравнения найдем явным и неявным методами наложения. По явному методу с помощью формулы (2.5.3) запишем

$$U_5(p) = Z_{UJ}^{ELJC \rightarrow 0} J(p) + K_{UEL}^{JJC \rightarrow 0} Li_0 + Z_{UJC}^{JEL \rightarrow 0} Cu_0$$

или

$$U_5(p) = \frac{N_{ZUJ}^{ELJC \rightarrow 0} J(p) + N_{KUEL}^{JJC \rightarrow 0} Li_0 + N_{ZUJC}^{JEL \rightarrow 0} Cu_0}{D}. \quad (2.6.16)$$

где $Z_{UJ}^{ELJC \rightarrow 0}$, $Z_{UJC}^{JEL \rightarrow 0}$ – передаточные сопротивления от источников тока $J(p)$ и $J_C(p)$ соответственно (при нейтрализации остальных источников, которые указаны в верхнем индексе) к приемнику напряжения $U_5(p)$; $K_{UEL}^{JJC \rightarrow 0}$ – коэффициент передачи напряжения от источника $E_L(p)$ к приемнику напряжения $U_5(p)$ при нейтрализованных источниках $J(p)$ и $J_C(p)$; $N_{ZUJ}^{ELJC \rightarrow 0}$, $N_{KUEL}^{JJC \rightarrow 0}$, $N_{ZUJC}^{JEL \rightarrow 0}$ – числители схемных функций $Z_{UJ}^{ELJC \rightarrow 0}$, $K_{UEL}^{JJC \rightarrow 0}$, $Z_{UJC}^{JEL \rightarrow 0}$ соответственно.

Сначала сформируем знаменатель D функции (2.6.16), который, как уже отмечалось, не зависит от используемого явного или неявного метода наложения. Запишем САВ

$$D = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} R_2 \\ R_1 \end{array} \\ \begin{array}{c} R_3+Lp \\ R_4 \\ Cp \end{array} \\ \begin{array}{c} a \\ R_5 \\ b \end{array} \end{array} \right|. \quad (2.6.17)$$

САВ (2.6.17) получено из схемы на рис. 2.6.2,б путем нейтрализации источников тока $J(p)$, $J_C(p)$ и напряжения $E_L(p)$. Для раскрытия определителя (2.6.17) будем использовать схемно-алгебраические операции, уже использованные ранее при анализе трехфазной цепи.

Предварительно последовательное соединение сопротивлений R_1 и R_2 преобразуем к одному сопротивлению R_1+R_2 . Применяя формулу для определителя схемы, разделимой по двум узлам a и b , получаем

$$D = \left| \begin{array}{c} R_3+Lp \\ \parallel \\ R_1+R_2 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} a \\ R_4 \parallel R_5 \\ \parallel \\ Cp \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} R_3+Lp \\ \parallel \\ R_1+R_2 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} a \\ R_4 \parallel R_5 \\ \parallel \\ Cp \end{array} \right|. \quad (2.6.18)$$

Первый схемный определитель – это определитель контура из сопротивлений. Второй схемный определитель раскрывается по формуле определителя схемы, делимой по одному узлу a , и содержит два сомножителя. Первый сомножитель – определитель контура из сопротивления R_4 и проводимости Cp , второй сомножитель – определитель контура из сопротивления R_5 . Третий определитель в (2.6.18) находится так же, как и второй, по формуле одноузловой бисекции. Оба сомножителя в этой формуле – определители контуров из сопротивлений R_1+R_2 и R_3+Lp . Четвертый схемный определитель в (2.6.18) – определитель контура из сопротивления R_4+R_5 и проводимости Cp . Отсюда получаем

$$D = R_5(R_1 + R_2 + R_3 + Lp)(R_4Cp + 1) + (R_1 + R_2)(R_3 + Lp)[(R_4 + R_5)Cp + 1]. \quad (2.6.19)$$

Числитель выражения (2.6.16) находится по частям. Первая часть

$$N_{ZUJ}^{ELJC \rightarrow 0} = \left| \begin{array}{c} R_2 \\ \parallel \\ R_1 \\ \parallel \\ R_3+Lp \\ \parallel \\ R_4 \parallel R_5 \\ \parallel \\ Cp \end{array} \right|. \quad (2.6.20)$$

СЗВ (2.6.20) получено из схемы на рис. 2.6.2,б путем замены источника тока $J(p)$ и приемника напряжения $U_5(p)$ норатором и нуллатором соответственно, а также нейтрализации источников Li_0 и Cu_0 . Выделим в (2.6.20) сопротивления R_1 и R_5 , параллельные норатору и нуллатору соответственно. Стынем сопротивление R_2 , соединенное последовательно с норатором. Выделим сопротивление R_3+Lp , параллельное норатору. Заменяем идеальным проводником параллельное согласное соединение норатора и нуллатора. Запишем определитель элементарного контура из сопротивления R_4 и проводимости Cp . Отсюда получается выражение первой части числителя (2.6.16)

$$N_{ZUJ}^{ELJC \rightarrow 0} = R_1 R_5 (R_3 + Lp) (R_4 Cp + 1). \quad (2.6.21)$$

Аналогично находятся вторая и третья части выражения числителя (2.6.16), которые приведены ниже без комментариев

$$N_{KUEL}^{JJC \rightarrow 0} = \left| \begin{array}{cccc} R_2 & & & \\ R_1 & R_3+Lp & & \\ & R_4 & R_5 & \\ & Cp & & \end{array} \right| = -R_5(R_1 + R_2)(R_4Cp + 1), \quad (2.6.22)$$

$$N_{ZUJC}^{JEL \rightarrow 0} = \left| \begin{array}{cccc} R_2 & & & \\ R_1 & R_3+Lp & & \\ & R_4 & R_5 & \\ & Cp & & \end{array} \right| = R_5(R_3 + Lp)(R_1 + R_2). \quad (2.6.23)$$

Подставляя выражения (2.6.17), (2.6.21)–(2.6.23) в формулу (2.6.16), получаем искомое СВО по явному методу наложения

$$U_5(p) = \frac{R_1(R_3 + Lp)R_5(R_4Cp + 1)J(p) - R_5(R_1 + R_2)(R_4Cp + 1)Li_0 + R_5(R_3 + Lp)(R_1 + R_2)Cu_0}{D}. \quad (2.6.24)$$

Теперь сформируем СВО, воспользовавшись неявным методом наложения, например, по формуле (2.5.10), которая в данном случае имеет вид

$$U_5(p) = \frac{N_{ZUJ=1}}{D}, \quad (2.6.25)$$

причем числитель имеет вид

$$N_{ZUJ=1} = \left| \begin{array}{cccc} & & R_2 & \\ I & (J-1)I & R_3+Lp & \\ & R_1 & R_4 & R_5 \\ & Li_0I & Cp & Cu_0I \end{array} \right|. \quad (2.6.26)$$

В формуле (2.6.26) и далее в текущем примере операторные токи $J(p)$ и $I(p)$ обозначаются сокращенно J и I соответственно из-за отсутствия места для их полного написания. Для раскрытия определителя (2.6.26) выделим сопротивление R_5 , параллельное нуллатору, и сопротивление R_3+Lp

Сравним выражение (2.6.24), полученное явным методом наложения, и выражение (2.6.29), сформированное с помощью предлагаемого неявного метода. Числитель формулы (2.6.24) содержит 18 операций умножения и 8 операций сложения. Числитель выражения (2.6.29) включает 14 и 7 операций соответственно. Длина выражения (2.6.24) составляет 65 символов. При этом учитываются знаки операций, каждая из скобок, идентификатор переменной представляется одним символом. Формула (2.6.29) содержит 56 соответствующих символов. Таким образом, СВО по неявному методу наложения является более компактным и экономичным по количеству вычислительных операций.

2.7. МЕТОД ВЫДЕЛЕНИЯ НЕЗАВИСИМЫХ ИСТОЧНИКОВ

НМН реализован на основе собственного и единичного опорного источника (см. подразделы 2.3–2.6). Достоинством этих методов является возможность формирования СВО общего вида (2.3.1) и (2.5.1). В схемах числителей этих выражений отсутствуют независимые источники воздействия, которые замещены источниками, управляемыми опорным источником тока (напряжения), или дополнительным единичным источником. Таким образом, в СВО, формируемых методом отношений воздействий, присутствуют в качестве параметров отношения воздействий, что может усложнить аналитическое исследование выражений в случае переменных воздействий. Наличие дополнительного источника в методе опорного источника приводит к усложнению исходной схемы.

Отмеченные недостатки названных методов побуждают ввести понятие *определителя схемы, содержащей независимые источники* [138]. Для разложения определителя схемы с независимыми источниками воздействий требуются формулы их выделения, что позволит разработать *метода выделения независимых источников* или *обобщенный метод выделения параметров*.

Традиционно принято отождествлять понятия определителя схемы со знаменателем ее схемной функции (или знаменателем СВО), то есть знаменатель СВО получается как определитель схемы, образованной из исходной схемы в результате нейтрализации независимых источников и приемников откликов. Напомним, что следствием нейтрализации является удаление независимых источников тока и приемников напряжения, а также стягивание независимых источников напряжения и приемников тока.

Отклоняясь от существующей традиции, будем отождествлять понятие числителя СВО с понятием определителя исходной схемы, в которой приемник с искомым током и напряжением заменен на нуллятор, как показано на рис. 2.7.1,а,б.

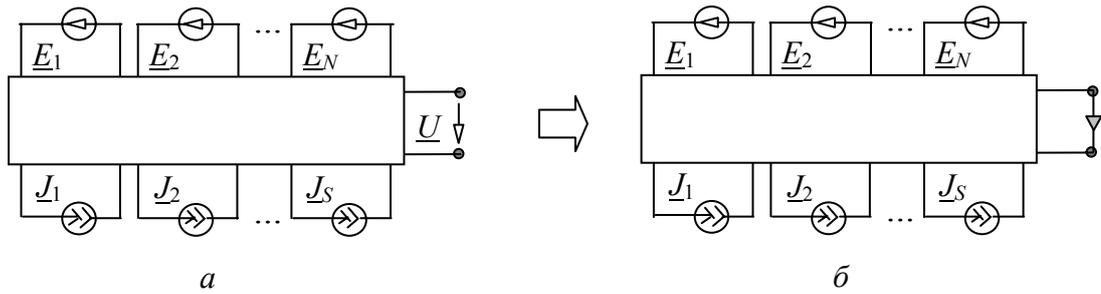


Рис. 2.7.1. Преобразование исходной схемы (а) к схеме числителя (б)

2.7.1. Выделение параметров независимых источников

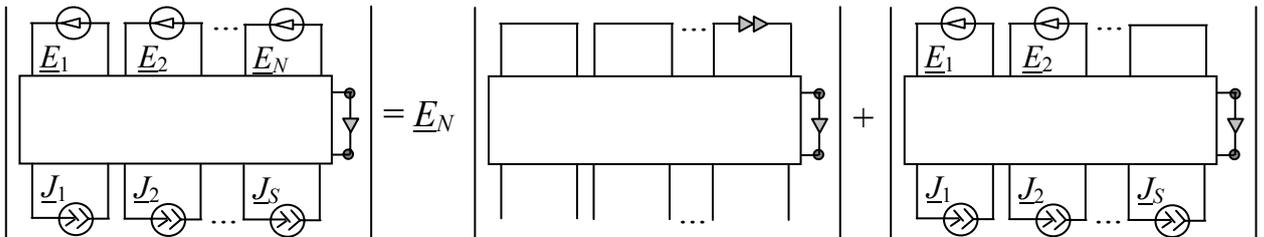
Для разложения определителя схемы с независимыми источниками воздействий требуются формулы их выделения. Рассмотрим произвольную ЛЭЦ на рис. 2.7.1,а, в которой имеется N независимых источников ЭДС и S источников тока. Требуется построить символьное выражение для напряжения \underline{U} . Запишем сначала в соответствии с методом наложения (2.3.4) числитель искомого СВО

$$\begin{aligned}
 N = & \left| \begin{array}{c} \text{---} \triangleright \text{---} \dots \text{---} \triangleright \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{E}_1 + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \triangleright \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{E}_2 + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \triangleright \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{E}_N + \\
 + & \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{J}_1 + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{J}_2 + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{J}_S.
 \end{aligned}
 \tag{2.7.1}$$

Выражение (2.7.1) можно рассматривать как формулу одновременного выделения всех независимых источников. В подразделе 2.1. отмечалось, что такое выделение является неэффективным с точки зрения получения компактного СВО. Для обеспечения последовательного выделения независимых источников необходимо вывести формулу выделения только одного (произвольного) источника.

Искомую формулу выделения независимого источника получим на основе схемы числителя, представленной на рис. 2.7.1,б. Эта схема получена из исходной схемы на рис. 2.7.1,а путем замены приемника напряжения \underline{U}_S нуллатором. Такое изменение схемы соответствует (2.7.1), каждое слагаемое которого содержит вместо приемника напряжения нуллатором. Нуллатор, замещающий приемник с искомым напряжением или током, не отличается от ранее рассмотренных нуллаторов и обладает всеми их свойствами.

Исследуем (2.7.1) на предмет получения формулы выделения, например, источника ЭДС \underline{E}_N . Очевидно, искомая формула, как и формулы выделения сопротивления (1.1.6), проводимости (1.1.5) и УИ (1.1.16), будет содержать два слагаемых. Первое слагаемое повторяет слагаемое из (2.7.1), которое содержит параметр \underline{E}_N , а вторым слагаемым будет САВ, в котором источник \underline{E}_N нейтрализован. Последнее слагаемое получается путем объединения в одном САВ всех слагаемых из (2.7.1), кроме одного, содержащего \underline{E}_N . В результате искомая САВ для выделения \underline{E}_N имеет вид

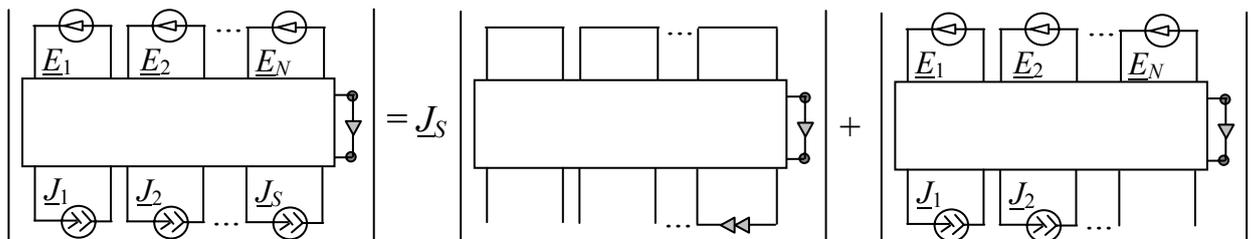


или в алгебраическом виде

$$\Delta = \underline{E}_N \Delta(-\underline{E}_N \rightarrow \text{норатор}; \underline{E}, \underline{J} \rightarrow 0) + \Delta(\underline{E}_N = 0), \quad 2.7.2$$

где $\Delta(-\underline{E}_N \rightarrow \text{норатор}; \underline{E}, \underline{J} \rightarrow 0)$ – определитель схемы, полученной из исходной схемы в результате преобразования выделяемого источника \underline{E}_N норатором противоположного направления, а все остальные независимые источники нейтрализованы; $\Delta(\underline{E}_N = 0)$ – определитель схемы, образованной из исходной схемы путем нейтрализации источника \underline{E}_N .

Аналогичным образом получается САВ для выделения источника тока



или в алгебраическом виде

$$\Delta = \underline{J}_S \Delta(-\underline{J}_S \rightarrow \text{норатор}; \underline{E}, \underline{J} \rightarrow 0) + \Delta(\underline{J}_S = 0), \quad (2.7.3)$$

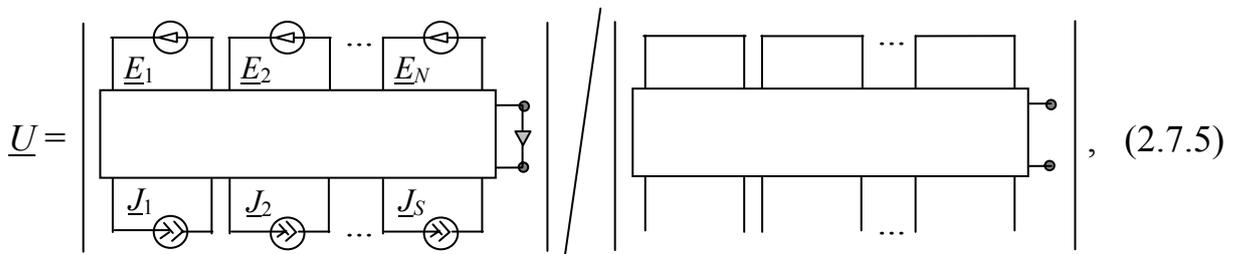
где $\Delta(-\underline{J}_S \rightarrow \text{норатор}; \underline{E}, \underline{J} \rightarrow 0)$ – определитель схемы, полученной из исходной схемы в результате преобразования выделяемого источника \underline{J}_S норатором противоположного направления, а все остальные независимые источники нейтрализованы; $\Delta(\underline{J}_S = 0)$ – определитель схемы, образованной из исходной схемы путем нейтрализации источника \underline{J}_S .

Алгебраические формулы (2.7.2) и (2.7.3) для выделения параметров независимых источников ЭДС и тока могут быть записаны в виде одного выражения

$$\Delta = \underline{X}_Q \Delta(-\underline{X}_Q \rightarrow \text{норатор}; \underline{X} \rightarrow 0) + \Delta(\underline{X}_Q = 0), \quad (2.7.4)$$

где \underline{X}_Q – параметр независимого источника напряжения или тока с номером Q ; $\Delta(-\underline{X}_Q \rightarrow \text{норатор}; \underline{X} \rightarrow 0)$ – определитель схемы, полученной из исходной схемы в результате замены выделяемого источника \underline{X}_Q на норатор противоположного направления, а все остальные независимые источники нейтрализованы; $\Delta(\underline{X}_Q = 0)$ – определитель схемы, образованной из исходной схемы путем нейтрализации источника \underline{X}_Q .

СВО для напряжения \underline{U} (см. рис. 2.7.1,а) получается в виде САВ



где числитель получается в результате нейтрализации источников воздействия и приемника с искомым откликом.

Для разложения числителя в САВ (2.7.5) используется формула выделения независимых источников (2.7.4) наравне с известными формулами выделения сопротивления (1.1.6), проводимости (1.1.5) и УИ (1.1.15). Порядок выделения элементов может быть произвольным. Однако очередность применения той или иной формулы к тому или иному элементу схемы влияет на объем требуемых выкладок и сложность результирующего алгебраического выражения. Правила формирования оптимальных выражений рассматривались в п. 1.1.9. В первую очередь выделяются элементы с максимальными показателями участия, для которых второе слагаемое соответствующей формулы выделения обращается в нуль.

САВ для СВО вида (2.7.5) выгодно отличается от САВ (2.3.5), (2.3.13), (2.3.15), (2.3.16), (2.5.4), (2.5.7), (2.5.10), (2.5.11), отсутствием дополнительных элементов в схеме числителя СВО. Однако метод выделения независимых источников, в отличие от методов отношений воздействий и единичного источника, требует использования дополнительной формулы (2.7.4).

2.7.2. Пример формирования операторных выражений символьных выражений откликов

Выполним анализ схемы на рис. 2.6.2,а, рассмотренной ранее в п. 2.6.2, используя метод выделения независимых источников. Знаменатель операторного выражения напряжения $U_5(p)$ для схемы замещения на рис. 2.6.2,б находится так же, как в п. 2.6.2. Исходное САВ числителя N записывается согласно (2.7.5)

$$N = \left| \begin{array}{cccc} R_2 & & & \\ & R_3+Lp & & \\ & & R_4 & \\ & & & R_5 \\ J(p) & Li_0 & Cu_0 & Cp \end{array} \right|. \quad (2.7.6)$$

В первую очередь выделяется сопротивление R_5 , имеющее максимальный показатель участия, а затем, например, независимый источник тока Cu_0

$$N = R_5 \left(\begin{array}{c} Cu_0 \\ \left| \begin{array}{cccc} R_2 & & & \\ & R_3+Lp & & \\ & & R_4 & \\ & & & Cp \end{array} \right| + \left| \begin{array}{cccc} R_2 & & & \\ & R_3+Lp & & \\ & & R_4 & \\ J(p) & Li_0 & & Cp \end{array} \right| \end{array} \right). \quad (2.7.7)$$

В первом схемном определителе заменим последовательное соединение R_1 и R_2 одним сопротивлением R_1+R_2 , удалим Cp , стянем R_4 , заменим проводником параллельное согласное соединение норатора и нуллатора. Для раскрытия второго определителя в САВ (2.7.7) используем частную формулу для двухполюсника, соединенного с нуллатором (см. строку 5 табл. П.1.12). После выполнения указанных операций числитель искомого СВО принимает вид

$$N = R_5 \left(\begin{array}{c} Cu_0 \\ \left| \begin{array}{cc} R_3+Lp & \\ R_1+R_2 & \end{array} \right| + (R_4Cp+1) \left| \begin{array}{cccc} R_2 & & & \\ & R_3+Lp & & \\ & & R_4 & \\ J(p) & Li_0 & & \end{array} \right| \end{array} \right). \quad (2.7.8)$$

В первом слагаемом САВ (2.7.8) найдем определитель схемы, разделимой на две части по одному узлу. Во втором слагаемом выделим в произвольном порядке источники $J(p)$ и Li_0 . В результате получаем

$$N = R_5 \left[Cu_0(R_1+R_2)(R_3+Lp)+(R_4Cp+1) \left(J(p) \left(\begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \text{Circuit 2} \end{array} \right) + Li_0 \left(\begin{array}{c} \text{Circuit 3} \\ \text{Circuit 4} \end{array} \right) \right) \right]. \quad (2.7.9)$$

В первом схемном определителе выделим сопротивления R_3+Lp и R_1 , стянем R_2 , запишем значение определителя контура из норатора и нуллатора. Во втором определителе стянем R_3+Lp , заменим проводником с изменением знака слагаемого параллельное встречное соединение норатора и нуллатора, запишем значение определителя контура из R_1 и R_2 . В результате получается алгебраическое выражение числителя искомого СВО

$$N = R_5 \{ Cu_0(R_1 + R_2)(R_3 + Lp) + (R_4 Cp + 1)[J(R_3 + Lp)R_1 - Li_0(R_1 + R_2)] \}. \quad (2.7.10)$$

Выражение (2.7.10) содержит 13 операций умножения, 7 сложений, всего 55 символов. Это выражение требует на одно умножение меньше, чем СВО (2.6.28). Отметим, что СВО (2.7.10) можно получить и методом единичного опорного источника, если после выделения R_5 выделить в (2.6.26) параметр УИ Cu_0I . Таким образом, метод выделения независимых источников и метод единичного опорного источника обеспечивают произвольный порядок выделения элементов. Однако первый метод в отличие от второго не требует введения в схему дополнительного УИ, что уменьшает объем проводимых выкладок.

2.8.2.8. НЕЯВНЫЙ МЕТОД НАЛОЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ РАЗОМКНУТОГО ЕДИНИЧНОГО ИСТОЧНИКА ЭДС

Рассмотрим произвольную ЛЭЦ на рис. 2.8.1,а, которая содержит независимые источники тока и напряжения, сопротивления и проводимости, УИ всех четырех типов, в также нулор. Все эти элементы, кроме независимых источников, включены в неавтономный многополюсник на рис. 2.8.1,а. Независимые источники подсоединены к его внешним полюсам. На внешние полюсы выведена также ветвь с искомым током I и один из произвольных узлов цепи, который будет вспомогательным для преобразования исходной схемы. В такой схеме существует единственное решение задачи анализа, если для нее

выполняется условие невырожденности – условие отличия от нуля ее определителя [143, 312].

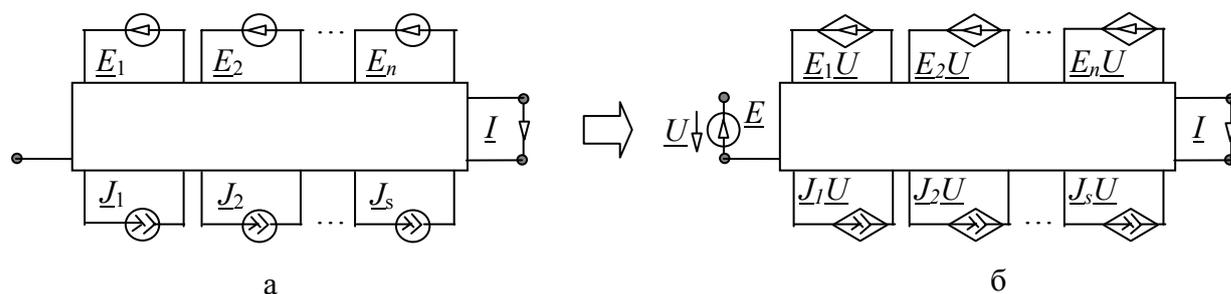


Рис. 2.8.1. Исходная схема (а) и эквивалентная схема (б) с единичным управляющим источником

Используя формулу (2.1.2) и метод схемных определителей, запишем схемно-алгебраическую формулу для тока

$$I = \frac{\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \dots \text{---} \rightarrow \text{---} \\ \text{---} \leftarrow \text{---} \dots \text{---} \leftarrow \text{---} \end{array} \right| E_1 + \left| \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \dots \text{---} \rightarrow \text{---} \\ \text{---} \leftarrow \text{---} \dots \text{---} \leftarrow \text{---} \end{array} \right| E_2 + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \dots \text{---} \rightarrow \text{---} \\ \text{---} \leftarrow \text{---} \dots \text{---} \leftarrow \text{---} \end{array} \right| E_n + \\ + \left| \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \dots \text{---} \rightarrow \text{---} \\ \text{---} \leftarrow \text{---} \dots \text{---} \leftarrow \text{---} \end{array} \right| J_1 + \left| \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \dots \text{---} \rightarrow \text{---} \\ \text{---} \leftarrow \text{---} \dots \text{---} \leftarrow \text{---} \end{array} \right| J_2 + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \dots \text{---} \rightarrow \text{---} \\ \text{---} \leftarrow \text{---} \dots \text{---} \leftarrow \text{---} \end{array} \right| J_s \end{array}}{\left| \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \dots \text{---} \rightarrow \text{---} \\ \text{---} \leftarrow \text{---} \dots \text{---} \leftarrow \text{---} \end{array} \right|} \quad (2.8.1)$$

где между вертикальными чертами – символами определителя – помещены схемы, полученные из исходной схемы на рис. 2.8.1,а. Так, схема знаменателя, который, как было отмечено, является определителем исходной схемы, сформирована путем нейтрализации в ней независимых источников и приемников – заменой источников ЭДС и приемников тока проводниками, удалением источников тока и приемников напряжения. Схема для каждого слагаемого числителя (2.8.1) получена из исходной схемы путем замены приемника тока I нуллатором, а соответствующего источника ЭДС или тока – норатором противоположной ориентации, при этом остальные независимые источники нейтрализуются.

Как видно из (2.8.1), числителю отклика в соответствии с принципом наложения действительно соответствует множество схем. Чтобы получить одну единую схему числителя, введем в исходную схему на рис. 3.2.1,а опорный источник, например ЭДС, с единичным параметром $E = 1$.

Подсоединим его одним из зажимов к свободному полюсу многополюсника, а второй зажим оставим неподключенным. Полученная схема будет эквивалентна исходной, поскольку единичный источник нейтрализован размыканием и не оказывает никакого влияния на режим цепи.

Умножим параметр каждого из НИ в схеме с единичным источником на дробь $\underline{U}/\underline{U}$, где $\underline{U} = \underline{E} = 1$ – напряжение на единичном источнике. Поскольку дробь также равна единице, то режим полученной схемы будет совпадать с режимом исходной схемы. Преобразуем все НИ с параметрами $\underline{E}_1\underline{U}/\underline{U}$, $\underline{E}_2\underline{U}/\underline{U}$, ..., $\underline{E}_n\underline{U}/\underline{U}$, $\underline{J}_1\underline{U}/\underline{U}$, $\underline{J}_2\underline{U}/\underline{U}$, ..., $\underline{J}_s\underline{U}/\underline{U}$ в зависимые источники, управляемые напряжением \underline{U} единичного источника, с параметрами $\underline{E}_1/\underline{U}$, $\underline{E}_2/\underline{U}$, ..., $\underline{E}_n/\underline{U}$, $\underline{J}_1/\underline{U}$, $\underline{J}_2/\underline{U}$, ..., $\underline{J}_s/\underline{U}$ соответственно. Поскольку $\underline{U} = 1$, то параметрами УИ будут фактически параметры НИ \underline{E}_1 , \underline{E}_2 , ..., \underline{E}_n , \underline{J}_1 , \underline{J}_2 , ..., \underline{J}_s с физическими размерностями, соответствующими коэффициентам передачи напряжения и передаточным проводимостям соответственно. Полученная схема с УИ на рис. 2.8.1,б эквивалентна исходной схеме в силу единичного управляющего напряжения, которое гарантирует сохранение величин преобразованных источников такими же, как в исходной схеме. На этом основании искомый ток \underline{I} можно найти по схеме с единичным источником на рис. 2.8.1,б. Поскольку в этой схеме один независимый источник, то отклик находится с помощью одной схемной функции

$$\underline{I} = Y_{IE}^{EJ \rightarrow VII} \underline{E} = \frac{N_{YIE}^{EJ \rightarrow VII}}{D} = \frac{\text{[Circuit Diagram]}}{D}, \quad (2.8.2)$$

где $Y_{IE}^{EJ \rightarrow VII}$ – передаточная проводимость от источника \underline{E} к приемнику \underline{I} для схемы на рис. 3.2.1,б, в которой все независимые источники, кроме опорного источника \underline{E} , преобразованы в УИ; $N_{YIE}^{EJ \rightarrow VII}$ – числитель передаточной проводимости $Y_{IE}^{EJ \rightarrow VII}$.

Схемно-алгебраическая формула (САФ) в (2.8.2) получена, как и формула (2.8.1), по МСО. Как видно, числитель отклика содержит только один определитель и одну соответствующую ему схему числителя в отличие от множества определителей и совокупности схем в (2.8.1).

Схема знаменателя D в (2.8.2) совпадает с соответствующей схемой в (2.8.1), поэтому здесь не показана. Совпадение схем знаменателей в (2.8.1) и (2.8.2) означает, что введение в схему единичного управляющего источника не изменяет условий существования и единственности решения задачи анализа, то есть сохраняет невырожденность исходной схемы.

Из совпадения знаменателей (2.8.1) и (2.8.2) следует тождественность, но не совпадение соответствующих числителей. Формируемые символьные выражения числителей по (2.8.1) и (2.8.2) будут различаться порядком следования параметров и вычислительных операций. САФ (2.8.1) – это частный случай (2.8.2), получающийся при первоочередном выделении параметров независимых источников. Покажем это.

Выделим в числителе (2.8.1) параметр произвольного УИ, например $\underline{E}_n \underline{U}$, по известной формуле, упростим полученное выражение по правилам МСО, запишем результат

$$N_{YIE}^{EJ \rightarrow YII} = \underline{E}_n \left(\text{Diagram} \right) + \left(\text{Diagram} \right) \cdot \underline{U} \quad (2.8.3)$$

Выражение (2.8.3) – это формула выделения параметра источника ЭДС из схемы числителя (2.8.2). Аналогичная формула получается и для выделения параметра источника тока

$$N_{YIE}^{EJ \rightarrow YII} = \underline{J}_s \left(\text{Diagram} \right) + \left(\text{Diagram} \right) \cdot \underline{U} \quad (2.8.4)$$

Если в числителе (2.8.2) выделить с помощью формул (2.8.3) и (2.8.4) все представленные там УИ, то получим числитель (2.8.1). Это доказывает, что (2.8.1) является частным случаем более общей схемно-алгебраической формулы (2.8.2). Последняя формула обеспечивает произвольное выделение параметров всех элементов схемы, в том числе независимых источников.

Отметим, что для получения схемы числителя САФ (2.8.2) *не требуется* *единичный источник*, который был использован для вывода этой формулы. Для этого достаточно ввести в исходную схему внешний управляющий норатор, который подсоединяется одним полюсом к любому узлу схемы, а все НИ заменяются на УИ, управляемые напряжением норатора, приемник отклика – нуллатором. СВО формируются в этом случае с помощью формул выделения параметров, в том числе параметров независимых источников (2.8.3), (2.8.4). Метод получения СВО

электрических схем с несколькими независимыми источниками на основе алгебраических и схемно-алгебраических формул вида (2.8.1) и (2.8.2) назовем неявным методом наложения на основе управляющего разомкнутого норатора. Наряду с разомкнутым управляющим норатором может использоваться замкнутый в петлю норатор. В этом случае управляющей переменной для УИ является ток норатора.

Сравним тождественно равные числители отклика \underline{I} , полученные по принципу наложения источников (2.8.1) и *НМН* на основе разомкнутого управляющего норатора (2.8.2). Как видно, единой схеме числителя в (2.8.2) соответствует $m = n + s$ схем в (2.8.1), одному нуллатору в (2.8.2) – m нуллаторов в (2.8.1), одному норатору в (2.8.2) – m нораторов в (2.8.1) и, следовательно, одному нуллатору в (2.8.2) соответствует m нуллаторов в (2.8.1). В связи с этим можно говорить о многомерном или m -мерном нуллаторе в формулах (2.8.2)–(2.8.4) а, соответственно, о многомерных нуллаторе и нораторе. В ниже следующих формулах (2.8.5) и (2.8.6) многомерные норатор и нуллатор вычерчиваются двойной жирной линией.

При выделении параметра независимого источника из (2.8.2) по формуле (2.8.3) или (2.8.4) соответствующие нуллатору и норатору выбираются из многомерных нуллатора и норатора в (2.8.2) и устанавливаются в первом слагаемом (2.8.3) или (2.8.4) вместо приемника отклика и независимого источника соответственно. При этом норатор ориентируется против направления независимого источника.

Как уже отмечалось, положение многомерного норатора в схеме числителя (2.8.2) не играет роли при формировании ССФ. Поэтому для уменьшения числа элементов в этой схеме можно скрыть положение многомерного норатора, а поскольку управляющее напряжение является единичным, то представить УИ независимыми источниками, как в исходной схеме. Тогда САФ (2.8.2) преобразуется к более простому виду

$$\underline{I} = \frac{N}{D} = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \overleftarrow{E_1} \quad \overleftarrow{E_2} \quad \dots \quad \overleftarrow{E_N} \\ \hline \text{---} \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{c} \overrightarrow{J_1} \quad \overrightarrow{J_2} \quad \dots \quad \overrightarrow{J_s} \\ \hline \text{---} \\ \hline \end{array} \end{array} \right| \Bigg/ D. \quad (2.8.5)$$

Упрощенная САФ для выделения источника ЭДС выводится из (2.8.3) и имеет вид

$$N = E_n \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{---} \\ \hline \text{---} \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{c} \overrightarrow{J_1} \quad \overrightarrow{J_2} \quad \dots \quad \overrightarrow{J_s} \\ \hline \text{---} \\ \hline \end{array} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \overleftarrow{E_1} \quad \overleftarrow{E_2} \quad \dots \\ \hline \text{---} \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{c} \overrightarrow{J_1} \quad \overrightarrow{J_2} \quad \dots \quad \overrightarrow{J_s} \\ \hline \text{---} \\ \hline \end{array} \end{array} \right|. \quad (2.8.6)$$

Упрощенная САФ для выделения параметра источника тока может быть получена из формулы (2.8.4) аналогично (2.8.6).

Таким образом, применение единой схемы числителя в (2.8.2) или (2.8.5), а также формул выделения параметров сопротивлений, проводимостей, УИ [4, 5] и независимых источников (2.8.3), (2.8.4) или (2.8.6) позволяет сформировать при учете критерия максимального участия параметров [227] компактные и экономичные СВО.

2.9. СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕПНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

Цепные (A и B) параметры проходных четырехполюсников нашли широкое применение при анализе фильтров, трансформаторов, длинных линий, усилителей и других устройств, использующих каскадное соединение составных частей [181]. Поскольку в настоящее время все чаще используются аналитические методы исследования цепей [25, 289], то представляет интерес определение цепных параметров в символьной форме.

Рассмотрим с этой целью МСО, позволяющий путем эквивалентных преобразований исходных схемно-алгебраических выражений (САВ) получить символьные выражения для шести известных схемных функций, – это входное сопротивление и проводимость, передаточные сопротивление и проводимость, коэффициенты передачи напряжения и тока.

Однако использовать непосредственно САВ из табл. 1.1.1 для определения цепных параметров четырехполюсника не удастся. Убедимся в этом. Запишем сначала уравнение четырехполюсника

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}. \quad (2.9.1)$$

Для определения A -параметров используем широко распространенный метод холостого хода и короткого замыкания [213]. В этом случае параметр A_{11} находится по формуле

$$\underline{A}_{11} = \underline{U}_1 / \underline{U}_2 \quad (2.9.2)$$

при $\underline{I}_2 = 0$, то есть при разомкнутой второй стороне четырехполюсника. Соответствующее САВ (см. табл. 1.1.1) предполагает в соответствии с (2.9.2) подключение ко второй стороне четырехполюсника источника ЭДС \underline{E}_2 , что невозможно. Аналогичные противоречия возникают и при рассмотрении других элементов матриц A и B . В связи с этим представляет

интерес задача получения САВ для непосредственного нахождения элементов указанных матриц в символьной форме.

Обсудим ограничения, которые налагаются при определении элемента A_{11} . Уже было отмечено, что вторая сторона четырехполюсника должна быть разомкнута. К первой стороне может быть подключен источник ЭДС $\underline{E}_1 = \underline{U}_1$ или источник тока \underline{J}_1 . Результаты расчета должны быть одинаковыми. Исследуем сначала первый вариант схемы, который изображен на рис. 2.9.1,а.

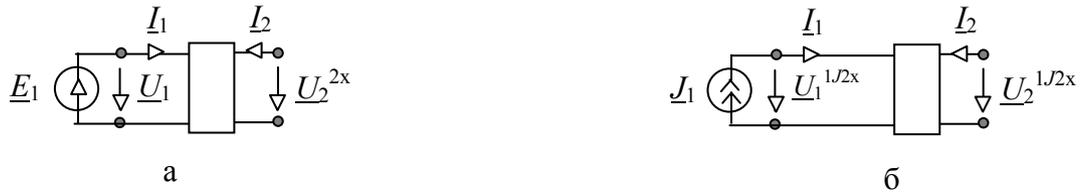


Рис. 2.9.1. Исследование четырехполюсника

Запишем САВ для коэффициента передачи четырехполюсника от первой стороны (от источника) ко второй разомкнутой (на холостом ходу) стороне

$$K_{21}^{1E2x} = \underline{U}_2^{1E2x} / \underline{E}_1 = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \Bigg/ \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|. \quad (2.9.3)$$

Верхним индексом у переменных и схемных функций будем отмечать состояние сторон: «х» – холостой ход, «к» – короткое замыкание, «E» – подключение ЭДС, «J» – подключение источника тока. Искомый параметр A_{11} найдем по формуле (2.9.2) с учетом, что $\underline{U}_1 = \underline{E}_1$, а $\underline{U}_2 = \underline{U}_2^{2x}$. Используя для этого выражение (2.9.3), получаем

$$A_{11} = \underline{E}_1 / \underline{U}_2^{2x} = 1 / K_{21}^{2x} = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \Bigg/ \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|. \quad (2.9.4)$$

Рассмотрим второй вариант определения параметра A_{11} . Для этого подключим к первой стороне четырехполюсника источник тока \underline{J}_1 (см. рис. 2.9.1,б), а вторую сторону разомкнем. Запишем параметр в соответствии с (2.9.2) и схемой на рис. 2.9.1,б

$$A_{11} = \frac{\underline{U}_1^{1J2x}}{\underline{U}_2^{1J2x}} = \frac{Z_{21}^{1J2x} \underline{J}_1}{Z_{11}^{1J2x} \underline{J}_1} = \frac{Z_{21}^{1J2x}}{Z_{11}^{1J2x}}. \quad (2.9.5)$$

Учтем в (2.9.5) САВ для передаточного Z_{21}^{1J2x} и входного Z_{11}^{1J2x} сопротивлений. Сокращая одинаковые знаменатели этих схемных функций, приходим к выражению (2.9.4). Таким образом, рассмотренные два варианта вывода параметра A_{11} дают один и тот же результат.

Найдем САВ для следующего элемента матрицы A . Параметр

$$A_{12} = \underline{U}_1 / \underline{I}_2 \quad (2.9.6)$$

при $\underline{U}_2 = 0$, то есть при замкнутой второй стороне четырехполюсника. Здесь также не может быть непосредственно использовано схемное уравнение для передаточного сопротивления, поскольку ко второй стороне не может быть подключен источник тока. Вторая сторона должна быть замкнута, а к первой стороне может быть подключен или источник ЭДС \underline{E}_1 , или источник тока \underline{J}_1 , как показано на рис. 2.9.2,а,б, поскольку уравнением (2.9.1) не предъявляется к первой стороне каких-либо требований.



Рис. 2.9.2. К определению A -параметров четырехполюсника

Для схемы на рис. 2.9.2,а параметр

$$A_{12} = \frac{\underline{U}_1^{1E2k}}{\underline{I}_2^{1E2k}} = \frac{\underline{E}_1}{\underline{I}_2^{1E2k}} = \left(\frac{\underline{I}_2^{1E2k}}{\underline{E}_1} \right)^{-1}. \quad (2.9.7)$$

Выражение в скобках (2.9.7) представляет собой (см. табл. 1.1.1) передаточную проводимость от первой ко второй стороне четырехполюсника Y_{21}^{1E2k} и, следовательно, параметр

$$A_{12} = 1 / Y_{21}^{1E2k} = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right\| \Bigg/ \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right\|. \quad (2.9.8)$$

Для схемы на рис. 2.9.2,б получается то же самое выражение A_{12} .

Вывод САФ для A_{21} и A_{22} выполняется аналогично САФ (2.9.4) и (2.9.8) с помощью схем на рис. 2.9.1 и 2.9.2 соответственно. У всех полученных элементов матрицы A одинаковый знаменатель, поэтому ее можно представить компактно в следующем виде:

уравнениям (2.10.1) и (2.10.2) алгебраическая сумма входной проводимости l -й ветви y_{ll} (коэффициента t_{ll}) и взаимных проводимостей y_{hl} всех ветвей, имеющих один и тот же общий узел с ветвью l (коэффициентов k_{hl} таких ветвей), равна нулю. Из уравнений (2.10.3) и (2.10.4) следует, что алгебраическая сумма входного сопротивления l -й ветви z_{ll} (коэффициента k_{ll}) и взаимных сопротивлений z_{hl} всех ветвей, образующих с ветвью l один контур (коэффициентов k_{hl}), равна нулю. Если уравнения (2.10.1) и (2.10.2) составлены для n полюсов, уравнения (2.10.3) и (2.10.4) – для n сторон многополюсника, то сумма элементов в столбцах матриц AT , AU , BK и BZ равна нулю, поскольку эти матрицы вырождены.

Необходимо обратить внимание на два обстоятельства. Во-первых, фундаментальные соотношения между схемными функциями инвариантны к способу подключения источника воздействия, который может подключаться к ветвям рассматриваемого сечения или контура [213] или не иметь общих узлов с этим сечением или контуром. Это следует из того, что первый (второй) закон *Кирхгофа* безусловно выполняется для приемников тока, образующих сечение, и приемников напряжения, образующих контур, независимо от того, как подключены источники воздействия. В то же время форма представления взаимосвязей между схемными функциями в виде уравнений (2.10.1)–(2.10.4), использующих узловую и контурную матрицы, не предусматривает произвольного подключения источников воздействия. Во-вторых, во многих случаях желательно исследовать топологические функции – числители и знаменатели схемных функций. При этом учитываются условия вырождения топологических функций [228, 310, 312], а также взаимосвязи между топологическими функциями [9, 316].

Обратим внимание на избыточность уравнений (2.10.1)–(2.10.4), состоящую в том, что знаменатели однопольных схемных функций от некоторого источника будут одинаковыми в каждом уравнении. Если схемы, соответствующие знаменателям, невырождены, то возможно получение на основе (2.10.1)–(2.10.4) соотношений для числителей схемных функций. Представление таких соотношений в схемно-алгебраическом виде [144], то есть минуя отображение схемы с помощью матриц, обеспечит общий характер и удобство применения новых следствий уравнений *Кирхгофа*, обсуждение которых проводится в данном разделе.

2.10.1. Схемно-алгебраические тождества с фиксированным генератором неудаляемого управляемого источника

На основании уравнения (2.10.1) можно сформулировать следствие законов *Кирхгофа* для числителей коэффициентов передачи напряжения.

Следствие 2.10.1. В невырожденной неавтономной линейной электрической цепи на рис. 2.10.1 алгебраическая (с учетом направлений ветвей) сумма числителей коэффициентов передачи напряжения от источника ЭДС \underline{E} к приемникам напряжения $\underline{U}_1, \underline{U}_2, \dots, \underline{U}_p$, образующим контур ρ , равна нулю, то есть

$$\sum_{l=1}^p \pm N_{E U_l} = 0, \quad (2.10.5)$$

где $N_{E U_l}$ – числитель коэффициента передачи напряжения от ветви \underline{E} к ветви \underline{U}_l .

Источник ЭДС \underline{E} может иметь общие узлы с контуром ρ или не касаться его, как показано на рис. 2.10.1,а и рис. 2.10.1,б. В формуле (2.10.5) положительный знак перед $N_{E U_l}$ берется в случае, когда направление \underline{U}_l совпадает с направлением контура, которое, как и при построении уравнений по второму закону *Кирхгофа*, выбирается произвольно. В противном случае перед $N_{E U_l}$ ставится отрицательный знак. На рис. 2.10.1 направления всех приемников напряжения совпадают с направлением образованного ими контура

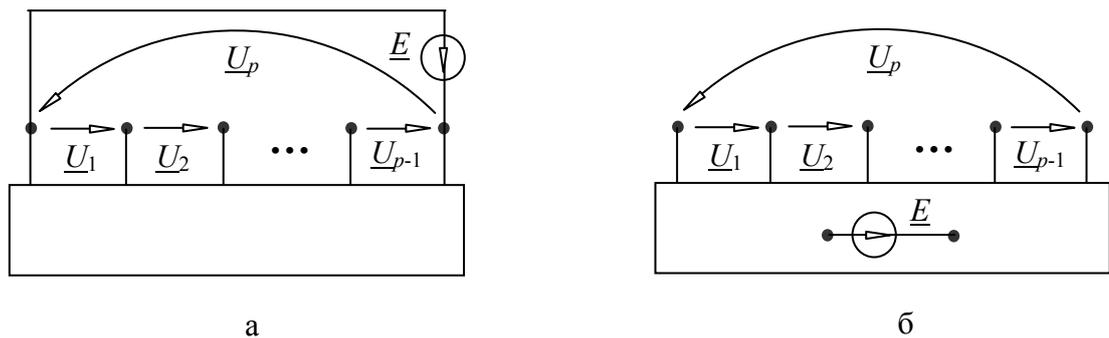


Рис. 2.10.1. Подключение источника ЭДС к рассматриваемому контуру (а) и вне его (б)

Выражение (2.10.5) следует непосредственно из уравнения $\sum_{l=1}^p \underline{U}_l = 0$

для данного контура при существовании знаменателя D , соответствующих схемных функций. Знаменатель D находится как определитель схемы, полученной из схемы на рис. 2.10.1,а или рис. 2.10.1,б в результате стягивания источника ЭДС и удаления всех приемников напряжения [7].

Невырожденность этого определителя является условием существования не только уравнений (2.10.3) и (2.10.5), но и *условием существования K-параметров* (коэффициентов передачи напряжения) многополюсника, поскольку они находятся по схеме на рис. 2.10.1,б. Это условие является *достаточным*, поскольку отличие от нуля определителя – достаточное условие существования единственного решения соответствующей линейной системы уравнений [7].

Используя метод схемных определителей, запишем (2.10.5) в схемно-алгебраическом виде, считая, что источник ЭДС подключен вне рассматриваемого контура,

$$\begin{aligned}
 & \left| \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \quad \text{---} \\ \hline \bullet \quad \leftarrow \leftarrow \bullet \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \bullet \quad \text{---} \rightarrow \text{---} \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \quad \text{---} \\ \hline \bullet \quad \leftarrow \leftarrow \bullet \end{array} \right| + \dots + \\
 & + \left| \begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \quad \rightarrow \text{---} \\ \hline \bullet \quad \leftarrow \leftarrow \bullet \end{array} \right| + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \text{---} \\ \hline \bullet \quad \leftarrow \leftarrow \bullet \end{array} \right| = 0, \quad (2.10.6)
 \end{aligned}$$

где пары вертикальных линий указывают на применение операции взятия определителя от соответствующих схем. Все слагаемые выражения (2.10.6) имеют одинаковый знак, поскольку на рис. 2.10.1 принята одинаковая ориентация приемников напряжения по отношению к контуру.

Формула (2.10.6) получена из формулы (2.10.5) путем замены каждого слагаемого на определитель соответствующей схемы числителя. Схема числителя получается из исходной схемы на рис. 2.10.1,а в результате замены источника ЭДС на норатор, а соответствующего приемника напряжения на нуллятор [229]. Норатор обозначен в (2.10.6) укрупненной двойной стрелкой и направлен против направления заменяемого источника ЭДС, а нуллятор – укрупненной одинарной стрелкой.

Следует обратить внимание на следующую закономерность схемно-алгебраического выражения (2.10.6). Если в этой формуле все схемы совместить в одну, то все нораторы совпадут, а нуллотеры образуют контур соответствующего направления. Это правило можно использовать при построении аналогичных тождеств. В частном случае следствия 2.10.1 источник ЭДС E подключается к одной из ветвей рассматриваемого контура и направлен против его обхода

$$\begin{aligned}
 & \left| \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \text{---} \\ \hline \bullet \quad \rightarrow \text{---} \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \quad \text{---} \end{array} \right| + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \text{---} \\ \hline \bullet \quad \text{---} \rightarrow \text{---} \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \quad \text{---} \end{array} \right| + \dots + \\
 & + \left| \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \text{---} \\ \hline \bullet \quad \text{---} \leftarrow \text{---} \end{array} \right| + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \text{---} \\ \hline \bullet \quad \text{---} \rightarrow \text{---} \end{array} \right| = 0. \quad (2.10.7)
 \end{aligned}$$

Последнее слагаемое выражения (2.10.7) отличается только знаком от знаменателя схемных функций, числители которых образуют данное тождество, поскольку параллельное однонаправленное соединение норатора и нуллатора эквивалентно идеальному проводнику. В соответствующем уравнении (2.10.3), записанном относительно схемных функций, последнее слагаемое будет равно -1 . В простейшем случае, когда контур на рис. 2.10.1,б состоит из трех ветвей, выражение (2.10.7) принимает вид

$$\left| \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \text{---} \\ \leftarrow \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \text{---} \\ \text{---} \text{---} \leftarrow \text{---} \\ \text{---} \text{---} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \end{array} \right|. \quad (2.10.8)$$

В рассмотренных схемно-алгебраических тождествах (2.10.6)–(2.10.8) норатор является фиксированным – находится на одном месте во всех слагаемых, а нуллятор перемещается по контуру при переходе от одного слагаемого к другому.

Достаточным условием существования алгебраического тождества (2.10.5) и схемно-алгебраических тождеств (2.10.6)–(2.10.8) является уже упомянутое отличие от нуля определителя схемы многополюсника с разомкнутыми сторонами, кроме одной, к которой подключается по схеме на рис. 2.10.1,б источник ЭДС. Эта сторона должна быть замкнута. Если передача напряжения осуществляется от внутренних узлов, то замкнуты должны быть именно эти узлы.

Тождество (2.10.8) было использовано в [235] при доказательстве преобразования идеального операционного усилителя в повторитель напряжения [34, 35]. Аналогичное тождество на основе обычных нуллов и алгебраического правила знаков, предусматривающего нумерацию узлов схемы, доказывается в [268].

Теперь рассмотрим взаимосвязь топологических функций передаточных сопротивлений.

Следствие 2.10.2. В невырожденной неавтономной линейной электрической цепи на рис. 2.10.2 алгебраическая сумма числителей передаточных сопротивлений от источника тока \underline{J} к приемникам напряжения $\underline{U}_1, \underline{U}_2, \dots, \underline{U}_p$, образующим контур p , равна нулю, то есть

$$\sum_{l=1}^p \pm N_{Jl} = 0, \quad (2.10.9)$$

где N_{Jl} – числитель коэффициента передачи напряжения от ветви \underline{J} к ветви \underline{U}_l . Источник тока \underline{J} может иметь общие узлы с контуром p или не касаться его, как показано на рис. 2.10.2,а и рис. 2.10.2,б. В формуле (2.10.9) положительный знак перед N_{Jl} берется в случае, когда направление \underline{U}_l

совпадает с направлением контура, которое, как и при построении уравнений по второму закону *Кирхгофа*, выбирается произвольно. В противном случае перед N_{JUl} ставится отрицательный знак. На рис. 2.10.2 направления всех приемников напряжения совпадают с направлением образованного ими контура.

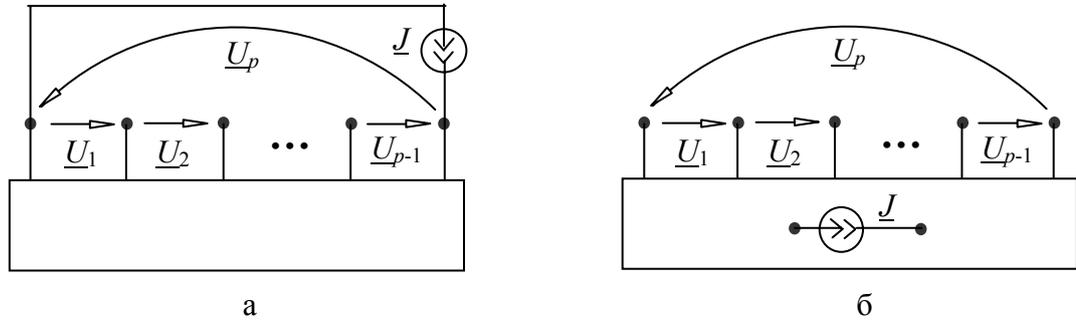


Рис. 2.10.2. Подключение источника тока к рассматриваемому контуру (а) и вне его (б)

Тождество (2.10.9) формально совпадает с тождеством (2.10.5), поскольку различные передаточные функции отличаются только знаменателями [229] и $N_{EUI} = N_{JUI}$. Таким образом, схемно-алгебраические тождества (2.10.6)–(2.10.8) служат одновременно отображением следствия 2.10.2. Тем не менее, алгебраические и схемно-алгебраические тождества, вытекающие из следствий 2.10.1 и 2.10.2, имеют различные условия существования, обусловленные различием знаменателей соответствующих схемных функций. *Условия существования тождества (2.10.9) и схемно-алгебраических тождеств (2.10.6)–(2.10.8) на его основе совпадают с условиями существования Z-параметров соответствующего многополюсника.*

2.10.1.1. Тождества для многополюсников с внешним базисным узлом

Другие два следствия уравнений Кирхгофа для топологических функций могут быть получены из следствий 2.10.1 и 2.10.2 на основе принципа дуальности (взаимосоответствия) [62]. Для формулирования следствий 2.10.3 и 2.10.4 воспользуемся парами дуальных понятий: сопротивление \leftrightarrow проводимость, контур \leftrightarrow сечение, напряжение \leftrightarrow ток.

Следствие 2.10.3. В невырожденной неавтономной линейной электрической цепи на рис. 2.10.3 алгебраическая сумма числителей коэффициентов передачи тока от произвольной ветви J к приемникам тока I_1, I_2, \dots, I_s , образующим сечение ζ , равна нулю, то есть

$$\sum_{l=1}^s \pm N_{Jl} = 0, \quad (2.10.10)$$

где N_{Jl} – числитель коэффициента передачи напряжения от ветви J к ветви l .

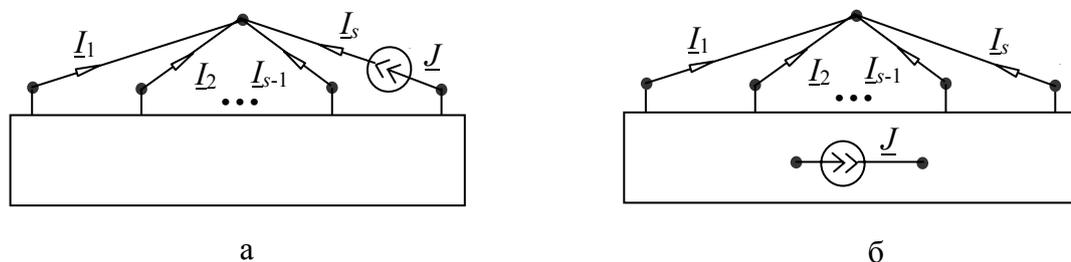


Рис. 2.10.3. Подключение источника тока в одну из ветвей сечения (а) и вне сечения (б)

Источник тока J может входить или не входить в сечение ζ , как показано на рис. 2.10.3,а и рис. 2.10.3,б. В формуле (2.10.10) положительный знак перед N_{Jl} берется в случае, когда направление I_l совпадает с ориентацией сечения, которая, как и при построении уравнений по второму закону *Кирхгофа*, выбирается произвольно. В противном случае перед N_{Jl} ставится отрицательный знак. На рис. 2.10.3 направления всех приемников тока совпадают с ориентацией сечения.

Если отказаться от применения принципа взаимосоответствия, то выражение (2.10.10) можно получить непосредственно из уравнения $\sum_{l=1}^p I_l = 0$ для данного контура, при существовании знаменателя D соответствующих схемных функций. Знаменатель D находится как определитель схемы, полученной из схемы на рис. 2.10.3,а или рис. 2.10.3,б в результате удаления источника тока и стягивания всех приемников тока [229].

Используя, как и при получении выражений (2.10.6)–(2.10.8), схемные отображения числителей схемных функций на рис. 2.10.3,б, запишем (2.10.10) в схемно-алгебраическом виде

$$\left| \begin{array}{c} \text{Diagram 1} \\ \text{Diagram 2} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 3} \\ \text{Diagram 4} \end{array} \right| + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 5} \\ \text{Diagram 6} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 7} \\ \text{Diagram 8} \end{array} \right| = 0. \quad (2.10.11)$$

При этом для получения схем числителей в (2.10.11) источник тока \underline{J} в исходной схеме на рис. 2.10.3,б заменяется норатором противоположной ориентации.

В частном случае, когда источник тока включается в ветвь сечения с номером s (см. рис. 2.10.3,а) тождество (2.10.11) преобразуется к виду

$$\begin{aligned}
 & \left| \begin{array}{c} \text{---} \nearrow \quad \leftarrow \text{---} \\ \bullet \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \quad \bullet \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \nearrow \quad \leftarrow \text{---} \\ \bullet \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \quad \bullet \\ \text{---} \end{array} \right| + \dots + \\
 & + \left| \begin{array}{c} \text{---} \nearrow \quad \leftarrow \text{---} \\ \bullet \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \quad \bullet \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \nearrow \quad \leftarrow \text{---} \\ \bullet \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \quad \bullet \\ \text{---} \end{array} \right| = 0. \quad (2.10.12)
 \end{aligned}$$

Последнее слагаемое выражения (2.10.12) отличается только знаком от знаменателя схемных функций, числители которых образуют данное тождество, поскольку последовательное встречное соединение норатора и нуллатора эквивалентно разомкнутой ветви. В соответствующем уравнении (2.10.1), записанном относительно схемных функций, последнее слагаемое будет равно -1 . В простейшем случае, когда сечение на рис. 2.10.3,а состоит из трех ветвей, выражение (2.10.12) принимает вид

$$\left| \begin{array}{c} \text{---} \nearrow \quad \leftarrow \text{---} \\ \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \nearrow \quad \leftarrow \text{---} \\ \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ \text{---} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \text{---} \quad \text{---} \\ \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ \text{---} \end{array} \right|. \quad (2.10.13)$$

Тождество (2.10.13) было использовано в [235] при доказательстве преобразования идеального операционного усилителя в повторитель тока [34, 35]. Аналогичное тождество на основе обычных нуллов и алгебраического правила знаков, предусматривающего нумерацию узлов схемы, доказывается в [268].

Достаточным условием существования тождеств (2.10.10) и (2.10.11)–(2.10.13) является отличие от нуля определителя схемы на рис. 2.10.3,а (2.10.3,б) – определителя соответствующего многополюсника с замкнутыми полюсами, кроме одного, к которому подключается источник тока. Это условие совпадает с достаточным условием существования и единственности T -параметров (коэффициентов передачи тока), поскольку они определяются по уже упомянутым схемам.

Теперь рассмотрим взаимосвязь топологических функций передаточных проводимостей.

Следствие 2.10.4. В невырожденной неавтономной линейной электрической цепи на рис. 2.10.4 алгебраическая сумма числителей

коэффициентов передачи тока от источника ЭДС \underline{E} к приемникам тока $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \dots, \underline{I}_s$, образующим сечение ζ , равна нулю, то есть

$$\sum_{l=1}^s \pm N_{El} = 0, \quad (2.10.15)$$

где N_{El} – числитель коэффициента передачи напряжения от ветви \underline{E} к ветви \underline{I}_l .

Источник ЭДС \underline{E} может подключаться к одной из ветвей сечения ζ или находится вне этого сечения, как показано на рис. 2.10.4,а и рис. 2.10.4,б. В формуле (2.10.14) положительный знак перед N_{El} берется в случае, когда направление \underline{I}_E совпадает с ориентацией сечения, которая, как и при построении уравнений по второму закону *Кирхгофа*, выбирается произвольно. В противном случае перед N_{El} ставится отрицательный знак. На рис. 2.10.4 направления всех приемников тока совпадают с ориентацией сечения

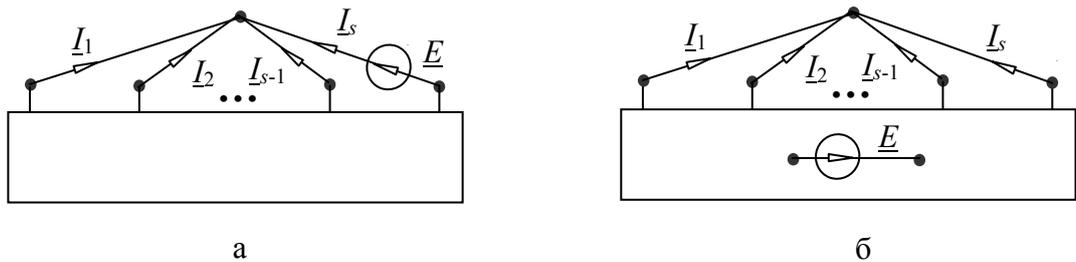


Рис. 2.10.4. Подключение источника ЭДС в одну из ветвей сечения (а) и вне сечения (б)

Если отказаться от применения принципа взаимосоответствия, то выражение (2.10.15) можно получить непосредственно из уравнения $\sum_{l=1}^p \underline{I}_l = 0$ для данного контура, при существовании знаменателя D соответствующих схемных функций. Знаменатель D находится как определитель схемы, полученной из схемы на рис. 2.10.4,а или рис. 2.10.4,б в результате стягивания источника ЭДС и всех приемников тока [229].

Тождество (2.10.14) формально совпадает с тождеством (2.10.10), поскольку различные передаточные функции отличаются только знаменателями [229] и $N_{El} = N_{ll}$. Таким образом, схемно-алгебраические тождества (2.10.11)–(2.10.13) служат одновременно отображением следствия 2.10.2. Тем не менее, алгебраические и схемно-алгебраические тождества, вытекающие из следствий 2.10.3 и 2.10.4, имеют различные условия существования, обусловленные различием знаменателей соответствующих схемных функций. Достаточное условие существования алгебраического тождества (2.10.15) и схемно-алгебраических тождеств

(2.10.11)–(2.10.13) на его основе совпадает с *достаточным условием существования Y-параметров*, которое будет рассмотрено в разделе 3 и состоит в отличии от нуля определителя многополюсника с замкнутыми полюсами.

Из полученных схемно-алгебраических тождеств (2.10.6) и (2.10.7), (2.10.11) и (2.10.12) видно, что в схемах всех слагаемых нораторы фиксируются в одном положении, а нуллаторы перемещаются по ветвям контура или сечения при переходе от одного слагаемого к другому. Таким образом, все полученные тождества – это тождества с фиксированным норатором.

2.10.2. Схемно-алгебраические тождества с фиксированным нуллатором

Обратим внимание на тождество для трехполюсника (2.10.13). В этом тождестве при переходе от первой схемы ко второй и третьей схемам норатор не меняет своего положения относительно правого узла трехполюсника (учитывая, что разомкнутая ветвь – это последовательное встречное соединение норатора и нуллатора). Однако, если идеальный проводник в третьей схеме представить параллельным встречным соединением норатора и нуллатора, то окажется, что нуллатор не меняет своего положения, а норатор перемещается по контуру (!). Именно это обстоятельство использовалось для доказательства тождества (2.10.13) в работе [235].

Вскрытое противоречие позволяет предположить, что, наряду со схемно-алгебраическими тождествами (2.10.6) и (2.10.7), (2.10.11) и (2.10.12), существуют схемно-алгебраические тождества для произвольных многополюсников, у которых в схемах для всех слагаемых нуллаторы фиксируются в одном положении, а нораторы перемещаются по ветвям контура или сечения при переходе от одного слагаемого к другому. Для получения новых тождеств обратимся к упомянутому доказательству тождества (2.10.13).

Для этого представим (2.10.13) в следующем виде

$$\left| \begin{array}{c} \text{---} \triangleright \text{---} \triangleleft \text{---} \\ \text{---} \triangleright \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \triangleleft \text{---} \\ \text{---} \triangleright \text{---} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \text{---} \triangleleft \text{---} \\ \text{---} \triangleright \text{---} \end{array} \right|. \quad (2.10.16)$$

Рассмотрим две схемы, представленные на рис. 2.10.5, которые эквивалентны в соответствии с правилом переноса источника через контур [213].

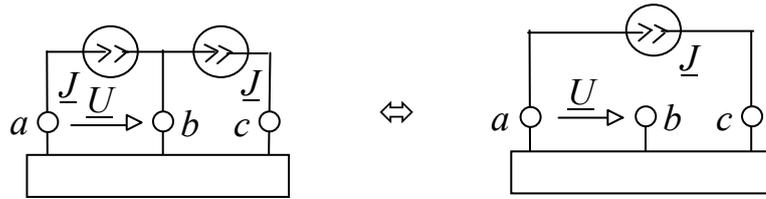


Рис. 2.10.5. К выводу тождества (2.10.13)

Из эквивалентности схем на рис. 2.10.5 следует равенство напряжений \underline{U} между узлами a и b . Приравняв выражения для \underline{U} , полученные из каждой схемы по методу схемных определителей, получаем схемно-алгебраическое тождество, которое после деления на \underline{J} и умножения на общий знаменатель, равный определителю трехполюсника, приобретает вид выражения (2.10.15).

Рассмотренное доказательство тождества (2.10.15) с помощью правила переноса источника тока по контуру справедливо не только для трех ветвей в контуре, но и для произвольного числа ветвей в контуре, поскольку само правило выполняется для любого контура [213]. Поэтому применение общей формулировки этого правила обобщает тождество (2.10.15) на контуры, содержащие произвольное число ветвей. В частном случае, когда приемник принадлежит полюсам многополюсника, как в (2.10.15), схемно-алгебраические тождества могут быть получены также на основе отмеченного выше равенства нулю суммы элементов столбца матриц передаточных сопротивлений (2.10.4) и коэффициентов передачи напряжения (2.10.3).

Тождества с фиксированным нуллатором могут быть записаны формально из (2.10.6) и (2.10.7) путем замены норатора (нуллатора) на нуллатор (норатор). В полученных таким образом схемно-алгебраических формулах нуллатор находится на одном месте, а норатор перемещается вдоль контура при переходе от одного слагаемого к другому. Приведем одно такое тождество, полученное из (2.10.6), в котором приемник находится внутри многополюсника

$$\begin{aligned}
 & \left| \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \rightarrow \text{---} \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \\ \text{---} \leftarrow \leftarrow \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \bullet \quad \text{---} \rightarrow \rightarrow \text{---} \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \\ \text{---} \leftarrow \leftarrow \text{---} \end{array} \right| + \dots + \\
 & + \left| \begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \quad \rightarrow \rightarrow \text{---} \\ \text{---} \leftarrow \leftarrow \text{---} \end{array} \right| + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \rightarrow \text{---} \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \\ \text{---} \leftarrow \leftarrow \text{---} \end{array} \right| = 0, \quad (2.10.17)
 \end{aligned}$$

Аналогичные тождества для сечений (узлов) могут быть получены на основе правила переноса источника ЭДС через сечение (узел). Эти тождества также могут быть записаны формально, как и тождества для контуров, путем замены в (2.10.11) и (2.10.12) норатор (нуллатор) на нуллятор (норатор). В полученных схемно-алгебраических тождествах нуллятор также зафиксирован, а норатор перемещается по ветвям сечения при переходе от одного слагаемого к другому. В частном случае, когда приемник подключается к полюсам многополюсника, схемно-алгебраические тождества получаются из условия равенства нулю суммы элементов столбцов матриц передаточных проводимостей (2.10.2) и коэффициентов передачи тока (2.10.1).

2.10.3. Тождества для автономных многополюсников

Схемно-алгебраические выражения с фиксированным норатором (2.10.6) и (2.10.11) являются фактически тождествами для автономных многополюсников, поскольку в этом случае независимый источник находится внутри многополюсника. Однако эти тождества справедливы только для одного источника. Чтобы разработать схемно-алгебраические тождества для автономных многополюсников с произвольным числом независимых источников, необходимо использовать *неявный метод наложения* [143] и понятие *определителя схемы с независимыми источниками* [138]. Однако здесь это понятие трансформируется в понятие *определителя автономного многополюсника*. Последнее понятие соответствует неявной (относительно параметров источников) форме числителя отклика, записанного непосредственно по *Крамеру* [7].

Поскольку законы *Кирхгофа* для контура и сечения выполняются независимо от количества источников в цепи, то выражения (2.10.6) и (2.10.11) могут быть преобразованы в тождества для произвольных автономных многополюсников. Достаточно заменить в них неавтономные многополюсники на автономные, и определители неавтономных многополюсников на определители автономных многополюсников. Для иллюстрации представим здесь тождество для автономного многополюсника, полученное на основе (2.10.6),

$$\begin{aligned}
 & \left| \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \\ \hline \text{A} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \bullet \quad \text{---} \rightarrow \text{---} \quad \dots \quad \bullet \\ \hline \text{A} \end{array} \right| + \dots + \\
 & + \left| \begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \rightarrow \text{---} \\ \hline \text{A} \end{array} \right| + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \text{---} \\ \hline \text{A} \end{array} \right| = 0, \quad (2.10.18)
 \end{aligned}$$

где A – автономный многополюсник.

В заключение подраздела перечислим основные его результаты. Схемно-алгебраические тождества, известные для трехполюсников, обобщены на произвольные многополюсники с любым подключением норатора (нуллатора) – к полюсам или внутренним узлам многополюсника. Сформулированы достаточные условия существования схемно-алгебраических тождеств, совпадающие с достаточными условиями существования и единственности используемых для их формирования первичных параметров многополюсников. Рассмотрены и обоснованы достаточные условия существования и единственности K - и T -параметров (коэффициентов передачи напряжения и тока) многополюсников. Схемно-алгебраические тождества с фиксированным норатором обобщены на автономные многополюсники.

2.11. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ ПРИ ВАРИАЦИИ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЯЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

Приращения переменных в электрических цепях находятся на основе теоремы вариации параметров. Теорема вариации параметров пассивных элементов для взаимных цепей была сформулирована *К. М. Поливановым* [61] в виде аналитических формул, которые содержат собственные и взаимные проводимости ветвей и представляют собой выражения в явной форме для приращений искомых токов в зависимости от вариации сопротивлений ветвей. *Э. В. Зеляхом* [61] были расширены возможности этой теоремы путем разработки формул для приращений токов в зависимости от вариации параметров пассивных элементов в невзаимных электрических цепях. Запишем одну из таких формул. Приращение тока произвольной k -й ветви [61]

$$\Delta I_k = -\sum Y_{ki} \underline{E}_i = -\sum Y_{ki} I_{io} \Delta Z_i, \quad (2.11.1)$$

где Y_{ki} – собственные и взаимные проводимости короткого замыкания ветвей k и i для цепи, учитывающей вариации сопротивлений ΔZ_i ; I_{io} – ток i -й ветви в исходной цепи. Суммирование производится по i от 1 до n , где n – число ветвей, сопротивления которых варьируются.

Теорема вариации используется и для расчета приращений переменных в электронных цепях при изменении параметров УИ в методах схем в приращениях и присоединенной схемы. Эти методы применяются для анализа цепей при бесконечно малых приращениях параметров для численного определения чувствительностей переменных и функций [243].

В данном подразделе рассмотрим анализ цепей при произвольных приращениях параметров. Такая задача возникает при параметрическом

синтезе электронных цепей. Обсудим формирование символьных выражений для приращений токов и напряжений, поскольку аналитические выражения дают возможность исследовать общие свойства цепей, доступны большинству специалистов и позволяют сравнивать результаты для различных схем в любом диапазоне параметров. В этом смысле эффективным является использование ССФ по образцу (2.11.1). Выведем на основе ССФ формулы вида (2.11.1) для вариации параметров управляемых источников. На базе этих выражений будут предложены САВ, позволяющие получить с помощью последовательных преобразований явные символьные выражения для приращений исследуемых переменных и схемных функций в зависимости от параметров УИ и их вариаций.

Для решения поставленной задачи возьмем, например, ИНУН. Произвольную исходную схему цепи приведем к четырехстороннему многополюснику M_n и представим ее на рис. 2.11.1,а. К i -й стороне M_n подключим независимый источник ЭДС E_i , j -ю сторону замкнем накоротко. К полюсу j' внутри многополюсника M_n подсоединим генератор ИНУН $\underline{E}_K = KU_l$. Управляющую ветвь ИНУН выделим в виде разомкнутой l -й стороны M_n . На n -й разомкнутой стороне будем снимать искомое напряжение.

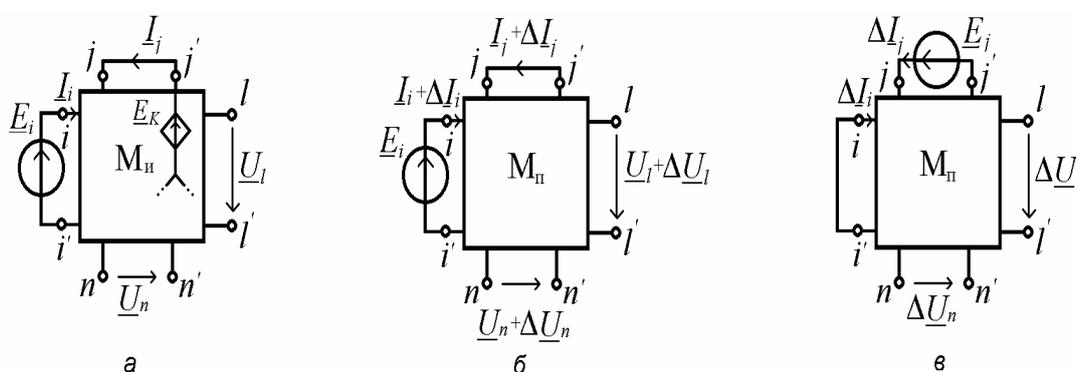


Рис. 2.11.1. К вариации параметра ИНУН

Для вывода искомых формул воспользуемся теоремой о компенсации приращений параметров. Эта теорема сформулирована и доказана [61] для сопротивлений (проводимостей) двухполюсников. Теорема используется и при моделировании УИ в упомянутом методе схем в приращениях и методе присоединенной схемы [243]. Представим ее и докажем для ИНУН. Отметим, что доказательство необходимо не только для подтверждения достоверности результатов, но и для получения искомых формул. В процессе доказательства будут выведены базовые формулы для приращения напряжений в зависимости от вариации параметра ИНУН.

Эти формулы содержат схемные функции исходной схемы и производной схемы в приращениях.

Теорема 2.11.1. Если параметр K ИНУН $\underline{E}_K = K\underline{U}_l$ (см. рис. 2.11.1,а) получил приращение ΔK , то это вызовет в схеме (см. рис. 2.11.1,б) приращения токов ($\Delta \underline{I}_j$ и др.) и напряжений ($\Delta \underline{U}_n$ и др.), соответственно равные токам и напряжениям, которые вызвал бы в схеме независимый источник напряжения величиной $\underline{E}_j = \Delta K \underline{U}_l$ (рис. 2.11.1,в). Здесь и далее подчеркиванием выделяются комплексные действующие значения напряжений и токов.

Покажем непосредственно, что приращения напряжения $\Delta \underline{U}_n$ произвольной n -й стороны многополюсников M_n и M_n в схемах на рис. 2.11.1,б,в равны. Запишем для исходной схемы на рис. 2.11.1,а напряжение

$$\underline{U}_n = K_{ni}^{iejk}(M_n) E_i, \quad (2.11.2)$$

где $K_{ni}^{iejk}(M_n)$ – коэффициент передачи напряжения от i -й к n -й стороне многополюсника M_n (информация об этом отражена в нижнем индексе функции) при подключенном источнике ЭДС (обозначен в верхнем индексе символом «е») к i -й стороне M_n , короткозамкнутой (отражена символом «к») j -й стороне и разомкнутых l -й и n -й сторонах (данные о состоянии сторон l и n в верхнем индексе функции не указываются, поскольку они здесь и далее разомкнуты). Сформируем по схеме на рис. 2.11.1,б выражение для напряжения

$$\underline{U}_n + \Delta \underline{U}_n = K_{ni}^{iejk}(M_n) \underline{E}_i, \quad (2.11.3)$$

где $K_{ni}^{iejk}(M_n)$ – коэффициент передачи многополюсника M_n , аналогичный коэффициенту для M_n в (2.11.2). Из (2.11.2) и (2.11.3) найдем для схемы на рис. 2.11.1,б приращение напряжения

$$\Delta \underline{U}_n = [K_{ni}^{iejk}(M_n) - K_{ni}^{iejk}(M_n)] \underline{E}_i. \quad (2.11.4)$$

Запишем теперь для схемы на рис. 2.11.1,в формулу для того же приращения напряжения

$$\Delta \underline{U}_n = K_{nj}^{ikje}(M_n) E_j = K_{nj}^{ikje}(M_n) \Delta K \underline{U}_l, \quad (2.11.5)$$

где $K_{nj}^{ikje}(M_n)$ – коэффициент передачи напряжения от j -й к n -й стороне M_n . Найдем из схемы на рис. 2.11.1,а напряжение \underline{U}_l и подставим его в (2.11.5). В результате получим для схемы на рис. 2.11.1,в искомое приращение напряжения

$$\Delta \underline{U}_n = K_{nj}^{ikje}(M_n) \Delta K K_{li}^{iejk}(M_n) E_i. \quad (2.11.6)$$

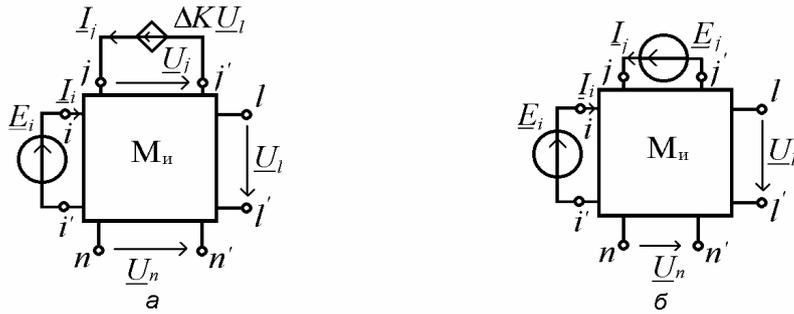


Рис. 2.11.2. К доказательству тождества 2.11.7

Запишем для схемы на рис. 2.11.2,а выражение напряжения

$$\underline{U}_n = K_{ni}^{iej\Delta k}(M_n) \underline{E}_i, \quad (2.11.10)$$

где $K_{ni}^{iej\Delta k}(M_n)$ – коэффициент передачи напряжения от i -й к n -й стороне многополюсника M_n . Найдем по той же схеме напряжение

$$\underline{U}_j = K_{ji}^{iej\Delta k}(M_n) \underline{E}_i, \quad (2.11.11)$$

где $K_{ji}^{iej\Delta k}(M_n)$ – коэффициент передачи напряжения многополюсника M_n .

Используя принцип наложения, запишем теперь для схемы на рис. 2.11.2,б напряжение

$$\underline{U}_n = K_{ni}^{iej\Delta k}(M_n) \underline{E}_i + K_{nj}^{ikje}(M_n) \underline{E}_j, \quad (2.11.12)$$

где $K_{ni}^{iej\Delta k}(M_n)$, $K_{nj}^{ikje}(M_n)$ – соответствующие коэффициенты передачи напряжения для многополюсника M_n . Учитывая, что по теореме компенсации $\underline{E}_j = \underline{U}_j$, подставим (2.11.11) в (2.11.12), в результате получим

$$\underline{U}_n = K_{ni}^{iej\Delta k}(M_n) \underline{E}_i + K_{nj}^{ikje}(M_n) K_{ji}^{iej\Delta k}(M_n) \underline{E}_i. \quad (2.11.13)$$

В соответствии с теоремой компенсации ветви [38] левые части уравнений (2.11.10) и (2.11.13) равны, откуда

$$K_{ni}^{iej\Delta k}(M_n) = K_{ni}^{iej\Delta k}(M_n) + K_{nj}^{ikje}(M_n) K_{ji}^{iej\Delta k}(M_n). \quad (2.11.14)$$

Тождество (2.11.14) эквивалентно (2.11.9), поскольку коэффициент передачи многополюсника M_n с короткозамкнутой j -й стороной равен коэффициенту передачи M_n с подключенным к j -й стороне генератором ИНУН. Так как выполняется тождество (2.11.9), то и справедливо эквивалентное ему тождество (2.11.7), а, следовательно, равны приращения $\Delta \underline{U}_n$ в схемах на рис. 2.11.1,б,в. Что и требовалось доказать.

На основании формул (2.11.6)–(2.11.9) получим приращение коэффициента передачи схемы

одновременном выделении из схемы всех независимых источников или при разложении определителя числителя относительно параметров источников.

Неявный метод наложения реализован на основе управляемых источников. Для этого сформулированы и доказаны обобщенные обратные теоремы компенсации на основе управляемых источников, позволяющие преобразовать схему с несколькими независимыми источниками к эквивалентной схеме с единственным источником воздействия.

Неявный метод наложения на основе собственного и единичного опорного источника, приводит к схемно-алгебраическим формулам для отклика в виде отношения определителей двух схем: схемы числителя и схемы знаменателя, минуя нахождение схемных функций от каждого независимого источника, что упрощает методику символьного анализа электрических цепей.

В разделе предложен *метод выделения независимых источников*, позволяющий формировать символьные выражения общего вида без замены независимых источников управляемыми источниками. Для этого введено понятие определителя схемы с независимыми источниками (определителя автономного многополюсника), предложены формулы выделения независимых источников. Применение этих формул дает наиболее экономичный алгоритм получения символьных выражений общего (неканонического) вида.

Неявный метод наложения и *метод выделения независимых источников* обеспечивает формирование символьных выражений откликов ЛЭЦ в общем неканоническом виде, а в соответствии с алгоритмом оптимальной свертки при существенно меньшей вычислительной сложности и с экономией временных затрат, поскольку исключает формирование повторяющихся подвыражений-сомножителей, которые имеют место при явной форме записи откликов.

Введенное на основе *НМН* понятие *определителя автономного многополюсника* использовано для обобщения схемно-алгебраических тождеств, известных для трехполюсников, на произвольные (в том числе автономные) многополюсники с любым подключением норатора (нуллатора) – к полюсам или внутренним узлам многополюсника. Сформулированы *достаточные условия существования схемно-алгебраических тождеств*, совпадающие с достаточными условиями существования и единственности используемых для их формирования передаточных параметров многополюсников. Рассмотрены и обоснованы *достаточные условия существования и единственности К- и Т-параметров* (коэффициентов передачи напряжения и тока) многополюсников.

С помощью передаточных функций многополюсников, записанных в схемно-алгебраическом виде, получены *формулы для чувствительности управляемых источников*.

3. СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ДЕЛЕНИЕМ ИХ НА ЧАСТИ

3.1. МЕТОД ВЫДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ МНОГОПОЛЮСНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

3.1.1. Понятие определителя схемы с многополюсными элементами

Решение задачи символьного анализа состоит в переходе от исходной электронной цепи к алгебраической формуле – символьной схемной функции (ССФ) в комплексной или операторной форме. Известные методы анализа цепей с многополюсными электрокомпонентами (транзисторами, усилителями и др.) используют для этого дополнительные рабочие модели многополюсников, например, графы входов [240], сигнальные [2] и ориентированные (унисторные) графы [50], символьные матрицы [289], структурные числа [8], схемы замещения с управляемыми источниками (УИ) и цепи контуров передачи этих схем [291], а также непосредственно схемы замещения с УИ [228].

Дополнительный математический и схемный аппарат усложняет процесс формирования ССФ, создаёт трудности при освоении метода, добавляет затраты на взаимное преобразование математических и схемных объектов. В связи с этим предлагается исключить из процесса построения ССФ любые дополнительные модели многополюсников, в том числе схемы замещения с УИ, а использовать для этого электрическую блок-схему [8] и алгебраические операции с параметрами её элементов.

Для реализации обсуждаемого подхода введем понятие *определяющей блок-схемы* электронной цепи или схемы с многополюсными элементами, алгебраически тождественного известному понятию определителя соответствующей схемы замещения [228]. Различие между указанными определителями состоит в методах их формирования, в структуре получаемых функций и количестве схемно-алгебраических операций, необходимых для их получения. Так, для построения определителей схем замещения используются формулы выделения параметров двухполюсных элементов и управляемых источников [228]. Как определитель блок-схемы, так и определитель соответствующей схемы замещения, полученные на основе выделения параметров, не содержат взаимно уничтожающихся слагаемых – дубликаций. В этом состоит главное преимущество метода схемных определителей по сравнению с матричными методами.

3.1.2. Схемно-алгебраические формулы для выделения параметров многополюсных элементов

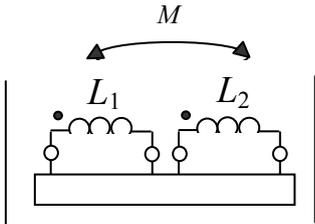
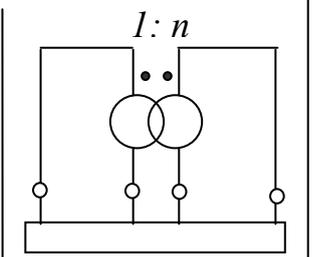
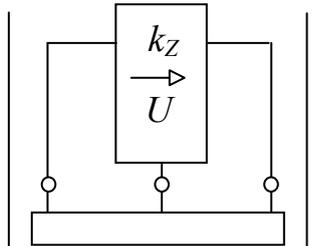
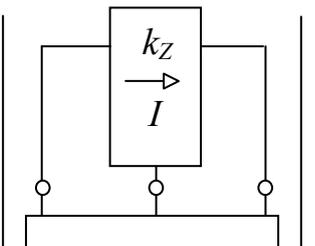
Для формирования определителей блок-схем электронных цепей предлагается применять помещенные в табл. 3.1.1 схемно-алгебраические формулы выделения параметров многополюсников (сокращенно – САФ или САФ многополюсников) и представленные в табл. 3.1.2 и 3.1.3 определители так называемых элементарных схем многополюсников – схем, содержащих один многополюсник, полюсы которого в различной комбинации разомкнуты, замкнуты или соединены между собой через норатор и нуллятор.

В табл. 3.1.1 сведены САФ наиболее распространенных многополюсников, таких как взаимоиндуктивности, идеальные трансформаторы, операционные усилители, биполярные, полевые и составные транзисторы, конверторы и инверторы сопротивлений, гираторы, длинные (передающие) линии. Эти САФ получены с помощью схем замещения соответствующих многополюсников, состоящих из двухполюсных ветвей и управляемых источников (УИ). Аналогичные САФ могут быть получены для других многополюсников и подсхем, а также для тех же многополюсных элементов из табл. 3.1.1, но с другим набором параметров. Следует отметить, что в табл. 3.1.1 каждая операция схемного определителя обозначена двумя вертикальными чертами.

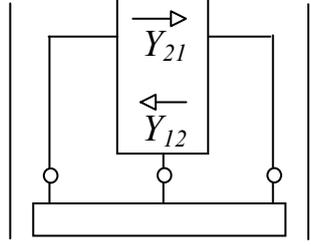
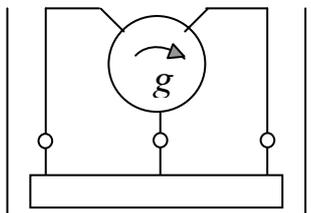
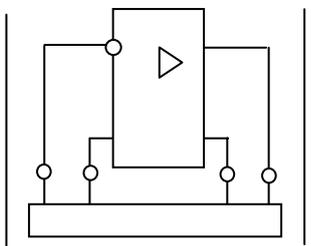
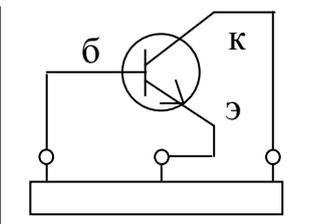
В табл. 3.1.2 помещены определители элементарных схем биполярного транзистора с H -параметрами, включенного по схеме с общим эмиттером (ОЭ); в табл. 3.1.3 – определители элементарных схем идеального трансформатора. Значения этих определителей выведены с помощью соответствующих САФ из табл. 3.1.1. Аналогично могут быть получены определители элементарных схем любых других многополюсников.

Искомые ССФ – входные и передаточные функции цепей – предлагается формировать здесь по известным схемно-алгебраическим выражениям [229], в которых в качестве рабочей модели следует использовать не схему замещения электронной цепи с УИ, как в [228, 229], а электрическую блок-схему. Таким образом, схемно-алгебраические выражения схемных функций для блок-схем электронных цепей представляют собой дроби, в числителе которых находится определитель блок-схемы с включенным в нее нуллотром, причем норатор замещает входной источник напряжения или тока, а нуллятор – приемник напряжения или тока. В знаменателе схемно-алгебраических выражений помещается определитель блок-схемы с нейтрализованными входным источником и приемником отклика.

Таблица 3.1.1. Схемно-алгебраические формулы для выделения параметров многополюсных элементов

| № | Исходное схемно-алгебраическое выражение | Эквивалентное схемно-алгебраическое выражение |
|----------|---|--|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 |  | <p style="text-align: center;">Взаимоиндуктивность</p> $p^2 (L_1 L_2 - M^2) \left \begin{array}{c} \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \hline \end{array} \right +$ $+ pM \left(\left \begin{array}{c} \circ \triangleright \triangleright \circ \quad \circ \triangleleft \triangleleft \circ \\ \hline \end{array} \right + \left \begin{array}{c} \circ \triangleleft \triangleleft \circ \quad \circ \triangleright \triangleright \circ \\ \hline \end{array} \right \right) +$ $+ pL_1 \left \begin{array}{c} \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \hline \end{array} \right +$ $+ pL_2 \left \begin{array}{c} \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \hline \end{array} \right + \left \begin{array}{c} \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \hline \end{array} \right $ |
| 2 |  | <p style="text-align: center;">Идеальный трансформатор</p> $n^2 \left \begin{array}{c} \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \hline \end{array} \right + n \left(\left \begin{array}{c} \circ \triangleright \triangleright \circ \quad \circ \triangleleft \triangleleft \circ \\ \hline \end{array} \right + \right.$ $\left. + \left \begin{array}{c} \circ \triangleleft \triangleleft \circ \quad \circ \triangleright \triangleright \circ \\ \hline \end{array} \right \right) + \left \begin{array}{c} \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \hline \end{array} \right $ |
| 3 |  | <p style="text-align: center;">Идеальный конвертор сопротивления с преобразованием напряжения</p> $(k_Z - 1) \left \begin{array}{c} \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \hline \end{array} \right + k_Z \left \begin{array}{c} \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \hline \end{array} \right $ |
| 4 |  | <p style="text-align: center;">Идеальный конвертор сопротивления с преобразованием тока</p> $(1 - k_Z) \left \begin{array}{c} \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \hline \end{array} \right + \left \begin{array}{c} \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \hline \end{array} \right $ |

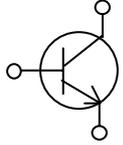
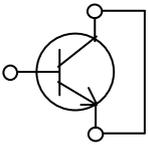
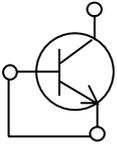
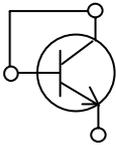
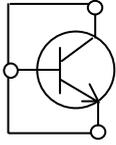
Продолжение табл. 3.1.1

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
| 5 |  | <p>Идеальный инвертор сопротивления</p> $Y_{12}Y_{21} \left \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right + Y_{21} \left \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \\ \text{---} \rightarrow \end{array} \right +$ $+ Y_{12} \left \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \\ \text{---} \leftarrow \end{array} \right + \left \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right $ |
| 6 |  | <p>Идеальный гиратор</p> $g^2 \left \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right + \left \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right $ $+ g \left(\left \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \\ \text{---} \leftarrow \end{array} \right + \left \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \\ \text{---} \rightarrow \end{array} \right \right)$ |
| 7 |  | <p>Операционный усилитель с коэффициентом усиления K_{oy} и выходной проводимостью $Y_{вых}$</p> $K_{oy}Y_{вых} \left \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \\ \text{---} \rightarrow \end{array} \right +$ $+ Y_{вых} \left \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right + \left \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right $ |
| 8 |  | <p>Низкочастотный биполярный транзистор с h-параметрами</p> $(h_{11\beta}h_{22\beta} - h_{12\beta}h_{21\beta}) \left \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right +$ $+ h_{12\beta} \left \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \\ \text{---} \leftarrow \end{array} \right + h_{21\beta} \left \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \\ \text{---} \leftarrow \end{array} \right +$ $+ h_{11\beta} \left \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right + h_{22\beta} \left \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right $ $+ \left \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right $ |

Окончание табл. 3.1.1

| 1 | 2 | 3 |
|----|---|--|
| 9 | | <p>БТИЗ с Y-параметрами</p> $(Y_{11э}Y_{22э} - Y_{12э}Y_{21э}) \left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right +$ $+ Y_{12э} \left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right + Y_{21э} \left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right +$ $+ Y_{11э} \left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right + Y_{22э} \left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right $ $+ \left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right $ |
| 10 | | <p>Полевой транзистор с Z-параметрами</p> $(Z_{11и}Z_{22и} - Z_{12и}Z_{21и}) \left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right +$ $+ Z_{12и} \left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right + Z_{21и} \left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right +$ $+ Z_{11и} \left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right + Z_{22и} \left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right $ $+ \left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right $ |
| 11 | | <p>Длинная (передающая) линия</p> $Z_B ch(\gamma l) \left\{ \left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right + \left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right \right\} +$ $+ sh(\gamma l) \left\{ Z_B^2 \left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right + \left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right \right\} +$ $+ Z_B \left\{ \left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right + \left \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right \right\}$ |

Таблица 3.1.2. Определители элементарных схем биполярного транзистора (ОЭ) с H -параметрами

| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|---|---|---|---|---|
| Схема |  |  |  |  |  |
| Δ | $h_{22э}$ | 1 | $\Delta_{Hэ}$ | $\Delta_{Hэ} - h_{12э} + h_{21э} + 1$ | $h_{11э}$ |

Окончание табл. 3.1.2

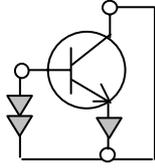
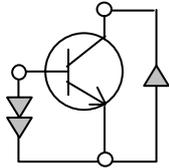
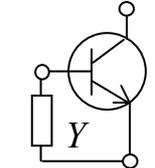
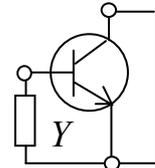
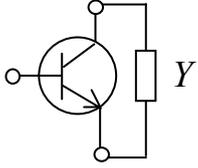
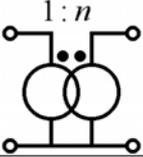
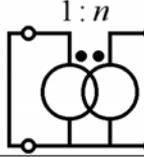
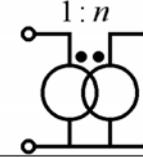
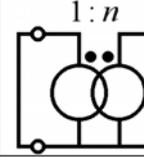
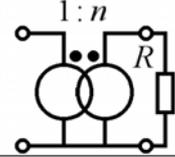
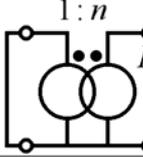
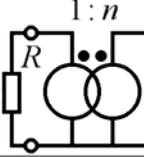
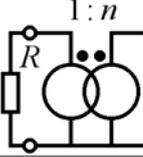
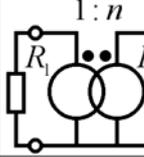
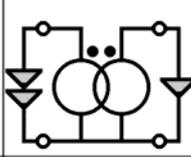
| № | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----------|---|---|---|---|---|
| Схема |  |  |  |  |  |
| Δ | $h_{21э} + 1$ | $h_{21э}$ | $Y\Delta_{Hэ} + h_{22э}$ | $h_{11э}Y + 1$ | $h_{22э} + Y$ |

Таблица 3.1.3. Определители элементарных схем идеального трансформатора

| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|---|---|--|---|---|
| Схема |  |  |  |  |  |
| Δ | | 1 | n^2 | 0 | n^2 |

Окончание табл. 3.1.3

| № | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----------|---|---|--|---|---|
| Схема |  |  |  |  |  |
| Δ | R | 1 | n^2R | $nR_1 + R_2$ | n |

В знаменателе схемно-алгебраических выражений (САВ) помещен также определитель электрической блок-схемы, в которой стянуты (удалены) генератор напряжения (тока) и приемник тока (напряжения). Преобразование числителя и знаменателя САВ в искомые алгебраические выражения предлагается выполнять путем последовательного применения САФ и формул для определителей элементарных схем многополюсников.

Преимущество использования метода САФ многополюсников по сравнению с методом выделения отдельных сопротивлений, проводимостей и параметров УИ состоит в экономии алгебраических операций, поскольку один раз полученная формула для данного многополюсника используется затем многократно. Кроме этого сокращается количество операций, необходимых для учета многополюсника, так как в САФ сгруппированы подобные члены. Последнее обстоятельство приводит к более компактным ССФ.

3.1.3. Доказательство схемно-алгебраических формул

Вывод САФ, приведенных в табл. 3.1.1, осуществляется с помощью формул выделения параметров сопротивления, проводимости и управляемых источников (1.3.1), (1.3.2) и (1.3.9). Рассмотрим формирование САФ (табл. 3.1.1) названных выше многополюсников. Предварительно отметим, что прямоугольником в таблицах и на рисунках обозначена произвольная линейная электронная цепь, не содержащая непосредственно независимых источников энергии. В п. 1 табл. 3.1.1 представлена САФ взаимоиנדуктивности. Четырехполюсник, содержащий две взаимосвязанные катушки индуктивности, обладает тремя параметрами: сопротивлениями катушек индуктивности pL_1 , pL_2 и сопротивлением взаимоиנדукции pM , где $p = j\omega$ – комплексный оператор; j – мнимая единица; ω – циклическая частота; L_1 , L_2 – коэффициенты самоиндукции первой и второй катушек индуктивности соответственно; M – коэффициент взаимоиנדукции. Переходим от исходной схемы с взаимоиנדуктивностью (п. 1 в табл. 3.1.1) к схеме замещения, содержащей источники напряжения, управляемые током (рис. 3.1.1,а). ЭДС источников взаимоиנדукции $\underline{E}_1 = pM\underline{I}_2$ и $\underline{E}_2 = pM\underline{I}_1$, где \underline{I}_1 , \underline{I}_2 – комплексные действующие значения токов первой и второй катушек индуктивности соответственно. Здесь и далее комплексные действующие значения ЭДС, токов и напряжений обозначаем соответствующими символами с подчёркиванием. С помощью формул выделения ИНУТ и сопротивлений выделим последовательно параметр pM управляемых источников и сопротивления pL_1 и pL_2 . После группирования слагаемых получим САФ, представленную в п. 1 табл. 3.1.1. Если взаимоиנדуктивность состоит из трёх и более связанных катушек, то формирование САФ выполняется

путём поочередного выделения параметров взаимной индукции каждой пары взаимосвязанных катушек.

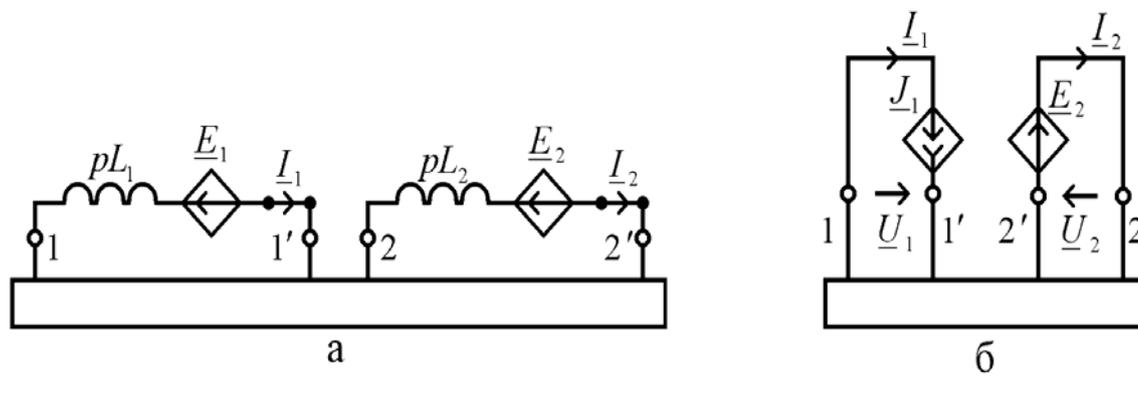


Рис. 3.1.1. Схемы замещения взаимной индуктивности и идеального трансформатора

Следует отметить, что формула, аналогичная САФ взаимной индуктивности в п. 1 табл. 3.1.1, получена в [292]. Однако формула из [292] содержит трудоемкие операции перечисления цепей контуров передачи схем замещения. Последние операции делают применение этой формулы сложным в освоении и недостаточно эффективным при анализе схем с несколькими УИ [228]. Искомую ССФ получают путем последовательного применения САФ и определителей элементарных схем различных многополюсников.

Идеальный двухобмоточный трансформатор изображен в п. 2 табл. 3.1.1 (жирными точками на схеме помечены одноименные зажимы). Представим его схемой замещения [181] на рис.3.1.1,б, где $\underline{J}_1 = n\underline{I}_2$ и $\underline{E}_2 = n\underline{U}_1$ (n – коэффициент трансформации). Запишем определитель данной схемы. Для этого применим формулу выделения УИ дважды, в результате получим САФ, представленную в п. 2 табл. 3.1.1. Если трансформатор имеет более двух обмоток, то САФ формируется соответствующим числом обращений к формуле выделения УИ.

Идеальный конвертор сопротивления с преобразованием напряжения [68, 243] характеризуется коэффициентом конверсии K_z (п. 3 в табл.3.1.1). Если к вторичным зажимам конвертора подключить нагрузку с сопротивлением Z_H , то входное сопротивление данной схемы

$$Z_{\text{вх}} = K_z Z_H. \quad (3.1.1)$$

Представим конвертор схемой замещения на рис. 3.1.2,а [243], где коэффициент источника напряжения, управляемого напряжением (ИНУН), $K = 1 - 1/K_z$. Выделим по формуле (1.3.9) параметр K . Умножим полученное выражение на K_z с целью исключения дробных выражений в числителе и знаменателе ССФ. Это и есть окончательная САФ конвертора, занесём её в

п. 3 табл. 3.1.1. Выполненная операция умножения не нарушает эквивалентности ССФ, поскольку при этом умножаются на K_z и числитель, и знаменатель искомой функции. Отметим, что в частном случае при $K_z = -1$ получим САФ конвертора отрицательного сопротивления с инверсией напряжения (КОСН) [68,158].



Рис. 3.1.2. Схемы замещения конверторов сопротивления

Идеальный конвертор сопротивления с преобразованием тока [158, 243] изображен в п. 4 табл. 3.1.1 и характеризуется, как и конвертор с преобразованием напряжения, коэффициентом конверсии K_z . Формула преобразования сопротивления с помощью конвертора с преобразованием тока повторяет (3.1.1). Для вывода САФ воспользуемся схемой замещения на рис. 3.1.2,б [158]. Параметр источника тока, управляемого током, $T = 1 - K_z$.

После выделения параметра T по формуле (1.3.9) получим САФ, представленную в п. 4 табл. 3.1.1. В частном случае при $K_z = -1$ имеем САФ конвертора отрицательного сопротивления с инверсией тока (КОСТ) [68,158].

Идеальный инвертор сопротивления [158, 243] изображен в п. 5 табл. 3.1.1. Входное сопротивление инвертора, нагруженного на сопротивление Z_n ,

$$Z_{ex} = \frac{K_{iz}}{Z_n},$$

где K_{iz} – коэффициент инверсии. Представим инвертор сопротивления схемой замещения на рис. 3.1.3,а, где токи источников, управляемых напряжением (ИТУН), $\underline{J}_1 = Y_{12}\underline{U}_2$ и $\underline{J}_2 = Y_{21}\underline{U}_1$. Проводимости передачи Y_{12} , Y_{21} удовлетворяют условию

$$K_{iz} = \frac{1}{Y_{12}Y_{21}}.$$

Искомую САФ (п. 5 табл. 3.1.1) получим путем выделения Y_{12} и Y_{21} по формуле (1.3.9).

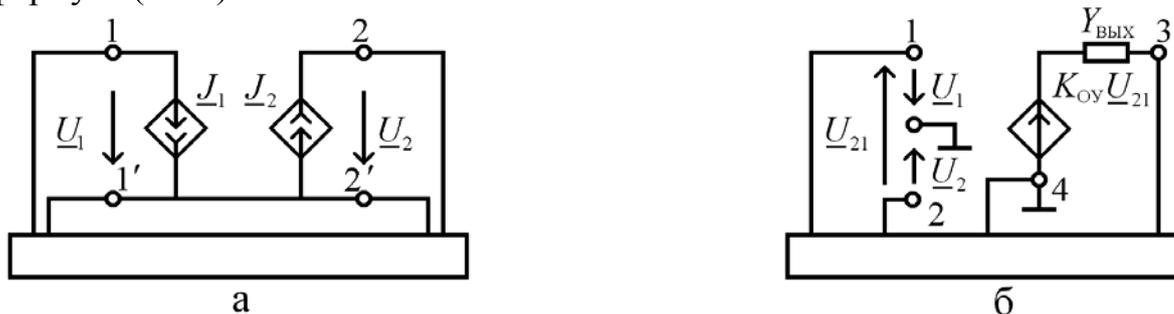


Рис. 3.1.3. Схемы замещения идеального инвертора сопротивления и операционного усилителя

Аналогично может быть выведена САФ идеального гиратора (п. 6 табл. 3.1.1). Для этого достаточно принять в схеме замещения инвертора на рис. 3.1.3,а передаточные проводимости УИ $Y_{12}=Y_{21}=g$ [9], где g – проводимость (действительное число) гирации. Окончательное выражение САФ гиратора дано в п. 6 табл. 3.1.1.

Рассмотрим теперь класс схем, содержащих наиболее распространенный тип операционного усилителя (ОУ) – ОУ с дифференциальным входом и одиночным выходом [151]. Исходная схема с ОУ представлена в п. 7 табл. 3.1.1. Выведем САФ для случая, когда параметрами ОУ являются коэффициент усиления K_{OY} и выходная проводимость $Y_{\text{ВЫХ}}$, а входные проводимости бесконечно малы. Соответствующая схема замещения изображена на рис. 3.1.3,б, где 1 – инвертирующий вход; 2 – неинвертирующий вход; 3 – выход; 4 – общий зажим. Вывод САФ осуществляется в два этапа: сначала по формуле (1.3.9) выделяется параметр K_{OY} , затем по формуле (1.3.2) – проводимость $Y_{\text{ВЫХ}}$. Окончательная САФ дана в п. 7 табл. 3.1.1.

Низкочастотные биполярные транзисторы характеризуются в малосигнальном линейном режиме H -параметрами [181], которые часто приводятся в справочниках. Схема замещения транзистора, включенного с общим эмиттером (п. 8 табл. 3.1.1), представлена на рис. 3.1.4,а, где ЭДС ИНУН $\underline{E}_1=h_{12э}\underline{U}_2$, функция источника тока, управляемого током (ИТУТ), $\underline{J}_2=h_{21э}\underline{I}_1$. Здесь и далее буквенный индекс у символа параметра транзистора обозначает сокращенно его схему включения, например, индекс «э» – схему с общим эмиттером. На схемах этими же буквами «э», «б», «к» обозначены электроды биполярного транзистора – база, эмиттер, коллектор. Последовательное выделение параметров ИНУН $h_{12э}$ и ИТУТ $h_{21э}$ по формуле (1.1.16), сопротивления $h_{11э}$ и проводимости $h_{22э}$ по (1.1.6) и (1.1.5) соответственно с последующей группировкой слагаемых позволяет получить САФ биполярного транзистора, которая приведена в п. 8 табл. 3.1.1. Нередко используются частные случаи модели, когда

некоторые параметры равны нулю, например $h_{12э}$ и $h_{22э}$ [2], в этом случае САФ упрощается – отсутствуют соответствующие слагаемые.

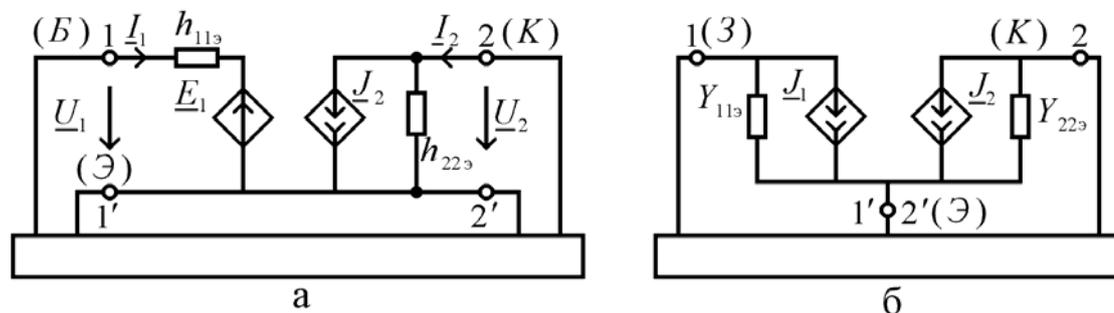


Рис. 3.1.4. Схемы замещения транзисторов с H - и Y -параметрами

Другой распространённой моделью для описания свойств различных транзисторов является схема с Y -параметрами [181]. Эти параметры применяются для моделирования биполярных, полевых и составных транзисторов. Нахождение Y -параметров составных транзисторов по известным параметрам или схемам замещения отдельных транзисторов производится методом сложения неопределённых Y -матриц [207]. Аналогично могут моделироваться биполярные транзисторы с изолированным затвором (БТИЗ) и статические индукционные транзисторы [185]. Для примера рассмотрим БТИЗ, включенный по схеме с общим эмиттером (п. 9 табл. 3.1.1). Схема замещения транзистора приведена на рис. 3.1.4,б, где $\underline{J}_1 = Y_{12э}\underline{U}_2$ и $\underline{J}_2 = Y_{21э}\underline{U}_1$ – источники тока, управляемые напряжением (ИТУН). Электроды БТИЗ – затвор, эмиттер, коллектор – обозначены первыми буквами их названий. Применение формул (1.1.16) и (1.1.5) для выделения параметров ИТУН $Y_{12э}$, $Y_{21э}$ и проводимостей $Y_{11э}$, $Y_{22э}$ с последующей группировкой слагаемых приводит к САФ в п. 9 табл. 3.1.1.

Для моделирования транзисторов используются также Z -параметры [181]. Для примера рассмотрим полевой транзистор, включенный по схеме с общим истоком (п.10 табл. 3.1.1). Схема замещения транзистора представлена на рис. 3.1.5,а. Электроды полевого транзистора – затвор, исток, сток – обозначены первыми буквами их названий. Вывод искомой САФ осуществляется путём поочерёдного применения формул (1.1.16) и (1.1.6). Окончательное выражение САФ приведено в п. 10 табл. 3.1.1.

До сих пор нами формировались САФ многополюсников с сосредоточенными параметрами. Рассмотрим теперь цепи, содержащие длинные (передающие) линии [213]. Исходная схема, содержащая длинную линию, дана в п. 11 табл. 3.1.1. Длинная линия (ДЛ) характеризуется волновым сопротивлением Z_B , коэффициентом

распространения γ и длиной l . Выделение указанных параметров будем проводить на основе матрицы [213]

$$A = \begin{pmatrix} ch(\gamma l) & Z_B sh(\gamma l) \\ \frac{sh(\gamma l)}{Z_B} & ch(\gamma l) \end{pmatrix}. \quad (3.1.2)$$

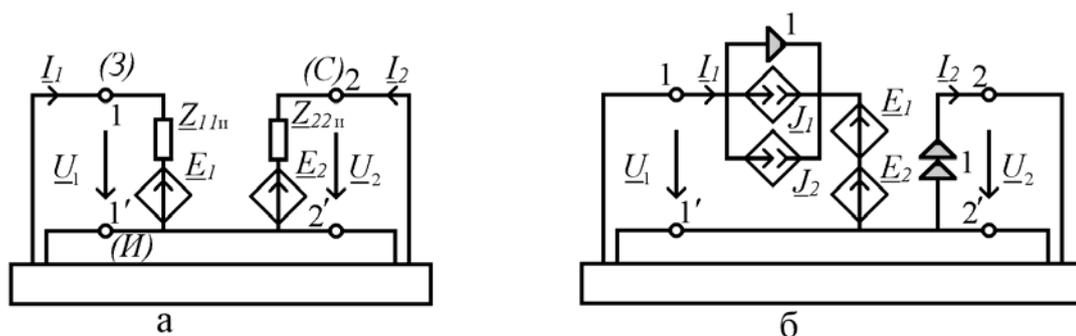


Рис. 3.1.5. Схемы замещения транзистора с Z -параметрами и длинной линии

Рассмотрим показанную на рис. 3.1.5,б схему замещения ДЛ относительно её внешних зажимов. Эта схема содержит нулор, ветвям которого присвоен номер 1. Токи УИ

$$\underline{J}_1 = sh(\gamma l) \cdot \underline{U}_2 / Z_B \quad \text{и} \quad \underline{J}_2 = ch(\gamma l) \cdot \underline{I}_2,$$

ЭДС УИ

$$\underline{E}_1 = ch(\gamma l) \cdot \underline{U}_2 \quad \text{и} \quad \underline{E}_2 = Z_B sh(\gamma l) \cdot \underline{I}_2.$$

Убедиться в правильности схемы на рис. 3.1.5,б можно путём построения для неё матрицы A -параметров, которая совпадает с (3.1.2). Искомая САФ ДЛ получается путём четырехкратного применения формулы выделения УИ по отношению к определителю схемы на рис. 3.1.5,б, а также правил перенумерации нораторов и нулаторов, операций выделения последовательного и параллельного соединения одноименных нораторов и нулаторов [228]. Окончательная САФ ДЛ (п. 11 табл. 3.1.1) получена путем умножения выражения на Z_B с целью исключения дробей в числителе и знаменателе ССФ.

3.1.4. Определители элементарных схем многополюсников

Последовательное применение предлагаемых САФ многополюсников (табл. 3.1.1), а также при необходимости формул выделения параметров двухполюсных элементов позволяет получить искомую функцию в форме алгебраического выражения. Этот процесс можно ускорить, если

использовать заранее полученные табличные выражения определителей часто встречающихся при решении задач элементарных схем многополюсников (табл. 3.1.2 и 3.1.3). Определители элементарных схем многополюсников очень просты, быстро запоминаются и существенно экономят время анализа цепи.

Рассмотрим определители элементарных схем двух наиболее характерных многополюсников – биполярного транзистора с общим эмиттером, представленного H -параметрами, и идеального трансформатора. Для формирования определителя биполярного транзистора с разомкнутыми полюсами (п.1 табл. 3.1.2) обратимся к табл. 3.1.1. Согласно п.8 табл. 3.1.1 $САФ$ биполярного транзистора содержит 6 слагаемых. В данном случае пять слагаемых будут нулевыми. Очевидно, первое, третье и шестое слагаемые равны нулю, поскольку в них под знаком схемного определителя образуются несвязные схемы [228]. Второе и четвертое слагаемые равны нулю в связи с тем, что в них под знаком определителя находятся схемы, в которых норатор (нуллатор) разомкнут. В результате определитель биполярного транзистора с разомкнутыми полюсами эквивалентен пятому слагаемому, значение которого равно $h_{22э}$ (схемный определитель одиночного узла равен 1) [228]. Определители других элементарных схем биполярного транзистора найдены аналогично и размещены в табл. 3.1.2, где $\Delta_{Hэ} = h_{11э} h_{22э} - h_{12э} h_{21э}$ – определитель матрицы H -параметров [181].

Представим теперь в табл. 3.1.3 определители элементарных схем идеального трансформатора (ИТ). Найдём для примера определитель ИТ, у которого все полюсы разомкнуты (п.1 табл. 3.1.3). Для этого будем использовать $САФ$ ИТ в п.2 табл. 3.1.1. Очевидно, первое и четвёртое слагаемые указанной $САФ$ равны нулю, поскольку в них под знаком схемного определителя образуются несвязные схемы. Второе и третье слагаемые также равны нулю, так как в схемах под знаком определителя имеются разомкнутые норатор и нуллатор. Таким образом, определитель ИТ с разомкнутыми полюсами равен нулю (п.1 табл. 3.1.3). Определители других элементарных схем ИТ найдены аналогичным образом и помещены в табл. 3.1.3.

Ускоряющими процесс формирования $ССФ$ являются так же таблицы постоянно встречающихся частных вариантов $САФ$ многополюсников. К ним относятся $САФ$ многополюсников с подключенными нуллорами. Такие схемы имеют место при нахождении символьных выражений числителя. Рассмотрим $САФ$ идеального трансформатора. Пусть нуллор подсоединён к схеме так, как показано в п.1 табл. 3.1.4. Для упрощения выражения используем $САФ$ ИТ из п.2 табл. 3.1.1. В данном случае три из четырёх слагаемых $САФ$ равны нулю. Первое слагаемое равно нулю, поскольку в схеме имеется разомкнутый нуллатор. Второе и четвёртое слагаемые являются нулевыми, так как в схемах содержатся контура из

нулятора [228]. В третьем ненулевом слагаемом перенумеруем нуллятор и исключим последовательное согласное соединение одноимённых нулатора и нуллятора. Полученное выражение – это окончательная САФ ИТ, которую запишем в п.1 табл. 3.1.4. Остальные широко распространённые частные варианты САФ ИТ получены аналогично и представлены в п.2–4 табл. 3.1.4.

Таблица 3.1.4. Частные варианты САФ идеального трансформатора (схемы с нуллорами)

| № | Исходное выражение | САФ ИТ |
|---|--------------------|--------|
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |

3.1.5. Анализ двухкаскадного трансформаторного усилителя

В качестве примера проведём с помощью предлагаемого метода символьный анализ двухкаскадного трансформаторного усилителя [2], изображенного на рис. 3.1.6. Для этой схемы известны значения проводимостей Y_4 , Y_5 и сопротивлений R_6 , R_7 . Транзисторы V_1 , V_2 характеризуются H -параметрами в схеме с ОЭ, причём $h_{12\Omega}^{V1} = h_{12\Omega}^{V2} = 0$; $h_{22\Omega}^{V1} = h_{22\Omega}^{V2} = 0$. Верхний индекс H -параметров обозначает их принадлежность соответствующему транзистору на рис. 3.1.6.

Трансформатор считаем идеальным с коэффициентом трансформации n . Требуется найти символьное выражение для коэффициента передачи тока $T=I_7/J$.

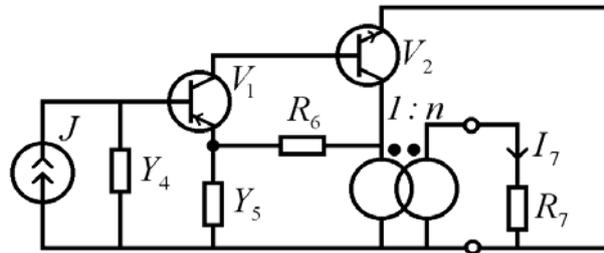


Рис. 3.1.6. Двухкаскадный трансформаторный усилитель

Искомый коэффициент запишем в виде следующего схемного уравнения

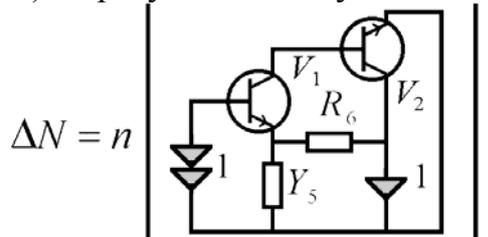
$$T = \frac{\left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with current source } J \text{ and admittance } Y_4 \text{ replaced by a current source } 1 \text{ (norator).} \\ \text{Circuit diagram with admittance } Y_4 \text{ replaced by a nullator } b \text{ (nullator).} \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with admittance } Y_4 \text{ replaced by a nullator } a \text{ (nullator).} \\ \text{Circuit diagram with admittance } Y_5 \text{ replaced by a nullator } b \text{ (nullator).} \end{array} \right|}, \quad (3.1.3)$$

где цифрой 1 обозначены норатор и нулатор. Нумерация последующих нулаторов будет осуществляться по порядку.

Необходимо преобразовать схемно-алгебраическое выражение (3.1.3) в алгебраическую форму. Для этого будем использовать САФ биполярного транзистора (п.8 табл. 3.1.1), в которой первое, четвертое и пятое слагаемые равны нулю в силу равенства нулю параметров $h_{12э}$ и $h_{22э}$ [2], определители элементарных схем биполярного транзистора (табл. 3.1.2) и идеального трансформатора (табл. 3.1.3), частные варианты САФ ИТ (табл. 3.1.4), формулы выделения сопротивления (1.1.6) и проводимости (1.1.5). Для преобразования схемно-алгебраических выражений (САВ) применяются также из [228] операции с нулаторами (преобразование последовательного и параллельного соединения норатора и нулатора, правила перенумерации нораторов и нулаторов), частные случаи

выделения сопротивления и проводимости, параллельно (последовательно) которым включены норатор или нуллятор, условия вырождения схемы: наличие разомкнутых и замкнутых в петлю норатора или нуллатора, диакоптические формулы для схем, разделимых по одному и двум узлам.

Рассмотрим сначала преобразование числителя (3.1.3). Предварительно удалим проводимость Y_4 , поскольку она включена параллельно норатору, стянем сопротивление R_7 , так как оно соединено последовательно с нултором. Применим теперь частное выражение САФ ИТ (п.1 табл. 3.1.4). В результате получаем



Выделим в ΔN транзистор V_1 с помощью САФ в п.8 табл.3.1.1. В указанной формуле будут равны нулю не только первое, четвертое и пятое слагаемые, как было отмечено выше, но и третье слагаемое, поскольку к базе транзистора подсоединен норатор, и он окажется в этом случае разомкнутым. Таким образом, ненулевыми являются второе и шестое слагаемые, а числитель

$$\Delta N = n \left[h_{21\Theta}^{V_1} \left(\begin{array}{c} \text{Circuit diagram 1} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Circuit diagram 2} \end{array} \right) \right] \quad (3.1.4)$$

В первом слагаемом (3.1.4) поменяем номера нораторов, при этом перед САВ появляется отрицательный знак, для его компенсации изменим ориентацию у нуллатора с номером 1, затем исключим последовательное встречное соединение норатора и нуллатора с номером 2. Во втором слагаемом (3.1.4) удалим проводимость Y_5 , стянем R_6 , заменим согласное параллельное соединение норатора и нуллатора отрезком проводника. После указанных преобразований

$$\Delta N = n \left[h_{21\Theta}^{V_1} \left(\begin{array}{c} \text{Circuit diagram 1} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Circuit diagram 2} \end{array} \right) \right] \quad (3.1.5)$$

Выделим в первом слагаемом (3.1.5) сопротивление R_6 . Второе слагаемое является определителем элементарной схемы транзистора и равно 1 в соответствии с п.2 табл. 3.1.2. Таким образом,

$$\Delta N = n \left[h_{21y}^{V1} \left(R_6 \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \text{Circuit 2} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 3} \\ \text{Circuit 4} \end{array} \right| \right) + 1 \right]. \quad (3.1.6)$$

В первом слагаемом (3.1.6) выделим проводимость Y_5 и запишем определитель элементарной схемы биполярного транзистора из п.7 табл. 3.1.2. Второе слагаемое после удаления проводимости Y_5 , как параллельной нуллатору, становится определителем элементарной схемы из п.6 табл. 3.1.2. В результате окончательное выражение числителя

$$\Delta N = n[h_{21y}^{V1}(R_6 Y_5 h_{21y}^{V2} + 1) + 1]. \quad (3.1.7)$$

Сформируем теперь алгебраическое выражение знаменателя. Для этого используем соответствующее схемно-алгебраическое выражение (3.1.3). Преобразуем его с помощью формулы нахождения определителя схемы, разделимой по двум узлам a и b . В результате

$$\Delta D = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \text{Circuit 2} \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 3} \\ \text{Circuit 4} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 5} \\ \text{Circuit 6} \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 7} \\ \text{Circuit 8} \end{array} \right|. \quad (3.1.8)$$

Выделим R_6 в первом слагаемом (3.1.8). Для упрощения второго слагаемого (3.1.8) используем формулу определителя схемы, разделимой по двум узлам a и b . Запишем в обоих слагаемых значения определителей элементарных схем ИТ из п.5,6 табл. 3.1.3. Таким образом, знаменатель

$$\Delta D = \left[R_6 \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \text{Circuit 2} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 3} \\ \text{Circuit 4} \end{array} \right| \right] R_7 +$$

$$+ \left[\left(\begin{array}{c} V_1 \\ \text{---} \\ Y_4 \\ \text{---} \\ c \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} V_2 \\ \text{---} \\ Y_5 \\ \text{---} \\ R_6 \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} V_1 \\ \text{---} \\ Y_4 \\ \text{---} \\ c \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} V_2 \\ \text{---} \\ Y_5 \\ \text{---} \\ R_6 \end{array} \right) \right] n^2. \quad (3.1.9)$$

Преобразуем выражение в первой паре скобок (3.1.9). Первое слагаемое равно нулю. Это следует из формулы для схемы, разделимой по двум узлам b и c , поскольку определители элементарных схем транзистора V_2 (при $h_{12\beta}=h_{22\beta}=0$ [2]) с разомкнутыми зажимами (п.1 табл.3.1.2) и с замкнутыми между собой базой и эмиттером (п.3 табл. 3.1.2) равны нулю. Во втором слагаемом выделим Y_4 . Для упрощения выражения во второй паре скобок используем вновь формулу для определителя схемы, разделимой по двум узлам b и c , а также вычислим определители простейших RY -, R - и Y -контуров. После выполнения указанных операций

$$\begin{aligned} \Delta D = R_7 & \left[Y_4 \left(\begin{array}{c} V_1 \\ \text{---} \\ Y_5 \\ \text{---} \\ c \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} V_1 \\ \text{---} \\ Y_5 \\ \text{---} \\ c \end{array} \right) \right] + \\ & + \left[\left(\begin{array}{c} V_1 \\ \text{---} \\ Y_4 \\ \text{---} \\ c \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} V_2 \\ \text{---} \\ Y_5 \\ \text{---} \\ R_6 \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} V_1 \\ \text{---} \\ Y_4 \\ \text{---} \\ c \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} V_2 \\ \text{---} \\ Y_5 \\ \text{---} \\ R_6 \end{array} \right) \right] (R_6 Y_5 + 1) + \\ & + \left[\left(\begin{array}{c} V_1 \\ \text{---} \\ Y_4 \\ \text{---} \\ c \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} V_2 \\ \text{---} \\ Y_5 \\ \text{---} \\ R_6 \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} V_1 \\ \text{---} \\ Y_4 \\ \text{---} \\ c \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} V_2 \\ \text{---} \\ Y_5 \\ \text{---} \\ R_6 \end{array} \right) \right] R_6 \Big] n^2. \quad (3.1.10) \end{aligned}$$

Упростим выражение в первой паре круглых скобок (3.1.10). В первом слагаемом выделим параметры транзистора V_1 в соответствии с САФ в п.8 табл. 3.1.1. В этой формуле, как отмечалось выше, ненулевыми являются три слагаемые: второе, третье и шестое. Во втором слагаемом из первой пары скобок (3.1.10) используем формулу для определителя схемы, разделимой по двум узлам a и b . Для преобразования САВ в квадратных скобках применим формулу выделения проводимости Y_4 и выражение для определителя схемы, разделимой по одному узлу a , а также определители элементарных схем транзистора из п.1, 2, 5, 8, 9 табл. 3.1.2. В результате получаем

$$\begin{aligned}
\Delta D = R_7 & \left[Y_4 \left[h_{21\vartheta}^{V1} \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 1} \\ \text{Circuit diagram 2} \end{array} \right| + h_{11\vartheta}^{V1} \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 3} \\ \text{Circuit diagram 4} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 5} \\ \text{Circuit diagram 6} \end{array} \right| \right] + \right. \\
& \left. + \left[\left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 7} \\ \text{Circuit diagram 8} \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 9} \\ \text{Circuit diagram 10} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 11} \\ \text{Circuit diagram 12} \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 13} \\ \text{Circuit diagram 14} \end{array} \right| \right] + \right. \\
& \left. + [(h_{11\vartheta}^{V1} Y_4 + 1) (R_6 Y_5 + 1) + Y_4 R_6 (h_{21\vartheta}^{V1} + 1)] n^2. \quad (3.1.11)
\end{aligned}$$

В (3.1.11) удалим проводимость Y_5 , параллельную нуллатору, используем формулу для определителя схемы, разделимой по одному узлу, а также запишем определители элементарных схем биполярного транзистора из п.1, 2, 6, 10 табл. 3.1.2. Окончательное выражение знаменателя

$$\begin{aligned}
\Delta D = R_7 & \left[Y_4 [h_{21\vartheta}^{V1} (h_{21\vartheta}^{V2} + 1) + h_{11\vartheta}^{V1} Y_5 + 1] + Y_5 \right] + \\
& + [(h_{11\vartheta}^{V1} Y_4 + 1) (R_6 Y_5 + 1) + Y_4 R_6 (h_{21\vartheta}^{V1} + 1)] n^2. \quad (3.1.12)
\end{aligned}$$

Полученные формулы для числителя (3.4.7) и знаменателя (3.1.12) эквивалентны соответствующим выражениям [2]. Причём число операций умножения и сложения в (3.1.7) и числителе, приведенном в [2], одно и то же. Знаменатель (3.1.12) содержит 11 операций умножения и 9 сложения, а знаменатель, сформированный с помощью метода обобщенных сигнальных графов [2], имеет 18 умножений и 10 сложений. Таким образом, полученная здесь ССФ является более компактной и экономичной по числу алгебраических операций.

Предлагаемый метод является более эффективным и по сравнению с другими известными методами, например методом графа входов [1], который предусматривает трудоемкое перечисление всех деревьев пары графов для последующего их попарного сравнения. Это приводит к формированию развернутых выражений определителей. Метод выделения параметров многополюсников ориентирован на построение свернутых выражений, близких к оптимальным выражениям [227], что иллюстрирует пример анализа двухкаскадного транзисторного усилителя [240].

3.1.6. Анализ двухкаскадного транзисторного усилителя

Схема усилителя представлена на рис. 3.1.7. Биполярные транзисторы $V1$, $V2$ заданы Y -параметрами для схемы с общей базой. Требуется найти ССФ коэффициента передачи напряжения $K=U/E$.

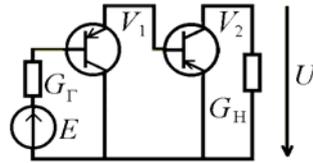


Рис. 3.1.7. Двухкаскадный транзисторный усилитель

Сформируем сначала числитель ССФ. Выражение числителя тождественно определителю исходной схемы, в которой генератор E заменен на норатор, а приемник напряжения, обозначенный на рис. 3.1.7 стрелкой U , – нулатором. Таким образом,

$$\Delta N = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} G_{\Gamma} \\ \downarrow \\ \text{норатор} \\ \uparrow \\ 1 \end{array} \\ \begin{array}{c} V_1 \\ \downarrow \\ a \\ \uparrow \\ b \end{array} \\ \begin{array}{c} V_2 \\ \downarrow \\ G_{\text{H}} \\ \uparrow \\ 1 \end{array} \end{array} \right|. \quad (3.1.13)$$

Выделим в (3.1.13) проводимость G_{Γ} , соединенную последовательно с норатором, удалим проводимость G_{H} , параллельную нулатору, так, как это выполнено в (3.1.6). Упростим полученное САВ с помощью формулы нахождения числителя каскадной схемы [6]. В результате получаем

$$\Delta N = G_{\Gamma} \left| \begin{array}{c} V_1 \\ \downarrow \\ 1 \\ \uparrow \\ 1 \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} V_2 \\ \downarrow \\ 2 \\ \uparrow \\ 2 \end{array} \right|. \quad (3.1.14)$$

Вычислим в (3.1.14) определители элементарных схем биполярного транзистора с общей базой (ОБ) в соответствии с п. 6,7 табл. 3.1.5 и запишем окончательное выражение числителя

$$\Delta N = G_{\Gamma} (Y_{12\text{Б}}^{V1} + Y_{11\text{Б}}^{V1}) (Y_{21\text{Б}}^{V2} + Y_{22\text{Б}}^{V2}). \quad (3.1.15)$$

Упомянутая таблица получена аналогично табл. 3.1.2. В ней определитель Y -матрицы транзистора $\Delta Y_{\text{Б}} = Y_{11\text{Б}} \cdot Y_{22\text{Б}} - Y_{12\text{Б}} \cdot Y_{21\text{Б}}$, а сумма всех элементов матрицы проводимостей $\sum Y_{\text{Б}} = Y_{11\text{Б}} + Y_{12\text{Б}} + Y_{21\text{Б}} + Y_{22\text{Б}}$.

Таблица 3.1.5. Определители Δ элементарных схем биполярного транзистора (ОБ) с Y -параметрами

| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|---------------|----------------|-----------|---|---------------|
| Схема | | | | | |
| Δ | $\Delta_{YБ}$ | $\Sigma Y_{Б}$ | $Y_{11Б}$ | 1 | $Y_{22Б} + G$ |

Окончание табл. 3.1.5

| № | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----------|---------------------|---------------------|--------------------------|----------------|-------------------------------|
| Схема | | | | | |
| Δ | $Y_{21Б} + Y_{22Б}$ | $Y_{12Б} + Y_{11Б}$ | $GY_{11Б} + \Delta_{YБ}$ | $RY_{22Б} + 1$ | $G\Sigma Y_{Б} + \Delta_{YБ}$ |

Сформируем теперь знаменатель ССФ. Выражение знаменателя тождественно определителю ΔD исходной схемы, в которой стяннут источник напряжения E и удален приемник напряжения U . Таким образом,

$$\Delta D = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta D: \text{ Two transistors } V_1 \text{ and } V_2 \text{ are connected in series. The base of } V_1 \text{ is connected to the collector of } V_2. \text{ The emitter of } V_1 \text{ is connected to the base of } V_2. \text{ A conductance } G_{\Gamma} \text{ is connected between the base of } V_1 \text{ and ground. A conductance } G_{H} \text{ is connected between the collector of } V_2 \text{ and ground. The nodes between the transistors are labeled } a \text{ and } b. \end{array} \\ \cdot \end{array} \right. \quad (3.1.16)$$

Преобразуем (3.1.16) с помощью формулы для определителя схемы, разделимой по двум узлам a и b . Эта формула использовалась ранее, например, в выражении (3.1.8). После этой операции

$$\Delta D = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 1: } V_1 \text{ with } G_{\Gamma} \text{ at base, } V_2 \text{ with } G_H \text{ at collector.} \\ \text{Circuit diagram 2: } V_2 \text{ with } G_H \text{ at collector.} \\ \text{Circuit diagram 3: } V_1 \text{ with } G_{\Gamma} \text{ at base.} \\ \text{Circuit diagram 4: } V_2 \text{ with } G_H \text{ at collector.} \end{array} \\ \cdot \end{array} \right. \quad (3.1.17)$$

Учитывая в (3.1.17) определители элементарных схем транзистора из п.5, 8–10 табл. 3.1.5, запишем окончательное выражение знаменателя

$$\Delta D = (G_{\Gamma} + \Sigma Y_{\text{Б}}^{V1}) (G_{\text{Н}} \Sigma Y_{\text{Б}}^{V2} + \Delta Y_{\text{Б}}^{V2}) + (G_{\Gamma} Y_{11\text{Б}}^{V1} + \Delta Y_{\text{Б}}^{V1}) (G_{\text{Н}} + Y_{22\text{Б}}^{V2}). \quad (3.1.18)$$

Найденные выражения для числителя (3.1.15) и знаменателя (3.1.18) являются максимально компактными – содержат минимальное число операций умножения и сложения. Это обеспечивается за счет использования определителей элементарных схем транзистора.

3.2. АНАЛИЗ ЦЕПЕЙ С ПЕРЕКЛЮЧАЕМЫМИ КОНДЕНСАТОРАМИ

При временном анализе электрических цепей с переключаемыми конденсаторами (ПК) применяются, как правило, матричные методы [164]. Желательно разработать для таких цепей методологию топологического формирования (без построения уравнений) символьных выражений откликов.

В качестве исходной топологической базы для решения поставленной задачи следует принять метод схемных определителей (МСО) [228], который позволяет формировать символьные выражения откликов на основе электрических блок-схем [137] или схем замещения (без использования дополнительных математических или графовых аппаратов) в свернутом компактном виде. Однако МСО предназначен для работы в традиционном базисе токов и напряжений, а основным базисом для электрических цепей с конденсаторами и ПК является базис зарядов и напряжений [164, 193]. Поэтому необходимо обобщить МСО на этот координатный базис.

Рассмотрим электрические цепи с ПК, содержащие идеальные элементы: конденсаторы с емкостями C [164] или эластансами S [193], источники напряжения, управляемые напряжением (ИНУН) и зарядом (ИНУЗ), источники заряда, управляемые напряжением (ИЗУН) и зарядом (ИЗУЗ) [164], ключи, управляемые по времени, независимые источники напряжения и заряда. Введем также идеальные операционные усилители – нуллоры [228] – в базисе зарядов и напряжений. Графическое изображение нуллора в базисе зарядов и напряжений оставим прежним. Свойства его будут аналогичными [228]: напряжение и заряд на нуллаторе являются нулевыми, а на нораторе могут принимать произвольные значения в зависимости от внешней схемы.

В силу взаимного соответствия заряда и тока [193] формулы выделения параметров элементов в базисе заряда и напряжения могут быть получены из формул выделения параметров в базисе тока и напряжения

путем замены параметров по принципу взаимосоответствия [62]. Так, формулы выделения емкости C и эластанса S получаются из формул выделения проводимости G и сопротивления R [228] соответственно и имеют вид

$$\Delta = C\Delta_c + \Delta^c; \quad \Delta = S\Delta^s + \Delta_s, \quad (3.2.1)$$

где Δ , Δ_c , Δ^s – определители схем; верхние (нижние) индексы означают, что в схеме удалены (стянуты) соответствующие элементы.

Уравнение для выделения ИНУН в базисе заряда и напряжения сохраняется таким же, как в [228]. Формулы для остальных управляемых источников – ИЗУЗ, ИНУЗ и ИЗУН – записываются на основе общей формулы выделения УИ

$$\Delta = \chi \Delta(\chi \Rightarrow N) + \Delta(\chi=0), \quad (3.2.2)$$

где χ – параметр УИ, например, для ИНУЗ $\chi=S_p$ (S_p – передаточный эластанс); $\Delta(\chi \Rightarrow N)$ – определитель первой производной схемы, полученной из исходной схемы путем придания выделяемому УИ статуса нуллора; $\Delta(\chi=0)$ – определитель второй производной схемы, которая образована в результате нейтрализации выделяемого УИ, то есть принятия $\chi=0$. Нейтрализация элементов УИ проводится согласно их физическому содержанию: источник заряда и приемник напряжения удаляются, а источник напряжения и приемник заряда стягиваются.

Предлагаемая формула для выделения ключа α представляется следующим образом

$$\Delta = \alpha \Delta_\alpha + \underline{\alpha} \Delta^\alpha \quad (3.2.3)$$

или в схемно-алгебраическом виде

$$\left| \begin{array}{c} \alpha \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| = \alpha \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \underline{\alpha} \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|, \quad (3.2.4)$$

где $\alpha=\alpha(t)$ – переключательная функция, причем $\alpha(t_3)=1$, если в момент времени t_3 ключ замкнут и $\alpha(t_p)=0$, если ключ в момент времени t_p разомкнут. Инверсная функция ключа $\underline{\alpha}$ принимает противоположные значения. Верхний (нижний) индекс α означает удаление (стягивание) ключа.

При выводе формул (3.2.3) и (3.2.4) учитывается то, что определитель схемы с ключом может принимать только два значения

$$\Delta = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \quad \text{и} \quad \Delta = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \quad (3.2.5)$$

для всех $t=t_3$ и $t=t_p$ соответственно.

Излагаемый метод схемных определителей в базисе зарядов и напряжений включает формулы (3.2.1), (3.2.2), (3.2.3) или (3.2.4), а также схемно-алгебраические формулы (САФ) для соответствующих схемных функций в данном базисе, аналогичные [228], и формулы выделения нуллора, совпадающие с [228]. МСО в базисе зарядов и напряжений позволяет проводить анализ схем с переключаемыми конденсаторами по исходной схеме без построения схем замещения в базисе напряжений и токов.

Проиллюстрируем предлагаемый метод. Для этого найдем символьное выражение выходного напряжения $u_{\text{ВЫХ}}(t)$ для активной цепи с ПК из [164], представленной на рис. 3.2.1,а. Параметры всех элементов известны.

Представим на рис. 3.2.1,б схему замещения цепи на i -м шаге решения задачи. Для этого учтем с помощью источников ЭДС $e_{1i-1}, e_{2i-1}, e_{3i-1}, e_{4i-1}$ напряжения конденсаторов C_1, C_2, C_3, C_4 на $(i-1)$ -м шаге.

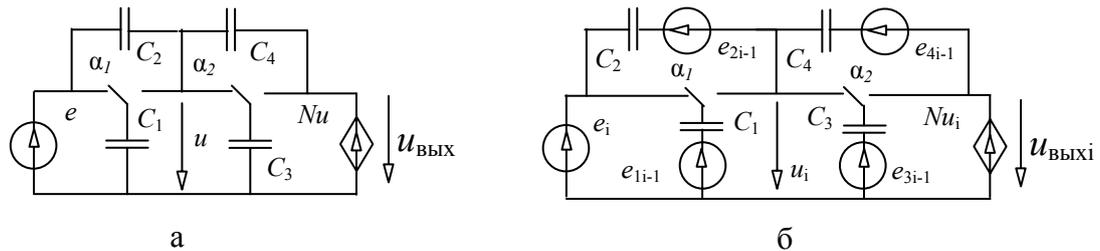


Рис. 3.2.1. Исходная схема цепи с ПК (а) и ее дискретная схема замещения (б)

Используя метод наложения, запишем по схеме замещения дискретное выражение для выходного напряжения

$$u_{\text{вых}i} = \frac{T_e e_i + T_{e1} e_{1i-1} + T_{e2} e_{2i-1} + T_{e3} e_{3i-1} + T_{e4} e_{4i-1}}{D}, \quad (3.2.6)$$

где D – определитель схемы; $T_e, T_{e1}, T_{e2}, T_{e3}, T_{e4}$ – числители коэффициентов передачи напряжения от источников $e_i, e_{1i-1}, e_{2i-1}, e_{3i-1}, e_{4i-1}$ к приемнику напряжения $u_{\text{вых}i}$.

Определитель схемы согласно МСО находится по следующей схемно-алгебраической формуле

$$D = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|. \quad (3.2.7)$$

САФ (3.2.7) получена из схемы на рис. 3.2.1,а путем нейтрализации всех независимых источников и приемника отклика. Применив к выражению (3.2.7) формулу для определителя схемы, разделимой по двум узлам, получим

$$D = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \text{Circuit 2} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 3} \\ \text{Circuit 4} \end{array} \right| \quad (3.2.8)$$

Во втором определителе (3.2.8) ИНУН, нейтрализованный в связи с замыканием его приемника, не показан. Последовательное применение к определителям (3.2.8) формул (3.2.1), (3.2.2) и (3.2.4) приводит к символьному выражению знаменателя

$$D = \alpha_1 C_1 + C_2 + \alpha_2 C_3 + C_4 - N C_4. \quad (3.2.9)$$

Числитель (3.2.6) находится путем последовательного формирования его составляющих T_e , T_{e1} , T_{e2} , T_{e3} , T_{e4} . Например, САФ первой составляющей имеет вид

$$T_e = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 5} \end{array} \right| \quad (3.2.10)$$

Схема для САФ (3.2.10) получена из рис. 3.2.1,б путем замены источника e_i норатором (при этом остальные независимые источники нейтрализуются), а приемника искомого напряжения нуллатором. Выделим ИНУН по формуле (3.2.2). Из двух слагаемых этой формулы только одно слагаемое, соответствующее преобразованию ИНУН в нуллятор, является ненулевым. Второе слагаемое равно нулю, поскольку при нейтрализации ИНУН образуется вырожденный контур из нуллатора. Таким образом,

$$T_e = N \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 6} \end{array} \right| \quad (3.2.11)$$

Удалим из схемы в САФ (3.2.11) емкости C_1 и C_3 , которые параллельны норатору или нуллатору в любом положении ключей. Заменяем взаимно номера у нуллаторов. Параллельное соединение нуллатора и норатора представим проводником. Выделим и стянем емкость C_2 , соединенную теперь последовательно с норатором, удалим емкость C_4 , параллельную нуллатору. Учтем, что определитель контура из норатора и нуллатора равен единице, получим

$$T_e = NC_2. \quad (3.2.12)$$

Аналогично (3.2.12) формируются и остальные слагаемые числителя (3.2.6). Если учесть, что все слагаемые (3.2.6) содержат множитель N , то символьное выражение для искомого напряжения имеет вид

$$u_{\text{былх}} = \frac{N(C_2 e_i + C_1 \underline{\alpha}_1 e_{1i-1} - C_2 e_{2i-1} + \alpha_2 C_3 e_{3i-1} + C_4 e_{4i-1})}{\underline{\alpha}_1 C_1 + C_2 + \alpha_2 C_3 + C_4 - NC_4}. \quad (3.2.13)$$

Формулы для вычисления значений ЭДС e_{1i-1} , e_{2i-1} , e_{3i-1} , e_{4i-1} находятся аналогично, при этом знаменатель у всех функций одинаковый и равен определителю схемы D .

Сравним для оценки эффективности предлагаемого метода полученное выражение отклика (3.2.13) с аналитическим решением системы уравнений, построенной в [163] методом расширенного узлового базиса (МРУБ). Числитель (3.2.13) содержит на одно слагаемое меньше по сравнению с числителем по МРУБ, поскольку он формируется по пяти задающим воздействиям e_i , e_{1i-1} , e_{2i-1} , e_{3i-1} , e_{4i-1} , а выражение по МРУБ строится по шести воздействиям – e_i и пяти узловым напряжениям.

Для оценки выражений знаменателя приведем матрицу параметров по МРУБ из [163]:

| | | | | | | | | |
|-------------|-------------------------|-------------------------|-------|-------|-------------------------|-------------------------|------|-----|
| C_2 | $-C_2$ | | | | $-\alpha_1$ | | -1 | |
| $-C_2$ | $C_2 + C_4$ | $-C_4$ | | | $-\underline{\alpha}_1$ | $-\alpha_2$ | | |
| | $-C_4$ | C_4 | | | | $-\underline{\alpha}_2$ | | 1 |
| | | | C_1 | | 1 | | | |
| | | | | C_3 | | 1 | | |
| $-\alpha_1$ | $-\underline{\alpha}_1$ | | 1 | | | | | |
| | $-\alpha_2$ | $-\underline{\alpha}_2$ | | 1 | | | | |
| 1 | | | | | | | | |
| | N | -1 | | | | | | |

Символьное выражение определителя этой матрицы, полученное с помощью операции *det* системы Maple [57], имеет вид

$$D = \underline{\alpha}_1^2 C_1 + C_2 + \alpha_2^2 C_3 + \alpha_2 \underline{\alpha}_2 N C_3 + C_4 - N C_4. \quad (3.2.14)$$

Выражение по МРУБ (3.2.14) тождественно определителю (3.2.9) по МСО в базисе зарядов и напряжений. Однако в (3.2.9) имеется 3 операции умножения и 4 сложения, а в (3.2.14) – 8 и 5 соответствующих операций. Матричный метод на основе расширенного узлового базиса существенно уступает МСО в базисе зарядов и напряжений, поскольку он использует матрицу с избыточной информацией о схеме. Действительно, каждая из емкостей C_2 и C_4 содержится в четырех клетках этой матрицы, а каждый параметр ключей – в двух ячейках.

Таким образом, предложенный метод схемных определителей в базисе зарядов и напряжений обеспечивает формирование символьных выражений откликов цепей с ПК без построения уравнений и позволяет получить выражения, более компактные (без избыточных нулевых слагаемых) и экономичные по числу вычислительных операций, чем матричные методы.

3.3. МЕТОД СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ РЕДУКЦИИ

Символьный анализ сложных (100...200 элементов и более) электрических цепей выполняется в настоящее время с помощью иерархического метода схемных миноров (МСМ) [230]. Метод состоит в разделении схемы на подсхемы, определении схемных миноров (дополнений) каждой из подсхем и последующего их попарного объединения путем формирования схемных миноров новой подсхемы. Этот процесс выполняется до тех пор, пока не образуется исходная схема со схемными минорами для внешних полюсов. Метод позволяет сформировать символьное выражение в виде последовательности подвыражений. Недостатком МСМ является прогрессирующий рост числа слагаемых (схемных миноров) в диакоптической формуле при увеличении числа полюсов у подсхем (табл. 3.3.1), что приводит при числе узлов подсхем 7...10 к большим вычислительным затратам. Затраты настолько большие, что МСМ не позволяет рассчитывать электрические сети и системы [239, 251], подсхемы которых имеют указанное число полюсов.

Таблица 3.3.1. Число схемных миноров и первичных параметров для неавтономных подсхем

| Число полюсов | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------------------------------|---|----|----|-----|-----|------|-------|-------|
| Число миноров | 6 | 20 | 70 | 252 | 924 | 3432 | 12870 | 48620 |
| Число передаточных параметров | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 |

В таких цепях для описания многополюсников целесообразно использовать классические системы первичных параметров Y, Z, H, F, A, B [181, 206], количество которых значительно меньше (табл. 3.3.1) и оно

растет медленнее, чем количество схемных миноров. Неслучайно эти системы параметров широко используются в диакоптических методах на основе неавтономных [207], автономных многополюсников с уравнениями относительно внешних полюсов [1] и многомерных эквивалентных генераторов [245].

На основе Y -параметров в [207] предложено аналитическое решение задачи диакоптического анализа электронных цепей методом редукции внутренних узлов подсхем. Решение состоит в разбиении схемы на неавтономные многополюсники, нахождении их Y -параметров с помощью многократных алгебраических дополнений, построении с помощью обобщенного метода узловых напряжений системы узловых символьных уравнений сокращенной размерности и решении ее уже упомянутым методом алгебраических дополнений. Результат решения для искомой схемной функции получается в виде последовательности символьных подвыражений.

Недостатками этого метода являются: ограничение на тип элементов – допустимы только Y -элементы; появление дублирующих слагаемых с противоположными знаками, что является следствием применения матриц и операций с ними; отсутствие процесса иерархической редукции, что не позволяет анализировать сложные схемы.

Для устранения отмеченных недостатков предлагается использовать редукцию не на основе матриц, а на основе схемно-алгебраических формул многополюсников [137], что позволяет распространить рассматриваемый метод на произвольные линейные элементы и избежать появления одинаковых слагаемых с противоположными знаками. Процесс *схемно-алгебраической редукции (САР)* следует сделать иерархическим, используя попарное объединение подсхем как в [230], что снижает существенно сложность одновременно решаемой задачи.

При наличии нескольких независимых источников целесообразно использовать на уровне подсхем *неявный метод наложения* [143], который позволяет перейти от множества схемных функций по явному методу наложения к построению одной схемной функции и тем самым обеспечить компактную свертку алгебраических выражений. Если независимые источники имеются в нескольких подсхемах, то для анализа такой схемы следует применять комбинированный *явно-неявный метод наложения воздействий*.

В последнем случае для каждой из подсхем в отдельности используется *неявный метод наложения с единичным источником* [143], который заключается в замене всех независимых источников управляемыми источниками (УИ). Эти источники управляются напряжением введенного в схему разомкнутого (замкнутого) единичного источника напряжения (тока). В результате такой замены число независимых источников в цепи сокращается до одного заземленного

источника и, как следствие, уменьшается многократно по табл. 3.3.1 число параметров, характеризующих подсхему. Соответственно уменьшаются вычислительные затраты на их получение.

Для схемы в целом применяется явный метод наложения, но для сокращенного числа независимых источников. Поскольку введение в подсхему нескольких УИ, заменяющих независимые источники, практически не влияет на объем вычислений, то при использовании явно- неявного метода наложения вычислительные затраты на формирование числителя сокращаются приблизительно в число раз, равное отношению общего количества независимых источников к числу автономных подсхем.

Метод, объединяющий изложенные положения, назовем *методом схемно-алгебраической редукции*. Он состоит в разделении схемы на подсхемы, нахождении первичных параметров для каждой из подсхем и последовательном попарном объединении подсхем (путем схемно-алгебраического определения первичных параметров новой подсхемы) до тех пор, пока не сформируется схема, эквивалентная исходной относительно внешних полюсов. Для такой схемы искомые отклики находятся по известным уравнениям многополюсника.

Центральной операцией предлагаемого метода является операция схемно-алгебраической редукции внутренних узлов подсхемы – определение символьных выражений первичных параметров подсхемы без построения уравнений. Эту операцию предлагается выполнять с помощью подключения нуллора и широкоизвестного метода короткого замыкания и холостого хода [213]. На основе этих положений в данном подразделе будут выведены *схемно-алгебраические формулы для первичных параметров* многополюсников. Рассматриваются наиболее распространенные однородные Y - и Z -параметры. Формулы для гибридных параметров могут быть получены аналогично.

Важным вопросом является вопрос существования систем первичных параметров, поскольку для некоторых многополюсников не все системы параметров существуют [1, 243]. Топологические условия существования параметров сформулированы в [243] лишь для неавтономных пассивных многополюсников, для активных многополюсников показано, что существование первичных параметров зависит не только от топологии, но и от параметров элементов. В [68] сформулированы матричные условия существования первичных параметров произвольных многополюсников.

В рамках данного подраздела разработаем топологические условия существования первичных параметров активных многополюсников, не требующие построения систем уравнений. Эти условия, как и схемно-алгебраические формулы, представим здесь только для однородных систем параметров. Для гибридных параметров условия существования получаются аналогично.

3.3.1. Схемно-алгебраические формулы для Y -параметров многополюсников

Запишем матричное уравнение для неавтономного многополюсника на рис. 3.3.1,а [207]

$$\underline{\mathbf{I}} = \underline{\mathbf{Y}}\underline{\mathbf{U}},$$

где $\underline{\mathbf{I}}$ – вектор токов полюсов размерностью n ; $\underline{\mathbf{Y}}$ – матрица параметров размерностью $n \cdot n$; $\underline{\mathbf{U}}$ – вектор напряжений полюсов относительно базисного узла, который взят для общего случая за пределами многополюсника.

Передаточная проводимость от i -ой ветви к ветви k находится из схемы на рис. 3.3.1,б по формуле [207]

$$\underline{Y}_{ki} = \underline{I}_k / \underline{E}_i, \text{ при } \underline{U}_s = 0, s \neq i, \quad (3.3.1)$$

где \underline{I}_k – ток k -ой ветви; \underline{E}_i – тестовая ЭДС, включенная в ветвь i ; \underline{U}_s – напряжение некоторого узла s относительно базисного; s принимает любые значения из чисел $1, 2, \dots, n$, кроме i .



Рис. 3.3.1. Неавтономный многополюсник (а) и расчетная схема для параметра Y_{ki} (б)

Схемно-алгебраическое выражение передаточной проводимости Y_{ki} формируется как и произвольная схемная функция электрической цепи [229] в виде некоторой дроби, в числителе которой находится определитель производной схемы, полученной из рис. 3.3.1,б заменой источника ЭДС норатором противоположного направления, а приемника тока – нуллатором соответствующего направления. Знаменателем этой дроби является определитель другой производной схемы на рис. 3.3.1,б, в которой нейтрализованы источник ЭДС и приемник тока. Полученная схемно-алгебраическая формула имеет вид

$$Y_{ki} = \left| \begin{array}{c} \text{Network box} \\ \vdots \\ \text{Norton source} \\ \vdots \\ \text{Nullator} \end{array} \right| \Bigg/ \left| \begin{array}{c} \text{Network box} \\ \vdots \\ \text{Short circuit} \\ \vdots \\ \text{Short circuit} \end{array} \right|. \quad (3.3.2)$$

Уравнения (3.3.2), (3.3.3) и (3.3.5) наглядно иллюстрируют Y -параметры как параметры короткого замыкания, поскольку в схеме знаменателя все полюсы замкнуты, а в схеме числителя полюсы также замкнуты, кроме двух, к которым подключаются генератор и приемник.

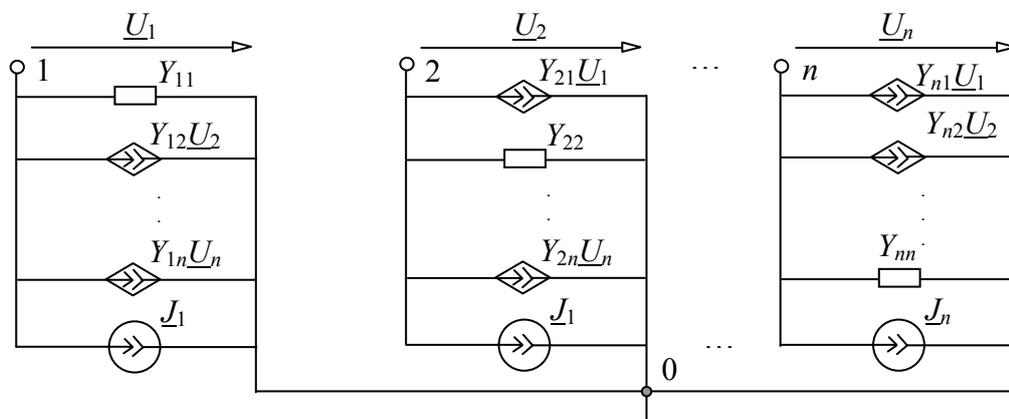


Рис. 3.3.2. Y -схема замещения автономного многополюсника (полюсы k и i в отличие от схемы на рис. 3.3.1, а не показаны)

Приведем на рис. 3.3.3 схему замещения многополюсника в Y -параметрах – многомерный эквивалентный генератор [245]. В отличие от [8], где изложено численное получение Y -параметров с помощью диэквивалентного многомерного генератора, здесь предлагается их прямое (без промежуточного построения диэквивалентного генератора) символическое формирование.

3.3.2. Топологические условия существования Y -параметров многополюсников

Условия существования и единственности Y -параметров эквивалентны условиям невырожденности расчетной схемы на рис. 3.3.1, б, поскольку Y -параметры находятся путем анализа этой схемы. А схема имеет единственный режим, если она невырождена, то есть ее определитель отличен от нуля [143, 312].

Определитель схемы на рис. 3.3.1, б равен определителю производной схемы, полученной путем нейтрализации всех независимых источников и приемника отклика, и представлен в знаменателях формул (3.3.2), (3.3.3) и (3.3.5). Отсюда следует, что *условием существования и единственности Y -параметров* неавтономного многополюсника является отличие от нуля определителя схемы многополюсника с замкнутыми полюсами. Для автономного многополюсника условия существования Y -параметров находятся аналогично после преобразования его в неавтономный

многополюсник путем нейтрализации всех независимых источников. Это условие является *достаточным*, поскольку ненулевой определитель является *достаточным* условием единственности решения систем линейных уравнений [7].

На основании предложенного *достаточного условия существования и единственности Y -параметров многополюсника* выявим структурные особенности, которые приводят к вырождению схем многополюсников, то есть сформулируем *необходимые топологические условия существования и единственности Y -параметров активных многополюсников*. Для этого используем топологические условия существования Y -параметров для пассивных многополюсников [243] и топологические правила вырождения электрических цепей [228].

Первое необходимое топологическое условие заключается в том, что контура, содержащие стороны многополюсника не должны состоять только из источников напряжения (независимых и управляемых) и нораторов. По *второму необходимому топологическому условию* эти контура не должны состоять только из приемников тока и нуллаторов. Если хотя бы одно из этих *двух топологических условий* не выполняется, то независимо от параметров элементов многополюсника его Y -параметры не существуют.

Для схемной интерпретации *необходимых топологических условий*, на рис. 3.2.2 приведены обобщенные схемы n -полюсников, Y -параметры которых не существуют. Следует отметить, что другие первичные параметры этих многополюсников могут существовать.



Рис. 3.3.3. Обобщенные схемы n -полюсников, в которых не выполняются *первое* (а) и *второе* (б) *необходимые топологические условия существования Y -параметров*

Отсутствие в схеме многополюсника приведенных на рис. 3.3.3 топологических вырождений не гарантирует существование Y -параметров, поскольку, как уже отмечалось, имеются еще и параметрические условия, которые в *необходимых топологических условиях* не учитываются. Для иллюстрации параметрических условий приведем на рис. 3.3.4,а схему четырехполюсника, для которого при указанных в подписи к рисунку параметрах Y -параметры не существуют [243], несмотря на то, что *топологические условия* выполняются.

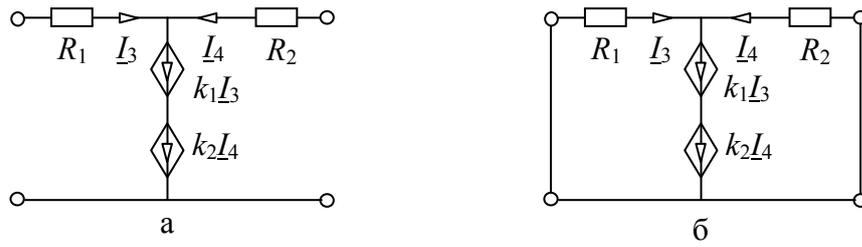


Рис. 3.3.4. Четырехполюсник (а), не имеющий Y - параметров при $R_1 = 3$ Ом; $R_2 = 6$ Ом; $k_1 = k_2 = 2$ Ом; схема (б) для проверки условия существования Y -параметров

В [243] невыполнение параметрического условия существования Y -параметров выявлено только после получения соответствующей матрицы и констатации ее вырожденности. Хотя это можно сделать проще – путем проверки предложенного здесь *достаточного условия существования и единственности Y -параметров*. Для этого раскроем определитель D схемы с замкнутыми полюсами на рис. 3.3.4 б. Выделим в этой схеме сначала ИНУТ $k_2 I_4$, а затем – сопротивление R_2 в обоих полученных слагаемых. В результате получим

$$D = k_2 \left| \begin{array}{c} \boxed{R_1} \\ \downarrow \\ \uparrow \end{array} \right| + R_2 \left| \begin{array}{c} \boxed{R_1} \\ \downarrow \\ \diamond k_1 I_3 \end{array} \right|. \quad (3.3.6)$$

В первом слагаемом выделяем сопротивление R_1 и вычисляем определитель элементарного контура из норатора и нуллатора. Во втором слагаемом преобразуем ИНУТ, управляемый собственным током, в сопротивление и записываем определитель образовавшегося контура из сопротивлений. В результате определитель имеет вид

$$D = -k_2 R_1 + R_2 (R_1 - k_1). \quad (3.3.7)$$

Из последней формулы следует, что Y -параметры существуют, если выполняется следующее простое соотношение

$$\frac{k_2}{R_2} + \frac{k_1}{R_1} \neq 1. \quad (3.3.8)$$

При параметрах, которые даны на рис. 3.3.3,а, это соотношение не выполняется и Y -параметры не существуют.

Таким образом, для проверки существования Y -параметров не требуется их находить, как в [243], или формировать матрицу и находить ее определитель, как в [68], нужно лишь раскрыть схемно-алгебраическим путем определитель многополюсника с замкнутыми полюсами и применить *достаточное условие существования и единственности Y -параметров*. При этом схемно-алгебраический подход позволяет получить это условие в символьной форме, что дает возможность исследовать

условия существования в общем виде, при произвольных значениях параметров.

При практических расчетах, несмотря на наличие *достаточного топологического условия существования Y-параметров*, следует сначала проверять *необходимые топологические условия*, поскольку они позволяют сэкономить значительные вычислительные затраты при наличии в схеме структурных вырождений. *Необходимые топологические условия* проверяются с помощью обобщенных схем на рис. 3.3.3 применительно ко всем сторонам исследуемого многополюсника.

3.3.3. Схемно-алгебраические формулы для Z-параметров многополюсников

Матричное уравнение для автономного многополюсника может быть записано через Z-параметры по аналогии с уравнением для Y-параметров (3.3.4)

$$\underline{U} = \underline{Z}\underline{I} + \underline{E}, \quad (3.3.9)$$

где \underline{U} – вектор напряжений n независимых сторон многополюсника, которых на единицу меньше числа полюсов; \underline{Z} – матрица параметров размерностью $n \cdot n$; \underline{I} – вектор токов сторон (токов внешних контуров).

Для определения передаточного сопротивления от ветви i к ветви k используется схема на рис. 3.3.5,а, из которой для соответствующего неавтономного многополюсника находим

$$Z_{ki} = \underline{U}_k / \underline{J}_i, \text{ при } \underline{I}_s = 0, s \neq i, \quad (3.3.10)$$

где \underline{U}_k – напряжение k -ой стороны многополюсника; \underline{J}_i – ток источника, подключенного к стороне i ; \underline{I}_s – ток стороны s ; s не может принимать значение, равное i .

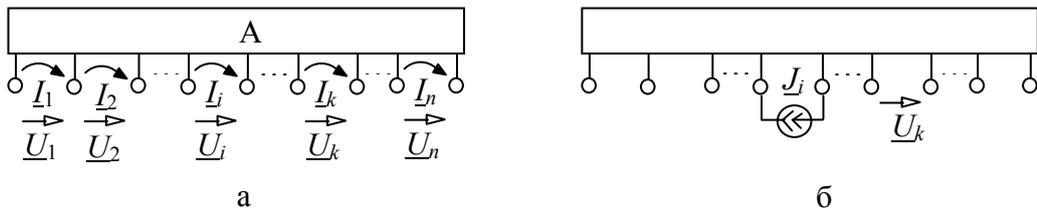


Рис. 3.3.5. Автономный многополюсник (а) с n независимыми сторонами (стороны показаны стрелками токов и напряжений) и схема с соответствующим неавтономным многополюсником (б) для определения сопротивления Z_{ki}

На основании (3.3.10) построим схему замещения на рис. 3.3.4,б. По этой схеме можно сформировать аналогично передаточной проводимости схемно-алгебраическое выражение для передаточного сопротивления Z_{ki} . Это выражение получается в виде дроби, в числителе которой определитель схемы, полученной из рис. 3.3.5,б путем замены источника тока J_i норатором противоположного направления, а приемника напряжения нуллатором соответствующего направления. Знаменателем для Z_{ki} является определитель схемы на рис. 3.3.5,б, в которой нейтрализованы источник тока и приемник напряжения. В результате схемно-алгебраическая формула для передаточного сопротивления имеет вид

$$Z_{ki} = \frac{\left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \circ \quad \circ \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \circ \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \text{---} \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \circ \quad \circ \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \circ \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \text{---} \end{array} \right|} . \quad (3.3.11)$$

Входное сопротивление находится также по формуле (3.3.11), которое принимает частный вид, поскольку в этом случае норатор и нуллатор подключаются к одной стороне многополюсника и оказываются параллельными друг другу. Параллельное согласное соединение норатора и нуллатора, как известно, заменяется перемычкой. С учетом изложенного входное сопротивление для k -ой стороны многополюсника имеет вид

$$Z_{kk} = \frac{\left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \circ \quad \circ \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \circ \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \text{---} \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \circ \quad \circ \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \circ \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \text{---} \end{array} \right|} . \quad (3.3.12)$$

Получение схемно-алгебраического выражения для эквивалентных ЭДС сторон многополюсника осуществляется, как и для эквивалентных источников тока при нахождении Y -параметров, с помощью понятия *определителя схемы с независимыми источниками* [138]. Здесь, как видно из (3.3.5), это понятие трансформируется в понятие определителя схемы автономного многополюсника, который размещается в числителе искомого выражения. Для построения такого определителя необходимо нуллатор подключить к k -й стороне многополюсника, поскольку эквивалентная ЭДС находится именно для этой стороны. Остальные стороны следует разомкнуть, так как в этом случае, как известно, используется режим холостого хода. Знаменатель искомого САВ совпадает со знаменателями

формул для сопротивлений (3.3.11) и (3.3.12). В результате формула для ЭДС k -й стороны имеет вид

$$E_{kk} = \frac{\left| \begin{array}{c} \boxed{\text{A}} \\ \circ \quad \circ \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{c} \boxed{\phantom{\text{A}}} \\ \circ \quad \circ \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \end{array} \right|} \quad (3.3.13)$$

Формулы (3.3.11)–(3.3.13) наглядно иллюстрируют Z -параметры как параметры холостого хода. В знаменателе все полюсы неавтономного многополюсника разомкнуты, а в числителе полюсы автономного многополюсника также разомкнуты, кроме тех, к которым подключаются генератор и приемник.

Приведем на рис. 3.3.5 применяемую для *схемно-алгебраической редукции* схему замещения многополюсника в Z -параметрах – схему эквивалентного многомерного Z -генератора [245]. В отличие от [245] здесь, как уже отмечалось, предлагается символьный способ получения Z -генератора, причем, без промежуточного нахождения диэквивалентного многомерного генератора.

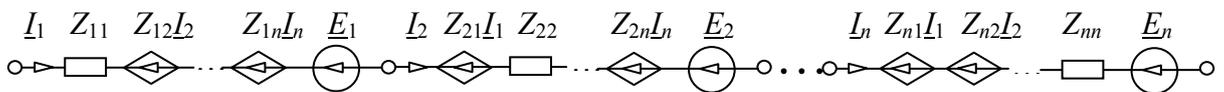


Рис. 3.3.6. Z -схема замещения автономного многополюсника (стороны i и k в отличие от рис. 3.3.5,а не показаны)

3.3.4. Топологические условия существования Z -параметров многополюсника

Достаточным топологическим условием существования и единственности Z -параметров является по аналогии с Y -параметрами, отличие от нуля определителя расчетной схемы на рис. 3.3.4,б – определителя неавтономного многополюсника с разомкнутыми полюсами. Как видно, это условие отличается от условия существования Y -параметров. И, следовательно, если Y -параметры многополюсника не существуют, то Z -параметры могут существовать, что является важным для схемно-алгебраической редукции электрических цепей.

Сформулируем, используя свойство дуальности Z и Y -параметров [213], *необходимые топологические условия существования и*

единственности Z -параметров многополюсника. Первое условие состоит в том, что сечения, соответствующие полюсам, не должны содержать только источники тока (управляемые и независимые) и нораторы. Второе условие – указанные сечения не должны состоять только из приемников напряжения и нуллаторов. Если хотя бы одно из этих двух необходимых топологических условий не выполняется, то независимо от параметров элементов Z -параметры многополюсника не существуют.

Необходимые топологические условия могут быть отражены в виде обобщенных схем n -полюсников на рис. 3.3.7, Z -параметры которых не существуют. Эти схемы могут использоваться в качестве трафаретов для проверки топологических условий. С их помощью нужно проверять каждую сторону исследуемого многополюсника. Следует отметить, что если необходимые топологические условия существования Z -параметров не выполняются, то другие первичные параметры этого многополюсника могут существовать.



Рис. 3.3.7. Обобщенные схемы n -полюсников, в которых не выполняются первое (а) и второе (б) топологические условия существования Z -параметров

Для иллюстрации условий существования Z -параметров рассмотрим многополюсник на рис. 3.3.2,а. Поскольку для него топологические условия выполняются, применим достаточное топологическое условие существования Z -параметров. Для этого найдем определитель схемы многополюсника с разомкнутыми полюсами. Определитель этой схемы равен 1, так как УИ нейтрализованы в силу разомкнутых приемников тока. Следовательно, Z -параметры существуют, причем вне зависимости от численных значений параметров элементов, которые должны принимать конечные (бесконечно большие не допускаются) значения. Напомним, что Y -параметры для этого многополюсника с указанными на рис. 3.3.2,а параметрами элементов не существуют.

3.3.5. Расчет электрических цепей с помощью программы REDSYM

Метод схемно-алгебраической редукции реализован в программе REDSYM (автор В.В.Филаретов). Тестирование этой программы проведено на компьютере с процессором AMD Duron 1.1 ГГц. Для сравнения взяты

результаты наиболее эффективной диакоптической программы, использующей МСМ [230]. В качестве тестовых примеров выбраны четыре схемы, три из них известные: полосовой фильтр (ПФ) [325], избирательный усилитель (ИУ) [147], операционный усилитель (ОУ) $\mu A741$, а четвертая схема – трехфазная электроэнергетическая система (ЭС) [30] – символьное тестирование ранее не проходила. Здесь исследуется ее произвольный несимметричный режим. Отметим, что в частном случае короткого замыкания (КЗ) одной из фаз системы с симметричными параметрами символьное выражение тока КЗ численно соответствует известному результату [30].

Однолинейное изображение этой системы представлено на рис. 3.7.1 в подразделе 3.7. Структурная трехфазная схема [251] исследуемой ЭС изображена на рис. 3.3.8. Схемы замещения [251] каждого из блоков приведены на рис. 3.3.9–3.3.12.

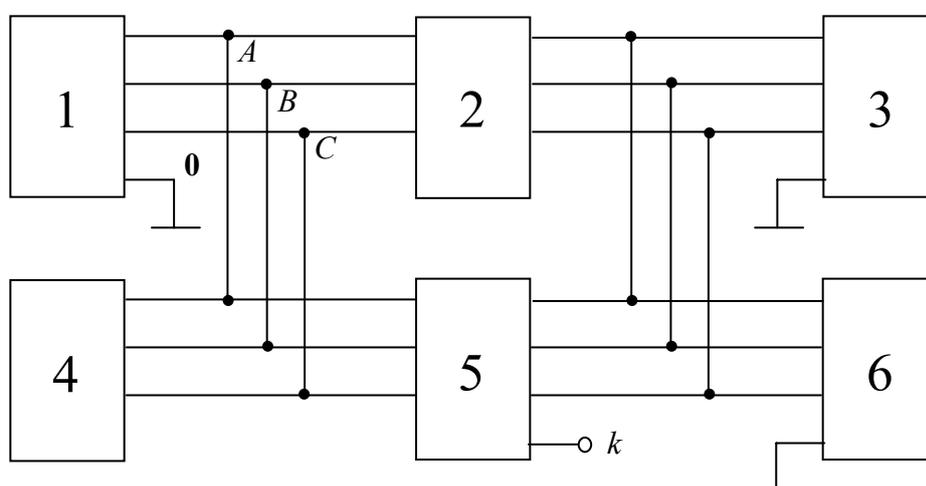


Рис. 3.3.8. Структурная схема энергетической системы (вывод k для исследования режима однофазного короткого замыкания)

Блок 1 (рис.3.3.9) содержит СГ с обмотками соединенными треугольником, который представлен схемой замещения с трехфазным источником ЭДС $\underline{E}_a, \underline{E}_b, \underline{E}_c$, комплексными сопротивлениями каждой из фаз Z_{da}, Z_{db} и Z_{dc} , источниками напряжения, управляемыми током, с параметрами Z_{ra}, Z_{rb} и Z_{rc} . В этом же блоке находится трансформатор с обмотками по схеме «треугольник – звезда», моделируемый источниками напряжения, управляемыми напряжением, с параметрами K_a, K_b и K_c , источниками тока, управляемыми током, с теми же параметрами, а также сопротивлениями короткого замыкания Z_{sa}, Z_{sb} и Z_{sc} .

Блоки 2 и 5 (рис. 3.3.10) представляют собой линии передачи электроэнергии, моделируемые индуктивными сопротивлениями $Z_a, Z_b, Z_c, Z_{a1}, Z_{a2}$ и ИНУТ с передаточными сопротивлениями $Z_{ab}, Z_{ba}, Z_{bc}, Z_{cb}, Z_{ac}, Z_{ca}, Z_{a1b}, Z_{a1c}, Z_{a2b}, Z_{a2c}, Z_{ba1}, Z_{ba2}, Z_{ca1}, Z_{ca2}$. Блок 5 имеет дополнительный вывод k для исследования режима однофазного короткого замыкания.

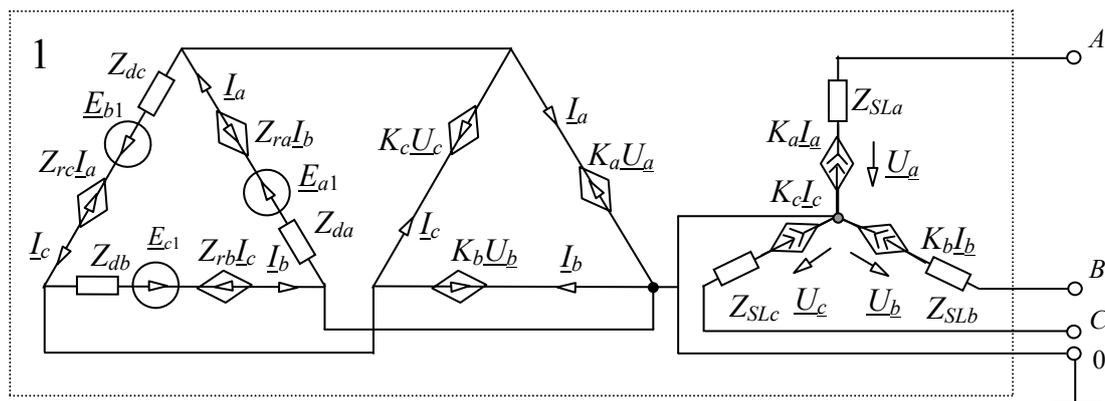


Рис. 3.3.9. Схема замещения блока 1

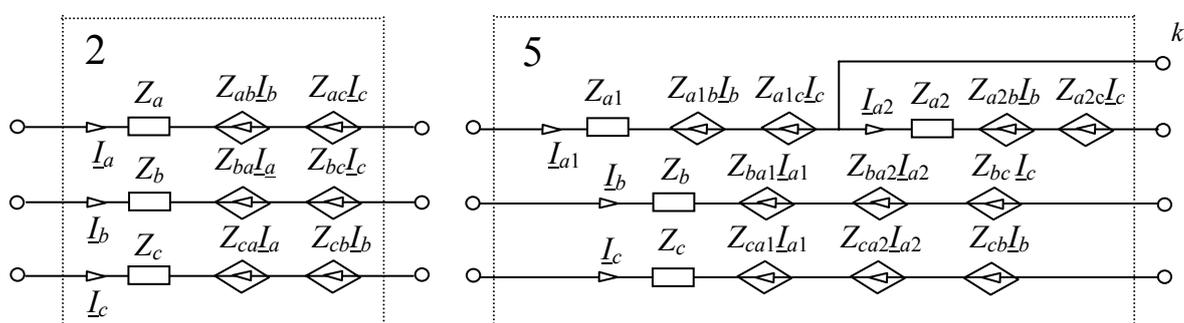


Рис. 3.3.10. Блоки 2 и 5 – линии передачи электроэнергии

Блок 3 (рис. 3.3.11) содержит трансформатор с обмотками по схеме «звезда – звезда», представленный с помощью ИНУН и ИНУТ с теми же параметрами, как и в блоке 1, и сопротивлениями короткого замыкания Z_{sra} , Z_{srb} и Z_{src} . В этом же блоке находится СГ с обмотками по схеме «звезда». Сопротивления и параметры ИНУТ СГ обозначены так же, как в блоке 1.

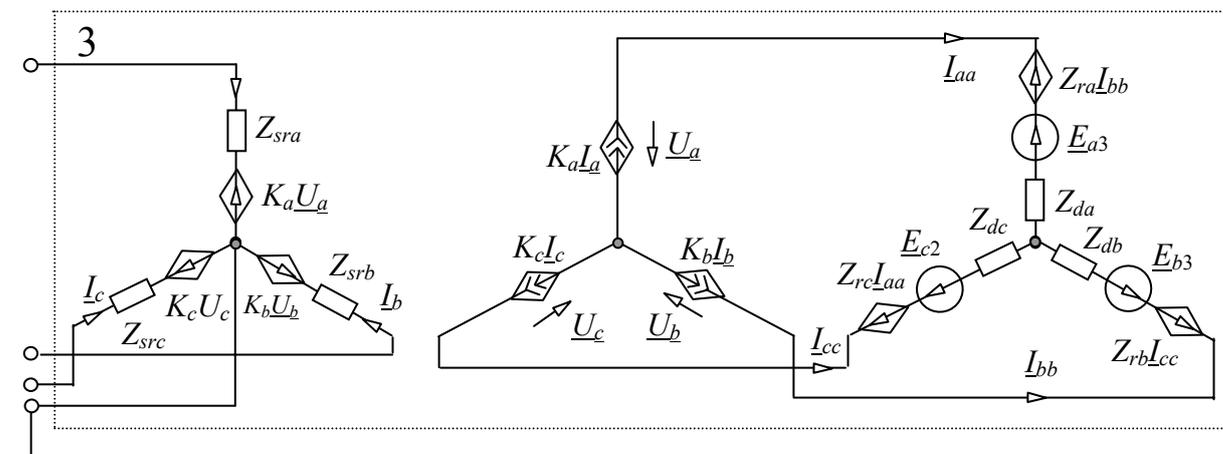


Рис. 3.3.11. Схема замещения блока 3

Блок 4 аналогичен блоку 1 и отличается лишь отсутствием нулевого провода, поэтому здесь не изображен. Блок 6 (рис. 3.3.12) аналогичен блоку 3 и, наоборот, содержит нулевой провод, а также сопротивление нулевого провода Z_N .

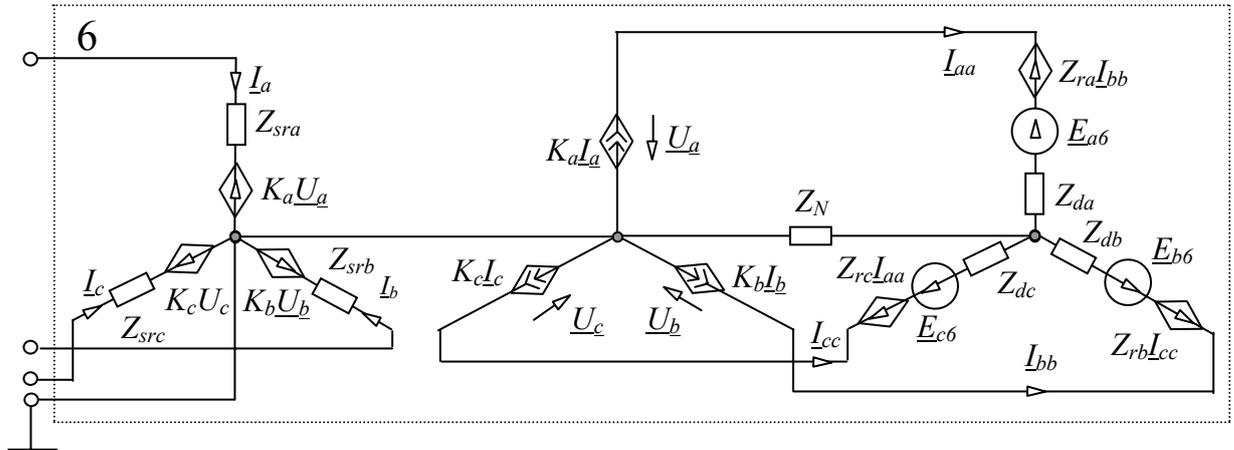


Рис. 3.3.12. Схема замещения блока 6

Для анализа ЭС используется *метод схемно-алгебраической редукции* в сочетании с *явно-неявным методом наложения*. Применение этого метода здесь обязательно, поскольку явный метод наложения в сочетании с МСМ не позволяет получить символьную формулу из-за слишком больших вычислительных затрат. В результате применения *неявного метода наложения* общее число генераторных полюсов у неавтономных подсхем 1, 3, 4 и 6 сокращается с 18-ти до 4-х. Каждая подсхема имеет один генераторный полюс, к которому относительно нулевого полюса подключается единичный источник напряжения [140], управляющий тремя источниками, образующими трехфазный СГ.

Сложность рассматриваемых схем оценивается в табл. 3.3.2 количеством двухполюсных элементов (ДП), управляемых источников, нуллов (N) и независимых источников (НИ). Как видно из табл. 3.3.2, программа по методу САР формирует выражения, содержащие по сравнению с МСМ меньше трудоемких операций умножения и деления. Причем эффект тем больше, чем больше полюсов содержат подсхемы. Так для ЭС, подсхемы которой содержат число полюсов от 4-х до 8-ми, число трудоемких операций по методу САР в 8 раз меньше, чем по МСМ. Соответствующие затраты времени по методу схемно-алгебраической редукции в 120 раз меньше, чем по МСМ.

Существенное влияние на вычислительные затраты оказывает порядок объединения подсхем. Для уменьшения этих затрат порядок объединения в соответствии с табл. 3.3.1 должен быть такой, чтобы образующиеся при этом подсхемы имели наименьшее число полюсов.

Проиллюстрируем это на примере энергетической системы при одном работающем синхронном генераторе, при этом остальные СГ

нейтрализованы. В этом случае в схеме ЭС на рис. 3.3.7 останется только три внешних полюса, все остальные полюсы окажутся внутренними для соответствующих подсхем. Работающий генератор, находящийся в блоке 1, имеет только один полюс для подключения трехфазного источника вместо четырех. Это обеспечивается, как уже отмечалось, за счет применения *неявного метода наложения на основе единичного источника* [143]. Сокращение числа полюсов у первой подсхемы с 8-ми до 5-ти уменьшает в 3 раза по табл. 3.3.1 число ее первичных параметров.

Таблица 3.3.2. Сравнение вычислительной эффективности метода схемно-алгебраической редукции и МСМ

| Схе- ма | Сложность схемы | | Метод схемных миноров <u>МСМ+НМН</u> | | | | <i>Метод САР</i> <u>Метод САР+НМН</u> | | | |
|------------|--------------------|------------------|---|----------------|-------|------------|--|--------------|------|-------------|
| | ДП | УИ (N) +НИ | * | + | = | t | * | + | = | t |
| | | | / | - | | | / | - | | |
| ПФ | 44 | (13)+1 | 266 1 | 156 97 | 116 | 23 с | 79 26 | 34 26 | 85 | 21 с |
| ИУ | 84 | 9+1 | 3327 36 | 2363 558 | 647 | 28 с | 1326 264 | 1022 257 | 341 | 11 с |
| ОУ | 191 | 26+1 | 1882 116 | 2240 98 | 642 | 20 с | 1329 620 | 1417 138 | 808 | 12 с |
| ЭС | 32 | 54+12 | 110324 4 | 62664 42645 | 22118 | <u>2</u> ч | 13984 1033 | 9086 2721 | 1197 | <u>54</u> с |

Для указанной схемы ЭС рассмотрим 2 порядка объединения подсхем. Каждый из этих порядков объединения проиллюстрирован на рис. 3.3.13 с помощью деревьев объединения. Узлами этих деревьев являются подсхемы с соответствующими номерами. Объединение в каждом из деревьев осуществляется в направлении слева направо и снизу вверх. Например, при объединении подсхем 1 и 2 образуется подсхема 7.

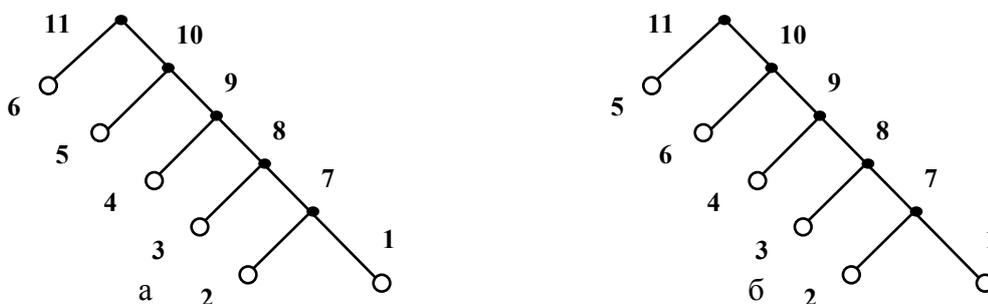


Рис. 3.3.13. Деревья объединения подсхем при первом (а) и втором (б) рассматриваемых порядках объединения

Первый рассматриваемый порядок объединения подсхем на рис. 3.3.13,а дает по программе *REDSYM* символьное выражение для отклика системы с числом операций умножения 3482, деления 264, сложения 2368, вычитания 650 и присвоения 305. Второй порядок объединения на рис. 2,б – 20320, 283, 23564, 3740 и 324 операции соответственно. Видно, что число трудоемких операций умножения для первого порядка объединения подсхем почти в 6 раз меньше, чем для второго порядка при одновременном сокращении числа других операций. Такое значительное уменьшение объема формулы объясняется тем, что образующиеся новые подсхемы 7, 8, 9, 10 и 11 при первом порядке объединения имеют число полюсов 8, 8, 8, 5 и 3 соответственно, а при втором порядке 10-я подсхема содержит на 3 полюса больше при сохранении числа полюсов у остальных подсхем. Это, как уже отмечалось, приводит в соответствии с табл. 3.3.13 к возрастанию в 3 раза числа первичных параметров у этой подсхемы.

Представляет интерес тестирование программы на типичных контурных сетях [79, 239], обобщенная схема которых представлена на рис. 3.3.14. Приведем в табл. 3.3.1 для сравнения число деревьев, как показатель сложности схемы, и число умножений в символических выражениях, как показатель сложности выражений, полученных с помощью программы *REDSYM*. Показателем сложности здесь является также число полюсов у подсхем (см. строку 4 в табл. 3.3.1). Как число деревьев, так и число умножений округлены до двух значащих цифр.

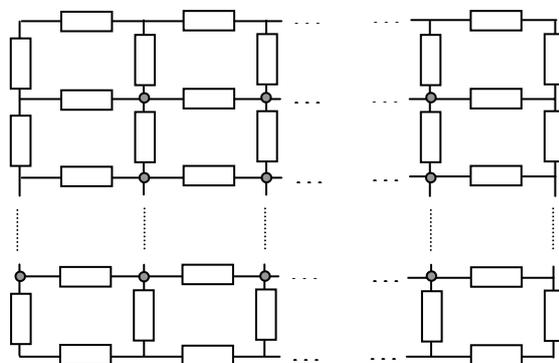


Рис. 3.3.14. Типичная контурная сеть

Из таблицы видно, что при увеличении схемы на один узел число умножений в формуле по *REDSYM* увеличивается не более, чем на порядок, а рост числа деревьев составляет при этом до 10-ти порядков. Таким образом, *метод схемно-алгебраической редукции* позволяет формировать символические выражения, сложность которых растет значительно медленнее, чем топологическая сложность соответствующих цепей.

Таблица 3.3.3
Сравнение числа деревьев электрических сетей и числа умножений
в символьных выражениях, полученных по программе *REDSYM*

| № сети | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|-------------------------|----|-----|------------------|------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Число узлов | 6 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 | 100 | 121 | 144 |
| Число контуров | 2 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 | 100 | 121 |
| Число полюсов у подсхем | – | – | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| Число деревьев | 15 | 192 | $1.0 \cdot 10^5$ | $5.6 \cdot 10^8$ | $3.2 \cdot 10^{13}$ | $2.0 \cdot 10^{19}$ | $1.3 \cdot 10^{27}$ | $8.3 \cdot 10^{33}$ | $5.7 \cdot 10^{42}$ | $4.0 \cdot 10^{52}$ | $3.0 \cdot 10^{63}$ |
| Число умножений | 2 | 24 | 193 | $1.9 \cdot 10^3$ | $1.2 \cdot 10^4$ | $3.4 \cdot 10^4$ | $1.4 \cdot 10^5$ | $4.9 \cdot 10^5$ | $8.7 \cdot 10^5$ | $2.7 \cdot 10^6$ | $4.8 \cdot 10^6$ |

Итак, предложен *диакоптический метод схемно-алгебраической редукции*, объединяющий экономичность первичных параметров и безызбыточность схемно-алгебраических формул для многополюсников. Сформулированы и обоснованы *достаточные и необходимые топологические условия существования первичных параметров многополюсников*. Метод схемно-алгебраической редукции по сравнению с методом схемных миноров многократно сокращает вычислительные затраты и объем формируемых символьных выражений для электрических цепей, содержащих подсхемы с большим числом полюсов (6...10 и более). Это позволяет выполнять символьный анализ электрических систем и сетей, содержащих десятки-сотни узлов и элементов. Применение в диакоптическом методе схемно-алгебраической редукции и *явно-неявного метода наложения* позволяет сократить вычислительные затраты по сравнению с явным методом наложения в число раз, равное отношению общего количества независимых источников к числу автономных подсхем.

3.4. АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПОСТРОЕНИЕ СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ФОРМУЛ ВЫДЕЛЕНИЯ МНОГОПОЛЮСНИКОВ

Схемно-алгебраические формулы (САФ) содержат как символы (параметры и переменные) и арифметические операции с ними (умножение, сложение, вычитание и деление), так и многополюсники (подсхемы) и операции с ними (схемный определитель, умножение

схемного определителя на символ). САФ формируются путем выделения элементов схемы замещения многополюсника, поэтому они не содержат дублирующих пар слагаемых с противоположными знаками.

САФ применяются многократно для различных схем, многополюсников и подсхем. Это дает возможность сэкономить время анализа, а также получить более компактные выражения, поскольку в САФ уже сгруппированы сомножители. Наибольший эффект удастся получить при использовании САФ для многополюсников, содержащих одинаковые элементы, например, в многофазных системах. В этом случае группирование слагаемых приводит к значительному сокращению числа арифметических операций.

Применение САФ дает эффективный способ получения численно-аналитических выражений для искомым схемных функций и откликов цепи, поскольку схемные определители многополюсников, содержащиеся в САФ, могут быть получены численным решением соответствующих уравнений или с помощью известных программ численного анализа. Это экономичнее, чем получение численно-аналитических выражений на основе символьных выражений.

Изложенные достоинства САФ свидетельствуют о необходимости автоматизации их получения. Для этого предлагается программа CIRMUL (автор В.В.Филаретов), которая является модификацией программы CIRS YMD [36] и предназначена для получения схемно-алгебраических выражений схемных определителей и символьных выражений откликов. При этом поддерживаются имена и формат рабочих файлов, а также файла конфигурации программы CIRS YMD.

Параметры всех элементов схемы представляются в символьной форме. В отличие от программы CIRS YMD предусматривается использование в схеме одного многополюсника с числом полюсов от двух до девяти. Это обеспечивается включением оператора S (*subcircuit* – подсхема). Узлы многополюсника должны быть пронумерованы порядковыми цифрами от двух до девяти. Например, для включения в схему четырехполюсника достаточно привести в конце cir-файла строку «S 1 2 3 4». В отличие от программы CIRS YMD программой CIRMUL не проводится бисекция схем и выполняется первоочередное выделение параметров элементов, внешних по отношению к многополюснику. При этом в конце подвыражений оказываются сомножители, начинающиеся с символа S, которые соответствуют многополюснику с разомкнутыми полюсами (например, S1234), замкнутыми некоторыми или всеми его полюсами, а также этому многополюснику с подсоединенными к его полюсам нуллора. Таким образом, получается схемно-алгебраическое выражение, в котором присутствуют цифровые коды многополюсника. Правила перехода от кодов многополюсников к обычным схемно-

алгебраическим выражениям иллюстрируются рассмотренными ниже примерами.

Чтобы получать не только схемно-алгебраические выражения определителей, но и схемно-алгебраические выражения откликов, необходимо подключать приемники напряжения или тока к свободным парам полюсов многополюсника, то есть полюсам, не подключенным к другим, внешним по отношению к многополюснику, элементам. Число полюсов многополюсника ограничено девятью из соображений удобства перехода от кодов многополюсника к соответствующим схемным представлениям.

Выделение всех параметров двух взаимно связанных катушек индуктивности. Цепь с индуктивной связью и ее схема замещения показаны на рис. 3.4.1.

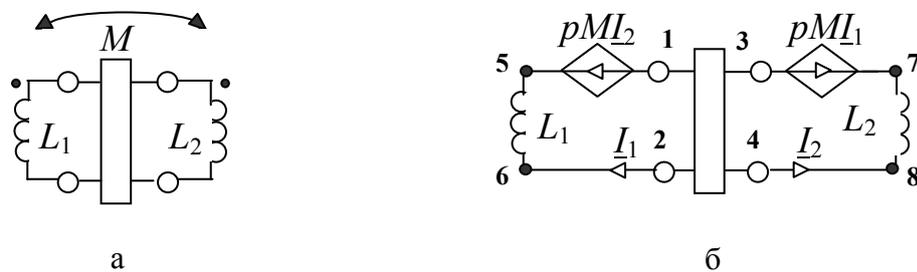


Рис. 3.4.1. Цепь с взаимной индуктивностью (а) и ее схема замещения (б)

Исходный файл для программы *CIRMUL* приводится ниже (для краткости записи строки sig-файла, соответствующие элементам схемы, записаны в виде одной строки):

```
Взаимно связанные катушки L1 5 6 1 L2 7 8 1 H 1 5 4 8 1 H 3 7 2 6 1 S 1 2 3 4
.END
```

Здесь $H=pM$ – сопротивление взаимной индуктивности. Параметрам схемы для краткости присвоены единичные значения.

Результат работы программы *CIRMUL* имеет вид:

```
Z1=s*L1; Z2=s*L2;
detan=
-H*H*S1234+S1234{H[1243]}+S1234{H[3421]}+Z1*(Z2*(S1234)+
S1233)+Z2*(S1134)+S1133;
```

Первое слагаемое выражения `detan` содержит параметр четырехполюсника с разомкнутыми полюсами (все цифры кода различные), а последнее – с замкнутыми полюсами 1 и 2, 3 и 4, поскольку цифры, соответствующие этим полюсам, в коде `S1133` попарно

одинаковые. Второе слагаемое \detan соответствует подключению к четырехполюснику нуллора с параметром H , генератор которого направлен от узла 1 к узлу 2, а приемник – от узла 4 к узлу 3. Аналогично этому третье слагаемое \detan соответствует подключению к четырехполюснику нуллора с параметром H , генератор которого направлен от узла 3 к узлу 4, а приемник – от узла 2 к узлу 1. Коды S1233 и S1134 четырехполюсника соответствуют закорачиванию полюсов 3 и 4, 1 и 2. Запишем выражение \detan в схемно-алгебраическом виде

$$\begin{aligned}
 \left| \begin{array}{c} \overleftrightarrow{M} \\ \bullet \\ \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \\ | \quad | \\ L_1 \quad L_2 \\ | \quad | \\ \text{---} \text{---} \\ \bullet \end{array} \end{array} \right| &= (p^2(L_1L_2 - M^2) \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \\ | \quad | \\ \text{---} \text{---} \\ \bullet \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \\ | \quad | \\ \text{---} \text{---} \\ \bullet \end{array} \right| + \\
 &+ pM \left(\left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \\ | \quad | \\ \text{---} \text{---} \\ \bullet \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \\ | \quad | \\ \text{---} \text{---} \\ \bullet \end{array} \right| \right) + \\
 &+ pL_1 \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \\ | \quad | \\ \text{---} \text{---} \\ \bullet \end{array} \right| + pL_2 \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \\ | \quad | \\ \text{---} \text{---} \\ \bullet \end{array} \right|.
 \end{aligned}$$

Выделение параметра идеального трансформатора. Цепь с идеальным трансформатором и ее схема замещения показаны на рис. 3.4.2.

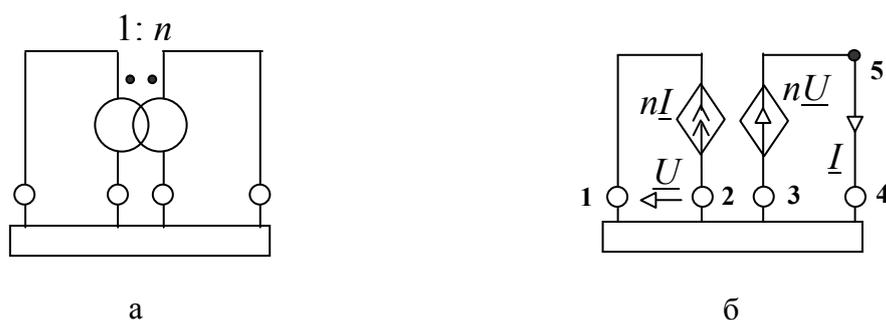


Рис. 3.4.2. Цепь с идеальным трансформатором (а) и ее схема замещения (б)

Исходный файл для программы *CIRMUL* приводится ниже:

```

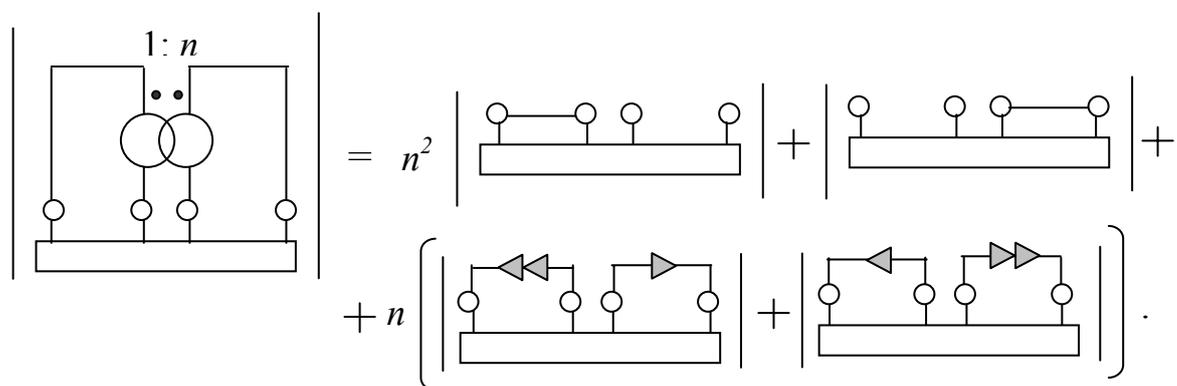
Идеальный трансформатор
F 2 1 5 4 1   K 3 5 2 1 1   S 1 2 3 4   .END
    
```

Здесь $F=K=n$ – коэффициент трансформации идеального трансформатора. Параметрам схемы для краткости присвоены единичные значения.

Результат работы программы *CIRMUL* имеет вид:

```
detan=
F*K*S1134+S1234{F[2134]}+S1234{K[3421]}+S1233;
```

Первое слагаемое выражения \detan содержит параметр четырехполюсника с замкнутыми полюсами 1 и 2, а последнее – с замкнутыми полюсами 3 и 4. Второе слагаемое \detan соответствует подключению к четырехполюснику нуллора с параметром F , генератор которого направлен от узла 2 к узлу 1, а приемник – от узла 3 к узлу 4. Аналогично этому третье слагаемое \detan соответствует подключению к четырехполюснику нуллора с параметром H , генератор которого направлен от узла 3 к узлу 4, а приемник – от узла 2 к узлу 1. Запишем выражение \detan в обычном схемно-алгебраическом виде



Выделение параметров операционного усилителя. Цепь с операционным усилителем и ее схема замещения, учитывающая конечный коэффициент усиления K и выходное сопротивление R показаны на рис. 3.4.3.



Рис. 3.4.3. Цепь с операционным усилителем (а) и ее схема замещения (б)

Исходный файл для программы *CIRMUL* приводится ниже (для краткости записи строки sig-файла, соответствующие элементам схемы, записаны в виде одной строки):

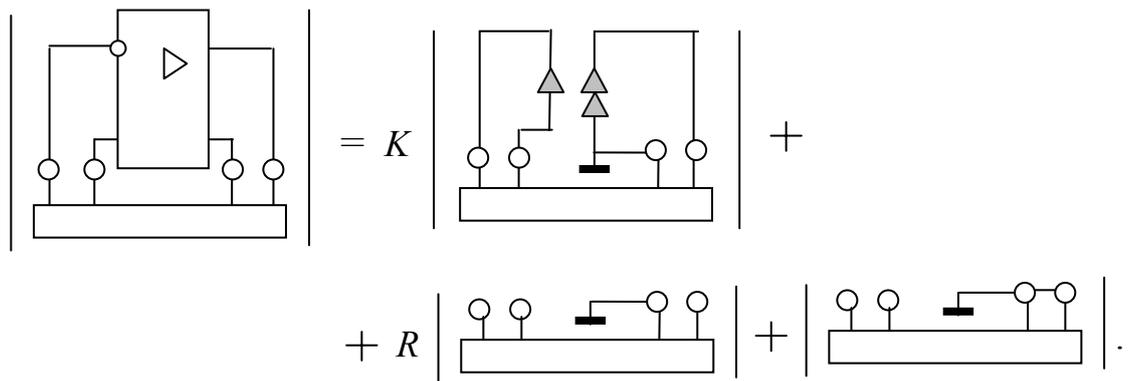
```
Операционный усилитель
K 3 5 2 1 1 R 4 5 1 S 1 2 3 4 .END
```

Здесь $R=Z$. Параметрам схемы для краткости присвоены единичные значения.

Результат работы программы *CIRMUL* имеет вид:

```
detan=
S1234{K[3421]}+R*(S1234)+S1233;
```

Первое слагаемое detan соответствует подключению к четырехполюснику нуллора с параметром K , генератор которого направлен от узла 3 к узлу 4, а приемник – от узла 2 к узлу 1. Второе слагаемое выражения detan содержит параметр четырехполюсника с разомкнутыми полюсами, а третье – параметр четырехполюсника с замкнутыми полюсами 3 и 4. Запишем выражение detan в обычном схемно-алгебраическом виде



Выделение параметра гиратора. Цепь с идеальным гиратором и ее схема замещения показаны на рис. 3.4.4.



Рис. 3.4.4. Цепь с идеальным гиратором (а) и ее схема замещения (б)

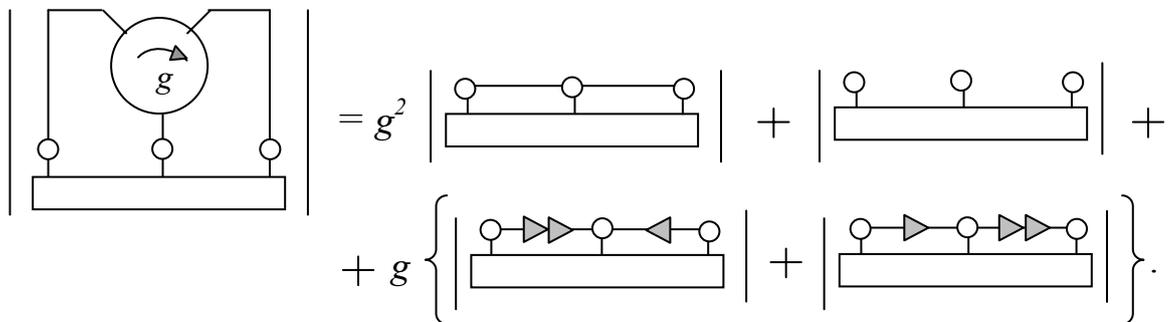
Исходный файл для программы *CIRMUL* приводится ниже:

```
Идеальный гиратор
G 1 2 3 2 1 G 2 3 1 2 1 S 1 2 3 .END
```

Здесь $G = g$. Параметрам схемы для краткости присвоены единичные значения. Результат работы программы *CIRMUL* имеет вид:

```
detan=
G*G*S111+S123{G[1232]}+S123{G[2312]};
```

Первое слагаемое выражения \detan содержит параметр трехполюсника с замкнутыми полюсами 1, 2 и 3. Второе слагаемое \detan соответствует подсоединению к трехполюснику нуллора с параметром G , генератор которого направлен от узла 1 к узлу 2, а приемник – от узла 3 к узлу 2. Третье слагаемое \detan соответствует подсоединению к трехполюснику нуллора с параметром G , генератор которого направлен от узла 1 к узлу 2, а приемник – от узла 3 к узлу 2. Запишем выражение \detan в обычном схемно-алгебраическом виде



Выделение H -параметров транзистора. Цепь с низкочастотным биполярным транзистором и ее схема замещения с H -параметрами показаны на рис. 3.4.5.



Рис. 3.4.5. Цепь с биполярным транзистором (а) и ее схема замещения (б)

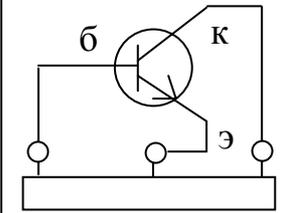
Исходный файл для программы *CIRMUL* приводится ниже:

```
Биполярный транзистор
K12 2 5 3 2 1 F21 3 2 1 4 1 R11 4 5 1 g22 2 3 1 S 1 2 3 .END
```

Здесь $K12 = h_{12}$, $F21 = h_{12}$, $R11 = h_{11}$, $g22 = h_{22}$. Параметрам схемы для краткости присвоены единичные значения. Результат работы программы *CIRMUL* имеет вид:

detan=
 $F21 * K12 * S122 + S123 \{ F21 [2312] \} + g22 * (R11 * (S122) + S111);$

Первое слагаемое выражения detan содержит параметр трехполюсника с замкнутыми полюсами 2 и 3. Второе слагаемое detan соответствует подсоединению к трехполюснику нуллора с параметром F21, генератор которого направлен от узла 2 к узлу 3, а приемник – от узла 1 к узлу 2. Код S111 соответствует короткому замыканию всех полюсов трехполюсника. Запишем выражение detan в обычном схемно-алгебраическом виде



$$\begin{aligned}
 &= (h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}) \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \\
 &+ h_{12} \left| \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \text{---} \leftarrow \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + h_{21} \left| \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \rightarrow \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \\
 &+ h_{11} \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + h_{22} \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \\
 &+ \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|.
 \end{aligned}$$

Выделение параметров синхронного генератора. Цепь с синхронным генератором и ее схема замещения показаны на рис. 3.4.6.

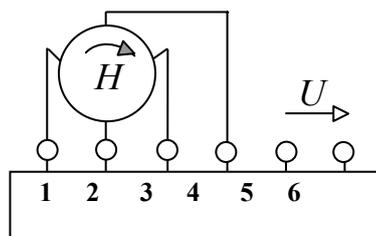


Рис. 3.4.6. Цепь с синхронным генератором

Исходный файл со схемой замещения синхронного генератора для программы *CIRMUL* приводится ниже (для краткости записи строки sig-файла, соответствующие элементам схемы, записаны в виде двух строк):

```
Синхронный генератор (схема замещения Крона-Шакирова [251])
U 5 6 Ea 8 7 1 Eb 14 15 1 Ec 10 11 1 Ra 8 9 1 Rb 14 9 1 Rc 10 9 1
Rn 2 9 1 Hab 7 18 3 16 1 Hbc 15 16 4 12 1 Hca 11 12 1 18 1 S 1 2 3 4 5 6
.END
```

Здесь E_a, E_b, E_c – ЭДС фаз трехфазного синхронного генератора; а R_a, R_b, R_c – сопротивления соответствующих фаз; R_n – сопротивление нулевого провода; H_{ab}, H_{bc}, H_{ca} – ИНУТ для моделирования вращающегося магнитного поля. Приемник с искомым напряжением подключен к свободным полюсам – 5 и 6 шестиполюсника S , что позволяет находить в схемно-алгебраическом виде, не только схемные определители, но и символьные выражения откликов. Результат работы программы *CIRMUL* имеет вид:

$$\begin{aligned}
 U = & \\
 (& \\
 R_b^* & (R_c^* (S123456\{E_a[2165]\}) + R_n^* (S123456\{E_a[4165]\} + S123456\{E_c[1465]\}) + \\
 (E_a)^* & (S123456\{H_{ca}[2456]\}) + S123256\{E_a[2165]\} + S113456\{E_c[1465]\}) + R_c^* \\
 (R_n^* & (S123456\{E_a[3165]\} + S123456\{E_b[1365]\}) + S122456\{E_a[2165]\} + (E_b)^* \\
 (S123456\{H_{ab}[2156]\}) & + S113456\{E_b[1365]\}) + R_n^* (-H_{bc}^* (S123456\{E_a[3165]\}) + \\
 (E_a)^* & (S123456\{H_{ca}[3456]\}) + S123356\{E_a[3165]\} + (E_b)^* \\
 (S123456\{H_{ab}[4156]\}) & - H_{ca}^* (S123456\{E_b[4365]\}) + S123156\{E_b[1365]\} - H_{ab}^* \\
 (S123456\{E_c[1465]\}) & + (E_c)^* (S123456\{H_{bc}[1356]\}) + S121456\{E_c[1465]\}) + \\
 (E_a)^* & H_{ca}^* (S123456\{H_{bc}[2365]\}) + S123456\{E_a[2165]\} H_{bc}[2342] + (E_a)^* \\
 (S122456\{H_{ca}[2456]\}) & + S122256\{E_a[2165]\} + (E_b)^* (H_{ab}^* \\
 (S123456\{H_{ca}[2465]\}) & + S123256\{H_{ab}[2156]\}) + S123456\{E_b[2365]\} H_{ca}[2412] \\
 + S113156\{E_b[1365]\} & + (E_c)^* H_{bc}^* \\
 (S123456\{H_{ab}[2165]\}) & + S123456\{E_c[2465]\} H_{ab}[2132] + (E_c)^* \\
 (S113456\{H_{bc}[1356]\}) & + S111456\{E_c[1465]\} \\
) & \\
 / &
 \end{aligned}$$

(
 $Rb^*(Rc^*(Rn^*(S123456)+S113456)+Rn^*$
 $(-Hca^*S123456+S123156)+S123456\{Hca[2412]\}+S113156)+Rc^*(Rn^*$
 $(-Hab^*S123456+S121456)+S123456\{Hab[2132]\}+S111456)+Rn^*$
 $(Hbc^*Hab^*S123456+Hca^*Hab^*S123456+S123456\{Hab[4134]\}+Hca^*Hbc^*S123456$
 $+S123456\{Hca[3413]\}+S123456\{Hbc[1341]\}+S121156)+Hbc^*$
 $(Hab^*Hca^*S123456+S123456\{Hab[2124]\})+Hab^*$
 $(S123456\{Hca[2423]\})+S123256\{Hab[2132]\}+Hca^*$
 $(S123456\{Hbc[2321]\})+S122456\{Hca[2412]\}+S113456\{Hbc[1341]\}+S111156$
);

Если приемник напряжения не будет указан в sig-файле, то результатом работы программы *CIRMUL* будет САФ для определителя заданной схемы (со стянутыми в результате нейтрализации источниками напряжения), то есть знаменатель САФ для отклика.

detan=

$Rb^*(Rc^*(Rn^*(S123456)+S113456)+Rn^*$
 $(-Hca^*S123456+S123156)+S123456\{Hca[2412]\}+S113156)+Rc^*(Rn^*$
 $(-Hab^*S123456+S121456)+S123456\{Hab[2132]\}+S111456)+Rn^*$
 $(Hbc^*Hab^*S123456+Hca^*Hab^*S123456+S123456\{Hab[4134]\}+Hca^*Hbc^*S123456$
 $+S123456\{Hca[3413]\}+S123456\{Hbc[1341]\}+S121156)+Hbc^*$
 $(Hab^*Hca^*S123456+S123456\{Hab[2124]\})+Hab^*$
 $(S123456\{Hca[2423]\})+S123256\{Hab[2132]\}+Hca^*$
 $(S123456\{Hbc[2321]\})+S122456\{Hca[2412]\}+S113456\{Hbc[1341]\}+S111156;$

Таким образом, с помощью программы *CIRMUL* могут быть получены САФ для произвольных линейных многополюсников и подсхем. Автоматизированную свертку САФ, учитывающую повторяющиеся параметры многополюсника, можно выполнить, например, используя математическую систему *Maple* [57].

3.5. МЕТОД НЕРАВНОВЕСНЫХ СХЕМНЫХ МИНОРОВ

Символьные передаточные функции (СПФ) представляются в виде [213]

$$H = \frac{\Delta_N}{\Delta_D}, \quad (3.5.1)$$

где Δ_N и Δ_D – соответственно числитель и знаменатель СПФ, в которых параметры всех элементов схемы заданы символами. При использовании схемно-алгебраического метода формирования СПФ [228] Δ_N и Δ_D находятся как определители некоторых схем, которые получаются из исходной схемы. Схема для нахождения знаменателя получается в результате нейтрализации источника воздействия и приемника отклика, а схема числителя – путем введения управляющей связи между выходом и входом, которая отображается идеальным операционным усилителем или нулором. Отсюда в частности следует, что выражения для числителей всех СПФ некоторой схемы тождественны.

Схема числителя для каскадного соединения двух многополюсников на рис. 3.5.1,б получена из исходной схемы на рис. 3.5.1,а заменой источника ЭДС норатором (обозначен двойной укрупненной стрелкой) противоположного направления, а приемника напряжения – нулатором (одинарная укрупненная стрелка) соответствующего направления.

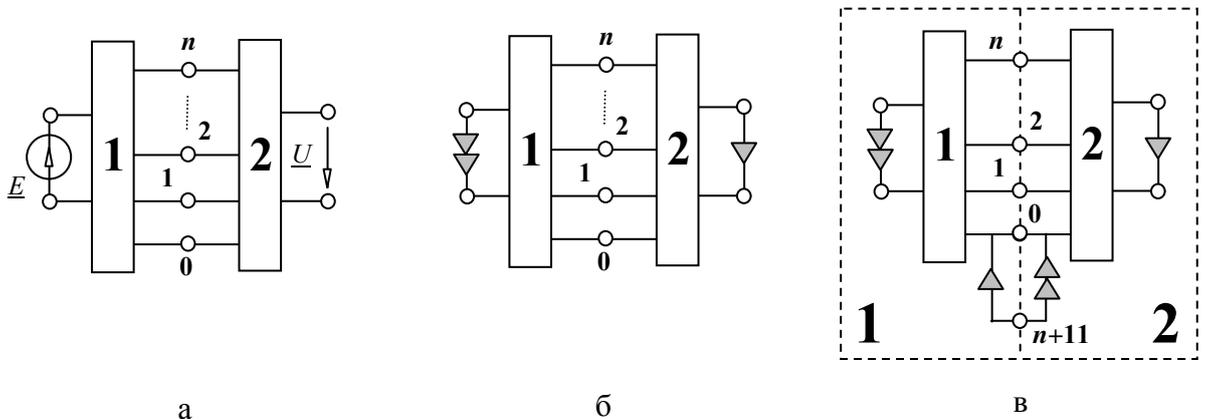


Рис. 3.5.1. Схема, разделимая по $(n+1)$ -му узлу (а), соответствующая схема числителя СПФ (б) и схема числителя СПФ с дополнительным нулором (в)

Электрические цепи обычно имеют каскадную структуру, поэтому источник воздействия и приемник с искомым откликом оказываются полярными друг другу, например, как показано на рис. 3.5.1,а. Однако в большинстве диакоптических (декомпозиционных) методов не допускается наличие управляющих связей между подсхемами [230, 245, 268]. В некоторых методах эти связи допускаются, но считаются крайне нежелательными. Так, «негальванические связи часто сохраняются из-за

незнания или умышленного игнорирования тех сложностей, которые возникают при объединении частных решений для подсистем, между которыми имеются такие негальванические связи» [80, с. 93]. Вместе с тем формирование оптимальных по вычислительной сложности выражений СПФ требует половинного деления, то есть выбора в качестве подсхем, таких частей схемы, которые примерно одинаковы по количеству узлов и элементов [227]. Предпочтение следует отдавать тому варианту деления, при котором схема делится на части по меньшему числу узлов. Таким образом, нахождение числителя в формуле (3.5.1) оказывается сложнее нахождения знаменателя.

Комбинаторный характер задачи поиска минимального разреза обуславливает то обстоятельство, что нахождение оптимального деления исходной схемы на две подсхемы составляет значительную долю (до нескольких десятков процентов) в затратах на формирование СПФ. Это показали эксперименты с компьютерной программой CIRSMD [36]. В этой связи было бы желательно использовать при нахождении по частям числителя и знаменателя СПФ одно и то же деление по узлам. Напомним, что в случае деления схемы знаменателя по двум узлам для разложения ее определителя применяется формула *Фойснера* [279], а в случаях трех и более узлов бисекции используется метод схемных миноров, обобщающий эту формулу [230].

В простейшем случае каскадное соединение представляет собой объединение подсхем, имеющих два общих узла, как показано на рис. 3.5.2,а.

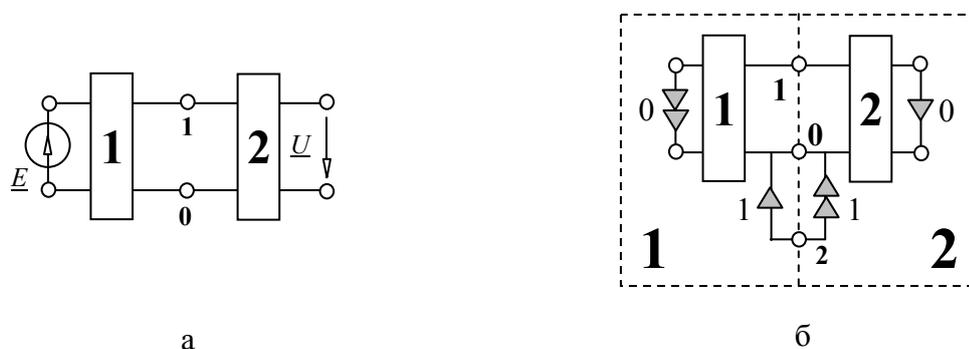


Рис. 3.5.2. Схема, разделяемая по двум узлам (а), и соответствующая схема числителя СПФ с дополнительным нуллором (б)

Числитель СПФ такой схемы находится с помощью простого схемно-алгебраического выражения, показанного в первой строке [293] табл. 3.5.1. Для доказательства этой формулы в схему вводится разомкнутая ветвь в виде последовательного встречного соединения норатора и нуллатора (см. рис. 3.5.2,б). После взаимной замены номеров у двух нуллаторов оказывается возможным разделить схему на две подсхемы по трем узлам (один из которых – узел с номером 2 можно

назвать фиктивным). Выделенные пунктиром подсхемы теперь не имеют общих управляющих связей, и определитель схемы можно выразить по методу схемных миноров (МСМ) [230] через определители левой и правой подсхем, которым присвоим такие же номера, как у входящих в их состав подсхем исходной схемы (см. рис. 3.5.2,б)

$$\Delta_N = -[\Delta_1(0000)\Delta_2(1111) + \Delta_1(0101)\Delta_2(1010) - \Delta_1(0110)\Delta_2(1001) - \Delta_1(1001)\Delta_2(0110) + \Delta_1(1010)\Delta_2(0101) + \Delta_1(1111)\Delta_2(0000)], \quad (3.5.2)$$

где Δ_1 , Δ_2 – схемные миноры (схемные дополнения) подсхем 1 и 2, полученные из соответствующих подсхем в результате подсоединения норатора и нуллатора к узлам, отмеченным единицами в двоичных векторах (ДВ), которые указаны в скобках при Δ_1 и Δ_2 . Позиции ДВ пронумерованы последовательно 1212, причем первая половина позиций 12 относится к нораторам, а вторая половина позиций 12 – к нуллаторам. Таким образом, каждый ДВ образован объединением подвекторов нораторов и нуллаторов, а сомножители слагаемых выражения (3.5.2) соответствуют взаимно дополняющим ДВ.

Все слагаемые формулы (3.5.2), кроме третьего слагаемого, равны нулю, поскольку схемы, производные от первой (второй) подсхемы, содержат разомкнутый нуллятор (норатор) или контур из нуллатора (норатора), то есть являются вырожденными [228]. Обратим внимание на то, что в третьем слагаемом выражения (3.5.2) ДВ первой подсхемы содержит единицу в нораторной позиции 2, а в одноименной нулляторной позиции – ноль, что означает подсоединение норатора ко второму узлу этой подсхемы, к которому подключен собственный (внутренний) нуллятор. ДВ второй подсхемы, напротив, содержит ноль в нораторной позиции 2, а в одноименной нулляторной позиции – единицу, что означает подсоединение нуллатора ко второму узлу этой подсхемы, к которому подключен собственный (внутренний) норатор. Ненулевое слагаемое формулы (3.5.2) можно представить в схемно-алгебраическом виде

$$\Delta_N = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{0} \\ \downarrow \\ \text{1} \\ \downarrow \\ \text{0} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{1} \\ \downarrow \\ \text{2} \\ \downarrow \\ \text{0} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{2} \\ \downarrow \\ \text{1} \\ \downarrow \\ \text{0} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{0} \\ \downarrow \\ \text{2} \\ \downarrow \\ \text{1} \end{array} \end{array} \right| , \quad (3.5.3)$$

где обрамление вертикальными чертами обозначает операцию нахождения определителя соответствующей схемы.

В результате взаимной замены номеров у нуллаторов (с учетом изменения знака) и удаления разомкнутой ветви – контура из норатора и нуллатора для каждой из подсхем получается декомпозиционная формула для двух узлов бисекции, помещенная в первую строку табл. 3.5.1.

Схема знаменателя в случае нахождения СПФ по напряжению $K = \underline{U} / \underline{E}$ (\underline{U} , \underline{E} – действующие комплексные напряжение и ЭДС) получается из схемы на рис. 3.5.1,а в результате стягивания источника ЭДС \underline{E} и удаления приемника напряжения \underline{U} (см. рис. 3.5.2,б). Для разложения схемы знаменателя используется формула Фойснера [279], соответствующее схемно-алгебраическое выражение представлено ниже

$$\Delta_D = \left| \begin{array}{c|c} \text{1} & \text{2} \\ \hline \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \text{1} \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{2} \\ \hline \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{1} \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{2} \\ \hline \end{array} \right|. \quad (3.5.4)$$

Таким образом, для разложения определителя схемы знаменателя используются те же самые подсхемы, что и для разложения числителя.

Случай каскадного соединения подсхем при $n=3$ (см. рис. 3.5.1,б) представлен на рис. 3.5.3,а. К этой схеме сводится последовательное и параллельное соединение двух трехполусников. Декомпозиционные формулы для числителей СПФ этих схем [138] приведены во второй и третьей строках табл.3.5.1 и доказываются на основе формулы (3.5.2).

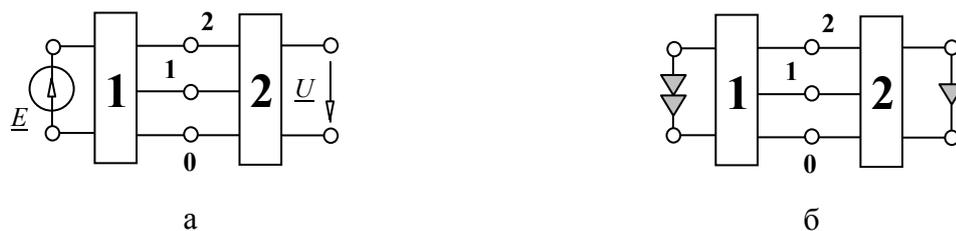


Рис. 3.5.3. Схема, делимая по трем узлам (а), и соответствующая схема числителя СПФ (б)

Рассмотрение декомпозиционных формул числителей СПФ, приведенных в строках 1–3 табл. 3.5.1, позволяет высказать предположение, что бисекция схемы при наличии взаимных или невзаимных управляющих связей между выделенными подсхемами возможна и в более общих случаях. В задачу данной статьи входит получение не только декомпозиционной формулы для каскадного соединения пятиполусников на рис. 3.5.3,б, охваченных обратной связью через идеальный операционный усилитель (нуллор), но и рассмотрение общего случая такого соединения (см. рис.3.5.1,б).

Как и в простейшем случае на рис. 3.5.2,б, введение разомкнутой ветви в виде последовательного соединения норатора и нуллатора может быть использовано для доказательства общей декомпозиционной формулы при произвольном числе узлов бисекции. Рассмотрим схему, делимую по $(n+1)$ -му узлу (см. рис. 3.5.1,а). На рис. 3.5.1,б представлена схема для нахождения числителя СПФ, а на рис. 3.5.1,в – эквивалентная ей схема, в

которую добавлен фиктивный узел (в разомкнутой ветви) для обеспечения условия независимости подсхем и выполнения бисекции по $(n+2)$ -м узлам.

Определитель схемы на рис. 3.5.1, в раскрывается с помощью МСМ делением схемы по $(n+2)$ -м узлам. ДВ каждой из двух полученных подсхем имеет размерность $2(n+1)$. Формирование ДВ выполняется по закону двоичного счетчика [230]. ДВ задают способ подсоединения нуллора к внешним узлам подсхем, а определители полученных схем используются в качестве слагаемых декомпозиционной формулы. Из всех определителей первой подсхемы ненулевыми будут лишь те, ДВ которых по аналогии с (3.5.2) и (3.5.3) содержат единицу в нораторной и ноль в нулляторной позициях с номерами $n+1$. Соответствующие определители второй подсхемы получаются, как уже отмечалось, по правилу дополнения. При этом в силу структуры схемы на рис. 3.5.1, в дополняющий определитель второй подсхемы не равен нулю, если соответствующий определитель первой подсхемы также ненулевой. Следовательно, формула для определителя схемы числителя, содержащая только ненулевые слагаемые, имеет вид

$$\Delta N = - \sum_{i=1}^{\psi_{n+1}} \Delta_1^i(x_1 x_2 \dots x_n 1 \perp y_1 y_2 \dots y_n 0) \Delta_2^i(x_1 \underline{x}_2 \dots \underline{x}_n 0 \perp \underline{y}_1 \underline{y}_2 \dots \underline{y}_n 1), \quad (3.5.6)$$

где $x_1 x_2 \dots x_n, y_1 y_2 \dots y_n$ – двоичные переменные, принимающие значения 0 или 1 в соответствии с МСМ; $\underline{x}_1 \underline{x}_2 \dots \underline{x}_n, \underline{y}_1 \underline{y}_2 \dots \underline{y}_n$ – дополняющие (инверсные) двоичные переменные; i – порядковый номер слагаемого; ψ_{n+1} – число слагаемых в декомпозиционной формуле; нораторный и нулляторный подвекторы разделены знаком \perp . Координаты позиций ДВ (кортежи внешних узлов) имеют вид $1, 2, \dots, n, n+1, 1, 2, \dots, n, n+1$.

Сомножители слагаемых формулы (6) представлены на рис. 3.5.4, а и рис. 3.5.4, б в схемно-алгебраическом виде (изображен только один из подсоединяемых нуллоров, имеющий номер i).

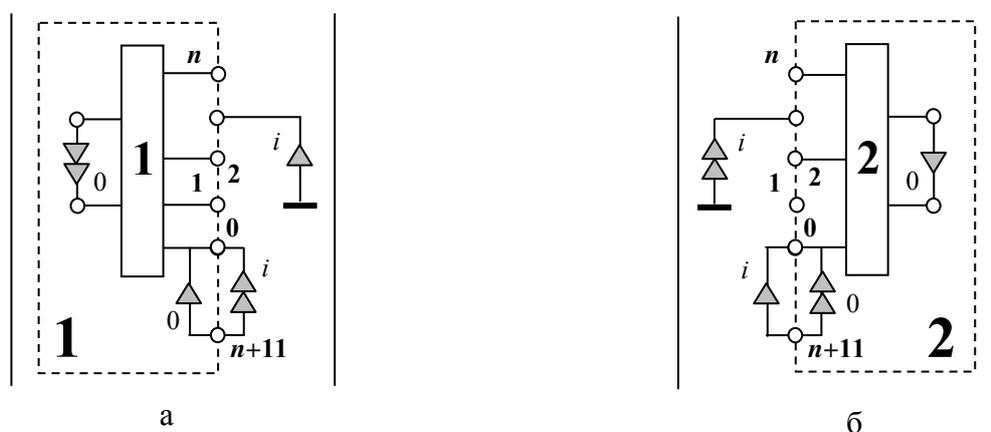


Рис. 3.5.4. Первый (а) и второй (б) сомножители слагаемых в (6)

Количество схемных миноров (СМ) ψ_{n+1} , перечисляемых в формуле (3.5.6), будет значительно меньше количества СМ, используемых в МСМ для схемы с $n+1$ узлами и рассчитываемых по формуле [8]

$$v_{n+1} = \sum_{l=0}^{n+1} (C_{n+1}^l)^2, \quad (3.5.7)$$

где l – индекс суммирования, который равен количеству единиц в нораторном (нуллаторном) подвекторе ДВ; C_{n+1}^l – число сочетаний из $n+1$ элементов по l , которое равно числу возможных нораторных (нуллаторных) подвекторов, содержащих l единиц.

Формула (3.5.7) предназначена для определения числа СМ при одинаковом количестве нораторных и нуллаторных подвекторов, содержащих i единиц. В подмножестве ДВ, используемом в формуле (3.5.6), число нораторных и нуллаторных подвекторов при фиксированном i различно, поэтому следует применять другую формулу

$$\Psi_{n+1} = \sum_{i=0}^n C_n^{i-1} C_n^i. \quad (3.5.8)$$

Рассмотрим случай каскадного соединения двух пятиполюсников, который представлен на рис. 3.5.3. Дополняя схему на рис. 3.5.3,б фиктивным узлом в соответствии с рис. 3.5.4, получаем представление схемы в виде двух подсхем с 4-мя внешними узлами. Размерность ДВ подсхем в этом случае будет равна 6. Перебирая двоичные числа от 000000 до 111111, пропускаем те из них, у которых количество единиц в первых трех позициях (первой триаде) отличается от числа единиц в четвертой, пятой и шестой позициях вместе взятых (второй триаде). Отсюда получается двадцать ДВ подсхемы с четырьмя внешними узлами): 1) 000000; 2) 001001; 3) 001010; 4) 001100; 5) 010001; 6) 010010; 7) 010100; 8) 011011; 9) 011101; 10) 011110; 11) 100001; 12) 100010; 13) 100100; 14) 101011; 15) 101101; 16) 101110; 17) 110011; 18) 110101; 19) 110110; 20) 111111. Обозначения позиций этих ДВ имеют вид: 123123.

Нетрудно убедиться, что из перечисленных двадцати ДВ условию, предъявляемому формулой (3.5.6) к ДВ первой подсхемы, удовлетворяют только четыре ДВ: первый (001010), четвертый (001100), десятый (011110) и шестнадцатый (101110). Перечисленные ДВ можно рассматривать как двоичные отображения первых сомножителей в выражении (3.5.6), относящиеся к первой подсхеме. Вторыми сомножителями в (3.5.6) будут являться дополнения этих ДВ для второй подсхемы. Таким образом, формула (3.5.6) для $n=2$ приводится к виду

$$\Delta_N = -[-\Delta_1(001010)\Delta_2(110101) + \Delta_1(001100)\Delta_2(110011) + \Delta_1(011110)\Delta_2(100001) - \Delta_1(101110)\Delta_2(010001)]. \quad (3.5.9)$$

Знаки слагаемых в формуле (3.5.9) вычислены в соответствии с алгебраическим правилом [8], то есть положительный (отрицательный) знак берется при четной (нечетной) сумме ненулевых позиций одного из ДВ пары.

Позиция $n+1$ в ДВ, которые используются в формуле (3.5.6), может быть исключена из рассмотрения, подобно тому, как узел $n+1$ может быть объединен с базисным узлом на рис. 3.5.4 (при изменении знака определителя). При этом формально можно говорить, что исходные подсхемы имеют $n+1$ внешний узел, и их определители находятся на основе так называемых *неравновесных* ДВ, в которых количества единиц в наторных и нулаторных подвекторах различаются на единицу. Выражение (3.5.9) при использовании *неравновесных* ДВ приводится к виду

$$\Delta_N = \Delta_1(0001)\Delta_2(1110) - \Delta_1(0010)\Delta_2(1101) - \Delta_1(0111)\Delta_2(1000) + \Delta_1(1011)\Delta_2(0100). \quad (3.5.10)$$

Схемно-алгебраическое выражение, соответствующее выражению (3.5.10), представлено ниже

$$\Delta N = \left| \begin{array}{c} \circ \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \circ \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \circ \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \circ \end{array} \right| - \left| \begin{array}{c} \circ \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \circ \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \circ \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \circ \end{array} \right| - \left| \begin{array}{c} \circ \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \circ \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \circ \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \circ \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \circ \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \circ \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \circ \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \circ \end{array} \right|. \quad (3.5.11)$$

Выражение (3.5.11) в окончательном виде помещено в четвертую строку табл. 3.5.1. Полученная формула является обобщением выражения, представленного в первой строке табл. 3.5.1, применительно к числителю схемы, делимой по трем узлам. Аналогично выражению (3.5.11) на основе формулы (3.5.6) могут быть получены САВ для каскадного соединения многополюсников при произвольном числе n .

Оценим эффективность использования *неравновесных* СМ по сравнению с известными (равновесными) СМ для декомпозиционного формирования выражения числителя. В табл. 3.5.2 помещены результаты расчетов по формулам (3.5.7) и (3.5.8) количества СМ указанных типов.

При использовании одного и того же сечения для деления схем числителя и знаменателя число слагаемых в декомпозиционной формуле числителя меньше числа слагаемых в формуле знаменателя на 11...50% в зависимости от числа внешних узлов подсхем, что видно из табл. 3.5.2. Следовательно, при декомпозиции выгодно разделить схему так, чтобы подсхемы оказались связанными управляющими связями вопреки общепринятому мнению о нежелательности таких связей [80, с. 93]. Как показывают данные табл. 3.5.3, полученной на основе табл. 3.5.2, использование равновесных СМ, которое требует введения фиктивного узла, приводит к увеличению числа СМ подсхем (слагаемых в декомпозиционных формулах) в 4,22 ... 6,00 раз в зависимости от числа узлов подсхем.

Предложенные *неравновесные СМ* в сочетании с равновесными СМ позволяют использовать единое сечение по узлам исходной схемы для нахождения, как числителя, так и знаменателя. Это сокращает число операций по сравнению с традиционным подходом, то есть при раздельном нахождении числителя и знаменателя, почти в два раза, поскольку затраты на получение первого сечения преобладают в затратах на формирование СПФ [14]. Для иллюстрации комбинаторного характера алгоритма поиска сечения рассмотрим $(n+1)$ -узловое сечение в схеме с q узлами. В этом случае требуется рассмотреть C_q^{n+1} сочетаний узлов на предмет существования половинного (близкого к половинному) деления схемы на две подсхемы. В табл. 3.5.4 показано для случая $n+1=3$, что затраты на поиск следующего (после первоначального) деления схемы на подсхемы в несколько раз меньше. Поэтому для сложных схем доля экономии операций на поиск первоначального сечения является определяющей в затратах на поиск всех других сечений, необходимых для формирования СПФ.

Итак, предложен декомпозиционный подход к формированию символьных выражений передаточных функций электрических цепей, использующий одно и то же первоначальное деление по узлам для нахождения и числителя, и знаменателя. При этом обеспечивается получение оптимальных по сложности выражений, как для знаменателя, так и числителя передаточных функций, при значительном сокращении вычислительных затрат.

Разработанный аппарат *неравновесных схемных миноров*, использование которых приводит к сокращению числа слагаемых в декомпозиционных формулах для СПФ практических схем в 4 – 6 раз по сравнению с известными (равновесными) схемными минорами. Показано, что управляющие связи между подсхемами не только не усложняют процесс диакоптического анализа, но и позволяют сократить число слагаемых в декомпозиционных формулах на 10...50%.

Таблица 3.5.1. Декомпозиционные формулы
для нахождения числителей СПФ

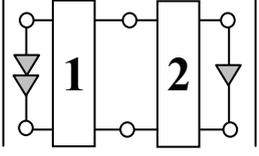
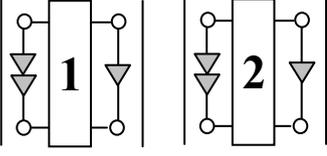
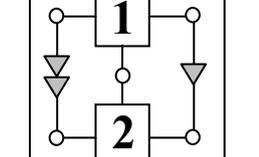
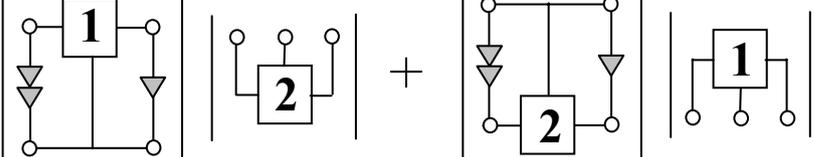
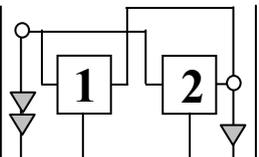
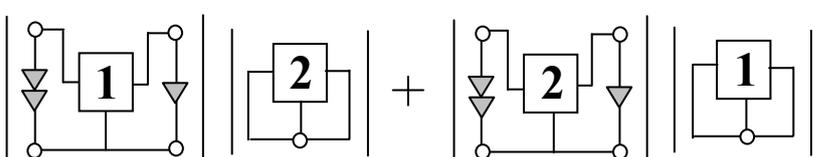
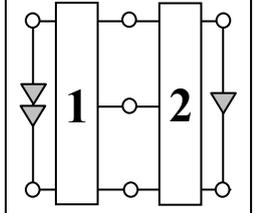
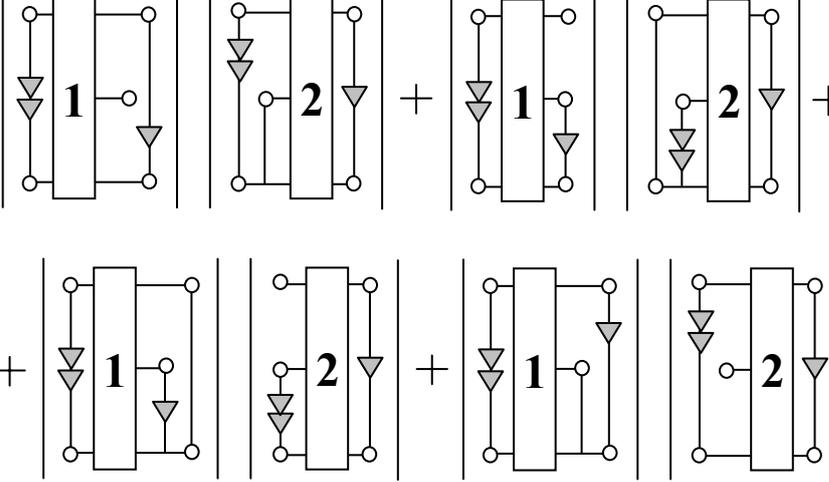
| № | Исходное САВ | Эквивалентное САВ |
|---|---|--|
| 1 | Нахождение числителя СПФ при каскадном соединении двух четырехполюсников [5] | |
| |  |  |
| 2 | Нахождение числителя СПФ при последовательном соединении двух трехполюсников [5] | |
| |  |  |
| 3 | Нахождение числителя СПФ при параллельном соединении двух трехполюсников [10] | |
| |  |  |
| 4 | Нахождение числителя СПФ при каскадном соединении двух пятиполюсников | |
| |  |  |

Таблица 3.5.2. Сравнение числа равновесных и *неравновесных схемных миноров*

| $n+1$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|
| V_{n+1} | 2 | 6 | 20 | 70 | 252 | 924 | 3432 | 12870 | 48620 |
| Ψ_{n+1} | 1 | 4 | 15 | 56 | 210 | 792 | 3003 | 11440 | 43758 |
| $\frac{V_{n+1}}{\Psi_{n+1}} 100\%$ | 50,0 | 67,0 | 75,0 | 80,0 | 83,0 | 86,0 | 87,5 | 89,0 | 90,0 |

Таблица 3.5.3. Сравнение числа слагаемых в декомпозиционных формулах для числителя, полученных на основе равновесных и *неравновесных схемных миноров*

| $n+1$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\frac{V_{n+2}}{\Psi_{n+1}} 100\%$ | 6,00 | 5,00 | 4,70 | 4,50 | 4,40 | 4,33 | 4,29 | 4,25 | 4,22 |

Таблица 3.5.4. Сокращение числа операций при использовании *общего трехузлового сечения* для нахождения числителя и знаменателя СПФ

| q | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 |
|---------|-----|------|------|------|-------|-------|-------|-------|--------|
| C_q^3 | 120 | 1140 | 4060 | 9880 | 19600 | 34220 | 57740 | 82160 | 117480 |

3.6. СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ БИСЕКЦИИ ДЛЯ СХЕМ С НЕЗАВИСИМЫМИ ИСТОЧНИКАМИ

При диакоптическом анализе электрических схем с несколькими источниками используется явный метод наложения, который позволяет перейти от деления схемы с источниками к делению нескольких (по числу источников) схем без источников. Недостатком такого подхода является, во-первых, увеличение числа слагаемых в диакоптических формулах кратно числу независимых источников в схеме, во-вторых, увеличение затрат во столько же раз на комбинаторные операции по поиску сечений и, в-третьих, не обеспечивается компактная свертка формируемых выражений, поскольку перед делением схемы выполняется операция выделения всех источников, которая не является оправданной с точки зрения обеспечения компактности выражений.

Поэтому целесообразно отказаться от применения явного метода наложения в диакоптических формулах и использовать предложенный в разделе 2 *неявный метод наложения* [143], который позволяет при анализе схемы с несколькими источниками перейти от формирования множества символьных выражений к формированию одной схемной функции или осуществить построение выражения отклика без использования понятия схемной функции.

Возникает вопрос о возможности деления схемы, содержащей несколько источников. Поскольку с помощью *НМН*, как уже отмечалось, можно перейти от схемы с несколькими источниками к схеме с одним источником, то такая процедура оказывается возможной. При этом желательно схему разделить так, чтобы независимые источники напряжения и тока находились в одной подсхеме с целью выделения множителя, общего для всех источников.

Возможны два варианта деления схемы. В первом варианте вместе с независимыми источниками в одной подсхеме находится приемник отклика. Такое деление, как нетрудно показать с помощью *НМН на основе единичного источника* [143], вполне возможно. При этом общее число делений схемы уменьшается в p раз (p – число независимых источников) по сравнению с явным методом наложения и во столько же раз уменьшается число слагаемых (схемных миноров) в диакоптических формулах.

Во втором варианте независимые источники находятся в одной подсхеме, а приемник в другой подсхеме, что встречается нередко, поскольку обычно источники и нагрузки разнесены по разным концам схемы. Возможность такого деления не очевидна. Дело в том, что в схеме числителя источник и приемник связаны между собой управляющей связью [243] и, следовательно, такое деление схемы осуществляется по управляющим связям. А деление по управляющим связям не используется [249, 268] и считается крайне нежелательным [80]. В [246] допускается такое деление, но путем предварительного исключения гальванических связей и введения дополнительных ветвей.

3.6.1. Формулы бисекции схемы с независимыми источниками по двум узлам

Покажем, что деление на автономную и неавтономную (причем с приемником отклика) подсхемы возможно без каких-либо дополнительных преобразований и более того является выгодным с точки зрения компактности формируемых выражений и уменьшения числа слагаемых в диакоптических формулах. Для этого рассмотрим схему (рис. 3.6.1), делимую по двум узлам.

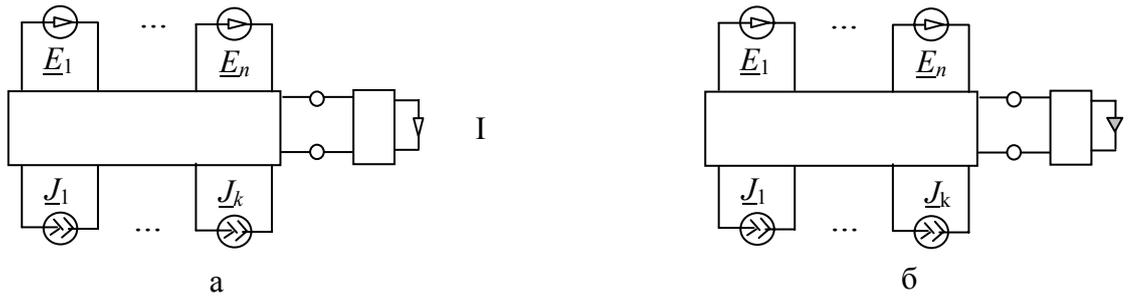


Рис. 3.6.1. Схема, разделимая по двум узлам на автономную и неавтономную подсхемы (источники $\underline{E}_2, \underline{E}_3, \dots, \underline{E}_{n-1}$ не показаны):
а – исходная схема; б – схема числителя

На рис. 3.6.1,б представим схему числителя для искомого отклика, используя понятие определителя схемы с независимыми источниками из раздела 2 [138]. Для этого заменим в исходной схеме приемник тока на нуллятор. Запишем схемно-алгебраическое выражение числителя, используя явный метод наложения.

$$\begin{aligned}
 N = & \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with } E_1 \text{ source} \\ \vdots \\ \text{Circuit diagram with } E_n \text{ source} \end{array} \right| \underline{E}_1 + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with } E_n \text{ source} \\ \vdots \\ \text{Circuit diagram with } E_1 \text{ source} \end{array} \right| \underline{E}_n + \\
 & + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with } J_1 \text{ source} \\ \vdots \\ \text{Circuit diagram with } J_k \text{ source} \end{array} \right| \underline{J}_1 + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with } J_k \text{ source} \\ \vdots \\ \text{Circuit diagram with } J_1 \text{ source} \end{array} \right| \underline{J}_k. \quad (3.6.1)
 \end{aligned}$$

Применим к каждому слагаемому (3.6.1) формулу бисекции схемы на подсхемы, связанные нулором [291, 145], вынесем за скобку общий множитель. Обратим внимание, что в скобках оказался определитель подсхемы с независимыми источниками [138]. Используем его для записи искомой формулы двухузловой бисекции на автономную и неавтономную подсхемы:

$$\left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with } E_1, \dots, E_n \text{ sources} \\ \vdots \\ \text{Circuit diagram with } J_1, \dots, J_k \text{ sources} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with } E_1, \dots, E_n \text{ sources} \\ \vdots \\ \text{Circuit diagram with } J_1, \dots, J_k \text{ sources} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with } E_1, \dots, E_n \text{ sources} \\ \vdots \\ \text{Circuit diagram with } J_1, \dots, J_k \text{ sources} \end{array} \right|. \quad (3.6.2)$$

Как видно, в формуле (3.6.2) выделен общий множитель для параметров всех источников. Это означает, что с помощью этой формулы обеспечивается первый этап компактной свертки. Вторым этапом свертки

Применим к каждому из $(n+k)$ первых слагаемых (3.6.3) формулу для определителя схемы, разделимой на подсхемы, связанные нуллором [291]. Сгруппируем первые $n+k$ слагаемые и вынесем за скобку общий множитель. По аналогии с ранее рассмотренными преобразованиями свернем сумму определителей в скобках в один определитель с независимыми источниками. Получим искомую формулу для бисекции схемы с источниками на автономные подсхемы.

$$\begin{aligned}
 N = & \left(\begin{array}{c} \text{---} \oplus \text{---} \dots \oplus \text{---} \\ \underline{E}_{11} \quad \dots \quad \underline{E}_{1n} \\ \text{---} \\ \text{---} \oplus \text{---} \quad \dots \quad \oplus \text{---} \\ \underline{J}_{11} \quad \dots \quad \underline{J}_{1k} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{---} \text{---} \dots \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \text{---} \dots \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right) + \\
 & + \left(\begin{array}{c} \text{---} \text{---} \dots \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \text{---} \dots \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{---} \oplus \text{---} \dots \oplus \text{---} \\ \underline{E}_{21} \quad \dots \quad \underline{E}_{2s} \\ \text{---} \\ \text{---} \oplus \text{---} \quad \dots \quad \oplus \text{---} \\ \underline{J}_{21} \quad \dots \quad \underline{J}_{2d} \end{array} \right) . \tag{3.6.4}
 \end{aligned}$$

Как видно, эта формула позволяет найти общий множитель для группы источников той подсхемы, которая не содержит приемника отклика. Для нахождения общего множителя для другой группы источников необходимо разделить схему второго определителя (3.6.4) так, чтобы нуллатор оказался в другой подсхеме. Возможно, как уже отмечалось, рекурсивное выделение общих множителей для части источников из каждой выделенной группы.

Формулы (3.6.2) и (3.6.4) вопреки известным утверждениям о нежелательности деления схемы на подсхемы с управляемыми связями между ними [80] еще раз подтверждает выгоду такого деления.

3.6.2. Формулы бисекции схем с независимыми источниками на подсхемы с произвольным числом узлов

Предложенные формулы для бисекции схем по двум узлам несложно обобщить на подсхемы с произвольным числом узлов, поскольку только что приведенный вывод опирается на явный метод наложения и формулу бисекции на подсхемы, связанные между собой нуллорами [145], и оба этих положения выполняются для произвольных подсхем.

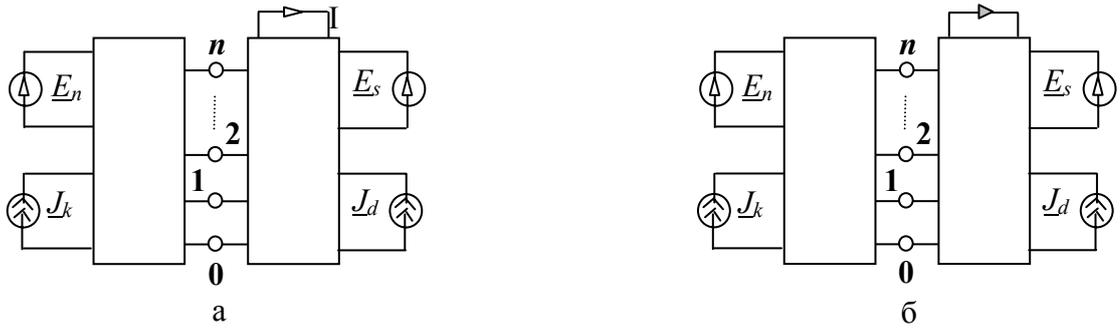


Рис. 3.6.3. Схема, разделимая на две автономные подсхемы по произвольному числу узлов: а – исходная схема; б – схема числителя

Рассмотрим схему на рис. 3.6.3,а. Запишем для определителя схемы числителя на рис. 3.6.3,б на основании явного метода наложения следующую формулу деления:

$$N = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit with } E_n, J_k, E_s, J_d \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit with } E_s, J_d, E_n, J_k \end{array} \right|. \quad (3.6.4)$$

Эта формула отображает *групповой явно-неявный метод наложения*. Действительно, во-первых, по формуле (3.6.4) отклик цепи равен сумме откликов при воздействии каждой группы источников в отдельности, что соответствует *групповому явному методу наложения*. Во-вторых, на уровне каждой подсхемы может быть применен *неявный метод наложения*, поскольку определитель схемы с независимыми источниками позволяет обеспечить произвольный порядок выделения элементов схемы, в том числе независимых источников.

Для раскрытия определителей в (3.6.4) необходимо использовать предложенный в подразделе 3.5 обобщенный *метод неравновесных схемных миноров (СМ)* [138, 145], причем для первого слагаемого – метод равновесных схемных миноров, а для второго слагаемого – *метод неравновесных СМ*. Для обоснования использования тех или других СМ следует напомнить, что по неявному методу наложения на основе единичного источника [143] неавтономная подсхема преобразуется к схеме замещения, содержащей один единичный источник напряжения или тока. С учетом этого в первом определителе между подсхемами отсутствуют управляющие связи и, следовательно, можно применять равновесные СМ, а во втором определителе подсхемы связаны нулором и, значит, необходимо применять *неравновесные СМ*.

Предложенная формула (3.6.4) деления схемы с несколькими независимыми источниками, основанная на *явно-неявном методе*

наложения (ЯНМН), позволяет уменьшить число слагаемых в диакоптических формулах для числителя примерно в $(0.8...0.86)^p$ раз (p – число независимых источников) по сравнению с явным методом наложения. Такое соотношение получается, так как при явном методе наложения используется np схемных миноров (n – число равновесных миноров), а по формуле (3.6.4) – $n[1+1/(4...6)]$ миноров. Это объясняется тем, что *неравновесных схемных миноров* в 4...6 раз меньше, чем равновесных, о чем указано в разделе 3.5.

Временные затраты по *ЯНМН* уменьшаются приблизительно в $p/2$ раз, поскольку по явному методу приходится рассчитывать p схем, а по *явно-неявному методу* в соответствии с (3.6.4) 2 схемы. При этом сложность подсхем приблизительно одинакова, так как число независимых источников в схеме, как правило, много меньше числа других элементов и, следовательно, введение нескольких источников при неявном методе наложения практически не увеличивает сложности схемы. В то же время число комбинаторных операций по поиску сечений уменьшается в $p/2$ раз.

Таким образом, формулы бисекции схем с независимыми источниками (при числе источников 4 и более) позволяют многократно уменьшить временные затраты на формирование числителя искомого отклика. Использование в этих формулах *явно-неявного метода наложения* обеспечивает компактную свертку символьных выражений.

3.7. ДИАКОПТИЧЕСКИЙ СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ В СИММЕТРИЧНЫХ КООРДИНАТАХ

На основе явного метода наложения формируются, как показано в разделе 2, неэкономичные по сравнению с *неявным методом наложения* символьные выражения для электрических цепей с произвольным числом источников. В то же время явный метод наложения является базой для метода симметричных составляющих (МСС). МСС упрощает получение символьных выражений для частных несимметричных режимов трехфазных цепей, когда несимметрия сосредоточена в одном – двух местах системы [213]. Упрощение возможно, если режимы схем замещения для каждой из трех последовательностей напряжений и токов – прямой, обратной и нулевой – не зависят друг от друга.

Расчет этих схем замещения, составленных для одной фазы, выполняется совместно и с учетом дополнительной системы уравнений, построенных для симметричных составляющих токов и напряжений в местах несимметрии схемы. По симметричным составляющим находятся путем их суммирования искомые фазные переменные.

Дополнительная система уравнений может быть учтена также с помощью объединенной схемы замещения, содержащей схемы всех трех

последовательностей. Вывод необходимых и достаточных условий для получения объединенной схемы замещения осуществляется для каждого случая несимметрии в отдельности [30].

Наиболее часто МСС применяется для анализа режимов короткого замыкания. При однофазном коротком замыкании на землю объединенная схема замещения получается путем последовательного соединения схем замещения всех трех последовательностей и утроенного сопротивления в месте короткого замыкания. В этом случае токи всех трех последовательностей оказываются равными друг другу.

При двухполюсном коротком замыкании на землю схемы всех трех последовательностей соединяются параллельно, при этом утроенное сопротивление короткого замыкания включается последовательно в ветвь со схемой нулевой последовательности.

При взаимном двухполюсном коротком замыкании объединенная схема состоит из двух параллельно соединенных ветвей. Первая ветвь представляет собой последовательное соединение схемы прямой последовательности и половинного сопротивления в месте короткого замыкания. Вторая ветвь является также последовательным соединением, но уже схемы обратной последовательности и половинного сопротивления короткого замыкания.

Из представленной выше информации видно, при диакоптическом анализе электрических систем в симметричных координатах удобно делить объединенную схему замещения на части, содержащие схемы прямой, обратной и нулевой последовательностей.

Объединенная схема замещения содержит, как правило, несколько независимых источников, поскольку электроэнергетические системы (ЭЭС) [253] имеют в своем составе не один трехфазный генератор. Поэтому для диакоптического получения экономических формул в виде единых символьных выражений целесообразно использовать предложенные в подразделе 3.6 *формулы деления схем с независимыми источниками*, основанные на *методе неравновесных схемных миноров* и *явно-неявном методе наложения* воздействий. Их совместное применение обеспечивает оптимальное (половинное) деление схемы, экономию вычислительных затрат и компактную свертку алгебраических выражений.

3.7.1. Пример анализа электрической системы при однофазном коротком замыкании

Рассмотрим пример анализа трехфазной системы, представленной на рис. 3.7.1 [30]. Система симметричная, параметры элементов в каждой фазе одинаковы. Схемы соединения обмоток синхронных генераторов Γ_1 , Γ_2 , Γ_3 , Γ_4 , и трансформаторов T_1 , T_2 , T_3 , T_4 показаны на рисунке.

Генераторы работают синфазно. Длина линий передачи электроэнергии 48 км. На расстоянии 13 км от шин левой генераторной станции происходит однофазное короткое замыкание на землю. Сопротивление короткого замыкания равно нулю. Требуется получить символическое выражение для тока короткого замыкания.

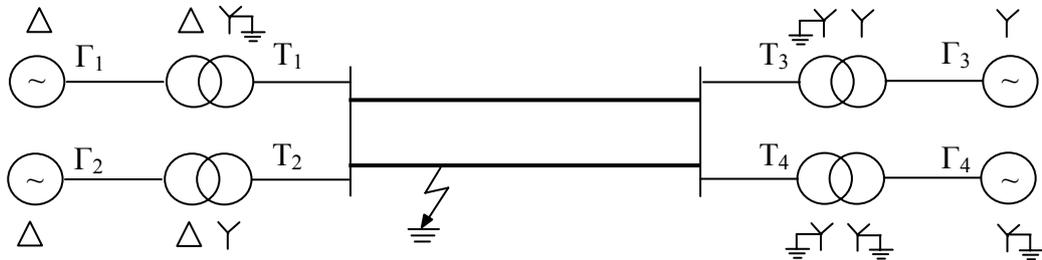


Рис. 3.7.1. Однолинейное изображение электроэнергетической системы

Схема замещения электроэнергетической системы (ЭЭС) в симметричных координатах приведена на рис. 3.7.2 [24], где $\underline{E}_1, \underline{E}_2, \underline{E}_3, \underline{E}_4$ – ЭДС генераторов одной из фаз; $Z_{11}, Z_{21}, Z_{31}, Z_{41}$ – сопротивления прямой последовательности генераторов $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$ соответственно; $Z_{12}, Z_{22}, Z_{32}, Z_{42}$ – сопротивления обратной последовательности указанных генераторов; $Z_{T1}, Z_{T2}, Z_{T3}, Z_{T4}$ – сопротивления прямой, обратной и нулевой последовательностей трансформаторов T_1, T_2, T_3, T_4 соответственно; Z_L, Z_{L1}, Z_{L2} – сопротивления прямой и обратной последовательностей линий передачи электроэнергии; Z_{L0}, Z_{10}, Z_{20} – сопротивления обратной последовательности линий передачи электроэнергии.

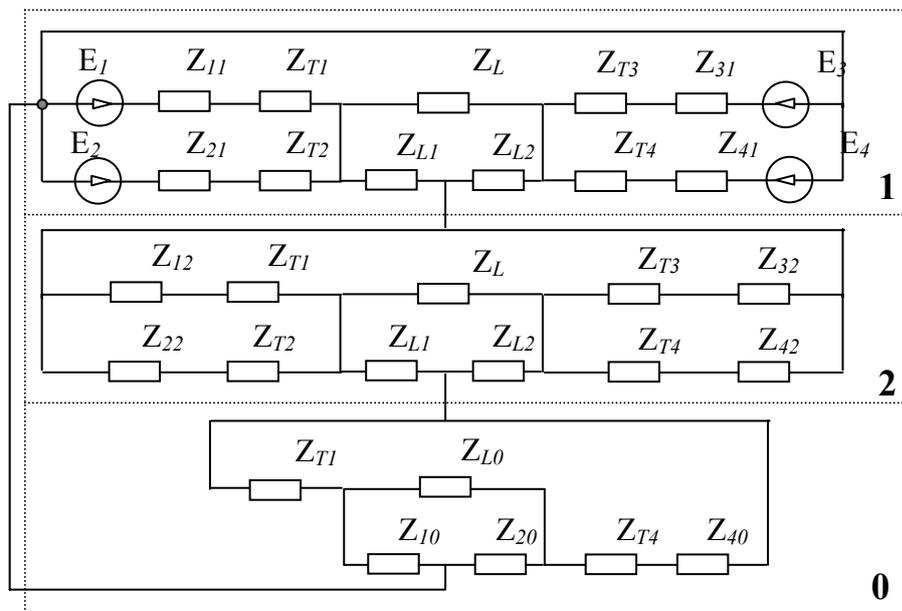


Рис. 3.7.2. Объединенная схема замещения прямой (1), обратной (2) и нулевой (0) последовательностей

Для дальнейшей работы со схемой на рис. 3.7.2 представим ее на рис. 3.7.3 в компактном блочном виде, где цифрами 1, 2 и 0 обозначены соответствующие подсхемы; I_1 – это ток прямой последовательности. Токи других последовательностей не показаны, так как они взаимно равны.

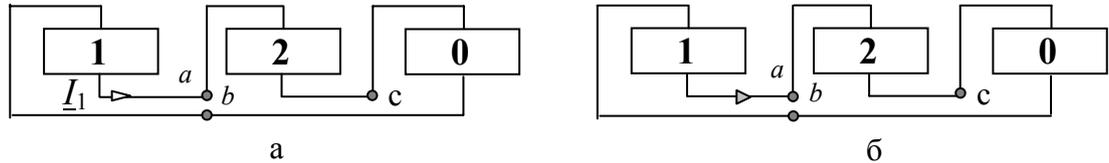


Рис. 3.7.3. Блочное представление объединенной схемы замещения:
а – исходная схема; б – схема числителя

Находим искомый отклик в виде отношения $I_1 = N/D$. Схема числителя показана на рис. 3.7.3,б. Применим сначала формулу деления по двум узлам a и b , а затем по одному узлу [228]. Получим

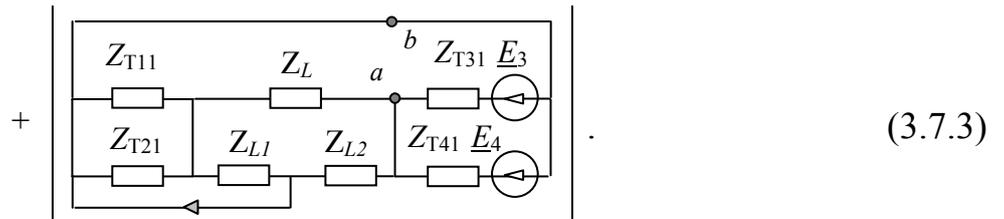
$$N = \left| \begin{array}{c} \text{1} \\ \text{2} \\ \text{0} \end{array} \right| = N_1 N_2 N_3. \quad (3.7.1)$$

Раскроем первый сомножитель

$$N_1 = \left| \begin{array}{c} \text{a} \quad \underline{E}_1 \quad Z_{11} \quad Z_{T1} \quad b \quad Z_L \quad Z_{T3} \quad Z_{31} \quad \underline{E}_3 \\ \underline{E}_2 \quad Z_{21} \quad Z_{T2} \quad Z_{L1} \quad Z_{L2} \quad Z_{T4} \quad Z_{41} \quad \underline{E}_4 \end{array} \right|. \quad (3.7.2)$$

Преобразуем последовательные сопротивления: $Z_{T11} = Z_{11} + Z_{T1}$; $Z_{T21} = Z_{21} + Z_{T2}$; $Z_{T31} = Z_{31} + Z_{T3}$; $Z_{T41} = Z_{41} + Z_{T4}$. Применим к полученному выражению формулу деления схемы с независимыми источниками на две автономные подсхемы получим

$$N_1 = \left| \begin{array}{c} \underline{E}_1 \quad Z_{11} \\ \underline{E}_2 \quad Z_{21} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} Z_L \quad a \quad Z_{T31} \\ Z_{L1} \quad Z_{L2} \quad Z_{T41} \end{array} \right|$$

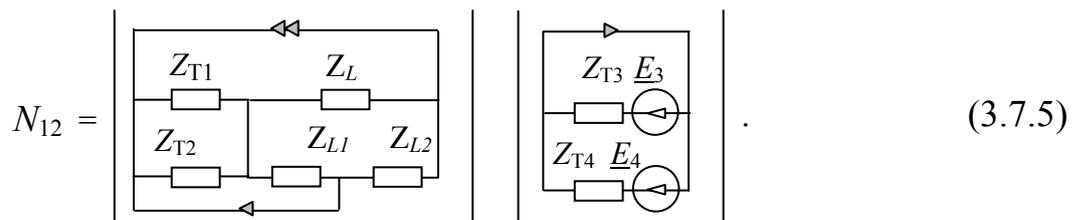


(3.7.3)

Раскроем первое слагаемое, которое обозначим как N_{11} . Первый сомножитель находим по методу наложения. Во втором сомножителе используем формулу деления по двум узлам a и b [228]. После выполнения элементарных операций выделения сопротивлений получим

$$N_{11} = (Z_{T21}E_1 + Z_{T11}E_2)[2Z_L Z_{T31} Z_{T41} + Z_L Z_{L2}(Z_{T31} + Z_{T41})]. \quad (3.7.4)$$

Ко второму слагаемому (3.7.3) (обозначим его как N_{12}) применим формулу для определителя схемы с независимыми источниками, разделимой на автономную и неавтономную подсхемы (см. п. 3.7.1).

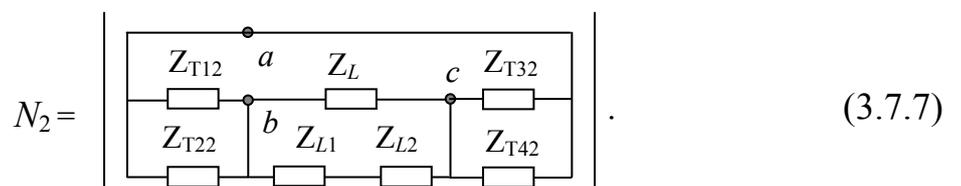


(3.7.5)

Чтобы раскрыть N_{12} , обратим внимание на изоморфность схем в определителях N_{11} и N_{12} . Поэтому для получения N_{12} необходимо заменить в N_{11} (3.5.4) сопротивление Z_{T21} на Z_{T41} , Z_{T11} на Z_{T31} (и наоборот Z_{T41} на Z_{T21} , Z_{T31} на Z_{T11}), ЭДС E_1 на E_3 , E_2 на E_4 . В результате получим

$$N_{12} = (Z_{T41}E_1 + Z_{T31}E_2)[2Z_L Z_{T11} Z_{T21} + Z_L Z_{L2}(Z_{T11} + Z_{T21})]. \quad (3.7.6)$$

Найдем второй сомножитель из выражения для числителя (3.7.1), который, как видно, является определителем схемы обратной последовательности. Предварительно преобразуем в этой схеме последовательно соединенные сопротивления $Z_{T12} = Z_{12} + Z_{T1}$; $Z_{T22} = Z_{22} + Z_{T2}$; $Z_{T32} = Z_{32} + Z_{T3}$; $Z_{T42} = Z_{42} + Z_{T4}$.



(3.7.7)

Для раскрытия определителя N_2 используем дважды формулу деления пассивной цепи по двум узлам [228], сначала по a и b , затем по объединенному узлу ab и узлу c , и дважды формулу деления схемы по одному узлу b и c . В результате получаем

$$N_2 = (Z_{T12} + Z_{T22})[2Z_L Z_{T32} Z_{T42} + Z_L^2 (Z_{T32} + Z_{T42})] + 2Z_{T12} Z_{T22} Z_L (Z_{T32} + Z_{T42}). \quad (3.7.8)$$

Находим последний, третий сомножитель числителя в (3.7.1). Это определитель схемы нулевой последовательности, который получается по формулам выделения сопротивлений [228].

$$N_0 = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \boxed{Z_{T1}} \quad \boxed{Z_{L0}} \\ \boxed{Z_{10}} \quad \boxed{Z_{20}} \quad \boxed{Z_{T40}} \end{array} \end{array} \right| = 2(Z_{T1} + Z_{T40})Z_{L0} + Z_{L0}^2. \quad (3.7.9)$$

Формируем знаменатель искомого отклика, который равен определителю схемы на рис. 3.7.3, модифицированной путем нейтрализации источников ЭДС в первой подсхеме. Этот определитель находится аналогично определителю N_2 путем двукратного применения формулы деления схемы по двум и одному узлу. Кратко результат использования этих формул можно записать следующим образом

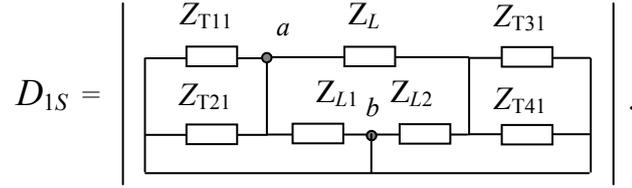
$$D = D_1(D_2 D_{3S} + D_{2S} D_3) + D_{1S} D_2 D_3, \quad (3.7.10)$$

где D_1, D_2, D_3 – определители разомкнутых схем прямой, обратной и нулевой последовательности соответственно; D_{1S}, D_{2S}, D_{3S} – определители замкнутых схем прямой, обратной и нулевой последовательности.

Определитель D_1 получается (в силу уже отмеченной изоморфности схем) из определителя N_2 в формуле (3.6.8) путем замены сопротивления Z_{T12} на Z_{T11} , Z_{T22} на Z_{T21} , Z_{T32} на Z_{T31} , Z_{T42} на Z_{T41} . После выполнения этой операции

$$D_1 = (Z_{T11} + Z_{T21})[2Z_L Z_{T31} Z_{T41} + Z_L^2 (Z_{T31} + Z_{T41})] + 2Z_{T11} Z_{T21} Z_L (Z_{T31} + Z_{T41}). \quad (3.7.11)$$

Определители D_2 и D_0 совпадают с N_2 и N_0 в формулах (3.7.8) и (3.7.9) соответственно. Находим определитель замкнутой схемы прямой последовательности



Для раскрытия D_{1S} применяем формулу для определителя схемы разделимой по двум узлам a и b , получаем

$$D_{1S} = [Z_{T11}(Z_{T21} + Z_{L1}) + Z_{L1}Z_{T21}][(Z_L + Z_{T31})Z_{L2}Z_{T41} + Z_LZ_{T31}(Z_{L2} + Z_{T41})] + Z_{T11}Z_{L1}Z_{T21}[Z_{T31}(Z_{L2} + Z_{T41}) + Z_{L2}Z_{T41}]. \quad (3.7.12)$$

Выражение для определителя D_{2S} замкнутой схемы обратной последовательности получается из D_{1S} (в связи с упомянутой структурной идентичностью схем прямой и обратной последовательности) заменой сопротивления Z_{T11} на Z_{T12} , Z_{T21} на Z_{T22} , Z_{T31} на Z_{T32} и Z_{T41} на Z_{T42} .

$$D_{2S} = [Z_{T12}(Z_{T22} + Z_{L1}) + Z_{L1}Z_{T22}][(Z_L + Z_{T32})Z_{L2}Z_{T42} + Z_LZ_{T32}(Z_{L2} + Z_{T42})] + Z_{T12}Z_{L1}Z_{T22}[Z_{T32}(Z_{L2} + Z_{T42}) + Z_{L2}Z_{T42}]. \quad (3.7.13)$$

Определитель замкнутой схемы нулевой последовательности

$$D_{0S} = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } D_{0S} \end{array} \right|. \quad (3.7.14)$$

Для раскрытия (3.7.14) применим формулу для определителя схемы, разделимой по двум узлам a и b , получим

$$D_{0S} = (Z_{10} + Z_{T1})Z_{20}Z_{T40} + [Z_{L0}(Z_{10} + Z_{T1}) + Z_{10}Z_{T1}](Z_{20} + Z_{T40}). \quad (3.7.15)$$

Таким образом, все сомножители числителя (3.7.1) и знаменателя (3.7.9) найдены и, следовательно, сформировано символьное выражение для искомого тока короткого замыкания. После подстановки численных значений в виде целых чисел и обыкновенных дробей получаем, например, с помощью системы *Maple 7(9)* [57] точное значение тока короткого

замыкания $I_1=2836565360640/1979147843 A$, приближенное значение $I_1 \approx 1433, 225603 A$. Это значение соответствует результату, полученному в [30, 251].

Как нетрудно подсчитать, полученное выражение для числителя содержит операций умножения и сложения в 1,5 раза меньше, чем тождественная формула по явному методу наложения. При этом число слагаемых в диакоптических формулах уменьшается в соответствии с подсчетами в п. 3.6.2 в 3 раза, а временные затраты сокращаются в 2 раза по сравнению с известным методом схемных миноров в сочетании с явным методом наложения. Это подтверждает эффективность предложенных формул деления схем с независимыми источниками, основанных на *неравновесных схемных минорах* и *явно-неявном методе наложения*.

Таким образом, применение в методе симметричных составляющих *формул деления схем с независимыми источниками* позволяет получить по сравнению с явным методом наложения более компактные формулы для числителей, содержащие приблизительно в 1,3...3 раза (как и для произвольных схем в разделе 2) меньше операций умножения и сложения. *Формулы деления схем с независимыми источниками* сокращают (по сравнению с явным методом наложения) временные затраты в число раз, равное половине количества независимых источников, поскольку во столько же раз уменьшается число рассчитываемых определителей.

3.8. ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

«Точность программ обычно находится в прямой зависимости от числа проведенных численных операций, требуемых для получения результата», при этом «операции умножения и деления увеличивают ошибку вычисления в большей степени, чем операции сложения и вычитания» [219, с. 31]. Для численных методов, требующих N операций умножения и деления, ошибка результата составляет \sqrt{N} от ошибки одной операции [219]. Поэтому количество численных операций является важным критерием при сравнении различных символьных или численных алгоритмов.

Количество численных операций в символьных алгебраических выражениях зависит от степени их компактности. «Вынесение общего множителя за скобку...предпочтительно по соображениям точности вычисляемого результата» [32, с. 249]. Поэтому свернутые (вложенные) алгебраические выражения обеспечивают более высокую точность вычислений по сравнению с развернутыми выражениями в виде суммы одночленов.

К существенной потере точности в определенных случаях может привести вычитание близких чисел и деление на очень малое число [27]. В

этом случае результат может выйти за пределы разрядной сетки, то есть может оказаться совершенно случайным.

Для получения численных значений схемных функций – комплексных частотных характеристик – традиционно используются канонические (обычные [219]) и групповые (свернутые по схеме Горнера) [50,219] формы полиномов (канонические и групповые полиномы), а также расчет по точкам [50] путем численного решения систем, как правило, узловых уравнений по методу Гаусса. Наряду с этими методами рассмотрим возможности свернутых дробно-рациональных функций (ДРФ), формируемых на основе методов равновесных [230] и неравновесных схемных миноров [145], последовательных формул по методам схемно-алгебраической редукции (МСАР) [37], блочного Гауссова исключения [174], эквивалентного многомерного генератора (ЭМГ) [245, 249], редукции узлов [50], объединения подсхем с помощью схемных миноров [230]. Исследуем также комбинированные функции, содержащие ДРФ и подвыражения по МСАР, и развернутые ДРФ на основе полиномиальных коэффициентов. Рассмотрим также символные возможности системы Maple [57].

3.8.1. Численный расчет схемных функций при наличии полиномиальных коэффициентов

При наличии полиномиальных коэффициентов расчет по дробно-рациональным функциям на основе групповых полиномов (групповым ДРФ) отличается более высокой точностью по сравнению с ДРФ на основе канонических полиномов (каноническим ДРФ). «Групповая форма представления полинома имеет преимущества как по точности, так и по скорости проведения вычислений, поэтому только она и используется на практике» [219, с.41].

Эти преимущества объясняются меньшим количеством операций умножения в групповых выражениях. Так, если представить групповую и каноническую форму полинома в виде

$$A(p) = (((...(a_n p + a_{n-1})p + a_{n-2})p + \dots + a_2)p + a_1)p + a_0 \quad (3.8.1)$$

$$\text{и} \quad A(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + a_{n-2} p^{n-2} + \dots + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 \quad (3.8.2)$$

соответственно (a_0, a_1, \dots, a_n – действительные числа; $p=j\omega$; j – мнимая единица; ω – циклическая частота), то число арифметических операций в групповой форме будет равно $2n$ (n операций умножения и столько же сложения), а в канонической $n(n+3)/2$ операций, из них $n(n+1)/2$ и n операций умножения и сложения соответственно [219].

В групповой форме полинома число операций умножения k_g растет линейно в зависимости от n , а в канонической форме соответствующее число k_k – по квадратичному закону (табл. 3.8.1). Отношение численных погрешностей p_k и p_g по каноническому и групповому полиномам соответственно определяется по формуле

$$p_k/p_g = \sqrt{(n+1)/2}. \quad (3.8.3)$$

Эта формула проиллюстрирована в табл. 3.8.1. Откуда следует, что действительно групповой полином использовать предпочтительней, чем канонический.

Таблица 3.8.1. Сравнение числа операций умножения и погрешностей численного расчета по каноническому и групповому полиномам

| n | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
|-----------|-----|-----|-----|------|-----|------|-----|------|------|------|
| k_g | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| k_k | 15 | 55 | 120 | 210 | 325 | 465 | 630 | 820 | 1035 | 1275 |
| k_k/k_g | 3 | 5,5 | 8 | 10,5 | 13 | 15,5 | 18 | 20,5 | 23 | 25,5 |
| p_k/p_g | 1,7 | 2,3 | 2,8 | 3,2 | 3,6 | 3,9 | 4,2 | 4,5 | 4,8 | 5,0 |

Однако приведенное выше заключение о преимуществе группового полинома по сравнению с каноническим полиномом справедливо только в случае точного задания значений полиномиальных коэффициентов. При анализе цепи эти коэффициенты обычно рассчитываются через параметры элементов с помощью ограниченной разрядной сетки. Поэтому на точность расчета численных значений полинома влияет не только число операций перемножения полиномиальных коэффициентов и комплексного оператора p , но и число умножений, необходимых для получения самих полиномиальных коэффициентов. Очевидно, в этом случае более эффективными будут не канонические или групповые полиномы, а последовательные и свернутые (вложенные) функции [228, 262], имеющие минимальное число умножений. Сравнение различных методов построения схемных функций проведем на примере кварцевого фильтра, характеризуемого плохой численной обусловленностью [50].

3.8.2. Формирование символьных схемных функций кварцевого фильтра

Исследуемый кварцевый фильтр [50] представлен на рис.3.8.1. Рассмотрим 13 различных символьных формул для коэффициента передачи напряжения $K = U_{out}/U_{in}$: 1) *комбинированную дробно-рациональную функцию (ДРФ) по диакоптическому методу неравновесных схемных миноров [145] с подвыражениями по методу схемно-алгебраической редукции (САР) [37];* 2) последовательную функцию (ПФ)

по методу САР [37, 137] 3) ПФ по методу блочного Гауссова исключения [174]; 4) ДРФ с подвыражениями, полученная по Крамеру [27] с помощью Maple; 5) ПФ по методу эквивалентного многомерного генератора с использованием переноса 2-го рода [245,249]; 6) ПФ по методу редукции узлов [50]; 7) ПФ с одной операцией деления по методу схемных миноров [230]; 8) ПФ по методу исключения Гаусса [219]; 9) единую свернутую ДРФ по методу *неравновесных схемных миноров (НСМ)* [145]; 10) единую ДРФ по методу равновесных схемных миноров (РСМ) [230]; 11) групповую ДРФ (в виде отношения групповых полиномов) [219]; 12) каноническую ДРФ (в виде отношения канонических полиномов) [219] и 13) развернутую ДРФ – отношение развернутых (в виде суммы одночленов) полиномов.

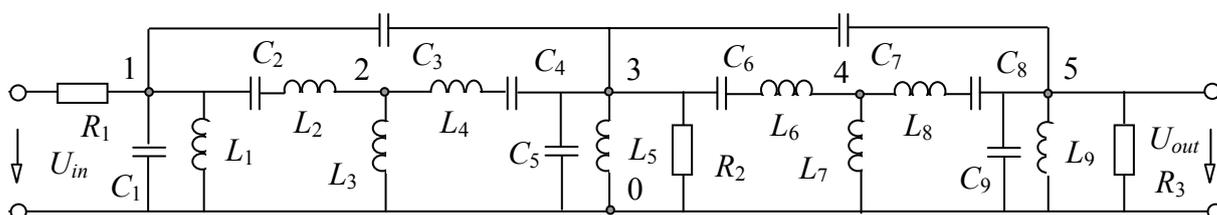


Рис.3.8.1. Схема замещения кварцевого фильтра (цифрами 0...5 указаны номера узлов)

Тринадцать перечисленных функций приведены в пп.3.8.2.1–3.8.2.10. Их вычислительные характеристики: число мультипликативных (суммарное число умножений и делений) операций, операций деления и умножения по отдельности, число сложений, вычитаний и количество подформул даны в табл. 3.8.2 причем функции расположены в ней по возрастанию числа мультипликативных операций, которые, как уже отмечалось, определяют не только временные затраты, но и точность численных расчетов. Операции обозначены соответствующими символами, причем количество подформул – знаком равенства =.

Таблица 3.8.2. Количество операций в различных символьных функциях

| № | Операции → Функции ↓ | * | * | / | + | – | = |
|---|---|----|----|----|----|----|----|
| | | / | * | / | + | – | = |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | ДРФ с подвыражениями по методам САР и НСМ | 60 | 43 | 17 | 43 | 0 | 14 |
| 2 | Последовательная функция по методу САР | 75 | 58 | 17 | 50 | 1 | 39 |
| 3 | ПФ по методу блочного Гауссова исключения | 83 | 59 | 24 | 22 | 11 | 42 |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|----|---|-------|-------|----|------|----|-----|
| 4 | ДРФ с подвыражениями по Крамеру с помощью Maple | 93 | 75 | 18 | 29 | 10 | 24 |
| 5 | Последовательная формула по методу ЭМГ | 94 | 50 | 44 | 30 | 32 | 68 |
| 6 | ПФ по методу редукции узлов | 102 | 72 | 30 | 34 | 0 | 54 |
| 7 | ПФ с одной операцией деления | 117 | 116 | 1 | 84 | 0 | 27 |
| 8 | Последовательная функция по методу Гаусса | 121 | 81 | 40 | 22 | 31 | 111 |
| 9 | Единая свернутая ДРФ по методу НСМ | 279 | 278 | 1 | 96 | 0 | 1 |
| 10 | Единая свернутая ДРФ по методу РСМ | 310 | 309 | 1 | 106 | 2 | 1 |
| 11 | Групповая ДРФ | 13130 | 13129 | 1 | 6432 | 0 | 1 |
| 12 | Каноническая ДРФ | 13435 | 13434 | 1 | 6432 | 0 | 1 |
| 13 | Развернутая ДРФ | 96057 | 96056 | 1 | 6432 | 0 | 1 |

Как видно, наименьшее число мультипликативных операций содержит комбинированная ДРФ (строка 1 табл. 3.8.2) с подвыражениями по МСАР, а наибольшее число операций включает развернутая ДРФ (строка 12 табл. 3.8.2). Точность приведенных функций должна убывать по направлению возрастания числа мультипликативных операций, то есть от формулы в строке 1 к формуле в строке 12 табл. 3.8.2. Чтобы убедиться в этом, проведем в п.3.8.3 вычислительный эксперимент.

3.8.2.1. Дробно-рациональная функция с подвыражениями по методу неравновесных схемных миноров

Эта формула получается путем комбинированного использования схемно-алгебраической редукции отдельных подсхем и формирования дробно-рациональной функции по диакоптическим методам равновесных [230] и *неравновесных схемных миноров* [145]. Последний метод обеспечивает получение более компактной формулы и с наименьшими затратами.

Для схемы кварцевого фильтра на рис. 3.8.1 САР сводится к преобразованию последовательных и параллельных соединений сопротивлений, емкостей и индуктивностей. Преобразованная схема используется для формирования дробно-рационального выражения по

методу неравновесных схемных миноров. Представим здесь без вывода сформированный таким образом коэффициент передачи напряжения

$$K = \frac{g_1[y_{10}(y_2 + y_3 + y_4) + y_2 y_4][y_{11}(y_6 + y_7 + y_8) + y_6 y_8]}{\{y_3[(y_1 + y_2)(y_4 + y_5 + y_{10}) + y_{10}(y_4 + y_5)] + [(y_1 + y_3)[y_2(y_4 + y_{10}) + y_4 y_{10}] + y_1 y_5(y_2 + y_4)]\} \{y_6 + y_7)(y_8 + y_9 + y_{11}) + y_8(y_9 + y_{11}) + [(y_1 + y_{10})(y_2 + y_3 + y_4) + y_2(y_3 + y_4)] \{y_6 y_{11}(y_7 + y_9) + (y_6 + y_{11})[y_7(y_8 + y_9) + y_8 y_9]\}}, \quad (3.8.4)$$

где подвыражения имеют вид: $g_1 = 1/R_1$; $y_1 = g_1 + pc_1 + 1/pL_1$; $y_2 = 1/(pL_2 + 1/pc_2)$; $y_3 = 1/pL_3$; $y_4 = 1/(pL_4 + 1/pc_4)$; $y_5 = pc_5 + 1/pL_5 + 1/R_2$; $y_6 = 1/(pL_6 + 1/pc_6)$; $y_7 = 1/pL_7$; $y_8 = 1/(pL_8 + 1/pc_8)$; $y_9 = pc_9 + 1/pL_9 + 1/R_3$; $y_{10} = pc_3$; $y_{11} = pc_7$.

Параметры комбинированной формулы (3.8.4) представлены в строке 1 табл. 3.8.2. Отметим, что она содержит 60 мультипликативных операций, то есть операций умножений и делений, которые являются определяющими при нахождении как трудоемкости, так и точности формулы. Комбинированная формула может быть получена автоматизированным путем, например, с помощью программы CIRSMD. Запишем эту формулу стандартным математическим языком (без указания символа умножения, но представим основными символами):

$$K = g_1 (y_3 (T_8 (y_7 + T_9) + y_7 (T_9 + Y_7)) (T_6 + T_7 + Y_3) + (T_8 (y_7 + T_9) + y_7 (T_9 + Y_7)) T_6 (T_7 + Y_3) - (T_8 (y_7 + T_9) + y_7 (T_9 + Y_7)) T_6 Y_3) / (((g_1 + T_1 + y_3) (T_6 + T_7 + Y_3) + T_6 (T_7 + Y_3)) ((T_5 + Y_7) T_8 y_7 + (T_5 (T_9 + Y_7) + T_9 Y_7) (T_8 + y_7)) + ((g_1 + T_1) ((T_6 + Y_3) (y_3 + T_3 + T_7) + (y_3 + T_3) T_7) + (T_6 + y_3) T_3 Y_3 + (T_6 (y_3 + T_7) + y_3 T_7) (T_3 + Y_3)) ((T_5 + y_7) (T_8 + Y_7 + T_9) + (T_8 + Y_7) T_9)), \quad (3.8.5)$$

где $g_1 = 1/R_1$; $y_1 = pc_1$; $y_2 = pc_2$; $y_3 = pc_3$; $y_4 = pc_4$; $y_5 = pc_5$; $y_6 = pc_6$; $y_7 = pc_7$; $y_8 = pc_8$; $y_9 = pc_9$; $Y_1 = 1/pL_1$; $Y_2 = 1/pL_2$; $Y_3 = 1/pL_3$; $Y_4 = 1/pL_4$; $Y_5 = 1/pL_5$; $Y_6 = 1/pL_6$; $Y_7 = 1/pL_7$; $Y_8 = 1/pL_8$; $Y_9 = 1/pL_9$; $g_2 = 1/R_2$; $g_3 = 1/R_3$; $T_1 = y_1 + Y_1$; $T_2 = y_5 + g_2$; $T_3 = T_2 + Y_5$; $T_4 = g_3 + y_9$; $T_5 = T_4 + Y_9$; $T_6 = y_2 Y_2 / (y_2 + Y_2)$; $T_7 = y_4 Y_4 / (y_4 + Y_4)$; $T_8 = y_6 Y_6 / (y_6 + Y_6)$; $T_9 = y_8 Y_8 / (y_8 + Y_8)$.

Программа сформировала комбинированную формулу (3.8.5), содержащую 71 мультипликативную операцию, то есть всего на 11 операций больше, чем имеет формула (3.8.4).

3.8.2.2. Последовательная формула по методу схемно-алгебраической редукции

Предлагаемая формула получена по программе REDSYM [37], которая реализует метод схемно-алгебраической редукции. Формула имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
& y_1=p \ c_1; y_2=p \ c_2; y_3=p \ c_3; y_4=p \ c_4; y_5=p \ c_5; Z_1=p \ L_1; Z_2=p \ L_2; \\
& Z_3=p \ L_3; Z_4=p \ L_4; Z_5=p \ L_5; y_6=p \ c_6; y_7=p \ c_7; y_8=p \ c_8; y_9=p \ c_9; Z_6=p \\
& L_6; Z_7=p \ L_7; Z_8=p \ L_8; Z_9=p \ L_9; Z_{m1}=R_2 \ Z_5/(R_2+Z_5); Y_{m2}=y_1+1/Z_1; \\
& Y_{m3}=y_5+1/(Z_{m1}); Z_{m4}=Z_2+1/y_2; Z_{m5}=Z_4+1/y_4; \\
& X_1=(y_3+Y_{m2}) (R_1 (Z_{m4} (Z_3+Z_{m5})+Z_3 \ Z_{m5}))+ (R_1+Z_{m4}) (Z_3+Z_{m5}) \\
& +Z_3 \ Z_{m5}; X_{1_3}=(y_3 (Z_{m4} (Z_3+Z_{m5})+Z_3 \ Z_{m5})+Z_3)/X_1; \\
& X_{1_4}=(y_3 ((Y_{m3}+Y_{m2}) (R_1 (Z_{m4} (Z_3+Z_{m5})+Z_3 \ Z_{m5}))+ (R_1+Z_3) \\
& (Z_{m4}+Z_{m5}) +Z_{m4} \ Z_{m5}) + (Y_{m2} (R_1 \ Z_{m4})+R_1+Z_{m4}) (Y_{m3} (Z_3+Z_{m5})+1)+ \\
& (Y_{m2} (R_1)+1) (Z_3 (Y_{m3} (Z_{m5})+1)))/X_1; \\
& Z_{m6}=Z_9 \ R_3/(Z_9+R_3); Y_{m7}=y_9+1/(Z_{m6}); Z_{m8}=Z_6+1/(y_6); \\
& Z_{m9}=Z_8+1/(y_8); X_2=Z_{m8} (Z_7+Z_{m9})+Z_7 \ Z_{m9}; \\
& X_{2_1}=(y_7 (Z_{m8} (Z_7+Z_{m9})+Z_7 \ Z_{m9})+Z_7+Z_{m9})/X_2; \\
& X_{2_2}=(y_7 (Z_{m8} (Z_7+Z_{m9})+Z_7 \ Z_{m9})+Z_7)/X_2; X_{2_3}=X_{2_2}; \\
& X_{2_4}=(Y_{m7}+y_7) (Z_{m8} (Z_7+Z_{m9})+Z_7 \ Z_{m9})+Z_{m8}+Z_7)/X_2; \\
& X_3=(X_{2_1}+X_{1_4}); X_{3_3}=(X_{1_3} \ X_{2_3})/X_3; X_{3_4}=(X_{2_4} (X_{2_1}+X_{1_4}) - \\
& X_{2_2} \ X_{2_3})/X_3; K=X_{3_3}/X_{3_4}. \tag{3.8.6}
\end{aligned}$$

Формула (3.8.6) содержит 75 мультипликативных операций и занимает вторую строку в табл.3.8.2.

3.8.2.3. Последовательная формула по методу блочного Гауссова исключения

В этой формуле будем использовать подвыражения из формулы (3.8.4), которые являются следствиями блочного исключения из неопределенной матрицы узловых проводимостей. Оставшуюся матрицу узловых проводимостей разделим на блоки, граничные столбцы и строки которых соответствуют напряжению третьего узла на рис. 3.8.1. В целом последовательная рекурсивная формула по методу блочного Гауссова исключения [174] имеет вид :

$$\begin{aligned}
& g_1=1/R_1; y_1=g_1+pc_1+1/pL_1; y_2=1/(pL_2+1/(pc_2)); y_3=1/pL_3; y_4=1/(pL_4+ \\
& 1/(pc_4)); y_5=pc_5+1/pL_5+1/R_2; y_6=1/(pL_6+1/(pc_6)); y_7=1/(pL_7); y_8=1/(pL_8+ \\
& 1/(pc_8)); y_9=pc_9+1/(pL_9)+1/R_3; y_{10}=pc_3; y_{11}=pc_7. \\
& Y_{11}=y_1+y_2+y_{10}; Y_{12}=-y_2; Y_{13}=-y_{10}; Y_{14}=0; Y_{15}=0; Y_{21}=Y_{12}; Y_{22}=y_2+y_3+y_4; \\
& Y_{23}=-y_4; Y_{24}=0; Y_{25}=0; Y_{31}=Y_{13}; Y_{32}=Y_{23}; Y_{33}=y_4+y_5+y_6+y_{10}+y_{11}; Y_{34}=-y_6; \\
& Y_{35}=-y_{11}; Y_{41}=Y_{14}; Y_{42}=0; Y_{43}=Y_{34}; Y_{44}=y_6+y_7+y_8; Y_{45}=-y_8; Y_{51}=0; Y_{52}=0; \\
& Y_{53}=Y_{35}; Y_{54}=Y_{54}; Y_{55}=y_8+y_9+y_{11}; \\
& k_2=Y_{21}/Y_{11}; k_3=Y_{31}/Y_{11}; Y_{22}=Y_{22}-k_2Y_{12}; Y_{23}=Y_{23}-k_2Y_{13}; Y_{32}=Y_{32}-k_3Y_{12}; \\
& Y_{33}=Y_{33}-k_3Y_{13}; Y_{33}=Y_{33}-Y_{23}Y_{32}/Y_{22}; del=Y_{11}Y_{22}Y_{33}; Ad_{11}=Y_{22}Y_{33}-Y_{23}Y_{32}; \\
& Ad_{22}=Y_{11}Y_{33}-Y_{31}Y_{31}; Ad_{33}=Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}; Ad_{12}=- (Y_{21}Y_{33}-Y_{31}Y_{23}); Ad_{13}= \\
& Y_{21}Y_{32}-Y_{31}Y_{22}; Ad_{13}=Y_{21}Y_{32}-Y_{31}Y_{22}; Ad_{21}=Ad_{12}; Ad_{13}=Y_{21}Y_{32}-Y_{31}Y_{22}; \\
& Ad_{21}=Ad_{12}; Ad_{23}=- (Y_{11}Y_{32}-Y_{31}Y_{12}); Ad_{31}=Ad_{13}; Ad_{32}=Ad_{23}; F_{11}=Ad_{13}Y_{43};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&F_{12}=Y_{43} Ad_{23}; F_{13}=Ad_{33} Y_{43}; F_{21}=Y_{53} Ad_{13}; F_{22}=Ad_{23} Y_{53}; F_{23}=Ad_{33} Y_{53}; \\
&Ag_{11}=Y_{44} - F_{13} Y_{34}/del; Ag_{12}=Y_{45} - F_{13} Y_{35}/del; Ag_{21}=Y_{54} - F_{23} Y_{34}/del; \\
&Ag_{22}=Y_{55} - F_{23} Y_{35}/del; Bg_{11}=- F_{11} g_1/del; Bg_{22}=- F_{21} g_1/del; k_4=Ag_{21}/Ag_{11}; \\
&Ag_{22} = Ag_{22} - k_4 Ag_{12}; Bg_{22} = Bg_{22} - Bg_{11} k_4; K=Bg_{22}/Ag_{22}. \quad (3.8.7)
\end{aligned}$$

Формула (3.8.7) содержит 79 мультипликативных операций и занимает третью строку в табл.3.8.2.

3.8.2.4. Дробно-рациональная функция с подвыражениями по Крамеру и системе Maple

Формула получена с помощью системы Maple путем предварительного ручного преобразования последовательных и параллельных соединений ветвей, в результате исходная цепь приводится к схеме, содержащей 5 независимых узлов. Для этой схемы составляется (также вручную) система узловых уравнений. Ее решение осуществляется системой Maple по правилу *Крамера*. Полученное выражение свертывается с помощью операции `simplify('size')`. Окончательное символьное выражение имеет вид

$$\begin{aligned}
K = &-g_1 (((-Y_{33} Y_{44}+Y_{34}^2) Y_{55}+Y_{35}^2 Y_{44}+Y_{33} Y_{45}^2- \\
&2 Y_{34} Y_{35} Y_{45}) Y_{22}+Y_{23}^2 (Y_{44} Y_{55}-Y_{45}^2))/ \\
&[(((Y_{11} Y_{33}-Y_{13}^2) Y_{22}-Y_{11} Y_{23}^2- \\
&Y_{12}^2 Y_{33}+2 Y_{12} Y_{23} Y_{13}) Y_{44}+Y_{12}^2 Y_{34}^2- \\
&Y_{11} Y_{22} Y_{34}^2) Y_{55}+((- Y_{11} Y_{33}+Y_{13}^2) Y_{22} + \\
&Y_{11} Y_{23}^2+Y_{12}^2 Y_{33}-2 Y_{12} Y_{23} Y_{13}) Y_{45}^2 + \\
&2 Y_{35} Y_{34} (Y_{11} Y_{22}-Y_{12}^2) Y_{45}-Y_{44} Y_{35}^2 (Y_{11} Y_{22}-Y_{12}^2)], \quad (3.8.8)
\end{aligned}$$

где подвыражения имеют вид: $Y_{11} = g_1+y_1$; $Y_{12} = -y_2$; $Y_{13} = -y_{10}$;
 $Y_{22}=y_2+y_3+y_4$; $Y_{23}=-y_4$; $Y_{33}=y_4+y_5+y_6+y_{10}+y_{11}$; $Y_{34}=-y_6$; $Y_{35}=-y_{11}$;
 $Y_{44}=y_6+y_7+y_{11}$; $Y_{45}=-y_8$; $Y_{55}=y_8+y_9+y_{11}$; $g_1=1/R_1$; $y_1 = g_1+pc_1+1/(pL_1)$;
 $y_2 = 1/(pL_2 + 1/(pc_2))$; $y_3 = 1/(pL_3)$; $y_4 = 1/(pL_4 + 1/(pc_4))$; $y_5 = pc_5 +$
 $1/(pL_5)+1/R_2$; $y_6 = 1/(pL_6 + 1/(pc_6))$; $y_7 = 1/pL_7$; $y_8 = 1/(pL_8 + 1/(pc_8))$;
 $y_9 = pc_9 + 1/(pL_9) + 1/R_3$; $y_{10}=pc_3$; $y_{11}=pc_7$.

Формула (3.8.8) содержит 93 мультипликативные операции и занимает четвертую строку в табл. 3.8.2.

Следует отметить, что с помощью системы Maple 7 (9) при тех же вычислительных ресурсах нельзя получить единое символьное выражение, которое сформировано по программе CIRSMD, реализующей МНСМ (см. строку 9 в табл. 10). Ограниченные возможности системы Maple имеют принципиальный характер и объясняются тем, что она, как и другие

современные символьные компиляторы, реализует правила оптимальной свертки алгебраических выражений [262]. Для их применения необходимо развернуть эти выражения и провести сортировку слагаемых, что требует больших вычислительных затрат. В таких затратах не нуждаются предлагаемые *схемно-алгебраические методы*, использующие в качестве модели схему цепи и правила оптимальной свертки схемных определителей [227].

3.8.2.5. Последовательная формула по методу эквивалентного многомерного генератора

Формула получена по диакоптическому методу эквивалентного многомерного генератора (ЭМГ) ЭДС с применением метода переноса Z-ветвей 2-го рода [245, 249] и имеет рекурсивный вид (при этом численные индексы в формуле записаны в виде символов, как это принято в системе Maple, с помощью которой осуществляется в дальнейшем численный расчет):

$$\begin{aligned}
 &Z1=1/(1/(p L1) + p c1); Z2= 1/(p c2) + p L2; Z3= p L3; Z4= p L4 + 1/(p \\
 &c4); Z5=1/(p c5 + 1/p L5 + 1/R2); Z6= 1/(p c6) + p L6; Z7= p L7; \\
 &Z8= p L8+1/(p c8); Z9=1/(p c9+1/(p L9)+1/R3); Z10= 1/(p c3); \\
 &Z11= 1/(p c7); Z1=R1 Z1/(R1+Z1); J1=1/R1; E1=J1 Z1; \\
 &Zk=Z3+Z4+Z5; Zk3=Z3; Zk5=Z5; Z3=Z3-Zk3 Zk3/Zk; Z5=Z5 - Zk5 Zk5/Zk; \\
 &Z35= -Zk3 Zk5/Zk; E1= - E1; Zk=Z1+Z2+Z3; Zk1=Z1; Zk3=Z3; Zk5=Z35; \\
 &Z1=Z1 - Zk1 Zk1/Zk; Z3=Z3-Zk3 Zk3/Zk; Z5=Z5 - Zk5 Zk5/Zk; \\
 &Z13= - Zk1 Zk3/Zk; Z35=Z35-Zk3 Zk5/Zk; Z15= - Zk1 Zk5/Zk; \\
 &Ek=E1; E1=E1-Ek Zk1/Zk; E3= - Ek Zk3/Zk; E5= - Ek Zk5/Zk; \\
 &E5= -E5; Z15= - Z15; Z35=-Z35; Zk=Z1+Z10+Z5+2 Z15; Ek=E5+E1; \\
 &Zk1=Z1+Z15; Zk5=Z5+Z15; Zk3=Z13+Z35; Z1=Z1-Zk1 Zk1/Zk; \\
 &Z3=Z3 -Zk3 Zk3/Zk; Z5=Z5-Zk5 Zk5/Zk; Z13=Z13 - Zk1 Zk3/Zk; \\
 &Z15=Z15-Zk1 Zk5/Zk; Z35=Z35-Zk3 Zk5/Zk; E1=E1 - Ek Zk1/Zk; \\
 &E3=E3-Ek Zk3/Zk; E5=E5 - Ek Zk5/Zk; Zk=Z7+Z9+Z8; Zk7=Z7; Zk9=Z9; \\
 &Z7=Z7 - Zk7 Zk7/Zk; Z9=Z9-Zk9 Zk9/Zk; Z79= -Zk7 Zk9/Zk; Z7=Z7+Z6; \\
 &Zk=Z7+Z9+Z11+2 Z79; Zk7=Z7+Z79; Zk9=Z9+Z79; Z7=Z7 - Zk7 Zk7/Zk; \\
 &Z9=Z9-Zk9Zk9/Zk; Z79=Z79-Zk7 Zk9/Zk; I5=E5/(Z5+Z7); K = -Z79 I5.
 \end{aligned}
 \tag{3.8.9}$$

Формула (3.8.9) содержит 94 мультипликативных операции и занимает четвертую строку в табл. 3.8.1.

3.8.2.6. Последовательная формула по методу редукции узлов

Формула получена в [50] путем редукции узлов и имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
& y_{2t}=1/(p L_2); y_{3t}=1/(p L_3); y_{4t}=1/(p L_4); y_{6t}=1/(p L_6); y_{7t}=1/(p L_7); \\
& y_{8t}=1/(p L_8); y_{s1}=y_{2t}+y_{3t}+y_{4t}; y_4=y_{2t} y_{3t}/y_{s1}; y_5=y_{2t} y_{4t}/y_{s1}; y_6=y_{4t} \\
& y_{3t}/y_{s1}; y_{s2}=y_{6t}+y_{7t}+y_{8t}; y_{10}=y_{6t} y_{7t}/y_{s2}; y_{11}=y_{6t} y_{8t}/y_{s2}; \\
& y_{12}=y_{7t} y_{8t}/y_{s2}; y_1=1/R_1; y_2=p c_1+1/(p L_1); y_3=p c_2; y_7=p c_4; \\
& y_8=p c_9+1/(p L_5)+1/R_3; y_9=p c_6; y_{13}=p c_7; y_{14}=p c_8+1/(p L_9)+1/R_2; \\
& y_{15}=p c_3; y_{16}=p c_5; \\
& N_1=y_3+y_4+y_5; N_{103}=y_6 N_1+y_4 y_5; N_{105}=y_2 N_1+y_3 y_4; N_{135}=y_3 y_5; \\
& A_2=y_9+y_{10}+y_{11}; N_2=A_2 N_1; A_{246}=y_9 y_{11}; A_{204}=y_{12} A_2+y_{10} y_{11}; \\
& A_{206}=y_8 A_2+y_9 y_{10}; A_3=N_{135}+N_{103}+y_7 N_1; N_3=A_2 A_3; \\
& N_{305}=(N_{105} N_3+N_{135} N_{103} A_2)/N_1; N_{306}=A_{206} A_3+N_{103} y_7 A_2; \\
& N_{356}=y_{15} N_3+y_7 N_{135} A_2; A_4=A_{246}+A_{204}+y_{13} A_2; N_4=A_3 A_4; \\
& N_{406}=(N_{306} A_4+A_{204} A_{246} A_3)/A_2; N_{407}=y_{14} N_4+A_{204} A_3 y_{13}; \\
& N_{467}=y_{16} N_4+A_{246} A_3 y_{13}; A_5=y_1 N_3+N_{305}+N_{356}; N_5=A_4 A_5/A_2; \\
& N_{506}=(N_{406} A_5+N_{305} N_{356} A_4/A_2)/N_3; N_{508}=y_1 N_{305} A_4/A_2; \\
& N_{568}=y_1 N_{356} A_4/A_2; N_6=N_{568}+N_{506}+N_{467} A_5/N_3; \\
& N_{678}=N_{568} N_{467}/N_4; N_{607}=(N_{407} N_6+N_{506} N_{467})/N_4; \\
& N_{608}=(N_{508} N_6+N_{506} N_{568})/N_5; N_7=N_{607}+N_{678}; K=N_{678}/N_7. \quad (3.8.10)
\end{aligned}$$

Формула (3.8.10) содержит 102 мультипликативных операции и занимает пятую строку в табл. 3.8.2.

3.8.2.7. Последовательная формула с одной операцией деления

Формула получена по программе SECIRSYM (автор В.В. Филаретов), реализующей объединение подсхем методом схемных миноров [230], имеет последовательную форму записи:

$$\begin{aligned}
& y_1=p c_1; y_2=p c_2; y_3=p c_3; y_4=p c_4; y_5=p c_5; y_6=p c_6; y_7=p c_7; \\
& y_8=p c_8; y_9=p c_9; Z_1=p L_1; Z_2=p L_2; Z_3=p L_3; Z_4=p L_4; Z_5=p L_5; \\
& Z_6=p L_6; Z_7=p L_7; Z_8=p L_8; Z_9=p L_9; \\
& A_4:= Z_5 R_2 Z_1 ((y_2 Z_2+1) y_3 (y_4 (Z_3+Z_4)+1)+y_2 Z_3 (y_3 (y_4 Z_4+1)+y_4)); \\
& A_5:= (((y_3+y_1+y_2) R_1 Z_1+R_1+Z_1) (y_4 (Z_3+Z_4)+1)+y_2 ((y_3+y_1) R_1 Z_1+R_1+Z_1) \\
& (y_4 (Z_2 (Z_3+Z_4)+Z_3 Z_4)+Z_2+Z_3)) (y_5 Z_5 R_2+Z_5+R_2)+((y_1 R_1 Z_1 Z_3+R_1 \\
& (Z_1+Z_3)+Z_1 Z_3) ((y_2 (Z_2+Z_4)+1) y_3 y_4+y_2 (y_4+y_3))+y_1 R_1 Z_1+R_1+Z_1) (y_2 \\
& Z_2+1) (y_3 (y_4 Z_4+1)+y_4)) Z_5 R_2; \\
& A_6:= Z_5 R_2 (((y_3+y_1+y_2) R_1 Z_1+R_1+Z_1) (y_4 (Z_3+Z_4)+1)+y_2 ((y_3+y_1) R_1 \\
& Z_1+R_1+Z_1) (y_4 (Z_2 (Z_3+Z_4)+Z_3 Z_4)+Z_2+Z_3)); \\
& B_1= (y_9 R_3 Z_7 Z_9+R_3 (Z_7+Z_9)+Z_7 Z_9) ((y_6 (Z_6+Z_8)+1) y_7 y_8+y_6 \\
& (y_8+y_7))+y_9 R_3 Z_9+R_3+Z_9) (y_6 (y_7 Z_6+1)+y_7) (y_8 Z_8+1); \\
& B_4= R_3 Z_9 ((y_6 Z_6+1) y_7 (y_8 (Z_7+Z_8)+1)+y_6 Z_7 (y_7 (y_8 Z_8+1)+y_8)); \\
& B_5= ((y_9+y_7+y_8) R_3 Z_9+R_3+Z_9) (y_6 (Z_6+Z_7)+1)+y_8 ((y_9+y_7) R_3 Z_9+R_3+Z_9) \\
& (y_6 (Z_6 (Z_7+Z_8)+Z_7 Z_8)+Z_7+Z_8); \\
& B_4 = A_4 B_4; B_5 = A_5 B_5+A_6 B_1; K=B_4/B_5; \quad (3.8.11)
\end{aligned}$$

Формула (3.8.11) содержит 117 мультипликативных операций и занимает строку 6 в табл. 3.8.2.

3.8.2.8. Последовательная формула по методу Гаусса

Эта формула сформирована путем символьного решения системы узловых уравнений [243] девятого порядка (схема на рис.3.8.1) по широко известному методу Гаусса [27]. Полученная функция для искомого коэффициента передачи напряжения имеет последовательную рекурсивную форму записи:

$$\begin{aligned}
 &g_1=1/R_1; g_2=1/R_2; g_3=1/R_3; y_{c1}=p_{c1}; y_{c2}=p_{c2}; y_{c3}=p_{c3}; y_{c4}=p_{c4}; y_{c5}= \\
 &p_{c5}; y_{c6}=p_{c6}; y_{c7}=p_{c7}; y_{c8}=p_{c8}; y_{c9}=p_{c9}; y_{L1}=1/(p_{L1}); y_{L2}=1/(p_{L2}); \\
 &y_{L3}=1/(p_{L3}); y_{L4}=1/(p_{L4}); y_{L5}=1/(p_{L5}); y_{L6}=1/(p_{L6}); y_{L7}=1/(p_{L7}); \\
 &y_{L8}=1/(p_{L8}); y_{L9}=1/(p_{L9}); Y_{11}=g_1+Y_{c1}+Y_{L1}+Y_{c2}+Y_{c3}; \\
 &Y_{12}=-Y_{c2}; Y_{21}=Y_{12}; Y_{15}=-Y_{c3}; Y_{22}=Y_{c2}+Y_{L2}; Y_{23}=-Y_{L2}; \\
 &Y_{32}=Y_{23}; Y_{33}=Y_{L2}+Y_{L3}+Y_{L4}; Y_{34}=-Y_{L4}; Y_{43}=Y_{34}; Y_{44}=Y_{L4}+Y_{c4}; \\
 &Y_{45}=-Y_{c4}; Y_{51}=Y_{15}; Y_{66}=Y_{c6}+Y_{L6}; Y_{54}=Y_{45}; Y_{55}=Y_{c4}+Y_{c5}+Y_{L5} \\
 &+g_2+Y_{c6}+Y_{c7}; Y_{56}=-Y_{c6}; Y_{59}=-Y_{c7}; Y_{65}=Y_{56}; Y_{67}=-Y_{L6}; Y_{76}= \\
 &Y_{67}; Y_{77}=Y_{L6}+Y_{L7}+Y_{L8}; Y_{78}=-Y_{L8}; Y_{87}=Y_{78}; Y_{88}=Y_{L8}+Y_{c8}; Y_{89}= \\
 &-Y_{c8}; Y_{95}=Y_{59}; Y_{98}=Y_{89}; Y_{99}=Y_{c8}+Y_{L9}+Y_{c9}+g_3+Y_{c7}; J_1=g_1; k_1= \\
 &Y_{21}/Y_{11}; Y_{22}=Y_{22}-k_1 Y_{12}; Y_{25}=-Y_{15}k_1; k_2=Y_{51}/Y_{11}; Y_{52}=-k_2 Y_{12}; \\
 &Y_{55}=Y_{55}-k_2 Y_{15}; J_{55}=-k_2 J_1; k_3=Y_{95}/Y_{11}; Y_{92}=-k_3 Y_{12}; Y_{95}=-k_3 \\
 &Y_{15}; J_9=-k_3 J_1; k_4=Y_{32}/Y_{22}; Y_{33}=Y_{33}-k_4 Y_{23}; Y_{35}=-k_4 Y_{25}; J_3=-J_2 \\
 &k_4; k_{11}=Y_{52}/Y_{22}; Y_{53}=-k_{11} Y_{23}; J_5=J_5-J_2 k_{11}; k_{12}=Y_{95}/Y_{22}; Y_{93}=- \\
 &k_{12} Y_{23}; Y_{95}=Y_{95}-k_{12} Y_{25}; J_9=J_9-k_{12} J_2; k_5=Y_{43}/Y_{33}; Y_{45}=Y_{45}-k_5 \\
 &Y_{35}; Y_{44}=Y_{44}-k_5 Y_{34}; J_4=-J_3 k_5; k_{13}=Y_{53}/Y_{33}; Y_{54}=Y_{54}-k_{13} Y_{34}; \\
 &Y_{55}=Y_{55}-k_{13} Y_{35}; J_5=J_5-k_{13} J_1; k_{14}=Y_{93}/Y_{33}; Y_{94}=-k_{14} Y_{34}; Y_{95}=Y_{95} \\
 &-k_{14} Y_{35}; J_9=J_9-k_{14} J_3; k_6=Y_{54}/Y_{44}; Y_{55}=Y_{55}-k_6 Y_{45}; J_5=J_5-J_4 k_6; \\
 &K_{15}=Y_{94}/Y_{44}; Y_{95}=Y_{95}-Y_{45} k_{15}; J_9=J_9-J_4 k_{15}; k_7=Y_{65}/Y_{55}; Y_{66}=Y_{66}- \\
 &k_7 Y_{56}; Y_{69}=-k_7 Y_{59}; J_6=-J_5 k_7; k_{59}=Y_{95}/Y_{55}; Y_{96}=-Y_{56} k_{59}; Y_{99}=Y_{99} \\
 &-k_{59} Y_{59}; J_9=J_9-J_5 k_{59}; k_{67}=Y_{76}/Y_{66}; Y_{77}=Y_{77}-k_{67} Y_{67}; Y_{79}=-k_{67} \\
 &Y_{59}; J_7=-k_{67} J_6; k_{78}=Y_{87}/Y_{77}; Y_{88}=Y_{88}-k_{78} Y_{79}; Y_{89}=Y_{89}-Y_{79} k_{78}; \\
 &J_8=-J_7 k_{78}; k_{89}=Y_{98}/Y_{88}; Y_{99}=Y_{99}-Y_{89} k_{89}; J_9=J_9-k_{89} J_8; k=J_9/Y_{99}.
 \end{aligned}
 \tag{3.8.12}$$

Формула (3.8.12) содержит 121 мультипликативную операцию и занимает седьмую строку в табл. 3.8.2.

3.8.2.9. Единая свернутая дробно-рациональная формула по методу *неравновесных схемных миноров*

Эта формула получена по программе CIRSYMД, реализующей метод неравновесных схемных миноров [145] и представлена ниже:

$$\begin{aligned}
K = & (R3 L9 p ((c6 p (L6 p)+1) (c7 p (c8 p (L7 p+L8 p)+1))+(c6 p) (L7 p \\
& (c7 p (c8 p (L8 p)+1)+c8 p))) (L1 p R2 L5 p ((c2 p (L2 p)+1) (c3 p \\
& (c4 p (L3 p+L4 p)+1))+(c2 p) (L3 p (c3 p (c4 p (L4 p)+1)+c4 p))) / \\
& (R2 (((c3 p+c1 p+c2 p) (R1 L1 p)+R1+L1 p) (c4 p (L3 p+L4 p)+1)+(c2 p \\
& ((c3 p+c1 p) (R1 L1 p)+R1+L1 p)) (c4 p (L2 p (L3 p+L4 p) \\
& +L3 p L4 p)+L2 p+L3 p))) (((c6 p (c7 p(L5 p L6 p)+L5 p+L6 p) \\
& +c7 p (L5 p)+1) (c8 p (L7 p+L8 p)+1)+(c6 p (c7 p (L5 p)+1)) \\
& (L7 p (c8 p (L8 p)+1))) (c9 p (R3 L9 p)+R3+L9 p)+((c6 p ((L5 p+L7 p) \\
& (L6 p+L8 p)+L6 p L8 p)+L5 p+L7 p+L8 p) (c7 p c8 p) \\
& +(c6 p (L5 p+L7 p+L6 p)+1) (c8 p+c7 p)) (R3 L9 p))+((c1 p (R1 L1 p) \\
& +R1+L1 p) (c5 p (R2)+1)) ((L3 p(c2 p (L2 p)+1)) (c4 p +(c2 p(L2 p+L3 p) \\
& +1) (c4 p (L4 p)+1))+(R1 L1 p (c5 p (R2)+1)) ((c2 p (c3 p (L2 p)+1)+c3 p) \\
& (c4 p (L3 p+L4 p)+1)+(c2 p c3 p) (L3 p (c4 p (L4 p)+1))) \\
& +(R2 (c1 p (R1 L1 p)+R1+L1 p)) ((c2 p (L2 p(L3 p+L4 p)+L3 p L4 p)+ \\
& L3p+L4 p)(c3 p c4 p)+(c2 p (L2 p+L3 p)+1) (c4 p+c3 p))+ (R1 L1 p R2) \\
& ((c2 p (L2 p+L4 p)+1) (c3 p c4 p)+(c2 p) (c4 p+c3 p)))(L5 p \\
& (((c9 p+c7 p+c8 p) (R3 L9 p)+R3+L9 p) (c6 p (L6 p+L7 p)+1)+(c8 p \\
& ((c9 p+c7 p) (R3 L9 p)+R3+L9 p)) (c6 p (L6 p (L7p+L8p)+L7pL8p) \\
& +L7p+L8p))).
\end{aligned} \tag{3.8.13}$$

Формула (3.8.13) содержит 279 мультипликативных операций и занимает восьмую строку в табл.3.8.2. Это выражение является более компактным по сравнению с формулой по методу РСМ, которая рассматривается ниже.

3.8.2.10. Единая свернутая дробно-рациональная формула по методу равновесных схемных миноров

Эта формула получена по программе CIRSYMD, реализующей метод равновесных схемных миноров [230]. В приведенном ниже выражении знаменатель D не показан, поскольку он повторяет знаменатель в формуле (3.8.12) по методу HCM.

$$\begin{aligned}
K = & L1 p R3 L9 p ((R2 ((c6 p (L6 p (L7 p+L8 p)+L7 p L8 p)+L7 p+L8 p) \\
& (c7 p c8 p)+(c6 p (L6 p+L7 p)+1) (c8 p+c7 p))) (L5 p ((c2 p \\
& L2 p+1) (c3 p (c4 p (L3 p+L4 p)+1))+(c2 p) (L3 p (c3 p \\
& (c4 p (L4 p)+1)+c4 p)))+(R2 c8 p (c6 p (L6 p)+1)) (L5 p ((c2 p \\
& (L2 p)+1) (-c3 p (c4 p (L3 p+L4 p)+1))+(c2 p) (-L3 p (c3 p \\
& (c4 p (L4 p)+1)+c4 p)))) / D.
\end{aligned} \tag{3.8.14}$$

Формула (3.8.14) содержит 310 мультипликативных операций и занимает девятую строку в табл. 3.8.2.

3.8.2.11. Каноническая, групповая и развернутая формулы

Каноническую формулу сформируем, используя программу CIRSWM (автор *В.В.Филаретов*), а групповую и развернутую функции получим на основе канонической формулы с помощью системы Maple. Полностью привести эти формулы невозможно, поскольку они занимают слишком много места. Запишем краткое выражение для групповой формулы, используя полином (3.8.1):

$$K = \frac{((((a_{13}p^2 + a_{11})p^2 + a_9)p^2 + a_7)p^2 + a_5)p^5}{(\dots((((((b_{14}p + b_{13})p + b_{12})p + b_{11})p + b_{10})p + b_9)p + b_8)p + \dots b_1)p + b_0}.$$

Занесем вычислительные характеристики групповой, канонической и развернутой формул в строки 10, 11 и 12 табл. 3.8.2 соответственно. Эти функции содержат соответственно 13130, 13435 и 96057 мультипликативных операций, что многократно превышает число аналогичных операций в восьми формулах, представленных в строках 1–8 табл. 3.8.2.

3.8.3. Численный расчет передаточной функции кварцевого фильтра

Получим численные значения по тринадцати указанным в табл. 3.8.2 формулам, используя значения параметров элементов из [50]: $R_1 = 268$ кОм, $R_2 = 345$ кОм, $R_3 = 113,6$ кОм, $C_1 = 93,6$ пФ; $C_2 = 0,0312$ нФ; $C_3 = 0,3$ нФ; $C_4 = 0,0312$ нФ; $C_5 = 1,01$ нФ; $C_6 = 0,1147$ нФ; $C_7 = 1,53$ нФ; $C_8 = 0,1147$ нФ; $C_9 = 127,5$ пФ; $L_1 = 5,86$ мГн; $L_2 = 17,4648$ мГн; $L_3 = 116,079$ мГн; $L_4 = 17,4648$ Гн; $L_5 = 0,5431$ мГн; $L_6 = 4,7071$ Гн; $L_7 = 74,87$ мГн; $L_8 = 4,7071$ Гн; $L_9 = 4,3$ мГн.

Значение коэффициента передачи напряжения найдем на частоте номинального максимума $f = 215$ кГц, причем при четырех различных десятичных сетках с плавающей десятичной точкой: в 60, 30, 18 (увеличенная двойная точность) и 8 (одинарная точность) разрядов, чтобы исключить случайное совпадение результатов и оценить влияние числа разрядов на точность вычислений. Расчеты выполним с помощью системы Maple 7 (9) [57].

Полученные при 60-разрядной десятичной сетке численные данные имеют вид (j – мнимая единица):

$$K_{\text{комб}} = -0,242155199798428809724691843629027364108106988047157646981817 + j \cdot 0,154170280713032471614540145989198139003931873938420347371380;$$

$$K_{\text{сир}} = -0,242155199798428809724691843629027364108106988047157646981156 + j \cdot 0,154170280713032471614540145989198139003931873938420347371266;$$

$$\begin{aligned}
K_{\text{бл}} &= -.242155199798428809724691843629027364108106988047157646981964 \\
&\quad + j.154170280713032471614540145989198139003931873938420347371193; \\
K_{\text{map}} &= -.242155199798428809724691843629027364108106988047157646981985 \\
&\quad + j.154170280713032471614540145989198139003931873938420347371587; \\
K_{\text{мэг}} &= -.242155199798428809724691843629027364108106988047157646981960 \\
&\quad + j.154170280713032471614540145989198139003931873938420347371200; \\
K_{\text{ред}} &= -.242155199798428809724691843629027364108106988047157646981147 \\
&\quad + j.154170280713032471614540145989198139003931873938420347372219*; \\
K_{\text{дел}} &= -.242155199798428809724691843629027364108106988047157646981920 \\
&\quad + j.154170280713032471614540145989198139003931873938420347371260 \\
K_{\text{гаусс}} &= -.242155199798428809724691843629027364108106988047157646981940 \\
&\quad + j.154170280713032471614540145989198139003931873938420347371339; \\
K_{\text{нсм}} &= -.242155199798428809724691843629027364108106988047157646510090 \\
&\quad + j.154170280713032471614540145989198139003931873938420347956958; \\
K_{\text{рсм}} &= -.242155199798428809724691843629027364108106988047157646509471 \\
&\quad + j.154170280713032471614540145989198139003931873938420347956564; \\
K_{\text{груп}} &= -.242155199798428809724691843629027364108106988216714524986645 \\
&\quad + j.154170280713032471614540145989198139003931873861697860854178; \\
K_{\text{кан}} &= -.242155199798428809724691843629027364108106988152603921767707 \\
&\quad + j.154170280713032471614540145989198139003931873893732551775673; \\
K_{\text{разв}} &= -.242155199798428809724691843629027364108106988642619087799142 \\
&\quad + j.154170280713032471614540145989198139003931873701701259982719
\end{aligned}
\tag{3.8.15}$$

для комбинированной функции, последовательной формулы по методу САР, ПФ блочного Гауссова исключения, ДРФ с подвыражениями по Крамеру и Maple, ПФ по методу ЭМГ, ПФ по методу редукции узлов, ПФ с одной операцией деления, ПФ по методу исключения Гаусса, единой ДРФ по методу НСМ, единой ДРФ по методу РСМ, групповой, канонической и развернутой формул соответственно.

При расчете по трем последним формулам используются полиномиальные коэффициенты, аналитические выражения которых, как отмечалось, не приведены из-за их большого объема. Дадим их численные значения (обозначения коэффициентов в соответствии с (3.8.14)):

$$\begin{aligned}
a_{13} &:= .228995373487294376756392786772137312424535844326650845474739e-70; \\
a_{11} &:= .167096030872710894934352253922846419614969675609885297714307e-57; \\
a_9 &:= .457069928328985876278304794272759420593394132622361655067543e-45;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_7 &:= .555472218088426461695679930944097925477159273965124602733189e-33; \\
a_5 &:= .25305746317646228210649600e-21; \\
b_{14} &:= .159563847842997145222391285422446249158576558532594762796335e-69; \\
b_{13} &:= .176833324984192603651075663530478690669442552259921679170123e-64; \\
b_{12} &:= .203242392888425219970074317257400612378731927033669546904673e-56; \\
b_{11} &:= .193201822939985110961114597875599644893358531195892726903842e-51; \\
b_{10} &:= .110929613059145199179932731231132337097730789409197809061591e-43; \\
b_9 &:= .879461336689870852306297961332446657085186096161372850958329e-39; \\
b_8 &:= .336308737608640347360340667624524274423728771565528491055625e-31; \\
b_7 &:= .213496446225080566979381061984585118303254884546518908886430e-26 \\
b_6 &:= .611659564306993987793239031102250239787671269729449605204224e-19 \\
b_5 &:= .291512167913942125277177482028851677799537632216657253720242e-14 \\
b_4 &:= .667362962172798706611407463866363231472347389575714966717545e-7 \\
b_3 &:= .212271180477105821135476546969040826434309748964875818735230e-2; \\
b_2 &:= 40445.5837067619127347793183269362289221130680829062046894467; \\
b_1 &:= 643996779.680000000000000000; \quad b_0 := 1050345600000000000000000000000000000000.
\end{aligned}$$

Для 30-разрядной десятичной сетки численные данные для передаточных коэффициентов представлены в том же порядке, что и для 60-разрядной сетки в (3.8.15):

$$\begin{aligned}
K_{\text{комб}} &= -.242155199798428809724691843528 + j.154170280713032471614540146126; \\
K_{\text{сар}} &= -.242155199798428809724691843410 + j.154170280713032471614540145672; \\
K_{\text{бл}} &= -.242155199798428809724691843553 + j.154170280713032471614540146089; \\
K_{\text{мар}} &= -.242155199798428809724691843642 + j.154170280713032471614540145074; \\
K_{\text{мэрг}} &= -.242155199798428809724691843570 + j.154170280713032471614540146070; \\
K_{\text{ред}} &= -.242155199798428809724691843053 + j.154170280713032471614540146627 \\
K_{\text{1дел}} &= -.242155199798428809724691843589 + j.154170280713032471614540146017
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{\text{гаусс}} &= -.242155199798428809724691843625 + j.154170280713032471614540146115; \\
K_{\text{нсм}} &= -.242155199798428809724691530576 + j.154170280713032471614540376011; \\
K_{\text{рсм}} &= -.242155199798428809724691529456 + j.154170280713032471614540375298; \\
K_{\text{груп}} &= -.242155199798428753090391112645 + j.154170280713032504956921470360; \\
K_{\text{кан}} &= -.242155199798428769577900553309 + j.154170280713032506398430664982; \\
K_{\text{разв}} &= -.242155199798427793113533670619 + j.154170280713032957113544189490.
\end{aligned}
\tag{3.8.16}$$

В том же порядке даны результаты расчета и при 18-разрядной сетке:

$$\begin{aligned}
K_{\text{комб}} &= -.242155199798429078 + j.154170280713032131; \\
K_{\text{сар}} &= -.242155199798429769 + j.154170280713032920; \\
K_{\text{бл}} &= -.242155199798428985 + j.154170280713032240; \\
K_{\text{мар}} &= -.242155199798428846 + j.154170280713032247; \\
K_{\text{мэг}} &= -.242155199798428989 + j.154170280713032239; \\
K_{\text{ред}} &= -.242155199798428265 + j.154170280713032912; \\
K_{\text{1дел}} &= -.242155199798428998 + j.154170280713032211; \\
K_{\text{гаусс}} &= -.242155199798429081 + j.154170280713032112; \\
K_{\text{нсм}} &= -.242155199797108934 + j.154170280714516617; \\
K_{\text{рсм}} &= -.242155199797108843 + j.154170280714516559; \\
K_{\text{кан}} &= -.242234491095443836 + j.154118497713695662; \\
K_{\text{груп}} &= -.242227955736966396 + j.154121439545986344; \\
K_{\text{разв}} &= -.239802251200636101 + j.155239821258345463.
\end{aligned}
\tag{3.8.17}$$

Для 8-разрядной сетки результаты имеют вид:

$$\begin{aligned}
K_{\text{комб}} &= -.24215036 + j.15417668; & K_{\text{гаусс}} &= -.24215152 + j.15417490; \\
K_{\text{сар}} &= -.24215472 + j.15417938; & K_{\text{нсм}} &= -.23991970 + j.15565496; \\
K_{\text{бл}} &= -.24215084 + j.15417618; & K_{\text{рсм}} &= -.23991265 + j.15565038; \\
K_{\text{мар}} &= -.24215642 + j.15417814; & K_{\text{груп}} &= .17305850e-8 - j.44920814e-7; \\
K_{\text{мэг}} &= -.24215048 + j.15417701; & K_{\text{кан}} &= .26321838e-7 - j.21342031e-6; \\
K_{\text{ред}} &= -.24214451 + j.15418159; & K_{\text{разв}} &= -.64107002e-10 + j.58140781e-8.
\end{aligned}
\tag{3.8.18}$$

Представим на рис. 3.8.2 амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) исследуемого фильтра, полученную по комбинированной формуле (3.8.4). Эта АЧХ соответствует графику, данному в [50].

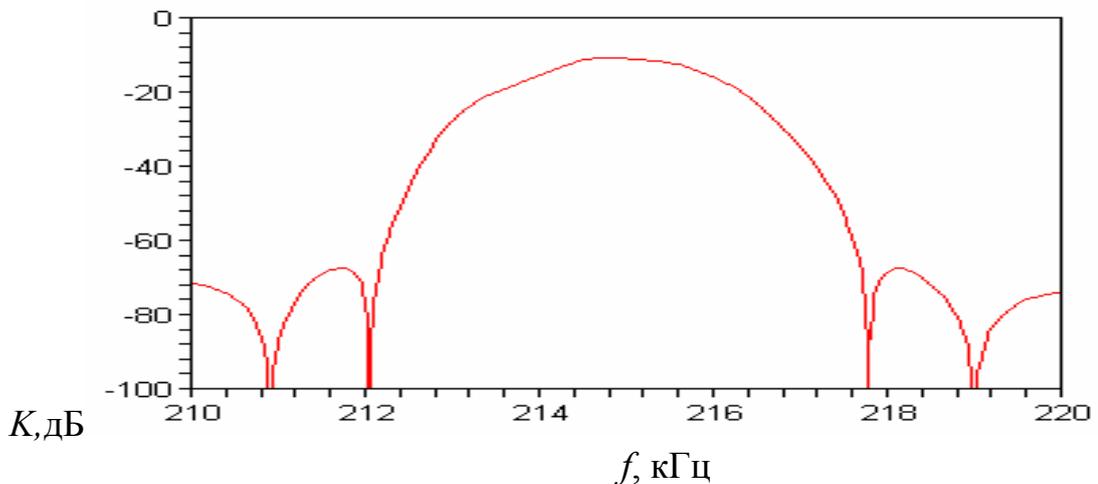


Рис.3.8.2. АЧХ коэффициента передачи фильтра

3.8.4. Анализ полученных численных результатов

Проведем анализ полученных результатов. Найдем количество совпадающих знаков в различных 60-разрядных числах (3.8.15). Это количество определяется последовательно. Сначала из тринадцати комплексных чисел (3.8.15) находятся числа, у которых совпадает максимальное количество разрядов – это семь чисел, полученные по комбинированной формуле, методам САР, блочного Гауссова исключения, по *Крамеру* (с помощью Maple), методу ЭМГ, ПФ с одной операцией деления и методу исключения Гаусса, у них совпадает 57 разрядов. Эти числа принимаются за базу для сравнения с ними оставшихся чисел. В результате находим количество совпадающих знаков – 56, 54, 45, 45 и 45 в численных результатах, полученных по методам редукции, *НСМ*, *РСМ*, канонической, групповой и развернутой формулам соответственно. Рассчитанное количество совпадающих знаков занесем в столбец 3 табл. 3.8.3.

Для 30-разрядных чисел (3.8.16) цифры считаются точными при условии их совпадения со значениями соответствующих разрядов в 60-разрядных числах (3.8.15). Количество точных цифр приведено в столбце 4 табл. 3.8.3. Для определения точных цифр в 18- и 8-разрядных числах (3.8.17) и (3.8.18) используется аналогичный алгоритм. Число верных разрядов для этих чисел приведено в столбцах 5 и 6 табл. 3.8.3 соответственно. Как видно, число точных знаков тем больше, чем меньше число операций умножения и деления в соответствующих символьных выражениях (табл. 3.8.2).

Наиболее точными оказались восемь первых формул в табл. 3.8.2 и 3.8.3. Это *комбинированная формула*, формулы по методам *САР*, блочного Гауссова исключения, по Крамеру (с помощью Maple), ЭМГ, редукции узлов, методу объединения подсхем на основе РСМ (ПФ с одной операцией деления) и методу исключения Гаусса. Они обеспечивают долю верных знаков – 93...95, 87...90, 78...83 и 50 ...63% от общего числа разрядов для 60-, 30, 18- и 8-разрядных сеток соответственно. Хороший результат – 61...90 % верных знаков – при сетке в 18 разрядов и более показали единые свернутые выражения по МНСМ и МРСМ.

Три оставшихся формулы – групповая, каноническая и развернутая – могут безоговорочно использоваться только при наличии сетки в 30 разрядов. В этом случае обеспечивается число верных разрядов не менее 47 %. При 8 разрядах эти функции дают недостоверный результат. Такой же результат фактически дает развернутая формула уже при 18 разрядах. Это подтверждает заключение [219] о том, что точность результата в первую очередь определяет количество мультипликативных операций.

Следует обратить внимание, что при уменьшении разрядной сетки заметно сокращается доля верных знаков в результате, причем по первым семи формулам (табл.3.8.3) – на 30–32% при переходе от 60- к 8-разрядной сетке, для единых функций по методам РСМ и *НСМ* – на 77%. Для групповой и канонической формул при переходе от 60- к 18-разрядной сетке число верных разрядов уменьшается на 58%, а при 8-разрядной сетке, как уже отмечалось, теряется полностью достоверность результата.

Первые пять формул в табл. 3.8.2 (3.8.3), а также формула по методу исключения Гаусса иногда не позволяют получить решение на резонансных частотах идеальных контуров (если они есть в схеме), особенно это проявляется при одинарной точности разрядной сетки (при 8 десятичных разрядах). Это объясняется наличием в этом случае операции деления на очень малое число, полученное вычитанием очень близких (совпадающих в пределах разрядной сетки) чисел, например, модулей емкостной и индуктивной проводимостей в (3.8.4). В этом случае результаты вычитания и деления выходят за пределы разрядной сетки и становятся случайными числами.

Эта задача решается, как правило, путем использования расширенной разрядной сетки (16 разрядов и более), при этом эффект совпадения величин проводимостей (сопротивлений) конденсаторов и катушек индуктивности проявляется реже и точность расчета на резонансных частотах получается не хуже, чем на других частотах. При одинарной точности, а также при необходимости и при других разрядных сетках, рассматриваемая задача может быть решена путем введения в резонансный контур малой резистивной проводимости или проводимости утечки узла относительно корпуса [50], или путем добавления единицы в последний разряд числа, соответствующего реактивной проводимости

(сопротивлению) конденсатора (катушки индуктивности). Заведомо устойчивая формула получается при выборе редуцируемой подсхемы, значение определителя которой не равно нулю как тождественно, так и численно. Это равносильно соответствующему выбору ведущего элемента в численном методе Гаусса. Такое соответствие алгоритмов объясняется тем, что формулы строках 1–5 и 7 используют операцию деления на суммарное сопротивление (проводимость) контура (сечения) или определитель подсхемы, а метод редукции узлов (строка 5 табл. 3.8.3) является вариантом метода Гаусса [50].

Таблица 3.8.3. Количество верных разрядов в полученных численных результатах

| № | Тип символьной функции | Число (доля в %) верных знаков при различных разрядных сетках | | | |
|----|---|---|---------|---------|--------|
| | | 60 | 30 | 18 | 8 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | Комбинированная ДРФ по методу САР и НСМ | 57 (95) | 26 (87) | 14 (78) | 5 (63) |
| 2 | Последовательная функция по методу САР | 57 (95) | 27 (90) | 14 (78) | 5 (63) |
| 3 | ПФ по методу блочного Гауссова исключения | 57 (95) | 26 (87) | 15 (83) | 5 (63) |
| 4 | ДРФ с подвыражениями по Крамеру и Maple | 57 (95) | 26 (87) | 15 (83) | 5 (63) |
| 5 | Последовательная функция по методу МЭГ | 57 (95) | 26 (87) | 15 (83) | 5 (63) |
| 6 | ПФ по методу редукции узлов | 56 (93) | 26 (87) | 15 (83) | 4 (50) |
| 7 | ПФ с одной операцией деления | 57 (95) | 26 (87) | 15 (83) | 5 (63) |
| 8 | ПФ по методу исключения Гаусса | 57 (95) | 26 (87) | 14 (78) | 5 (63) |
| 9 | Единая свернутая ДРФ по методу НСМ | 54 (90) | 24 (80) | 11 (61) | 1 (13) |
| 10 | Единая свернутая ДРФ по методу РСМ | 54 (90) | 24 (80) | 11 (61) | 1 (13) |
| 11 | Групповая функция | 45 (75) | 15 (50) | 3 (17) | 0 (0) |
| 12 | Каноническая функция | 45 (75) | 15 (50) | 3 (17) | 0 (0) |
| 13 | Развернутая ДРФ | 45 (75) | 14 (47) | 1 (5,6) | 0 (0) |

Аналогичная проблема деления на очень малое число возникает и при использовании других функций – единых свернутых выражений, канонических групповых и развернутых формул – в случае расчета

характеристики при частоте, соответствующей полюсу частотной характеристики. Такая задача решается путем присвоения знаменателю ненулевого, очень малого значения.

3.8.5. Символьный и численный расчет плохо обусловленной цепи с большим разбросом параметров

При расчете цепей, содержащих элементы с большим разбросом параметров, проявляет свои свойства ограниченная разрядная сетка [248]. Это объясняется выходом числа за пределы разрядной сетки, который имеет место при сложении двух чисел, различающихся на число порядков, соизмеримое с числом используемых разрядов; вычитании близких чисел и делении на малые числа. Так, схема, представленная на рис. 3.8.3, не может быть проанализирована с помощью программы *NODAL* [243], но рассчитывается с помощью метода переноса второго рода [248].

В этом случае наиболее эффективными являются единые дробно-рациональные функции, построенные на основе НМН. Эти выражения компактны и не содержат операций деления в числителях и знаменателях. Они позволяют получить точное выражение в виде обыкновенной дроби.

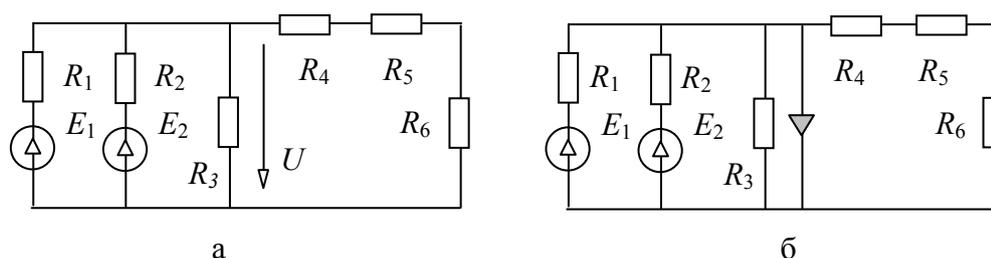


Рис. 3.8.3. Плохо обусловленная цепь (а) при параметрах $R_1 = R_3 = R_5 = 10^{-9}$ Ом, $R_2 = R_4 = R_6 = 1$ Ом, $E_1 = 100$ В, $E_2 = 63$ В [248], схема числителя (б)

Сформируем символьное выражение для напряжения U на резисторе R_3 методом выделения независимых источников [138]. В этом случае искомая функция находится в виде отношения определителей N и D схем числителя и знаменателя. Схема числителя получается путем замены приемника отклика на нуллятор, она представлена на рис.3.8.3,б.

Преобразуем в схеме числителя последовательное соединение резисторов R_4 , R_5 и R_6 в один эквивалентный резистор $R_9 = R_4 + R_5 + R_6$. Выделим в полученной схеме сопротивление R_3 и эквивалентное сопротивление R_9 . В результате определитель числителя имеет вид

$$N = R_3(R_4 + R_5 + R_6) \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} R_1 \\ E_1 \end{array} \quad \begin{array}{c} R_2 \\ E_2 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} R_3 \\ \downarrow U \end{array} \end{array} \right| . \quad (4.4.18)$$

Выделим в последнем выражении источники напряжения, получим

$$N = R_3(R_4 + R_5 + R_6)(E_1R_3 + E_2R_1). \quad (3.8.19)$$

Исходное схемно-алгебраическое выражение для знаменателя (с учетом вышеупомянутого преобразования последовательного соединения резисторов) имеет вид

$$D = \left| \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \boxed{R_1} & & & \\ \hline & \boxed{R_2} & & \\ \hline & & \boxed{R_3} & \\ \hline & & & \boxed{R_3} \\ \hline \end{array} \right|. \quad (3.8.20)$$

Определитель этой схемы найдем по формуле деления по двум узлам [279]. В результате знаменатель можно записать следующим образом

$$D = R_3(R_1 + R_2)(R_4 + R_5 + R_6) + R_1R_2(R_3 + R_4 + R_5 + R_6). \quad (3.8.21)$$

После подстановки численных значений в (3.8.19) и (3.8.21) получаем с помощью системы *Maple* точное значение искомого напряжения

$$U = 200000000226000000063/4000000005000000001.$$

Формулы (3.8.19) и (3.8.21) позволяет получить ответ с наименьшей погрешностью и при расчете цепи с ограниченной разрядной сеткой. Так, при 18- и 8-разрядной сетке результат имеет вид

$$U = 49.9999999940000000 \text{ В} \quad \text{и} \quad U = 50.000000 \text{ В}$$

соответственно. Последнее число округлено системой *Maple*.

3.8.6. Рекомендации по численному расчету цепей

Результаты исследования показали, что действительно [219] точность определяется числом арифметических операций и, прежде всего, умножений и делений. При этом не играет роли, проводятся операции непосредственно с числами или предварительно формируются символьные функции, а потом по ним выполняются арифметические операции. Это показало исследование наряду с символьными формулами (по методам САР, НСМ и РСМ, каноническими, групповыми и развернутыми функциями) численного алгоритма Гаусса, реализованного в системе *Maple*, который по точности не уступил символьным формулам. Это противоречит известному мнению, что символьные формулы более точные по сравнению с численными алгоритмами. «Так как в этом случае операции эквивалентных преобразований производятся символически над

кодами (адресами) элементов модели, а не их численными значениями, то результат таких операций ... оказывается точным» [215].

Для численного расчета схемных функций при известных полиномиальных коэффициентах рекомендуется использовать групповые функции, поскольку они содержат в 3...25 раз (при максимальной степени полиномов 5...50) меньше операций умножения, чем канонические функции, соответственно погрешность вычислений также меньше – ориентировочно в 1,7...5 раз (см. табл. 3.8.1).

Для расчета частотных характеристик по заданным параметрам элементов с 18 и более разрядами можно использовать любую из первых девяти формул в табл. 3.8.2. При одиночной точности можно применять первые семь формул. Из них наиболее целесообразно использовать *комбинированную формулу и функцию по методу САР*, временные затраты по которым в 1,5 ... 2 раза меньше (см. табл. 3.8.2), чем по другим формулам. Каноническую, групповую и развернутую формулы при расчете частотных характеристик использовать нецелесообразно в связи со значительно большей погрешностью, которая при 18-разрядных (и меньших) числах приводит к потере достоверности расчетов. Нежелательно применять эти формулы и по временным затратам, которые в 100 ... 1000 раз больше (см. табл. 3.8.2), чем по другим рассмотренным методам.

При аналитическом исследовании функций следует использовать единые дробно-рациональные функции по методам *НСМ* и *РСМ*, поскольку в математическом анализе и в компьютерных математических системах имеются многочисленные эффективные методы для их анализа. Из двух этих методов предпочтительнее использовать предлагаемый здесь *метод неравновесных схемных миноров*, который экономичнее по временным затратам, как уже отмечалось, в 1,7...4,8 раза и позволяет формировать более компактные формулы.

3.9. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Анализ устойчивости электрических цепей является важным этапом при проектировании как электронных устройств, так и электрических систем [60,207]. Устойчивость схемы определяется типом корней знаменателя передаточной функции

$$H(p) = A(p)/B(p), \quad (3.9.1)$$

где $A(p)$ и $B(p)$ – полиномы с положительными степенями оператора p . Отсутствие корней уравнения

$$B(p) = b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_n p^n = 0, b_0 > 0, \quad (3.9.2)$$

находящихся в правой полуплоскости комплексной переменной p , является необходимым и достаточным условием устойчивости схемы. Все корни этого уравнения находятся в левой полуплоскости (имеют отрицательные действительные части) тогда и только тогда (в соответствии с критерием Раусса-Гурвица), когда положительны все определители вида [60, 207]

$$D_i = \begin{vmatrix} b_1 & b_0 & 0 & \dots & 0 \\ b_3 & b_2 & b_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{2i-1} & b_{2i-2} & b_{2i-3} & \dots & b_i \end{vmatrix} \quad (3.9.3)$$

при $i = 1, 2, \dots, n$.

Таким образом, задача исследования условий устойчивости схемы сводится, прежде всего, к нахождению символьных выражений для коэффициентов полинома (3.9.2), который, как известно, является определителем схемы [228] и ее характеристическим уравнением [12].

3.9.1. Автоматизированное формирование полиномиальных коэффициентов с помощью программы CIRS YMD

Программа CIRS YMD [36] предназначена для получения символьных выражений схемных функций (СФ) в компактном свернутом виде. Для формирования на их основе полиномиальных коэффициентов знаменателя СФ можно использовать математическую систему *Maple* [57], которая работает так же, как и CIRS YMD с текстовыми файлами. Текстовый выходной файл *out* программы CIRS YMD может быть перенесен в систему *Maple* через буфер обмена *Windows*. В этом файле приняты такие же обозначения арифметических операций, как и в файле **.mws* системы *Maple*. Единственное отличие состоит в обозначении операции присваивания, которая в программе CIRS YMD имеет вид $=$, а в системе *Maple* $:=$. Соответствующим образом должен быть изменен файл *out* перед (или после) переносом его в систему *Maple*.

Для записи выражения определителя в полиномиальном виде следует использовать функцию *collect* (B, p) комплектования выражения B по степеням. Для выделения коэффициентов полинома необходимо использовать функцию *coeff* (B_1, p, m), где B_1 – полином, скомплектованный по степеням p , m – степень переменной p . Свертку

полученных коэффициентов можно осуществлять с помощью операции $\text{simplify}(b_m, 'size')$ упрощения выражения b_m по его размеру.

Рассмотрим два примера исследования устойчивости схем активных резистивно-емкостных фильтров третьего [60] и четвертого порядка [236]. Причем схема третьего порядка является безусловно устойчивой [60], а схема четвертого порядка, как потом выяснится, – условно устойчивой.

3.9.2. Пример анализа устойчивости фильтра третьего порядка

Возьмем активный резистивно-емкостный фильтр (ARC-фильтр) [60], принципиальная схема которого представлена на рис.3.9.1,а. Известны параметры всех элементов. Операционный усилитель (ОУ) идеальный, включен по схеме повторителя с коэффициентом передачи напряжения $K=1$ (рис.3.9.1,б). Эта схема эквивалентна более простой схеме замещения (рис.3.9.1,в) с направленным нумерованным взвешенным нулором [282], который заменяет идеальный ОУ. Доказательство эквивалентности схем замещения на рис.3.9.1,б и 3.9.1,в выполняется на основе схемно-алгебраических тождеств [144].

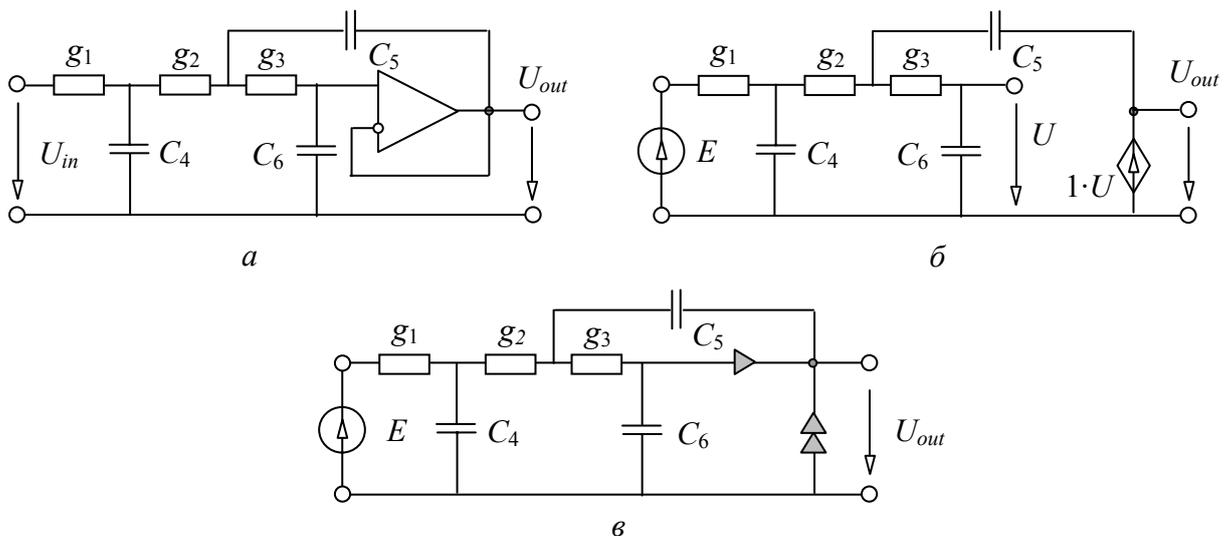


Рис. 3.9.1. ARC-фильтр третьего порядка: принципиальная схема (а), схема замещения с УИ (б) и схема замещения с нулором (в)

Для анализа схемы фильтра можно использовать любую из двух схем замещения. Более экономичной является схема на рис.3.9.1,в, которая по сравнению со схемой на рис.3.9.1,б не требует применения формулы выделения управляемого источника (УИ).

С помощью графического редактора системы SCAD получаем изображение схемы на рис.3.9.1,в. Формируем с помощью программы CIRSYMD свернутое выражение выходного напряжения в операторной форме (оно находится в выходном файле системы out)

$$U_{out} = E \cdot (g_3 \cdot g_1 \cdot g_2) / ((g_2 + g_1 + c_4 \cdot p) \cdot (c_6 \cdot p \cdot (g_3 + c_5 \cdot p)) + ((g_1 + c_4 \cdot p) \cdot g_2) \cdot (g_3 + c_6 \cdot p)), \quad (3.9.4)$$

где p – оператор Лапласа при анализе переходных процессов или $p = j\omega$ (ω – циклическая частота) при анализе установившегося гармонического режима. При $E=1$ формула (3.9.4) совпадает с операторным коэффициентом передачи напряжения.

Для получения полиномиальных коэффициентов знаменателя перенесем функцию (3.9.4) в систему *Maple* с помощью буфера обмена *Windows*. В системе *Maple* символьное выражение напряжения имеет вид

$$U_{out} := \frac{E \cdot g_3 \cdot g_1 \cdot g_2}{(g_2 + g_1 + c_4 \cdot p) \cdot c_6 \cdot p \cdot (g_3 + c_5 \cdot p) + (g_1 + c_4 \cdot p) \cdot g_2 \cdot (g_3 + c_6 \cdot p)}. \quad (3.9.5)$$

Выделим в (3.9.5) знаменатель (в (3.9.1) он обозначен как $B(p)$)

$$D1 := (g_2 + g_1 + c_4 \cdot p) \cdot c_6 \cdot p \cdot (g_3 + c_5 \cdot p) + (g_1 + c_4 \cdot p) \cdot g_2 \cdot (g_3 + c_6 \cdot p) \quad (3.9.6)$$

и применим к нему функцию комплектования по степеням

$$D2 := \text{collect}(D1, p),$$

в результате получим

$$D2 := c_4 \cdot c_6 \cdot c_5 \cdot p^3 + ((g_2 + g_1) \cdot c_6 \cdot c_5 + c_4 \cdot c_6 \cdot g_3 + c_4 \cdot g_2 \cdot c_6) \cdot p^2 + ((g_2 + g_1) \cdot c_6 \cdot g_3 + g_1 \cdot g_2 \cdot c_6 + c_4 \cdot g_2 \cdot g_3) \cdot p + g_3 \cdot g_1 \cdot g_2. \quad (3.9.7)$$

Как видно, развернутое полиномиальное выражение (3.9.7) больше формулы (3.9.6) почти в 2 раза. Получим коэффициенты полинома в виде отдельных выражений

$$\begin{aligned} a3 &:= \text{coeff}(D2, p, 3); & a3 &:= c_4 \cdot c_6 \cdot c_5 \\ a2 &:= \text{coeff}(D2, p, 2); & a2 &:= (g_2 + g_1) \cdot c_6 \cdot c_5 + c_4 \cdot c_6 \cdot g_3 + c_4 \cdot g_2 \cdot c_6 \\ a1 &:= \text{coeff}(D2, p); & a1 &:= (g_2 + g_1) \cdot c_6 \cdot g_3 + g_1 \cdot g_2 \cdot c_6 + c_4 \cdot g_2 \cdot g_3 \\ a0 &:= \text{coeff}(D2, p, 0); & a0 &:= g_3 \cdot g_1 \cdot g_2 \end{aligned}$$

где функция `coeff` и результат ее выполнения совмещены для экономии места в одной строке.

Свернем коэффициенты a_2 и a_1 с помощью следующих функций

$$a2 := \text{simplify}(a2, 'size'); \quad a2 := ((g_2 + g_1) \cdot c_5 + c_4 \cdot (g_3 + g_2)) \cdot c_6; \quad (3.9.8)$$

$$a1 := \text{simplify}(a1, 'size'); \quad a1 := ((g_3 + g_1) \cdot g_2 + g_3 \cdot g_1) \cdot c_6 + c_4 \cdot g_2 \cdot g_3. \quad (3.9.9)$$

Используя коэффициенты полинома, проверим схему по критерию устойчивости Раусса-Гурвица. Поскольку они принимают только положительные значения при любых (положительных) параметрах, то остается исследовать многочлен [60]

$$\begin{aligned} \text{Del} &:= a1*a2 - a0*a3; \\ \text{Del} &:= (((g3 + g1) g2 + g3 g1) c6 + c4 g2 g3) c6 ((g2 + g1) c5 + c4 (g3 + g2)) \\ &\quad - g3 g1 g2 c4 c6 c5 \end{aligned} \quad (3.9.10)$$

Для выполнения операции вычитания применим к (3.9.10) функцию упрощения

$$\begin{aligned} \text{Del} &:= \text{simplify}(\text{Del}); \\ \text{Del} &:= c6^2 g3 g2^2 c5 + 2 c6^2 g3 g2 c5 g1 + c6^2 g3^2 g2 c4 + c6^2 g3 g2^2 c4 \\ &\quad + c6^2 g3 g1^2 c5 + c6^2 g3^2 g1 c4 + 2 c6^2 g3 g1 c4 g2 + g1 g2^2 c6^2 c5 \\ &\quad + g1^2 g2 c6^2 c5 + g1 g2^2 c6^2 c4 + c6 c4 g2^2 g3 c5 + c6 c4^2 g2 g3^2 + c6 c4^2 g2^2 g3 \end{aligned}$$

Полученное выражение является положительным при любых положительных параметрах элементов, то есть схема фильтра является безусловно устойчивой. В [60] такой же результат получен «вручную» – без применения компьютерных программ. Оказалось, что (3.9.10) содержит одну пару взаимно дублирующих слагаемых с противоположными знаками и 2 пары одинаковых слагаемых. Такие слагаемые являются следствием наличия в разных коэффициентах полиномов одних и тех параметров схемы.

Программа CIRSMD в сочетании с системой *Maple*, применяемой для развертывания и комплектования символьных выражений по степеням оператора p , позволяет получить символьные выражения коэффициентов полинома и исследовать устойчивость цепи автоматизированным способом. При этом коэффициенты формируются без построения уравнений.

3.9.3. Пример анализа устойчивости активного фильтра четвертого порядка

Рассмотрим схему *ARC*-фильтра, обобщающую звенья *Саллена-Ки* и *Кундерта*. Пусть схема выполнена на идеальных повторителях [236] (рис.3.9.2,а). Схема замещения этого фильтра может быть представлена, подобно фильтру третьего порядка в п.3.9.2, как с помощью УИ, так и на основе нуллов. Используем, как и ранее, более простую схему замещения на основе нуллов (рис.3.9.2,б). Для анализа этой схемы будем применять те же функции, что и для анализа фильтра третьего порядка.

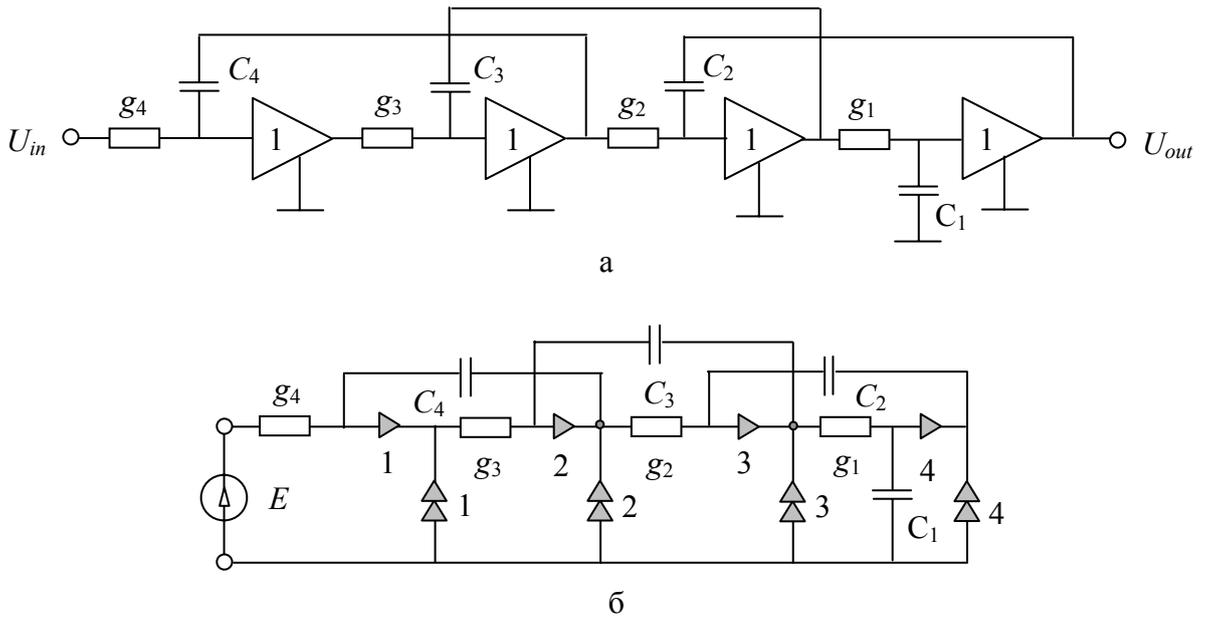


Рис.3.9.2. Схема ARC-фильтра четвертого порядка: принципиальная схема (а); схема замещения с нуллорами (б)

С помощью графического редактора системы *SCAD* формируем изображение схемы на рис.3.9.2,б. Получаем свернутое выражение выходного напряжения в операторной форме

$$U_1 = E \frac{((g_2 * g_3 * g_4) * (g_1))}{((g_2 * g_3 * g_4) * ((g_1 + c_1 * p)) + (g_3 * g_4) * (c_2 * p * c_1 * p) + (g_2 * (g_4 + c_4 * p)) * (-c_3 * p * (g_1 + c_1 * p)) + (g_2 * (g_4 + c_4 * p)) * (c_3 * p * (g_1 + c_1 * p)) + ((g_4 + c_4 * p)) * (c_2 * p * c_1 * p * c_3 * p))}. \quad (3.9.11)$$

Для получения полиномиальных коэффициентов знаменателя перенесем функцию (3.9.11) в систему *Maple*, где это выражение имеет вид

$$U_1 := \frac{E \, g_2 \, g_3 \, g_4 \, g_1}{g_2 \, g_3 \, g_4 \, (g_1 + c_1 \, p) + g_3 \, g_4 \, c_2 \, p^2 \, c_1 + (g_4 + c_4 \, p) \, c_2 \, p^3 \, c_1 \, c_3}. \quad (3.9.12)$$

Последнее выражение при $E=1$ тождественно коэффициенту передачи напряжения, приведенному в [236].

Запишем выражение знаменателя (3.9.12)

$$D_1 := g_2 \, g_3 \, g_4 \, (g_1 + c_1 \, p) + g_3 \, g_4 \, c_2 \, p^2 \, c_1 + (g_4 + c_4 \, p) \, c_2 \, p^3 \, c_1 \, c_3.$$

Применим к нему функцию комплектования по степеням

$$D_2 := \text{collect}(D_1, p); \quad (3.9.13)$$

$$D2 := c4 c2 c1 c3 p^4 + g4 c2 c1 c3 p^3 + g3 g4 c2 p^2 c1 + g2 g3 g4 c1 p + g2 g3 g4 g1$$

Получим полиномиальные коэффициенты

$$\begin{aligned} a4 &:= \text{coeff}(D2, p, 4); a4 := c4 c2 c1 c3 \\ a3 &:= \text{coeff}(D2, p, 3); a3 := g4 c2 c1 c3 \\ a2 &:= \text{coeff}(D2, p, 2); a2 := g3 g4 c2 c1 \\ a1 &:= \text{coeff}(D2, p, 1); a1 := g2 g3 g4 c1 \\ a0 &:= \text{coeff}(D2, p, 0); a0 := g2 g3 g4 g1 \end{aligned}$$

Используя полученные коэффициенты, проверим схему на устойчивость по критерию Раунса-Гурвица (3.9.3). Поскольку все коэффициенты положительные, то проверка сводится к исследованию выражения [60]

$$\begin{aligned} del &= a_1 a_2 a_3 - a_0 a_3^2 - a_4 a_1^2 > 0, \\ del &:= g2 g3^2 g4^3 c1^3 c2^2 c3 - g2 g3 g4^3 g1 c2^2 c1^2 c3^2 - c4 c2 c1^3 c3 g2^2 g3^2 g4^2 \end{aligned} \quad (3.9.14)$$

Выделим в последнем выражении общий множитель с помощью функции

$$\begin{aligned} del1 &:= \text{simplify}(del, 'size'); \\ del1 &:= -(-g4 (g3 c1 - c3 g1) c2 + c4 c1 g2 g3) g2 c3 c1^2 g3 c2 g4^2 \end{aligned} \quad (3.9.15)$$

Разделим обе части неравенства (3.9.15) на общий множитель и преобразуем оставшееся выражение

$$-g_3 g_4 c_2 c_1 + g_4 g_1 c_2 c_3 + g_2 g_3 c_1 c_4 > 0$$

к виду

$$\frac{g_1 c_3}{c_1 g_3} + \frac{g_2 c_4}{c_2 g_4} > 1. \quad (3.9.16)$$

Последнее выражение является условием устойчивости схемы фильтра четвертого порядка на рис.3.9.2,а.

Этим примером показано, каким образом можно использовать системы CIRSYMD и SCAD для вывода условий устойчивости электрических цепей. Построение полиномиальных коэффициентов можно выполнить и без использования системы Maple. Для этого необходимо использовать ниже изложенные схемно-алгебраические методы: разложение определителя схемы по совокупности проводимостей конденсаторов и сопротивлений катушек индуктивности, метод первоочередного бесскобочного выделения реактивных элементов и метод первоочередного выделения нереактивных элементов.

3.9.4. Построение полиномиальных коэффициентов путем схемно-алгебраического разложения определителя по реактивным параметрам

Этот алгоритм следует из разложения определителя схемы по совокупности сопротивлений и проводимостей, которое для пассивных двухполюсных ветвей предложил *Фойснер* [279]. Алгоритм может быть записан в виде схемно-алгебраической формулы (САФ) подобно САФ для многополюсников [137]. Для этого представим на рис. 3.9.3 схему с конденсаторами в виде многополюсника и внешних (навесных) конденсаторов. Многополюсник содержит резистивные сопротивления, проводимости и произвольные УИ, в том числе идеальные операционные усилители.

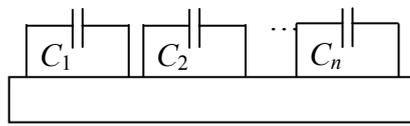


Рис.3.9.3. Схема с конденсаторами в виде неавтономного многополюсника

Схемно-алгебраическая формула для полинома характеристического уравнения имеет вид

$$\begin{aligned}
 & \left| \begin{array}{c} \text{---} C_1 \text{---} \\ \text{---} C_2 \text{---} \\ \dots \\ \text{---} C_n \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| = p^n C_1 C_2 \dots C_n \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \dots \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \\
 & + p^{n-1} \left[C_1 C_2 \dots C_{n-1} \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \dots \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + C_1 C_2 \dots C_{n-2} C_n \cdot \right. \\
 & \left. \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \dots \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + C_2 C_3 \dots C_n \cdot \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \dots \\ \text{---} \end{array} \right| \right] + \dots \\
 & \dots + p \left[\left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \dots \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + C_2 \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \dots \\ \text{---} \end{array} \right| + \dots \right. \\
 & \left. + C_n \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \dots \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \right] + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \dots \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|. \quad (3.9.17)
 \end{aligned}$$

Порядок определителя может быть, как известно, меньше количества конденсаторов. В этом случае некоторые из первых слагаемых (3.9.17)

могут оказаться равными нулю. Число слагаемых в каждой из скобок определяется числом соответствующих сочетаний $C_n^n, C_n^{n-1}, \dots, C_n^1$.

Рассмотрим пример формирования коэффициентов полинома определителя схемы третьего порядка на рис.3.9.1,в. Исходное выражение определителя имеет вид

$$D = \left| \begin{array}{ccc} g_1 & g_2 & g_3 \\ & C_4 & \\ & & C_5 \\ & & & C_6 \end{array} \right| \quad (3.9.18)$$

Схема знаменателя (3.9.18) получена из схемы замещения на рис.3.9.1,в путем нейтрализации источника и приемника напряжения.

Разложение (3.9.18) по совокупности параметров конденсаторов в соответствии с (3.9.17) имеет вид

$$D = p^3 C_4 C_5 C_6 \left| \begin{array}{ccc} g_1 & g_2 & g_3 \\ & & \\ & & \\ & & \end{array} \right| + p^2 \left\{ C_4 \left[\begin{array}{ccc} g_1 & g_2 & g_3 \\ & & \\ & & \\ & & \end{array} \right] + \right. \\ \left. + C_6 \left[\begin{array}{ccc} g_1 & g_2 & g_3 \\ & & \\ & & \\ & & \end{array} \right] + C_5 C_6 \left[\begin{array}{ccc} g_1 & g_2 & g_3 \\ & & \\ & & \\ & & \end{array} \right] + \right. \\ \left. + p \left[C_4 \left[\begin{array}{ccc} g_1 & g_2 & g_3 \\ & & \\ & & \\ & & \end{array} \right] + C_5 \left[\begin{array}{ccc} g_2 & g_3 \\ & \\ & \end{array} \right] + \right. \\ \left. + C_6 \left[\begin{array}{ccc} g_2 & g_3 \\ & \\ & \end{array} \right] \right\} \quad (3.9.19)$$

Найдем символьные выражения каждого из схемных определителей в формуле (3.9.19) в соответствии с МСО [228]. В первом определителе заменим перемычкой параллельное согласное соединение норатора и нуллатора, удалим проводимости g_3, g_2 и g_1 . Определитель оставшегося одиночного узла равен 1. Второй схемный определитель в (3.9.19) равен нулю, поскольку после стягивания g_3 в схеме образуется контур из нуллатора.

В третьем определителе удалим последовательное встречное соединение норатора и нуллатора, а также проводимость g_1 , найдем определитель контура из проводимостей g_2 и g_3 . В четвертом определителе удалим проводимость g_3 , заменим переключкой параллельное согласное соединение норатора и нуллатора, найдем определитель контура из проводимостей g_1 и g_2 . В пятом схемном определителе удалим последовательное встречное соединение норатора и нуллатора, а также проводимость g_1 , найдем определитель последовательного разомкнутого соединения проводимостей g_2 и g_3 .

Шестой схемный определитель равен нулю по аналогии со вторым определителем. В седьмом схемном определителе удалим последовательное встречное соединение норатора и нуллатора, запишем определитель последовательного соединения трех проводимостей g_1 , g_2 и g_3 по формуле выделения проводимости. В восьмом схемном определителе удалим последовательное встречное соединение норатора и нуллатора, запишем определитель разомкнутого последовательного соединения трех проводимостей по формуле одноузловой бисекции.

После выполнения перечисленных операций получаем полином знаменателя

$$D = p^3 C_4 C_5 C_6 + p^2 [C_4 C_6 (g_2 + g_3) + C_5 C_6 (g_1 + g_2)] + p \{ C_4 g_2 g_3 + C_6 [g_1 (g_2 + g_3) + g_2 g_3] \} + g_1 g_2 g_3. \quad (3.9.20)$$

Как видно, полученные коэффициенты тождественны или совпадают с соответствующими выражениями в формулах (3.9.7)–(3.9.9) и имеют такую же вычислительную сложность (число операций умножения и сложения). Недостатком этого алгоритма является разбиение определителя на большое число (при большом порядке полинома) схемных миноров (адьюнктов), из которых много нулевых. Так, в примере фильтра четвертого порядка из п.3.9.3 число схемных адьюнктов по формуле (3.9.17) равно 16, из них 11 нулевых.

При большом порядке полинома более эффективными являются алгоритм первоочередного выделения реактивных элементов.

3.9.5. Формирование коэффициентов полиномов путем первоочередного выделения реактивных элементов

Алгоритм состоит в первоочередном бескомпромиссном выделении реактивных элементов. При этом выполняются также частные однопозиционные (в одно слагаемое) операции выделения неактивных элементов, УИ и нуллора. Полученная после выделения всех реактивных элементов схемно-алгебраическая формула (САФ) содержит схемные

определители только с нереактивными элементами. Эту формулу можно использовать двояко: преобразовать целиком в алгебраическую формулу и затем сортировкой получить искомые коэффициенты или с помощью этой САФ формировать каждый коэффициент отдельно путем вычисления только слагаемых, имеющих искомую степень, все остальные слагаемые приравнять к нулю. Можно поступить иначе, с самого начала выполнения алгоритма сохранять только те слагаемые, которые имеют искомую степень, а все остальные слагаемые приравнять к нулю.

Рассмотрим пример. Для этого возьмем схему ARC-фильтра третьего порядка, рассмотренного в п.3.9.2 и 3.9.5. Исходное схемно-алгебраическое выражение для этой схемы представлено в (3.9.18). Выделяем в этом определителе проводимость pC_4 , при этом в первом слагаемом формулы удаляем проводимость g_1 , получаем

$$D = pC_4 \left(\begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \text{Circuit 2} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Circuit 3} \\ \text{Circuit 4} \end{array} \right) \cdot \quad (3.9.21)$$

Выделяем проводимость pC_5 в обоих слагаемых (3.9.20). В результате определитель имеет вид

$$D = p^2 C_4 C_5 \left(\begin{array}{c} \text{Circuit 5} \\ \text{Circuit 6} \end{array} \right) + pC_4 \left(\begin{array}{c} \text{Circuit 7} \\ \text{Circuit 8} \end{array} \right) + pC_5 \left(\begin{array}{c} \text{Circuit 9} \\ \text{Circuit 10} \end{array} \right) \cdot \quad (3.9.22)$$

В первом и третьем слагаемых удаляем g_3 , во втором и четвертом слагаемых – последовательное встречное соединение норатора и нуллатора. Выделим во всех схемных определителях оставшуюся реактивную проводимость pC_6 , учтем, что слагаемые, полученные при ее нейтрализации в первом и третьем схемном определителе, равны нулю, получим

$$D = p^3 C_4 C_5 C_6 \left(\begin{array}{c} \text{Circuit 11} \\ \text{Circuit 12} \end{array} \right) + p^2 C_4 C_6 \left(\begin{array}{c} \text{Circuit 13} \\ \text{Circuit 14} \end{array} \right) + pC_4 \left(\begin{array}{c} \text{Circuit 15} \\ \text{Circuit 16} \end{array} \right) +$$

$$+ p^2 C_5 C_6 \left| \begin{array}{ccc} \text{---} & & \\ g_1 & g_3 & \\ g_2 & & \end{array} \right| + p C_6 \left| \begin{array}{ccc} \text{---} & & \\ g_2 & g_3 & \\ g_1 & & \end{array} \right| + \left| \begin{array}{ccc} \text{---} & & \\ g_2 & g_3 & \\ g_1 & & \end{array} \right| . \quad (3.9.23)$$

В первом и четвертом слагаемых заменим переключкой параллельное согласное соединение норатора и нуллатора, в остальных схемных определителях удалим последовательное встречное соединение норатора и нуллатора. Найдем определители всех шести схемных определителей по формуле выделения проводимостей. В результате определитель имеет вид

$$D = p^3 C_4 C_5 C_6 + p^2 C_4 C_6 (g_2 + g_3) + p C_4 g_2 g_3 + p^2 C_5 C_6 (g_1 + g_2) + \\ + p C_6 [g_1 (g_2 + g_3) + g_2 g_3] + g_1 g_2 g_3. \quad (3.9.24)$$

Для получения полиномиальных коэффициентов алгоритм первоочередного выделения необходимо применять совместно с алгоритмами выборки или сортировки. Выборка или сортировка осуществляются по степеням переменной p . Можно совместить операцию генерации составляющих полиномиальных коэффициентов и операцию выборки, но в этом случае каждый коэффициент формируется отдельно и будет иметь место многократное повторение некоторых операций.

Например, при формировании коэффициента a_2 придется сначала получить выражение (3.9.22), а искомые слагаемые получить на этапе выделения проводимости $p C_6$ путем выборки слагаемых, содержащих p^2 , при этом все остальные слагаемые приравняются нулю. В результате

$$a_2 = C_4 C_6 (g_2 + g_3) + C_5 C_6 (g_1 + g_2),$$

что совпадает с соответствующим коэффициентом в формуле (3.9.20).

Аналогичный алгоритм получения полиномиальных коэффициентов может быть разработан на основе первоочередного выделения неактивных элементов – сопротивлений, проводимостей, УИ, нуллоров. В этом случае при выделении неактивных элементов следует по возможности выполнять сопутствующие операции нейтрализации реактивных элементов. Полученная схемно-алгебраическая формула (САФ) содержит схемные миноры, включающие только реактивные элементы и нуллоры. Эта САФ используется для последовательного получения полиномиальных коэффициентов – каждый коэффициент находится отдельно. В искомый коэффициент входят только те миноры, порядок которых совпадает с порядком коэффициента, все остальные миноры приравняются к нулю.

3.10. ВЫВОДЫ

В разделе предложены методы и приемы, использующие изложенный во второй главе *неявный метод наложения*. Предлагаемые методы позволяют проводить символьный анализ по частям цепей с многополюсными подсхемами, в том числе электрических сетей и систем.

Для формирования единых символьных выражений откликов предложен символьный метод анализа электрических цепей на основе *схемно-алгебраических формул выделения параметров многополюсных электрокомпонентов* (САФ многополюсников) и определителей элементарных схем многополюсников. Метод позволяет проводить анализ электронных цепей непосредственно по блок-схеме цепи без использования схем замещения многополюсников и вспомогательных математических аппаратов (графов, структурных чисел и др.), которые усложняют алгоритм, затрудняют освоение метода анализа, а также требуют дополнительных затрат на взаимное преобразование математических и схемных объектов.

Метод выделения параметров многополюсников, как и метод выделения параметров двухполюсных ветвей, не образует дубликатов слагаемых, позволяет сократить число схемно-алгебраических операций, поскольку использует многократно уже готовые САФ и определители элементарных схем многополюсников. Формируемые ССФ являются более компактными (содержат операций умножения в 1,8...3 раза при сохранении числа сложений) поскольку в используемых САФ сгруппированы слагаемые. *Метод выделения многополюсников* экономит время анализа (по сравнению с методом выделения двухполюсных элементов и УИ) многократно при наличии однотипных элементов, например биполярных транзисторов, синхронных генераторов и т.д.

Для экономии временных затрат предложен также декомпозиционный подход к формированию символьных выражений передаточных функций электрических цепей на основе *общего оптимального сечения* (обеспечивающее половинное деление схемы по минимальному числу узлов) для схем числителя и знаменателя. При этом увеличивается компактность (число операций сокращается в 1.1...1.3 раза) выражений передаточных функций при сокращении затрат времени на формирование символьных функций в 1,7...4,8 раза.

Для реализации *оптимального сечения* разработан *аппарат неравновесных схемных миноров*, использование которого приводит к сокращению числа слагаемых в декомпозиционных формулах для передаточных функций в 4 – 6 раз по сравнению с известными (равновесными) схемными минорами. *Неравновесные схемные миноры* в отличие от равновесных схемных миноров позволяют проводить деление схем на подсхемы, связанные управляющими связями. Показано, что

управляющие связи между подсхемами не только не усложняют процесс диакоптического анализа, но и позволяют сократить число слагаемых в декомпозиционных формулах на 10...50%.

Для формирования символьных выражений в виде последовательности подвыражений предложен *метод схемно-алгебраической редукции*, который по сравнению с методом схемных миноров многократно (в 100 раз и более) сокращает вычислительные затраты и объем (число мультипликативных операций в 7 и более раз) формируемых символьных выражений для электрических цепей, содержащих подсхемы с большим числом полюсов (7...10 и более). Это позволяет выполнять символьный анализ электронных цепей и электрических систем, содержащих десятки-сотни узлов и элементов.

Применение в диакоптическом методе схемно-алгебраической редукции *явно-неявного метода наложения* позволяет многократно (в число раз, равное отношению количества независимых источников к числу автономных подсхем) сократить вычислительные затраты по сравнению с традиционным методом наложения, при уменьшении объема формируемых символьных выражений.

Показано, что точность численного расчета электрических цепей зависит, прежде всего, от числа выполненных мультипликативных операций и не зависит от численной или символьной формы используемого алгоритма. Для проведения численных расчетов рекомендуются *комбинированная* (по методам *схемно-алгебраической редукции* и *неравновесных схемных миноров*) дробно-рациональная формула с подвыражениями и последовательная формула по *методу схемно-алгебраической редукции*, которые обеспечивают высокую точность (63...95 % верных разрядов при 8...30-разрядных сетках) и экономичность (число мультипликативных операций в них в 1,4 ... 2,1 раза меньше, чем в известных формулах). Для аналитических исследований наиболее эффективной является единая дробно-рациональная функция, сформированная по методу *неравновесных схемных миноров*. Эта функция обеспечивает точность от 61 до 90 % верных знаков при 18...30-разрядной сетке. При этом время формирования этой функции по сравнению с известным аналогичным методом равновесных схемных миноров, как уже отмечалось, в 1,7...4,8 раза меньше, а компактность выражений в 1,1...1,3 больше.

В разделе рассмотрены также вопросы устойчивости линейных электрических цепей. Показана возможность автоматизированного исследования устойчивости цепей: доказательства безусловной устойчивости цепей и вывода символьных условий при наличии условной устойчивости. Эти задачи решаются только символьными методами.

4. СИМВОЛЬНАЯ ДИАГНОСТИКА ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ МЕТОДОМ КОМПЕНСАЦИИ ЭЛЕКТРОКОМПОНЕНТОВ

4.1. БАЗИСНАЯ ЗАДАЧА ДИАГНОСТИКИ

Параметрическая диагностика линейных электрических цепей (ЛЭЦ) состоит в определении совокупности неизвестных параметров элементов по известным параметрам элементов и некоторым измеренным токам и напряжениям [13,23,29,49]. Если измерения выполняются в рабочем режиме ЛЭЦ путем однократного функционального эксперимента [29,70], то задача параметрической диагностики считается базисной [70]. При невозможности выполнения условий разрешимости [70] базисной задачи диагностика осуществляется на основе многократного тестового эксперимента [13,26,47]. Как базисная, так и тестовая задачи диагностики решаются, как правило, на основе численно-матричного подхода. При этом для базисной задачи формируемые системы уравнений всегда являются линейными [70], а для тестовой диагностики уравнения могут быть нелинейными, если не все узлы схемы являются доступными [13,29].

Наряду с численно-матричным подходом к решению задачи диагностики ЛЭЦ представляет интерес символьно-топологический подход, при котором не используется построение уравнений, а результатом являются *символьные выражения искомых параметров (СВП)* [127,132]. Такой подход является эффективным, поскольку аналитические выражения обладают рядом достоинств [6,46], например, позволяют исследовать общие свойства цепей. С другой стороны, топологические и схемно-алгебраические методы дают возможность получать символьные выражения в компактном виде и с наименьшими затратами [170,213,228].

Рассмотрим базисную задачу диагностики, которая имеет важное самостоятельное значение, а также «является удобной отправной точкой для построения более сложных моделей диагностики электрических цепей» [70, с. 19]. Пусть принципиальная схема диагностируемой цепи содержит любые активные и пассивные элементы: резисторы, конденсаторы, катушки индуктивности, взаимоиנדуктивности, транзисторы, усилители тока и напряжения, операционные усилители, гираторы, конверторы сопротивлений, независимые гармонические источники напряжения и тока. Если цепь содержит электронные компоненты, то в ней наблюдается малосигнальный режим и эти компоненты замещаются управляемыми источниками и идеальными операционными усилителями. Измерения напряжений и токов осуществляются в рабочем режиме на доступных узлах и ветвях. Используются действующие значения и начальные фазы узловых и межузловых напряжений, а также токов ветвей и полюсов элементов.

Известна часть параметров элементов. Требуется найти неизвестные параметры элементов в виде аналитических выражений, содержащих известные параметры, а также измеренные токи и напряжения.

4.2. ПОНЯТИЕ О КОМПЕНСАЦИИ ЭЛЕКТРОКОМПОНЕНТОВ

Базисная задача диагностики решена в [132] схемно-символьным методом [228] на основе принципа косвенной компенсации [134] с использованием идеальных операционных усилителей, представленных направленными нумерованными взвешенными нуллорами (неудаляемыми управляемыми источниками) [228,260]. Принцип косвенной компенсации используется здесь для сведения задачи символьной топологической диагностики к задаче топологического анализа. В качестве исходной диагностируемой схемы (ИДС) используется схема замещения цепи, содержащая вольтметры, амперметры и фазометры. Любой двухполюсный элемент с неизвестным параметром (включая управляемые генераторы тока и напряжения) в ИДС компенсируется с помощью двух схемных операций: 1) замены этого элемента нуллором; 2) фиксации на некоторой произвольной ветви измеренного на ней напряжения \underline{U} или тока \underline{I} . Подчеркиванием отмечены здесь и далее комплексные действующие значения напряжений и токов. Фиксация напряжения \underline{U} осуществляется включением между соответствующими зажимами фиксирующей ветви по напряжению – последовательного соединения компенсирующего независимого источника ЭДС $\underline{E}^C = \underline{U}$ и нуллатора. Ток \underline{I} фиксируется включением в разрыв соответствующей ветви фиксирующей ветви по току – параллельного соединения компенсирующего независимого источника тока $\underline{J}^C = \underline{I}$ и нуллатора.

Полученная с помощью указанных преобразований *схема замещения с компенсированными элементами (СКЭ)* эквивалентна ИДС на основании теоремы о косвенной компенсации комплексного сопротивления [134]. Это позволяет через напряжения и токи СКЭ, используя метод наложения [213], выразить неизвестные параметры элементов [127,132]. Однако метод наложения требует получения значительного числа символьных схемных функций (ССФ) – $2N(N_E + N_J + N_{EC} + N_{JC})$, где N – число искомых параметров, N_E и N_J – число независимых источников ЭДС и тока, N_{EC} и N_{JC} – число компенсирующих источников ЭДС и тока соответственно. Можно сократить указанное количество ССФ до $2N$, применив для компенсации элементов управляемые источники (УИ) в соответствии с неявным принципом наложения [138,143]. Другим полезным усовершенствованием методики [132], вытекающим из первого, является получение искомого параметра в виде отношения определителей двух схем, производных от СКЭ, то есть минуя нахождение соответствующих напряжений и токов. Указанные возможности положены в основу

эффективной методики символьной диагностики, излагаемой далее в этом разделе.

Компенсацию, при которой компенсирующий независимый источник устанавливается не вместо компенсируемой ветви, как в классической теореме о компенсации [213], а взамен другой произвольной ветви, назовем косвенной компенсацией, а соответствующий метод компенсации – *методом косвенной компенсации (МКК)*. Компенсация, основанная на классической теореме, рассматривается как прямая (непосредственная) компенсация элементов, а соответствующий метод диагностики называется *методом прямой компенсации (МПК)*.

МПК позволяет упростить решение частной задачи символьной диагностики, когда измерены напряжения или токи на всех элементах с неизвестными параметрами. МКК в отличие от МПК является общим методом компенсации элементов. Преимущества обоих методов можно объединить в *методе комбинированной компенсации*. В этом случае элементы с неизвестными параметрами, на которых измерены напряжения или токи, компенсируются МПК, а остальные элементы – МКК. Формирование более компактных и экономичных по количеству вычислительных операций выражений для искомых параметров обеспечивается применением методов прямой, косвенной и комбинированной компенсации на основе *неявного метода наложения источников воздействия и компенсирующих источников*, изложенного во втором разделе пособия.

4.3. УСЛОВИЯ РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ ДИАГНОСТИКИ

Базисная задача диагностики не всегда выполнима, и требуется исследование условий ее разрешимости.

Первым необходимым условием разрешимости произвольной задачи диагностики или диагностируемости ЛЭЦ является тождественно ненулевой определитель ее схемы замещения в предположении, что параметры всех элементов известны [228, 312]. Такой определитель соответствует определителю схемы в режиме анализа. Отличие от нуля определителя схемы является необходимым условием решения задачи диагностики, поскольку это достаточное условие существования и единственности решения задачи анализа [213]. Если это условие не выполняется, значит, некорректно построена модель цепи для ее анализа, а, следовательно, не имеет смысла ее диагностика на основе такой некорректной модели. Необходимо пересмотреть схему замещения ЛЭЦ, например, устранить излишнюю идеализацию элементов и привести ее к ненулевому определителю. Эффективным способом контроля определителя схемы являются обобщенные топологические условия вырождения схем [228].

Второе необходимое условие решения задачи диагностики заключается в том, что количество измеренных напряжений и токов m_{UI} должно быть не меньше количества параметров n , подлежащих определению [70]. Это условие назовем условием количества измерений. При этом из всех m_{UI} измерений используется для построения схемы с компенсированными элементами (СКЭ) только n токов и напряжений. Это необходимо, чтобы СКЭ характеризовалась определенной системой уравнений по законам *Кирхгофа* с числом уравнений, равным числу неизвестных токов и напряжений [213, 70].

Используемые для построения СКЭ n токов и напряжений должны удовлетворять условию независимости, которое можно считать *третьим необходимым условием* разрешимости задачи диагностики. Это условие состоит в следующем: 1) ветви с измеряемыми напряжениями (вольтметры) и токами (амперметры) не должны образовывать контуров как отдельно, так и в совокупности с независимыми генераторами напряжения, приемниками тока и нуллаторами; 2) амперметры и вольтметры не должны образовывать сечений как отдельно, так и в совокупности с независимыми генераторами тока, приемниками напряжения и нуллаторами. В частности, токи могут быть измерены не более чем в хордах, а напряжения – не более чем в ветвях дерева [70].

Условию независимости должны удовлетворять также напряжения и токи элементов с неизвестными параметрами. Это условие считается *четвертым необходимым условием* диагностируемости цепи и может быть сформулировано следующим образом: 1) двухполюсные элементы с неизвестными параметрами, а также генераторы напряжения и тока независимых и управляемых источников с неизвестными параметрами не должны образовывать контуров как отдельно, так и в совокупности с независимыми и управляемыми генераторами напряжения и нуллаторами; 2) двухполюсные элементы с неизвестными параметрами, а также генераторы тока и напряжения независимых и управляемых источников с неизвестными параметрами не должны образовывать сечений как отдельно, так и в совокупности с независимыми и управляемыми генераторами тока и нуллаторами. Третье и четвертое необходимые условия следуют, как и второе условие, из определенных систем уравнений для схем, соответствующих анализу и диагностике цепи.

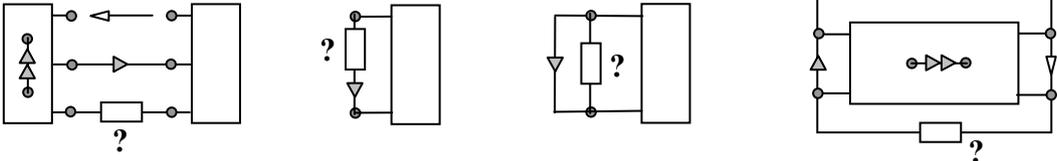
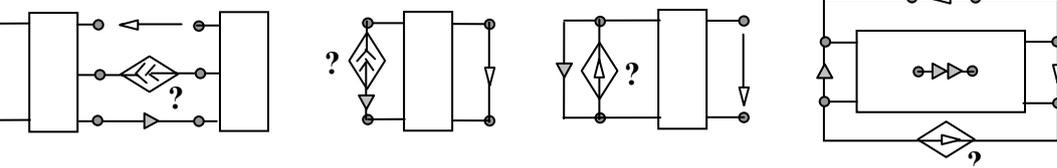
Пятым необходимым условием разрешимости задачи диагностики параметра элемента следует считать условие его ненулевого режима. Если обе переменные (ток и напряжение), входящие в уравнение двухполюсного элемента или УИ, равны нулю, то определить параметр этого элемента нельзя. Для УИ достаточно одной нулевой (управляющей или управляемой) переменной, чтобы невозможно было определить его параметр. Для проверки условия ненулевого режима элемента необходимо найти в режиме анализа управляющую и управляемую переменные этого элемента. Если ток и напряжение сопротивления (проводимости) или управляющая переменная УИ тождественно равны нулю, то на основе

данной схемы замещения определить параметр этого элемента нельзя. В частности, задача диагностики резисторов в рассматриваемом режиме неразрешима, когда их токи (напряжения) равны нулю [49]. Например, ток и напряжение резистора, включенного последовательно с нуллатором, тождественно равны нулю. Определить параметр резистора при такой схеме включения нельзя. Необходимо перейти к более сложной схеме замещения, которая учитывает хотя и малые, но ненулевые значения тока и напряжения сопротивления (проводимости) или управляющей переменной УИ. Если режим исследуемого элемента нулевой только при определенном численном соотношении элементов, то провести диагностику такой цепи можно при наличии возможности изменения параметров некоторых элементов. Некоторые примеры невыполнения условия ненулевого режима для элемента с искомым параметром иллюстрируются в табл. 4.3.1.

Параметр иногда не определяется и в случае ненулевого тока или напряжения этого элемента, если его параметр не влияет на измеренное напряжение или ток. Это имеет место, если элемент нейтрализован. Например, независимый источник ЭДС, подсоединенный к схеме одним полюсом или независимый источник тока, замкнутый накоротко, не влияют на режим схемы. Параметр элемента может не влиять на режим некоторых (всех) элементов схемы и в силу определенной топологии. Например, при параллельном соединении источника ЭДС и двух резисторов ток каждого из резисторов определяется только его собственным сопротивлением и не зависит от сопротивления другого резистора. Чтобы заранее исключить возможность построения ИДС, в которых искомым параметр не влияет на измеряемые токи или напряжения, следует проверить *шестое необходимое условие* диагностируемости цепи – условие влияния параметра. Для проверки этого условия следует получить в режиме анализа символьное выражение отклика (СВО) для измеренного тока или напряжения. Если искомым параметр входит в это СВО, то условие влияния параметра выполняется. В противном случае необходимо заменить наблюдаемую ветвь (положение вольтметра или амперметра). При диагностике нескольких параметров, каждый из них должен входить, по крайней мере, в одно СВО измеренных токов или напряжений.

Седьмым необходимым условием разрешимости базисной задачи диагностики является отличие от нуля определителя СКЭ, поскольку для получения искомым параметров в сущности используется анализ этой схемы, а условием существования и единственности решения задачи анализа является, как уже отмечалось, отличие от нуля ее определителя. Напомним, что определители СКЭ на основе независимых источников и на основе УИ тождественно равны [143]. Если условие ненулевого определителя СКЭ не выполняется, то необходимо сменить часть наблюдаемых ветвей [70] или тип некоторых измеряемых величин (напряжение на ток или наоборот).

Таблица 4.3.1. Топологические признаки невыполнения условия ненулевого режима для элемента с искомым параметром

| № | Классы схем |
|---|---|
| 1 | <p>Искомые сопротивления и проводимости образуют сечения (контуры) с нуллаторами и приемниками напряжения (тока)</p>  |
| 2 | <p>Генераторы напряжения (тока) с искомым параметром образуют контур (сечение) с нуллаторами и приемниками тока (напряжения)</p>  |
| 3 | <p>Параллельно-последовательное соединение резисторов и нуллатора</p>  |

Достаточными условиями разрешимости задачи диагностики являются только два из семи необходимых условий: условие ненулевого режима (пятое в перечне необходимых условий) и условие ненулевого определителя СКЭ (седьмое по порядку). Оставшиеся необходимые условия проверяются автоматически при поиске определителя СКЭ.

4.4. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ УСЛОВИЙ ДИАГНОСТИРУЕМОСТИ ЦЕПИ

Чтобы исключить типичные случаи невыполнения условия независимости измерений, а также условия независимости режима элементов с неизвестными параметрами, необходимо при построении ИДС пользоваться следующими топологическими правилами, которые иллюстрируются в табл. 4.4.1.

Таблица 4.4.1. Топологические признаки вырождения ИДС

| № | Классы схем |
|---|---|
| 1 | <p>Схемы с контуром из вольтметров, амперметров, независимых генераторов напряжения, приемников тока и нуллаторов</p> |
| 2 | <p>Схемы с сечением из амперметров, вольтметров, независимых генераторов тока, приемников напряжения и нуллаторов</p> |
| 3 | <p>Схемы с контуром из элементов с неизвестными параметрами, независимых и управляемых генераторов напряжения и нораторов</p> |
| 4 | <p>Схемы с сечением из элементов с неизвестными параметрами, независимых и управляемых генераторов тока и нораторов</p> |
| 5 | <p>Некоторые дополнительные схемы</p> |

1. Все вольтметры (приемники с измеренным напряжением) должны принадлежать одному произвольному дереву схемы и не образовывать контуров как отдельно, так и в совокупности с независимыми генераторами напряжения, приемниками тока и нуллаторами (строка 1 табл. 4.4.1).

2. Все амперметры (приемники с измеренными токами) должны входить в произвольное множество хорд и не образовывать сечений как отдельно, так и в совокупности с независимыми генераторами тока, приемниками напряжения и нуллаторами (строка 2 табл. 4.4.1).

3. Двухполюсные элементы с неизвестными параметрами, а также генераторы напряжения и тока независимых и управляемых источников с неизвестными параметрами, не должны образовывать контуров как отдельно, так и в совокупности с независимыми и управляемыми генераторами напряжения и нуллаторами (строка 3 табл. 4.4.1).

4. Двухполюсные элементы с неизвестными параметрами, а также генераторы тока и напряжения независимых и управляемых источников с неизвестными параметрами, не должны образовывать сечений, как отдельно, так и в совокупности с независимыми и управляемыми генераторами тока и нуллаторами (строка 4 табл. 4.4.1).

Перечисленные правила вытекают из условий вырождения схем, рассмотренных в п. 1.2.2. Соблюдение правил 1–4 построения ИДС не освобождает от формирования выражения определителя СКЭ и проверки его значения на ноль, поскольку возможны другие варианты вырождения ИДС (см., например, строку 5 в табл. 4.4.1).

Диагностируемость того или иного параметра может отсутствовать и в случаях, когда определитель СКЭ отличен от нуля. Это имеет место, как было отмечено в подразделе 4.3, в случае ненулевого режима диагностируемого элемента. Поэтому в качестве более сильного условия диагностируемости параметра можно рассматривать отличие от нуля схемных определителей для числителя и знаменателя СВП.

Ненулевой режим элемента устраняется путем выбора более сложной (точной) схемы замещения. Однако ИДС с нулевым определителем СКЭ не всегда может быть преобразована к невырожденной схеме путем изменения положения вольтметров и амперметров.

Необходимые условия полезны для выяснения причин недиагностируемости цепи. При проверке диагностируемости пользуются достаточными условиями. Однако, несмотря на существование двух достаточных условий, применять рассмотренные выше диагностические формулы можно уже при выполнении одного условия – условия ненулевого определителя СКЭ. Если в результате расчета искомого параметра получается неопределенность $0/0$, то не выполняется условие ненулевого режима и, как отмечалось, найти этот параметр в рамках используемой для построения ИДС схемы замещения (принципиальной схемы) нельзя. Если же функция искомого параметра принимает неопределенное значение $0/0$ только при некотором соотношении

численных значений параметров, то необходимо исследовать эту функцию с целью ухода от данной численной неопределенности путем изменения параметров доступных элементов (источников воздействия, нагрузки).

Если условие ненулевого определителя СКЭ не может быть удовлетворено в рамках базисной задачи, то следует перейти к тестовой задаче на основе многократного эксперимента. В этом случае также можно построить САФ для СВП. В частности, не могут быть найдены в рамках базисной задачи параметры двух последовательно соединенных элементов, когда их общий узел недоступен для измерения [70]. Эту задачу можно решить с помощью двукратного эксперимента, используя метод косвенной или комбинированной компенсации. Для этого компенсируется целиком вся сложная двухполюсная ветвь. Расчет токов и напряжений для этой ветви выполняется для двух режимов схемы. В результате получаются СВП для каждого из элементов, составляющих эту ветвь.

4.5. КОСВЕННАЯ КОМПЕНСАЦИЯ НА ОСНОВЕ НЕЗАВИСИМЫХ ИСТОЧНИКОВ

СКЭ на основе направленного нумерованного взвешенного нуллора в отличие от СКЭ на основе обычных нуллоров [70] может быть проанализирована с помощью МСО. Используя результаты анализа, можно записать выражения для искомых параметров через ССФ. Так, комплексное сопротивление j -й ветви

$$Z_j = \frac{U_j}{I_j} = \frac{\sum_{i=1}^{nE} K_{ji} \underline{E}_i + \sum_{i=1}^{nJ} Z_{ji} \underline{J}_i + \sum_{i=1}^{nEc} K_{ji}^C \underline{E}_i^C + \sum_{i=1}^{nJc} Z_{ji}^C \underline{J}_i^C}{\sum_{i=1}^{nE} Y_{ji} \underline{E}_i + \sum_{i=1}^{nJ} T_{ji} \underline{J}_i + \sum_{i=1}^{nEc} Y_{ji}^C \underline{E}_i^C + \sum_{i=1}^{nJc} T_{ji}^C \underline{J}_i^C}, \quad (4.5.1)$$

где $\underline{U}_j, \underline{I}_j$ – напряжение и ток ветви с номером j ; n_E, n_J, n_{Ec}, n_{Jc} – число воздействующих источников ЭДС и тока, компенсирующих источников ЭДС и тока соответственно; K_{ji}, K_{ji}^C – коэффициенты передачи напряжения от i -х ветвей с воздействующим и компенсирующим источниками ЭДС соответственно к j -й ветви; Z_{ji}, Z_{ji}^C – передаточные сопротивления от i -х ветвей с воздействующим и компенсирующим источниками тока соответственно к j -й ветви; Y_{ji}, Y_{ji}^C – передаточные проводимости от i -х ветвей с воздействующим и компенсирующим источниками ЭДС

соответственно к j -й ветви; T_{ji}, T_{ji}^C – коэффициенты передачи тока от i -х ветвей с воздействующим и компенсирующим источниками тока соответственно к j -й ветви.

Учитывая, что все ССФ в (4.5.1) имеют один и тот же знаменатель, равный определителю схемы замещения D , можно записать

$$Z_j = \frac{\underline{U}_j}{\underline{I}_j} = \frac{\sum_{i=1}^{nE} N_{ji}^K \underline{E}_i + \sum_{i=1}^{nJ} N_{ji}^Z \underline{J}_i + \sum_{i=1}^{nEc} N_{ji}^{KC} \underline{E}_i^C + \sum_{i=1}^{nJc} N_{ji}^{ZC} \underline{J}_i^C}{\sum_{i=1}^{nE} N_{ji}^Y \underline{E}_i + \sum_{i=1}^{nJ} N_{ji}^T \underline{J}_i + \sum_{i=1}^{nEc} N_{ji}^{YC} \underline{E}_i^C + \sum_{i=1}^{nJc} N_{ji}^{TC} \underline{J}_i^C}, \quad (4.5.2)$$

где $N_{ji}^K, N_{ji}^Z, N_{ji}^{KC}, N_{ji}^{ZC}, N_{ji}^Y, N_{ji}^T, N_{ji}^{YC}, N_{ji}^{TC}$ – числители схемных функций $K_{ji}, Z_{ji}, K_{ji}^C, Z_{ji}^C, Y_{ji}, T_{ji}, Y_{ji}^C, T_{ji}^C$ соответственно.

В частном случае, если напряжение \underline{U}_j на искомом сопротивлении известно, последнее находится по формуле

$$Z_j = \frac{D \underline{U}_j}{\sum_{i=1}^{nE} N_{ji}^Y \underline{E}_i + \sum_{i=1}^{nJ} N_{ji}^T \underline{J}_i + \sum_{i=1}^{nEc} N_{ji}^{YC} \underline{E}_i^C + \sum_{i=1}^{nJc} N_{ji}^{TC} \underline{J}_i^C}, \quad (4.5.3)$$

Аналогичная формула может быть записана и для известного тока \underline{I}_j . При известных обеих переменных \underline{U}_j и \underline{I}_j нахождение Z_j является тривиальным. Символьное выражение для проводимости ветви Y_j формируется как обратное по отношению к Z_j в (4.5.1) – (4.5.3).

Неизвестный параметр УИ, например, коэффициент передачи ИНУН, находится по формуле

$$K_j = \frac{\underline{U}_j}{\underline{U}_l} = \frac{\sum_{i=1}^{nE} K_{ji} \underline{E}_i + \sum_{i=1}^{nJ} Z_{ji} \underline{J}_i + \sum_{i=1}^{nEc} K_{ji}^C \underline{E}_i^C + \sum_{i=1}^{nJc} Z_{ji}^C \underline{J}_i^C}{\sum_{i=1}^{nE} Y_{li} \underline{E}_i + \sum_{i=1}^{nJ} T_{li} \underline{J}_i + \sum_{i=1}^{nEc} Y_{li}^C \underline{E}_i^C + \sum_{i=1}^{nJc} T_{li}^C \underline{J}_i^C}, \quad (4.5.4)$$

где $\underline{U}_j, \underline{U}_l$ – напряжение управляемой j и управляющей ветви l ИНУН; K_{li}, K_{li}^C – коэффициенты передачи напряжения от i -х ветвей с воздействующим и компенсирующим источниками ЭДС соответственно к l -й ветви; Z_{li}, Z_{li}^C – передаточные сопротивления от i -х ветвей с воздействующим и компенсирующим источниками тока соответственно к l -й ветви. Функции $K_{ji}, Z_{ji}, K_{ji}^C, Z_{ji}^C$ определены в пояснении к (4.5.1). Формула для параметра ИНУН через числители ССФ записывается

аналогично (4.5.2). Выражения для параметров УИ других типов подобны (4.5.4) и отличаются только видом используемых ССФ.

Неизвестная ЭДС s -го независимого источника находится по формуле

$$\underline{E}_s = \sum_{i=1}^{nE} K_{si} \underline{E}_i + \sum_{i=1}^{nJ} Z_{si} \underline{J}_i + \sum_{i=1}^{nEc} K_{si}^C \underline{E}_i^C + \sum_{i=1}^{nJc} Z_{si}^C \underline{J}_i^C, \quad (4.5.5)$$

где K_{si}, K_{si}^C – коэффициенты передачи напряжения от i -х ветвей с воздействующим и компенсирующим источниками ЭДС к s -й ветви; Z_{si}, Z_{si}^C – передаточные сопротивления от i -х ветвей с воздействующим и компенсирующим источниками тока к s -й ветви соответственно.

В результате перехода к числителям и знаменателям ССФ формула (4.5.5) принимает вид

$$\underline{E}_s = \frac{\sum_{i=1}^{nE} N_{si}^K \underline{E}_i + \sum_{i=1}^{nJ} N_{si}^Z \underline{J}_i + \sum_{i=1}^{nEc} N_{si}^{KC} \underline{E}_i^C + \sum_{i=1}^{nJc} N_{si}^{ZC} \underline{J}_i^C}{D}, \quad (4.5.6)$$

где $N_{si}^K, N_{si}^Z, N_{si}^{KC}, N_{si}^{ZC}$ – числители ССФ $K_{si}, Z_{si}, K_{si}^C, Z_{si}^C$ соответственно.

Формулы для искоемых параметров независимых источников тока записываются аналогично (4.5.5) и (4.5.6). Отличие этих формул от (4.5.5) и (4.5.6) состоит в том, что в них вместо коэффициентов передачи напряжения используются передаточные проводимости, а вместо передаточных сопротивлений – коэффициенты передачи тока.

Числители формул (4.5.2), (4.5.6) и знаменатели (4.5.2), (4.5.3), а также числители и знаменатели подобных функций для проводимости ветви и параметров УИ, являются целыми рациональными выражениями (многочленами), представленными в канонической форме [27] относительно переменных $\underline{E}_i, \underline{E}_i^C, \underline{J}_i, \underline{J}_i^C$. Эти переменные и другие параметры в упомянутых функциях могут принимать действительные и комплексные значения, а между ними возможны только операции сложения, вычитания и умножения. Формируются многочлены из (4.5.2), (4.5.3) и (4.5.6) по СКЭ с помощью МСО.

Недостатком формул (4.5.2), (4.5.3), (4.5.6) является необходимость отдельного построения каждого слагаемого их числителей и знаменателей. Эта процедура аналогична формированию нескольких ССФ при анализе ЛЭЦ с двумя и более независимыми источниками на основе метода наложения (2.1.2). Отдельное построение в числителях (4.5.2), (4.5.6) и знаменателях (4.5.2), (4.5.3) $n_E + n_J + n_{Ec} + n_{Jc}$ ССФ препятствует получению компактных и экономичных по количеству арифметических операций символьных выражений параметров (СВП) [227].

Искомые СВП, близкие к оптимальным выражениям по вычислительной сложности, можно сформировать на основе формул, содержащих многочлены общего (неканонического) вида. Это объясняется тем, что только в этом случае обеспечивается наиболее полная реализация правил формирования оптимальных выражений, которые заключаются в первоочередном выделении элементов с максимальными показателями участия [227]. Следует подчеркнуть, что канонические многочлены в выражениях (4.5.2), (4.5.3) и (4.5.6) являются частным случаем неканонических многочленов и получены путем первоочередного выделения переменных $\underline{E}_i, \underline{E}_i^C, \underline{J}_i, \underline{J}_i^C$, то есть без учета указанных правил.

Предлагаемые на основе неканонических многочленов СВП для искомого сопротивления, параметра произвольного УИ, ЭДС и тока независимых источников имеют вид

$$Z_s = \frac{U_s}{I_s} = \frac{V_s^U(\bar{E}, \bar{J}, \bar{U}, \bar{I})}{V_s^I(\bar{E}, \bar{J}, \bar{U}, \bar{I})}, \quad (4.5.7) \quad X_s = \frac{B_s}{A_l} = \frac{V_s^B(\bar{E}, \bar{J}, \bar{U}, \bar{I})}{V_l^A(\bar{E}, \bar{J}, \bar{U}, \bar{I})}, \quad (4.5.8)$$

$$\underline{E}_s = \frac{V_s^E(\bar{E}, \bar{J}, \bar{U}, \bar{I})}{D}, \quad (4.5.9) \quad \underline{J}_s = \frac{V_s^J(\bar{E}, \bar{J}, \bar{U}, \bar{I})}{D} \quad (4.5.10)$$

соответственно. В (4.5.7)–(4.5.10) $V_s^U, V_s^I, V_s^B, V_l^A, V_s^E, V_s^J$ – символьные неканонические многочлены, в которых переменными являются как известные сопротивления, проводимости, параметры УИ, так и измеренные напряжения (вектор \bar{U}), токи (вектор \bar{I}), а также известные параметры независимых источников воздействия (обозначены векторами ЭДС \bar{E} и тока \bar{J}); B_s, A_l – токи или напряжения l -ой управляющей и s -ой управляемой ветвей УИ, например, для ИНУН $B_s = U_s$ и $A_l = U_l$.

4.6. КОСВЕННАЯ КОМПЕНСАЦИЯ НА ОСНОВЕ УПРАВЛЯЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

Для построения СВП по формулам (4.5.7)–(4.5.10) предлагается метод косвенной компенсации на основе УИ, поскольку известный МКК на базе независимых источников [132] обеспечивает построение символьных выражений только в канонической форме (4.5.2), (4.5.3), (4.5.6). Важно, что применение МКК на основе УИ позволяет использовать для анализа полученной СКЭ один из неявных методов наложения, который упрощает формирование и сокращает вычислительную сложность формируемых СВО. При использовании МКК на основе УИ в первую очередь следует доказать возможность применения источников, управляемых напряжением

введенного в цепь источника единичного напряжения, для компенсации некоторого элемента с неизвестным параметром, обозначенного номером s на ИДС рис. 4.6.1,а. Для этого сформулируем теорему о косвенной компенсации элементов на основе УИ.

Теорема 4.6.1. Любой двухполюсный элемент s в ИДС рис. 4.6.1,а: сопротивление Z_s , проводимость Y_s , генераторы УИ всех четырех типов, независимые источники ЭДС \underline{E}_s или тока \underline{J}_s – может быть скомпенсирован, как показано на рис. 4.6.1,б, путем замены его норатором при одновременной фиксации на другой произвольной наблюдаемой ветви f измеренного на ней напряжения \underline{U}_f с помощью включенного параллельно этой наблюдаемой ветви фиксирующего двухполюсника в виде последовательного соединения нуллатора и источника напряжения с параметром

$$k = \frac{\underline{U}_f}{\underline{E}} = \frac{\underline{U}_f}{1} , \tag{4.6.1}$$

управляемого напряжением \underline{U} дополнительно введенного последовательно с произвольной ветвью единичного источника ЭДС $\underline{E}=1$.

На рис. 4.6.1,б норатор и нуллатор обозначены двойной и одинарной укрупненной стрелкой соответственно. Для нейтрализации источника \underline{E} последовательно и встречно ему включен другой единичный управляемый источник ЭДС $1 \cdot \underline{U}$. В знаменателе (4.6.1) единица сохранена, чтобы подтвердить безразмерность коэффициента k . На эквивалентной СКЭ рис. 4.6.1,б она удалена и при формировании СВО не используется.

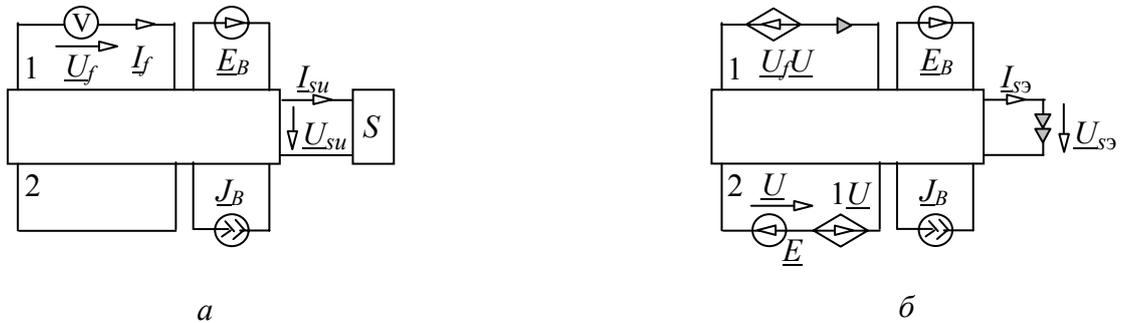


Рис. 4.6.1. Компенсация двухполюсника S

Следует подчеркнуть, что компенсация элементов имеет смысл только в схеме, определитель которой отличен от нуля. Доказательство теоремы 4.6.1 разобьем на части, соответствующие типу компенсируемого элемента. Докажем первую часть теоремы 4.6.1, когда компенсируемым двухполюсником является сопротивление Z_s на рис. 4.6.2,а. Подтвердим эквивалентность ИДС на рис. 4.6.2,а и СКЭ на рис. 4.6.1,б, приведя обе указанные схемы к схеме на рис. 4.6.2,б. Для этого компенсируем в схеме на рис. 4.6.2,а сопротивление Z_s согласно теореме о косвенной компенсации (см. подраздел 2.2.) путем замены его норатором и фиксации

известного напряжения \underline{U}_f с помощью последовательного соединения нуллатора и независимого источника $\underline{E}_f = \underline{U}_f$. В результате получим схему на рис. 4.6.2,б, эквивалентную исходной схеме на рис. 4.6.2,а.

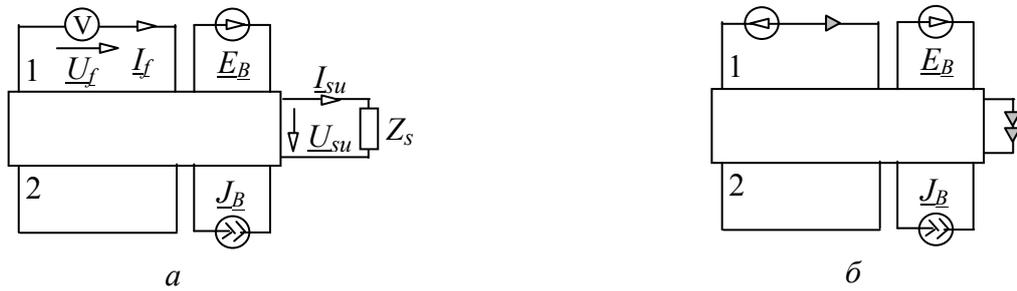


Рис. 4.6.2. Компенсация сопротивления

В схеме на рис. 4.6.1,б заменим согласно классической теореме о компенсации оба управляемых источника эквивалентными независимыми источниками ЭДС. В результате ветви 1 в схемах на рис. 4.6.1,б и рис. 4.6.2,б оказываются одинаковыми, а в ветви 2 на рис. 4.6.1,б равные по модулю, но противоположно направленные источники ЭДС взаимно нейтрализуются и она преобразуется в идеальный проводник, каким является ветвь 2 на рис. 4.6.2,б. В результате указанных преобразований схема на рис. 4.6.1,б преобразуется в схему рис. 4.6.2,б.

Таким образом, каждая из схем на рис. 4.6.2,а и рис. 4.6.1,б эквивалентна одной и той же схеме на рис. 4.6.2,б, то есть первые две схемы эквивалентны и теорема 4.6.1 о компенсации Z_s доказана.

Следствием первой части теоремы 4.6.1 является формула для определения искомого параметра сопротивления Z_s , которая позволяет сформировать символьное выражение Z_s в неканоническом виде (4.5.7). Эта формула выводится по СКЭ на рис. 4.6.1,б следующим образом. В силу *неявного метода наложения* заменим все независимые источники энергии в этой схеме источниками, управляемыми напряжением \underline{U} единичного источника ЭДС \underline{E} , как показано на рис. 4.6.3,а.

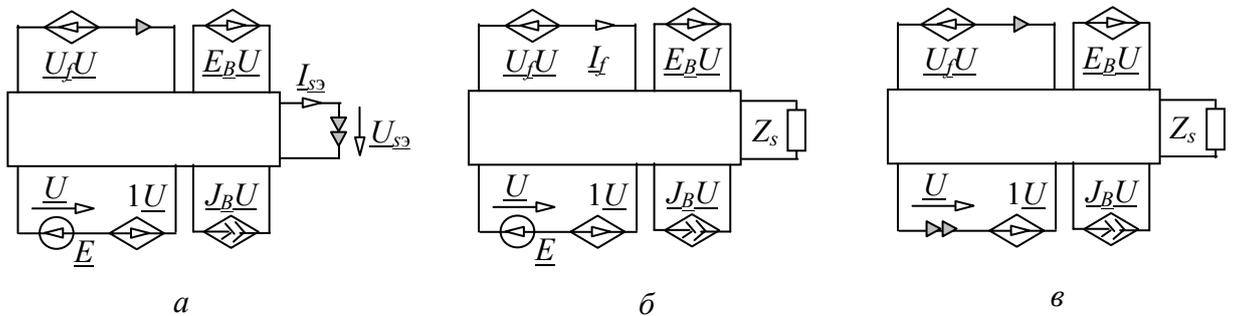


Рис. 4.6.3. Неявное наложение независимых источников

Схему на рис. 4.6.3,а назовем *схемой с неявным замещением независимых источников*. Используя эту схему, запишем на основании теоремы 4.6.1 искомое СВП

$$Z_s = \frac{U_{su}}{I_{su}} = \frac{U_{s2}}{I_{s2}} = \frac{K_{UsE=1} \cdot 1}{Y_{IsE=1} \cdot 1} = \frac{N_{KUsE=1}}{N_{YIsE=1}} = \frac{\text{СВВ}}{\text{СВН}}, \quad (4.6.2)$$

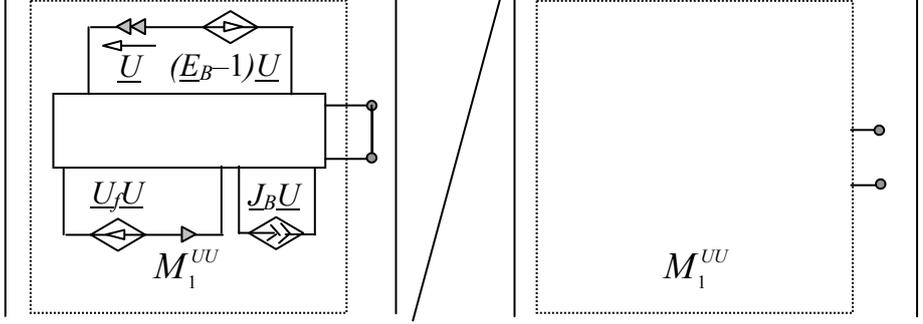
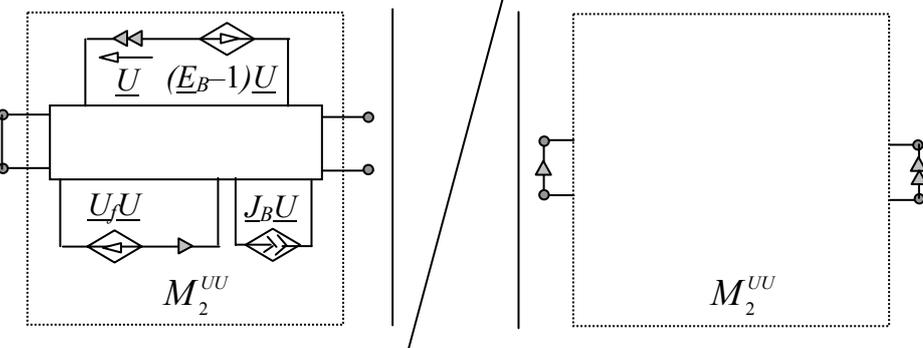
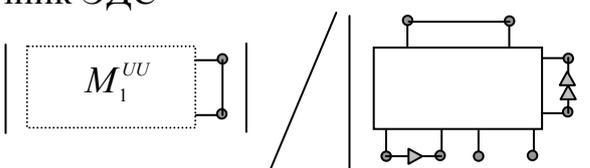
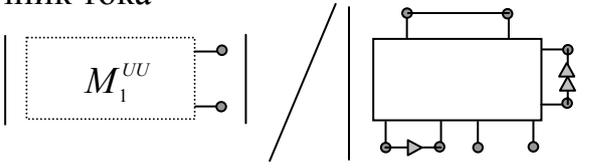
где $K_{UsE=1}$ – коэффициент передачи напряжения от единичного источника ЭДС к приемнику напряжения \underline{U}_s ; $Y_{IsE=1}$ – передаточная проводимость от единичного источника ЭДС к приемнику тока \underline{I}_s ; $N_{KUsE=1}, N_{YIsE=1}$ – числители схемных функций $K_{UsE=1}, Y_{IsE=1}$ соответственно. Знаменатели ССФ не показаны, поскольку они одинаковы и равны определителю D схемы на рис. 4.6.1,б. С АВ $N_{KUsE=1}, N_{YIsE=1}$ получены из указанной СКЭ путем замены единичных источников ЭДС на нораторы, а приемников \underline{U}_s и \underline{I}_s на нуллаторы. Норатору и нуллатору в СКЭ присвоен номер 1, а вновь введенным норатору и нуллатору – номер 2.

В числителе С АВ (4.6.2) поменяем взаимно (с одновременным изменением знака выражения) номера у нораторов, заменим проводником параллельное согласное соединение одноименных норатора и нуллатора. В знаменателе также поменяем взаимно номера у нораторов, а затем удалим последовательное согласное соединение одноименных норатора и нуллатора. Отсюда получаем С АВ для искомого СВП Z_s .

Окончательное выражение для Z_s можно вывести, минуя нахождение \underline{U}_s и \underline{I}_s . Для этого восстановим Z_s на рис. 4.6.3, а, получив схему, представленную на рис. 4.6.3,б. Передаточная проводимость $Y_{IfE=1}$ для схемы на рис. 4.6.3,б от единичного источника \underline{E} к приемнику тока \underline{I}_f равна нулю, поскольку $\underline{I}_f=0$. Отсюда следует, что определитель Δ схемы числителя $Y_{IfE=1}$ также равен нулю. Схема числителя, представленная на рис. 4.6.3,в, получается из схемы на рис. 4.6.3 путем замены источника \underline{E} и приемника \underline{I}_f на норатор и нуллатор соответственно. В результате разложения Δ через выделение искомого сопротивления Z_s с учетом тождества $\Delta=0$ получаем

$$Z_s = -\frac{\Delta_Z}{\Delta^Z}, \quad (4.6.3)$$

Таблица 4.6.1. САВ для искомых параметров с использованием измеренного и управляющего напряжений

| № | Элемент и его САВ |
|---|---|
| 1 | <p>Сопротивление</p> <p>$Z_s = -$</p>  |
| 2 | <p>Проводимость</p> <p>$Y_s = -$</p>  |
| 3 | <p>ИТУТ</p> <p>$t_s = -$</p>  |
| 4 | <p>ИНУН</p> <p>$k_s = -$</p>  |
| 5 | <p>ИТУН</p> <p>$Y_{ys} = -$</p>  |
| 6 | <p>ИНУТ</p> <p>$Z_{ys} = -$</p>  |
| 7 | <p>Независимый источник ЭДС</p> <p>$\underline{E}_s =$</p>  |
| 8 | <p>Независимый источник тока</p> <p>$\underline{J}_s =$</p>  |

Формула (4.6.5) дает такой же результат, как и общее выражение (4.6.2). Обратим внимание на то, что схемы определителей в МКК на основе УИ (4.6.5) и в МКК на основе независимых источников совпадают. В этом можно убедиться, если нейтрализовать независимые источники в соответствующих СКЭ на рис. 4.6.1,б и рис. 4.6.2,б.

Теперь рассмотрим доказательство третьей части теоремы 4.6.1 о компенсации УИ. Возьмем для определенности ИТУТ. Перенесем на рис. 4.6.4,а и рис. 4.6.4,б схемы из рис. 4.6.1,а и рис. 4.6.1,б соответственно, учитывая следующие изменения: 1) в первой из них вместо двухполюсника S установим генератор ИТУТ; 2) выделим из многополюсников на схемах рис. 4.6.4,а и рис. 4.6.4,б управляющие ветви ИТУТ \underline{I}_{yu} и $\underline{I}_{yэ}$.

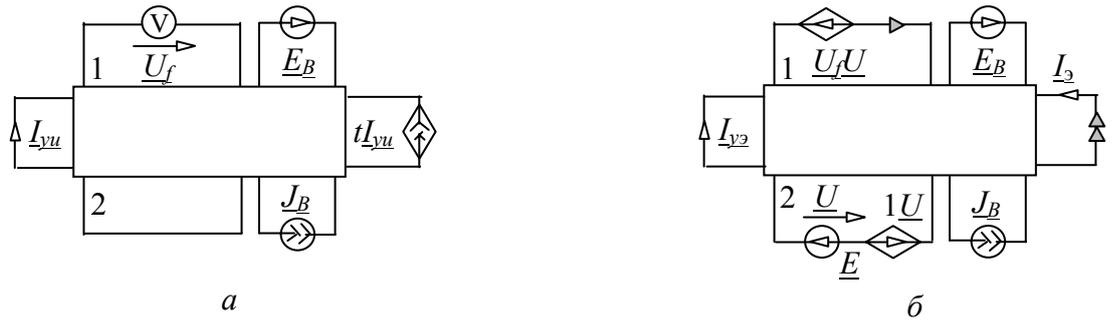


Рис. 4.6.4. Компенсация ИТУТ

Докажем эквивалентность образованных схем. Поскольку их структуры совпадают, то все доказательство сводится, как в первых двух частях теоремы 4.6.1, к подтверждению поэлементной эквивалентности. Источники ЭДС \underline{E}_B и тока \underline{J}_B , приемники тока \underline{I}_{yu} и $\underline{I}_{yэ}$, а также многополюсники на схемах рис. 4.6.4,а и 4.6.4,б попарно одинаковы. Из первой части теоремы 4.6.1 известно, что попарно эквивалентны ветви с номерами 1 и 2. Таким образом, остается доказать, что норатор в СКЭ на рис. 4.6.4,б эквивалентен ИТУТ $t\underline{I}_{yu}$ в ИДЦ на рис. 4.6.4,а. Для этого достаточно подтвердить, что

$$\underline{I}_э / \underline{I}_{yэ} = \underline{I}_u / \underline{I}_{yu} = t. \tag{4.6.6}$$

Запишем сначала САВ для искомого отношения токов по СКЭ на рис. 4.6.4,б.

$$\frac{\underline{I}_э}{\underline{I}_{yэ}} = \frac{Y_{IE=1} \cdot 1}{Y_{Iyэ=1} \cdot 1} = \frac{N_{YIE=1}}{N_{YIyэ=1}} = \frac{\text{Diagram (a)}}{\text{Diagram (b)}}, \tag{4.6.7}$$

где $Y_{IE=1}, Y_{IyE=1}$ – передаточные проводимости от единичного источника $\underline{E}=1$ к приемникам тока \underline{I}_3 и \underline{I}_{y3} соответственно; $N_{YIE=1}, N_{YIyE=1}$ – числители схемных функций $Y_{IE=1}, Y_{IyE=1}$ соответственно. В (4.6.7) знаменатели ССФ не показаны, поскольку они одинаковы и равны определителю СКЭ на рис. 4.6.4,б.

Числители $N_{KUsE=1}, N_{YIsE=1}$ сформированы на основе неявного метода наложения путем замены независимых источников \underline{E}_B и \underline{I}_B источниками, управляемыми напряжением единичного источника ЭДС \underline{E} , то есть по аналогии с числителями из (4.6.2) и (4.6.4). Единичный источник \underline{E} и приемники тока \underline{I}_3 и \underline{I}_{y3} заменены нораторами и нуллаторами соответственно. Норатору и нуллатору на схеме рис. 4.6.4,б присвоен номер 1, а вновь введенным норатору и нуллатору в САВ (4.6.7) – номер 2.

В числителе дроби (4.6.7) поменяем взаимно номера у нораторов, удалим последовательное согласное соединение одноименных норатора и нуллатора, применим к числителю и знаменателю дроби (4.6.7) формулу выделения всех параметров УИ, управляемых напряжением норатора. В результате получаем

$$\frac{\underline{I}_3}{\underline{I}_{y3}} = \frac{\left| \begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \underline{E}_B \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 2} \\ \underline{J}_B \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 3} \\ \underline{U}_f \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{c} \text{Circuit 4} \\ \underline{E}_B \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 5} \\ \underline{J}_B \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 6} \\ \underline{U}_f \end{array} \right|}. \quad (4.6.8)$$

Теперь найдем САВ отношения токов \underline{I}_u и \underline{I}_{yu} для ИДС на рис. 4.6.4,а. Для этого запишем согласно методу наложения алгебраическое выражение для напряжения

$$\underline{U}_f = K_{UfE} \underline{E}_B + Z_{UfJ} \underline{J}_B, \quad (4.6.9)$$

где K_{UfE} – коэффициент передачи напряжения от источника \underline{E}_B к приемнику напряжения \underline{U}_f при нейтрализации источника тока \underline{J}_B ; Z_{UfJ} – передаточное сопротивление от источника \underline{J}_B к приемнику \underline{U}_f при нейтрализации источника \underline{E}_B .

Запишем, используя (4.6.9) и ИДС на рис. 4.6.4,а, САВ напряжения

$$\underline{U}_f = \frac{\left| \begin{array}{c} \text{Circuit 7} \\ \underline{E}_B \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 8} \\ \underline{J}_B \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{c} \text{Circuit 9} \end{array} \right|}. \quad (4.6.10)$$

Схемы числителей в формуле (4.6.10) построены путем замены соответствующих источников нораторами, а приемника напряжения \underline{U}_f – нуллаторами. Схема знаменателя получена из схемы на рис. 4.6.4,а путем нейтрализации независимых источников \underline{E}_B , \underline{J}_B и приемника напряжения \underline{U}_f .

Выделим во всех схемных определителях числителя и знаменателя (4.6.10) параметр ИТУТ t . Выразим из полученного уравнения этот параметр

$$\frac{\underline{I}_u}{\underline{I}_{yu}} = \frac{\left| \begin{array}{c} \text{[Circuit 1]} \\ \underline{E}_B + \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{[Circuit 2]} \\ \underline{J}_B - \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{[Circuit 3]} \\ \underline{U}_f \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{c} \text{[Circuit 4]} \\ \underline{U}_f - \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{[Circuit 5]} \\ \underline{E}_B - \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{[Circuit 6]} \\ \underline{J}_B \end{array} \right|}. \quad (4.6.11)$$

Для подтверждения (4.6.6) сравним (4.6.8) и (4.6.11). Предварительно преобразуем (4.6.8). В третьем схемном определителе числителя удалим с изменением его знака последовательное согласное соединение норатора и нуллатора. Во всех определителях знаменателя поменяем взаимно (с одновременным изменением знака каждого слагаемого) номера у норатора. В третьем схемном определителе преобразованного указанным образом знаменателя удалим с изменением знака слагаемого последовательное согласное соединение одноименных норатора и нуллатора. В результате перечисленных операций получим из правой части (4.6.8) выражение, совпадающее с правой частью формулы (4.6.11). Это означает, что соотношение (4.6.6) справедливо, и норатор на схеме рис. 4.6.4,б эквивалентен ИТУТ $t \underline{I}_{yu}$ в схеме на рис. 4.6.4,а.

Таким образом, все соответствующие элементы схем на рис. 4.6.4,а и 4.6.4,б попарно эквивалентны, следовательно эквивалентны и схемы в целом, а теорема 4.6.1 доказана для случая компенсации ИТУТ.

Следствием этой третьей части теоремы 4.6.1 о компенсации ИТУТ является формула для определения искомого параметра t . Она получается из (4.6.7) путем выполнения уже отмеченных ранее операций взаимной замены номеров у нораторов и удаления последовательного соединения норатора и нуллатора. Окончательная формула для параметра t приведена в строке 3 табл. 4.6.1. В этой формуле так же, как в САВ для Z_s и Y_s в строках 1 и 2 табл. 4.6.1, управляющий единичный источник помещен последовательно с источником \underline{E}_B . Для краткости записи в строке 3 используется четырехполусник M_2^{UU} , ограниченный штриховой линией.

Рассмотренная САВ может быть получена по аналогии с формулами (4.6.3) и (4.6.5) для Z_s и Y_s , минуя нахождение управляемого и управляющего токов, через определители схемы, представленной на рис.

4.6.5,а. Эта схема получена из рис. 4.6.4,а так же, как построена схема замещения для сопротивления Z_s на рис. 4.6.3,б.

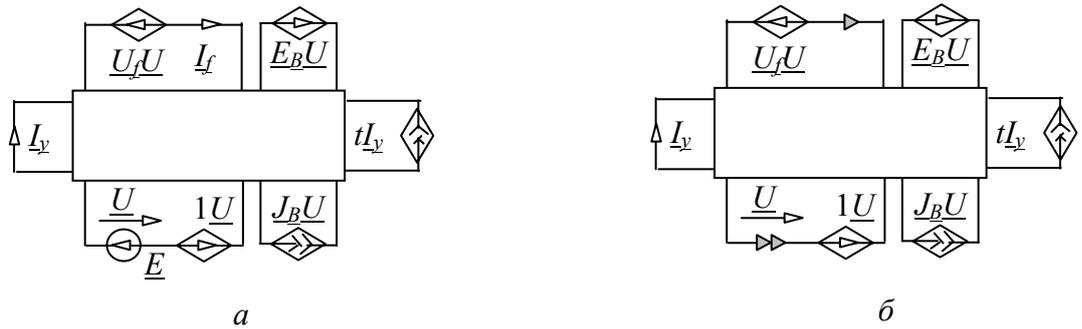


Рис. 4.6.5. Неявное наложение независимых источников

Передаточная проводимость Y_{fE} от источника E к приемнику тока I_f для СНЗ на рис. 4.6.5,а так же, как для схемы на рис. 4.6.3,б, равна нулю. Следовательно, равен нулю определитель числителя функции Y_{fE} . Схема числителя, полученная из рис. 4.6.5,а так же, как схема числителя рис. 3.6.3,в для СНЗ на рис. 4.6.3,б, представлена на рис. 4.6.5,б. Определитель этой схемы равен нулю. Используя при его разложении формулу выделения параметра ИТУТ t и выражая из уравнения искомый параметр t , получаем

$$t = -\frac{\Delta(t=0)}{\Delta(t \rightarrow \text{НУИ})}, \quad (4.6.12)$$

где $\Delta(t=0)$, $\Delta(t \rightarrow \text{НУИ})$ – определители производных схем, полученных из схемы на рис. 4.6.5,б путем нейтрализации ИТУТ и преобразования его в нулор соответственно.

Для других УИ теорема может быть доказана аналогично. При этом рассматривается ИДС подобно рис. 4.6.4,а, в которой вместо ИТУТ из многополюсника выделяется компенсируемый УИ требуемого типа. Далее, подобно схеме на рис. 4.6.4,б, строится СКЭ на основе теоремы 4.6.1. Доказательство выполняется путем нахождения и последующего сравнения САВ для отношений СВО управляемой и управляющей ветвей, принадлежащих исходной схеме и СКЭ, или путем построения вспомогательной схемы замещения. В последнем случае сразу получается формула для искомого параметра χ произвольного УИ в виде

$$\chi = -\frac{\Delta(\chi=0)}{\Delta(\chi \rightarrow \text{НУИ})}, \quad (4.6.13)$$

где $\Delta(\chi=0)$, $\Delta(\chi \rightarrow \text{НУИ})$ – определители схемы, аналогичной рис. 4.6.5,б, в которой рассматриваемый УИ нейтрализован или преобразован в нулор соответственно. Знаменатель (4.6.13) для всех УИ одинаков, поскольку преобразование УИ в нулор осуществляется независимо от типа УИ.

Полученные как следствия теоремы 4.6.1 САВ для параметров ИНУН K_s , ИТУН Y_s и ИНУТ Z_s , приведены в строках 4, 5 и 6 табл. 4.6.1 соответственно. Во всех случаях, как и для ИТУТ, управляющие ветви выведены с левой стороны четырехполюсника, а управляемые ветви – с его правой стороны. Направление этих ветвей принято таким же, как у ИТУТ на рис. 4.6.4,а. Во всех САВ используется четырехполюсник M_2^{UU} , очерченный штриховой линией.

Докажем теорему 4.6.1 для случая компенсации независимых источников. Возьмем источник ЭДС с неизвестным параметром \underline{E}_s . Из обобщенной диагностируемой цепи на рис. 4.6.1,а построим на рис. 4.6.6,а ИДС для \underline{E}_s путем замены двухполюсника S на независимый источник \underline{E}_s . На рис. 4.6.6,б помещена соответствующая СКЭ, полученная на основании теоремы 4.6.1. Требуется доказать эквивалентность схем на рис. 4.6.6,а и 4.6.6,б.

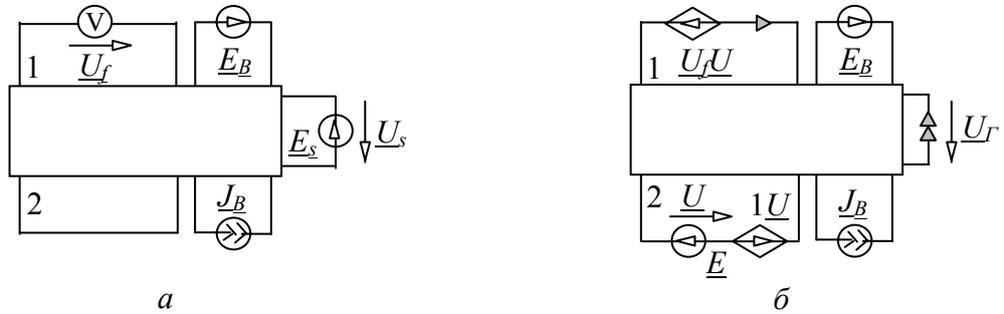


Рис. 4.6.6. Компенсация независимого источника ЭДС

Поскольку структуры схем на рис. 4.6.6,а,б совпадают, то докажем эквивалентность соответствующих элементов, то есть поступим так, как при рассмотрении теоремы 4.6.1 для компенсации сопротивления и ИТУТ. Воспользуемся тем, что ранее была доказана попарная эквивалентность всех элементов, входящих в схемы на рис. 4.6.6,а,б, кроме норатора и независимого источника ЭДС \underline{E}_s . Докажем эквивалентность режимов этих элементов в указанных схемах.

Для этого по схеме на рис. 4.6.6,б запишем согласно неявному методу наложения алгебраическое и схемно-алгебраическое выражения для напряжения на нораторе

$$\underline{U}_G = K_{GE=1} \cdot 1 = \frac{N_{KGE=1}}{D} = \frac{\left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \overline{U_f U} \quad 1 \quad \overline{E_B U} \\ \hline \text{Network} \\ \hline \underline{U} \quad 1U \quad \underline{J_B U} \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{Network} \\ \hline \end{array} \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{c} \text{Network} \\ \hline \end{array} \right|}, \quad (4.6.14)$$

где $K_{\Gamma E=1}$ – коэффициент передачи напряжения от единичного источника \underline{E} к норатору; $N_{\text{КГЕ}=1}$ – числитель коэффициента $K_{\Gamma E=1}$; D – определитель СКЭ. САВ $N_{\text{КГЕ}=1}$ и D сформированы аналогично соответствующим выражениям в (4.6.2), (4.6.4) и (4.6.7).

Найдем неизвестную ЭДС \underline{E} в ИДС на рис. 4.6.6,а через остальные известные параметры. Для этого запишем согласно методу наложения алгебраическое выражение напряжения наблюдаемой ветви

$$\underline{U}_f = K_{UfEB} \underline{E}_B + Z_{UfJB} J_B + K_{UfEs} \underline{E}_s, \quad (4.6.15)$$

где K_{UfEB} и K_{UfEs} – коэффициенты передачи напряжения от источников ЭДС \underline{E}_B и \underline{E}_s соответственно к приемнику напряжения \underline{U}_f при нейтрализации источника тока J_B ; Z_{UfJB} – передаточное сопротивление от источника тока J_B к приемнику \underline{U}_f при нейтрализации источников \underline{E}_B и \underline{E}_s .

Выразим из (4.6.15) ЭДС \underline{E}_s через числители и знаменатель СФ и представим ее в схемно-алгебраическом виде по аналогии с выражениями для параметра t в (4.6.11)

$$\underline{E}_s = \frac{\left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \underline{U}_f - \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \underline{E}_B - \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| J_B}{\left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|}. \quad (4.6.16)$$

Сравним сформированные САВ (4.6.14) и (4.6.16) для напряжения \underline{U}_Γ в СКЭ на рис. 4.6.6,б и для ЭДС \underline{E}_s в ИДС на рис. 4.6.6,а соответственно. Для этого в числителе (4.6.14) поменяем взаимно номера у нораторов и заменим проводником встречное параллельное соединение одноименных норатора и нуллатора по аналогии с преобразованиями в числителе (4.6.2). Выделив в числителе (4.6.14) так же, как в (4.6.7), параметры всех источников, управляемых напряжением норатора, получаем

$$N_{\text{КГЕ}=1} = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \underline{U}_f + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \underline{E}_B + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| J_B. \quad (4.6.17)$$

В первом определителе (4.6.17) удалим последовательное согласное соединение норатора и нуллатора с изменением знака слагаемого. В знаменателе (4.6.14) изменим направление норатора с одновременной инверсией его знака. В результате перечисленных преобразований формула (4.6.14) приводится к виду (4.6.16). Следовательно, $\underline{U}_\Gamma = \underline{E}_s$. В соответствии с теоремой компенсации [213] можно заменить норатор на

рис. 4.6.6,б источником ЭДС \underline{E}_s , то есть СКЭ на рис. 4.6.6,б эквивалентна ИДС на рис. 4.6.6,а и четвертая часть теоремы 4.4.1 о компенсации независимого источника ЭДС доказана.

Следствием этой части теоремы 4.6.1 является САВ для определения искомой ЭДС \underline{E}_s , которое помещено в строку 7 табл. 4.6.1. Это выражение получено из (4.6.14) с помощью вышеупомянутых операций с нуллорами, при этом управляющий единичный источник перемещен, как в других аналогичных САВ табл. 4.6.1, в ветвь с воздействующей ЭДС \underline{E}_B . При записи формулы в строке 7 табл. 4.6.1 использован тот же двухполусник M_1^{UU} , который применялся в САВ для Z_s и Y_s (см. строки 1 и 2 табл. 4.6.1).

Чтобы получить обсуждаемую формулу, минуя САВ (4.6.14), следует воспользоваться схемой на рис. 4.6.7,а, полученной из схемы на рис. 4.6.3,б путем замены Z_s управляемым источником ЭДС $\underline{E}_s \underline{U}$.

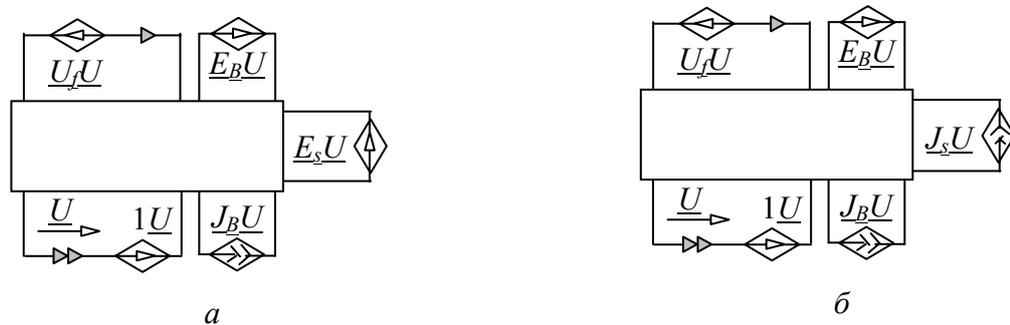


Рис. 4.6.7

Искомая ЭДС запишется через определители вновь сформированной схемы

$$\underline{E}_s = \frac{\Delta(\underline{E}_s = 0)}{\Delta(\text{норатор} \Rightarrow \underline{E}_s; \underline{U} = 0)}, \quad (4.6.18)$$

где $\Delta(\underline{E}_s = 0)$ – определитель схемы на рис. 4.6.7,а при нейтрализованном источнике \underline{E}_s ; $\Delta(\text{норатор} \Rightarrow \underline{E}_s; \underline{U} = 0)$ – определитель этой же схемы, в которой норатор перемещен на место ЭДС \underline{E}_s , а приемник напряжения \underline{U} заменен короткозамкнутым проводником. Легко проверить, что (4.6.18) соответствует САВ в строке 7 табл. 4.6.1.

Пятая часть теоремы 4.6.1 о компенсации независимого источника тока \underline{J}_s доказывается аналогично приведенному выше доказательству теоремы 4.6.1 для источника ЭДС. Следствием этой части теоремы является формула для \underline{J}_s , подобная (4.6.18), которая сформирована с помощью схемы на рис. 4.6.7,б, полученной из схемы на рис. 4.6.7,а путем замены УИ $\underline{E}_s \underline{U}$ на УИ $\underline{J}_s \underline{U}$,

$$\underline{J}_s = \frac{\Delta(\underline{J}_s = 0)}{\Delta(\text{норатор} \Rightarrow \underline{J}_s; \underline{U} = 0)}, \quad (4.6.19)$$

где $\Delta(\underline{J}_s = 0)$ – определитель схемы на рис. 4.6.7,б при нейтральном искомом источнике \underline{J}_s . Знаменатель (4.6.19) определен так же, как аналогичное выражение в формуле (4.6.18).

В силу принципа взаимосоответствия [62] можно сформулировать теорему 4.6.2, которая позволяет использовать для косвенной компенсации элементов измеренный ток произвольной наблюдаемой ветви и единичный источник тока в качестве управляющей ветви. При записи теоремы 4.6.2 учтем следующие пары взаимосоответствующих понятий: напряжение \leftrightarrow ток, источник ЭДС \leftrightarrow источник тока, сопротивление \leftrightarrow проводимость, параллельный \leftrightarrow последовательный, ИТУТ \leftrightarrow ИНУН, ИНУТ \leftrightarrow ИТУН. Норатор и нуллятор являются «самодуальными» элементами, поскольку каждый из них имеет одинаковые уравнения для напряжения \underline{U} и тока \underline{I} : у норатора \underline{U} и \underline{I} – любые, у нуллятора $\underline{U}=0$, $\underline{I}=0$.

Теорема 4.6.2. Любой двухполюсный элемент s в ИДС рис. 4.6.8,а – сопротивление Z_s , проводимость Y_s , генераторы УИ всех четырех типов, независимые источники ЭДС \underline{E}_s или тока \underline{J}_s – может быть скомпенсирован в соответствии со схемой на рис. 4.6.8,б, путем замены его норатором при одновременной фиксации в другой произвольной наблюдаемой ветви f измеренного в ней тока \underline{I}_f с помощью включенного последовательно этой наблюдаемой ветви фиксирующего двухполюсника в виде параллельного соединения нуллятора и источника тока с параметром

$$t = \frac{\underline{I}_f}{\underline{J}} = \frac{\underline{I}_f}{1} , \quad (4.6.20)$$

управляемого током \underline{I} дополнительно введенного параллельно произвольной ветви единичного источника тока $\underline{J}=1$.

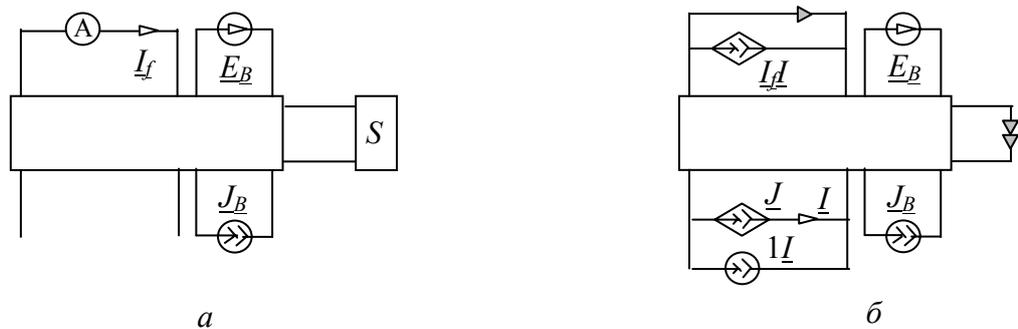


Рис. 4.6.8

В знаменателе (4.6.20) единица сохранена, чтобы подтвердить безразмерность коэффициента t . На СКЭ рис. 4.6.8,б она удалена и при формировании СВП не используется. В последней схеме параллельно единичному источнику поставлен единичный УИ противоположного направления, чтобы нейтрализовать введенный единичный управляющий источник тока.

Теорема 4.6.2 не требует доказательства, поскольку она получена на основе принципа взаимосоответствия путем замены одних

взаимодуальных понятий на другие [62]. Следует иметь в виду, что определитель ИДС должен быть отличен от нуля. Данная теорема позволяет расширить возможности символьной диагностики с помощью использования измеренного тока I_f для косвенной компенсации элементов с неизвестными параметрами.

Следствиями теоремы 4.6.2, как и теоремы 4.6.1, являются алгебраические и схемно-алгебраические выражения для нахождения СВП. Эти формулы могут быть выведены так же, как это сделано при рассмотрении теоремы 4.6.1. Например, чтобы получить САВ на основе измеренного I_f и управляющего I тока, достаточно лишь заменить в табл. 4.6.1 многополюсники M_1^{UU} и M_2^{UU} на многополюсники M_1^I и M_2^I , представленные в табл. 4.6.2. В схемах M_1^I и M_2^I для получения более компактных выражений (подобно построению M_1^{UU} и M_2^{UU}) единичные источники тока объединены с УИ $J_B I$. Такое изменение не влияет на функциональные свойства схемы.

По аналогии с теоремами 4.6.1 и 4.6.2 могут быть предложены и доказаны еще две теоремы о косвенной компенсации электрокомпонентов на основе УИ. В теореме 4.6.3 измеряемой величиной является напряжение, а управляющей – ток. Теорема 4.6.4 использует в качестве измеряемой и управляющей величин дуальные величины – ток и напряжение соответственно.

Теорема 4.6.3. Любой двухполюсный элемент s на ИДС рис. 4.6.9,а – сопротивление Z_s , проводимость Y_s , генераторы УИ всех четырех типов, независимые источники ЭДС E_s или тока J_s – может быть скомпенсирован в соответствии со схемой на рис. 4.6.9,б, путем замены его норатором при одновременной фиксации в другой произвольной наблюдаемой ветви f измеренного на ней напряжения U_f с помощью включенного последовательно этой наблюдаемой ветви фиксирующего двухполюсника в виде параллельного соединения нуллатора и источника тока с передаточным сопротивлением

$$Z_{ys} = \frac{U_f}{J} = \frac{U_f}{1} , \tag{4.6.21}$$

управляемого током I дополнительно введенного параллельно произвольной ветви единичного источника тока $J=1$.

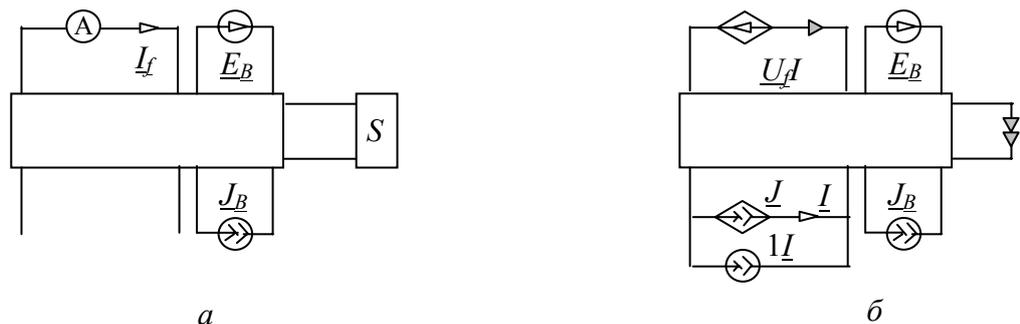


Рис. 4.6.9

В схеме с компенсированным элементом на рис. 4.6.9,б для нейтрализации единичного источника \underline{J} параллельно ему подключен единичный УИ $1\underline{U}$.

Доказательство теоремы 4.6.3 осуществляется аналогично доказательству теоремы 1. Следствиями теоремы 4.6.3, как и теорем 4.6.1, 4.6.2, являются алгебраические и схемно-алгебраические выражения для нахождения СВП. Эти формулы могут быть выведены подобно тому, как это сделано при рассмотрении теоремы 4.6.1 или получены формально путем замены переменных и схем. Например, чтобы записать САВ на основе измеренного напряжения \underline{U}_f и управляющего тока \underline{I} , достаточно лишь заменить в табл. 4.6.1 многополюсники M_1^{UU} и M_2^{UU} на многополюсники M_1^{UI} и M_2^{UI} , представленные в табл. 4.6.2.

Если в теореме 4.6.3 заменить понятия и переменные на взаимодуальные, перечень которых приведен при рассмотрении теоремы 4.6.2, то получим теорему 4.6.4, которая также верна на основании принципа взаимосоответствия.

Теорема 4.6.4. Любой двухполюсный элемент s в ИДС рис. 4.6.10,а – сопротивление Z_s , проводимость Y_s , генераторы УИ всех четырех типов, независимые источники ЭДС \underline{E}_s или тока \underline{J}_s – может быть скомпенсирован в соответствии со схемой на рис. 4.6.10,б, путем замены его норатором при одновременной фиксации в другой произвольной наблюдаемой ветви f измеренного в ней тока \underline{I}_f с помощью включенного последовательно этой наблюдаемой ветви фиксирующего двухполюсника в виде параллельного соединения нуллатора и зависимого источника тока с передаточной проводимостью

$$Y_{ys} = \underline{I}_f / \underline{E} = \underline{I}_f / 1 \quad (4.6.22)$$

управляемого напряжением \underline{U} введенного последовательно с произвольной ветвью единичного источника напряжения $\underline{E}=1$.

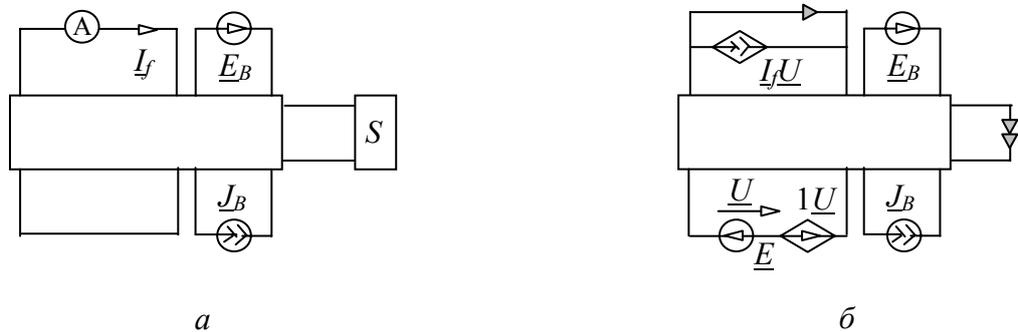


Рис. 4.6.10

На СКЭ рис. 4.6.10,б так же, как на рис. 4.6.1,б, последовательно с единичным источником \underline{E} для его нейтрализации включен единичный управляемый источник $1\underline{U}$.

Следствиями теоремы 4.6.4, как и теорем 4.6.1, 4.6.2, 4.6.3 являются алгебраические и схемно-алгебраические формулы для определения искомых параметров элементов на основе измеренного тока и управляющего напряжения. Эти формулы могут быть выведены по методике, изложенной при рассмотрении теоремы 4.6.1, или получены формально путем замены переменных и схем. Например, чтобы записать САВ на основе измеренного тока I_f и управляющего напряжения \underline{U} , достаточно лишь заменить в табл. 4.6.1 многополюсники M_1^{UU} и M_2^{UU} на многополюсники M_1^{IU} и M_2^{IU} , приведенные в табл. 4.6.2.

Таблица 4.6.2. Схемы многополюсников для обобщения САВ из табл. 4.6.1

| Тип искомых элементов | |
|------------------------------|------------------------------|
| Z_s, Y_s, E_s, J_s | t_s, k_s, Y_{ys}, Z_{ys} |
| <p>M_1^{II}</p> | <p>M_2^{II}</p> |
| <p>M_1^{UI}</p> | <p>M_2^{UI}</p> |
| <p>M_1^{IU}</p> | <p>M_2^{IU}</p> |

Таким образом, МКК на основе УИ состоит в компенсации любых n элементов в ЛЭЦ при наличии n измеренных независимых напряжений и токов с помощью дополнительных схемных элементов (нуллоры, источники напряжения или тока, управляемые единичным напряжением или током). Ниже рассмотрен пример диагностики электронного усилителя с помощью рассмотренного метода.

4.7. ПРИМЕР ДИАГНОСТИКИ ЭЛЕКТРОННОГО УСИЛИТЕЛЯ МЕТОДОМ КОСВЕННОЙ КОМПЕНСАЦИИ

Рассмотрим пример символьной диагностики электронной цепи [70, 132], представленной на рис. 4.7.1,а. Схема замещения цепи в режиме малого сигнала приведена на рис. 4.7.1,б. В этой ИДС известны параметры всех элементов, кроме сопротивлений $R_{\delta 1}$ и $R_{\delta 2}$, которые нужно определить. Дополнительно известны напряжения U_1 и U_2 . Поскольку ИДС не содержит реактивных элементов, то для упрощения записи напряжения и токи можно представлять только действующими значениями без учета их начальных фаз.

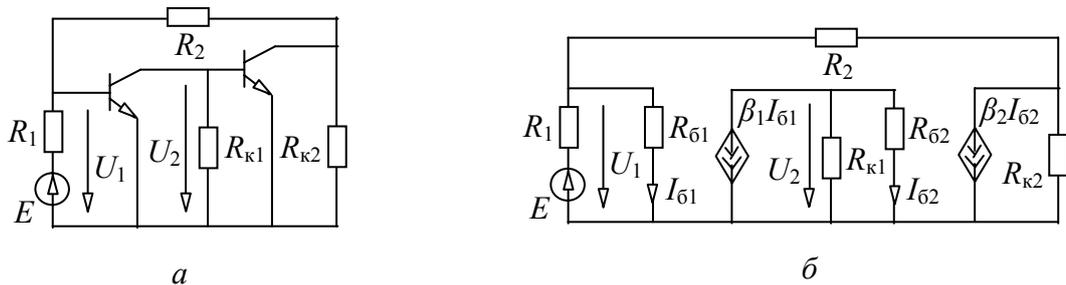


Рис. 4.7.1

Поставленная задача решена в [132] методом косвенной компенсации на основе независимых источников. Перепишем для последующего сравнения полученный там результат, который имеет каноническую форму

$$R_{\delta 1} = \frac{DU_1}{R_{\kappa 1}(R_2 + R_{\kappa 2})E - R_{\kappa 1}(R_1 + R_2 + R_{\kappa 2})U_1 + \beta_2 R_1 R_{\kappa 2} U_2}, \quad (4.7.1)$$

$$R_{\delta 2} = \frac{DU_2}{-\beta_1 R_{\kappa 1}(R_2 + R_{\kappa 2})E + \beta_1 R_{\kappa 1}(R_1 + R_2 + R_{\kappa 2})U_1 - R_1(R_2 + R_{\kappa 2})U_2}, \quad (4.7.2)$$

где $D = R_1 R_{\kappa 1} [R_2 + R_{\kappa 2} (1 - \beta_1 \beta_2)]$ – определитель СКЭ.

Следует обратить внимание на то, что (4.7.1) и (4.7.2) – наиболее экономичные выражения по числу арифметических операций из тех

выражений, которые могут быть получены на основе канонических форм (4.5.1)–(4.5.3). Покажем, что в неканонической форме (4.5.7) можно сформировать для R_{61} и R_{62} менее сложные выражения, чем (4.7.1) и (4.7.2). Используем для этого МКК на основе УИ.

Поскольку напряжения U_1 и U_2 на искомах сопротивлениях R_{61} и R_{62} известны, применим для нахождения аналитических выражений частную САВ (4.6.4). В силу выражения (4.6.4) знаменатель R_{61} принимает вид

$$N_{YI61E=1} = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} R_1 \quad U_1U \quad R_2 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ (E-1)U \quad U_2U \quad \beta_2 I_{62} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 1 \quad 2 \\ U \quad I_{62} \end{array} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 1 \quad 2 \\ U \quad I_{62} \end{array} \right| \cdot R_{k2} \quad (4.7.3)$$

Управляющий единичный источник ЭДС (а затем управляющий норатор) включен в ветвь E . Нейтрализующий единичный источник объединен с воздействующим источником E (см. строку 1 табл. 4.6.1).

Преобразуем (4.7.3) к символьному выражению. Выделим в первую очередь параметр R_{k1} , стягивание которого приводит к наиболее значительному упрощению схемы в результате преобразования в нуллятор двух УИ U_2U и $\beta_2 I_{62}$ с номерами 3 и 4 соответственно, а также нейтрализации двух УИ $(E-1)U$ и U_1U .

$$N_{YI61E=1} = R_{k1} \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} R_1 \quad U_1U \quad R_2 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ (E-1)U \quad U_2U \quad \beta_2 I_{62} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 1 \quad 2 \\ U \quad I_{62} \end{array} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 1 \quad 2 \\ U \quad I_{62} \end{array} \right| + U_2 \beta_2 \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} R_1 \quad R_2 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 1 \\ U \quad I_{62} \end{array} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 3 \quad 2 \\ U \quad I_{62} \end{array} \right| \cdot R_{k2} \quad (4.7.4)$$

В выражении (4.7.4) первая производная схема содержит контур, включающий встречно направленные норатор и нуллятор, эквивалентные разомкнутой ветви, что приводит к нейтрализации двух УИ U_2U и $\beta_2 I_{62}$. Во второй производной схеме выполняем: 1) выделение сопротивления R_{k2} , параллельного норатору; 2) взаимную замену номеров у нуллаторов $1 \leftrightarrow 3$, $2 \leftrightarrow 4$ и нораторов $3 \leftrightarrow 4$; 3) изменение ориентации у норатора с номером 2. Четное количество преобразований замены номеров и ориентации не приводит к изменению знака определителя.

$$N_{YI61E=1} = R_{k1} \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} R_1 \quad U_1U \\ \downarrow \quad \downarrow \\ (E-1)U \quad U_1U \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 1 \\ U \quad I_{62} \end{array} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 1 \\ U \quad I_{62} \end{array} \right| + U_2 \beta_2 R_{k2} \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} R_1 \quad R_2 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 1 \\ U \quad I_{62} \end{array} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 3 \quad 2 \\ U \quad I_{62} \end{array} \right| \cdot R_{k2} \quad (4.7.5)$$

В первой производной схеме выражения (4.7.5) выделяем сопротивление $R_{k2} + R_2$. При его стягивании УИ U_1U преобразуется в нуллятор

с номером 2, а УИ $(E-1)U$ – нейтрализуется. Во второй производной схеме нулор с номером 1 заменяется идеальным проводником, а нулор с номерами 2 и 4 – разомкнутыми ветвями.

$$N_{YI\delta 1E=1} = R_{k1} \left((R_{k2} + R_2) \left(\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} R_1 \\ U_1 U \\ (E-1)U \\ \downarrow 1 \quad U \quad \downarrow 1 \end{array} \right| + U_1 \left| \begin{array}{c} R_1 \\ 2 \\ \downarrow 1 \quad \uparrow 2 \\ \downarrow 1 \end{array} \right| \right) + U_2 \beta_2 R_{k2} \left| \begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ \downarrow 3 \quad \downarrow 3 \end{array} \right| \right). \quad (4.7.6)$$

В первой производной схеме выражения (4.7.6) учитываем последовательно-параллельное соединение ИНУН $(E-1)U$ и U_1U и стягиваем сопротивление R_1 , соединенное последовательно с нулатором. Вторая производная схема упрощается в результате замены номеров у нулаторов $1 \leftrightarrow 2$ (со сменой знака перед определителем) и замещением нуллора проводником и разомкнутой ветвью. В третьей производной схеме выделяется R_1 , стягивается R_2 , нулор замещается проводником, то есть получается схема-узел.

$$N_{YI\delta 1E=1} = R_{k1} \left((R_{k2} + R_2) \left(\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} (E-1-U_1)U \\ \downarrow 1 \quad U \quad \downarrow 1 \end{array} \right| - U_1 \left| \begin{array}{c} R_1 \end{array} \right| \right) \right) + U_2 \beta_2 R_{k2} R_1. \quad (4.7.7)$$

В первой производной схеме выражения (4.7.7) выделяется УИ $(E-1-U_1)U$. При его нейтрализации образуется схема-узел.

$$N_{YI\delta 1E=1} = R_{k1} \left((R_{k2} + R_2) \left((E-1-U_1) \left(\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} \uparrow 2 \quad \downarrow 1 \\ \downarrow 1 \quad \downarrow 2 \end{array} \right| + 1 \right) - U_1 R_1 \right) + U_2 \beta_2 R_{k2} R_1 = \right. \\ \left. = R_{k1} [(R_{k2} + R_2)(E-U_1) - U_1 R_1] + U_2 \beta_2 R_{k2} R_1. \quad (4.7.8)$$

После подстановки выражения (4.7.5) в (4.6.4) получаем

$$R_{\delta 1} = \frac{DU_1}{R_{k1} [(R_{k2} + R_2)(E-U_1) - U_1 R_1] + U_2 \beta_2 R_{k2} R_1}. \quad (4.7.9)$$

Аналогично раскрывается знаменатель (4.6.4) для $R_{\delta 2}$

$$\begin{aligned}
N_{YI\delta_2 E=1} &= \left| \begin{array}{ccc} R_1 & & \\ & U_1 U & \\ & (E-1)U & \\ & \downarrow U & \\ & 2 & \\ & \downarrow & \\ & 1 & \\ & \downarrow & \\ & I_{\delta_1} & \\ & \downarrow & \\ & \beta_1 I_{\delta_1} & \\ & U_2 U & \\ & R_{k1} & \\ & \downarrow & \\ & 2 & \\ & \downarrow & \\ & R_2 & \\ & R_{k2} & \end{array} \right| = \\
&= R_{k1} \beta_1 \left| \begin{array}{ccc} R_1 & & \\ & U_1 U & \\ & (E-1)U & \\ & \downarrow U & \\ & 2 & \\ & \downarrow & \\ & 1 & \\ & \downarrow & \\ & 3 & \\ & \downarrow & \\ & U_2 U & \\ & \downarrow & \\ & 2 & \\ & \downarrow & \\ & R_2 + R_{k2} & \end{array} \right| + U_2 \left| \begin{array}{ccc} R_1 & & \\ & \downarrow & \\ & 2 & \\ & \downarrow & \\ & 3 & \\ & \downarrow & \\ & 1 & \\ & \downarrow & \\ & 3 & \\ & \downarrow & \\ & R_2 + R_{k2} & \\ & \downarrow & \\ & 2 & \end{array} \right| = \\
&= -R_{k1} \beta_1 \left| \begin{array}{ccc} R_1 & & \\ & U_1 U & \\ & (E-1)U & \\ & \downarrow U & \\ & 2 & \\ & \downarrow & \\ & 1 & \\ & \downarrow & \\ & R_2 + R_{k2} & \end{array} \right| - U_2 \left| \begin{array}{cc} R_1 & \\ R_2 + R_{k2} & \end{array} \right|. \quad (4.7.10)
\end{aligned}$$

Первая производная схема в последнем выражении (4.7.10) совпадает с первой производной схемой в выражении (4.7.5) и ее определитель был найден ранее (см. (4.7.6)–(4.7.8)). Таким образом,

$$N_{YI\delta_2 E=1} = R_{k1} \beta_1 [(R_{k2} + R_2)(U_1 - E) + U_1 R_1] - U_2 R_1 (R_2 + R_{k2}). \quad (4.7.11)$$

После подстановки выражения (4.7.11) в (4.6.4) получаем

$$R_{\delta_2} = \frac{DU_1}{R_{k1} \beta_1 [(R_{k2} + R_2)(U_1 - E) + U_1 R_1] - U_2 R_1 (R_2 + R_{k2})}. \quad (4.7.12)$$

Как видно, аналитические выражения (4.7.9) и (4.7.12), полученные по МКК на основе УИ требуют меньше арифметических операций, чем известные формулы (4.7.1) и (4.7.2).

Таким образом, применение источников, управляемых единичным напряжением или током, позволяет использовать неявный метод наложения [132, 138] и раскрывать числители искомых параметров в неканонической форме как определители соответствующих схем, что обеспечивает формирование СВП, близких по сложности к оптимальным выражениям [227]. Предложенные алгебраические и схемно-алгебраические выражения пригодны как для топологического, так и схемно-топологического, формирования произвольной совокупности СВП на основе доступных измерений напряжений или токов. При этом в качестве управляющей величины в алгебраических и схемно-алгебраических выражениях возможно использование, как напряжения, так и тока.

4.8. МЕТОД ПРЯМОЙ КОМПЕНСАЦИИ

Как отмечалось, наибольшее распространение для решения задачи диагностики получил МКК [70, 71, 127, 132]. Однако в частном, но достаточно распространенном случае, когда на всех элементах с неизвестными параметрами измерены напряжение или ток, задачу символьной диагностики целесообразно решать МПК. Этот метод использует для компенсации каждого элемента только источник напряжения или тока. В то же время МКК требует для этого применения, как независимого источника, так и дополнительного четырехполюсного элемента – нуллора. Пусть ИДС представлена на рис. 4.8.1,а.



Рис. 4.8.1

В схеме на рис. 4.8.1,а за контуры многополюсника выделены источники воздействующих ЭДС \underline{E}_B и тока \underline{J}_B , двухполюсные ветви произвольных элементов (сопротивлений, проводимостей, управляемых и независимых источников ЭДС и тока) с номерами i, j и измеренным напряжением \underline{U}_i и током \underline{I}_j .

В соответствии с теоремой компенсации [213] заменим на рис. 4.8.1,а двухполюсники i и j компенсирующими источниками ЭДС \underline{E}_{ci} и тока \underline{J}_{cj} соответственно. Полученную СКЭ представим на рис. 4.8.1,б.

Выведем формулы для построения СВП различных элементов. Пусть двухполюсник i в ИДС на рис. 4.8.1,а является сопротивлением с неизвестным параметром. Этот параметр может быть найден по закону Ома

$$Z_i = \frac{\underline{U}_i}{\underline{I}_i}. \quad (4.8.1)$$

Напряжение \underline{U}_i в (4.8.1) известно, а ток находится по СКЭ методом наложения с помощью ССФ

$$\underline{I}_i = Y_{iEB} \underline{E}_B + T_{iJB} \underline{J}_B + Y_{iECi} \underline{E}_{Ci} + T_{iJCj} \underline{J}_{Cj}, \quad (4.8.2)$$

где Y_{iEB} , Y_{iECi} – передаточные проводимости от источников ЭДС \underline{E}_B , \underline{E}_{Ci} соответственно к приемнику \underline{I}_i ; T_{iJB} , T_{iJCj} – коэффициенты передачи тока от источников тока \underline{J}_B , \underline{J}_{Cj} соответственно к приемнику \underline{I}_i .

При наличии в СКЭ на рис. 4.8.1,б большего числа воздействующих и компенсирующих источников ток \underline{I}_i в (4.8.2) и другие токи и напряжения находятся аналогично методом наложения.

Учитывая, что знаменатель D всех ССФ в (4.8.2) одинаковый, искомое сопротивление можно записать в виде

$$Z_i = \frac{DU_i}{N_{Y_{iEB}} \underline{E}_B + N_{T_{iJB}} \underline{J}_B + N_{Y_{iECi}} \underline{E}_{Ci} + N_{T_{iJCj}} \underline{J}_{Cj}}, \quad (4.8.3)$$

где $N_{Y_{iEB}}, N_{T_{iJB}}, N_{Y_{iECi}}, N_{T_{iJCj}}$ – числители ССФ $Y_{iEB}, T_{iJB}, Y_{iECi}, T_{iJCj}$ соответственно.

Алгебраическое выражение (4.8.3) может быть раскрыто любым топологическим [213] или схемно-алгебраическим [228, 229] методом. Сформируем САВ числителей ССФ в (4.8.3) путем замены соответствующих источников и приемников тока на норатор и нуллятор соответственно. Схема определителя D получается из СКЭ на рис. 4.8.1,б в результате нейтрализации всех источников. Отсюда получается следующее САВ

$$Z_i = \frac{\left| \begin{array}{c} \text{[Circuit diagram: Norton equivalent with voltage source } \underline{U}_i \text{]} \\ \underline{U}_i \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{c} \text{[Circuit diagram: Norton equivalent with voltage source } \underline{E}_B \text{]} \\ \underline{E}_B \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{[Circuit diagram: Norton equivalent with current source } \underline{J}_B \text{]} \\ \underline{J}_B \end{array} \right| + \\ + \left| \begin{array}{c} \text{[Circuit diagram: Norton equivalent with voltage source } \underline{E}_{Ci} \text{]} \\ \underline{E}_{Ci} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{[Circuit diagram: Norton equivalent with current source } \underline{J}_{Cj} \text{]} \\ \underline{J}_{Cj} \end{array} \right|}. \quad (4.8.4)$$

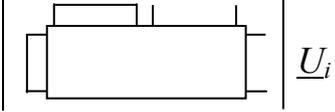
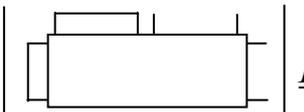
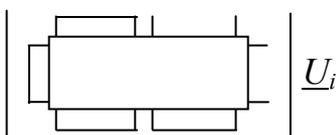
Окончательное САВ для искомого сопротивления получается после удаления с изменением знака слагаемого последовательного соединения норатора и нуллатора. Это выражение занесем в строку 1 табл. 4.8.1.

При известном токе искомого сопротивления САВ для СВП выводятся аналогично. В этом случае искомое сопротивление включается в ИДС на рис. 4.8.1,а вместо двухполюсника j . Формула вытекает также из закона Ома (4.6.1). Однако неизвестным в (4.8.1) является не ток, а напряжение, которое находится следующим образом.

$$\underline{U}_j = K_{U_{jEB}} \underline{E}_B + Z_{U_{jJB}} \underline{J}_B + K_{U_{jECi}} \underline{E}_{Ci} + Z_{U_{jJCj}} \underline{J}_{Cj}, \quad (4.8.5)$$

где $K_{U_{jEB}}, K_{U_{jECi}}$ – коэффициенты передачи напряжения от источников ЭДС $\underline{E}_B, \underline{E}_{Ci}$ соответственно к приемнику \underline{U}_j ; $Z_{U_{jJB}}, Z_{U_{jJCj}}$ – передаточные сопротивления от источников тока $\underline{J}_B, \underline{J}_{Cj}$ соответственно к приемнику \underline{U}_j .

Таблица 4.8.1. САВ для определения СВП

| № | Тип элемента и САВ искомого параметра |
|----------|---|
| 1 | 2 |
| 1 | <p data-bbox="411 331 1401 376">Сопротивление с известным напряжением \underline{U}_i (см. рис. 4.8.1,а)</p> <div style="text-align: center;">  </div> $Z_i = \frac{\begin{array}{c} \begin{array}{c} \left \begin{array}{c} \text{Network} \end{array} \right \underline{E}_B + \left \begin{array}{c} \text{Network} \end{array} \right \underline{J}_B - \\ - \left \begin{array}{c} \text{Network} \end{array} \right \underline{E}_{Ci} + \left \begin{array}{c} \text{Network} \end{array} \right \underline{J}_{Cj} \end{array}}{\begin{array}{c} \left \begin{array}{c} \text{Network} \end{array} \right \underline{U}_i \end{array}}$ |
| 2 | <p data-bbox="475 840 1337 884">Сопротивление с известным током \underline{I}_j (см. рис. 4.8.1,а)</p> <div style="text-align: center;">  </div> $Z_j = \frac{\begin{array}{c} \left \begin{array}{c} \text{Network} \end{array} \right \underline{E}_B + \left \begin{array}{c} \text{Network} \end{array} \right \underline{J}_B - \\ - \left \begin{array}{c} \text{Network} \end{array} \right \underline{E}_{Ci} + \left \begin{array}{c} \text{Network} \end{array} \right \underline{J}_{Cj} \end{array}}{\begin{array}{c} \left \begin{array}{c} \text{Network} \end{array} \right \underline{I}_j \end{array}}$ |
| 3 | <p data-bbox="354 1377 1455 1467">Передаточное сопротивление ИНУТ с известным напряжением на генератора \underline{U}_i (см. строку 1 табл. 4.8.2)</p> <div style="text-align: center;">  </div> $Z_{\Pi i} = \frac{\begin{array}{c} \left \begin{array}{c} \text{Network} \end{array} \right \underline{E}_B + \left \begin{array}{c} \text{Network} \end{array} \right \underline{E}_{Ci} + \\ + \left \begin{array}{c} \text{Network} \end{array} \right \underline{J}_B + \left \begin{array}{c} \text{Network} \end{array} \right \underline{J}_{Cj} \end{array}}{\begin{array}{c} \left \begin{array}{c} \text{Network} \end{array} \right \underline{U}_i \end{array}}$ |

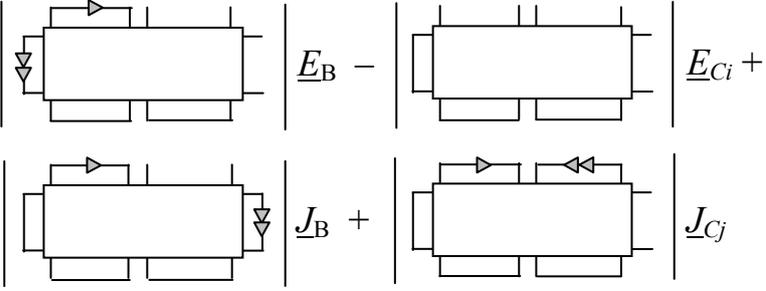
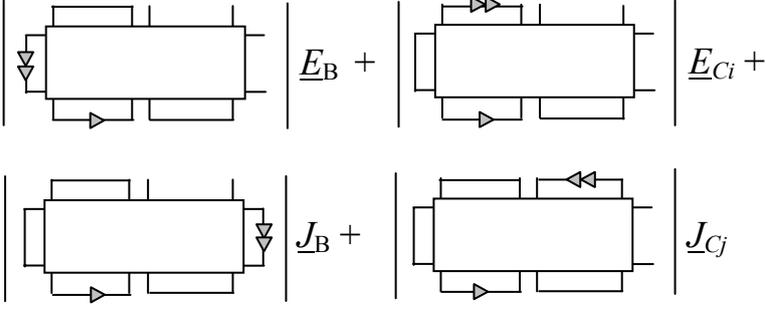
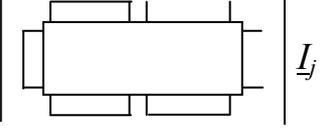
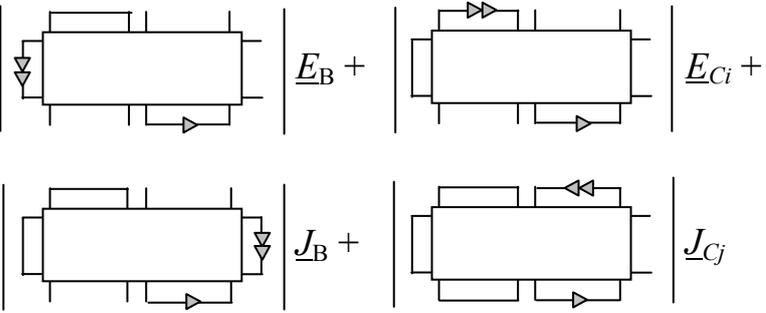
Продолжение табл. 4.8.1

| 1 | 2 |
|---|---|
| 4 | <p style="text-align: center;">Передаточное сопротивление ИНУТ с известным током генератора \underline{I}_j (см. строку 1 табл. 4.8.2)</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p style="text-align: center;">$Z_{ij} =$</p> <div style="text-align: center;"> </div> |
| 5 | <p style="text-align: center;">Коэффициент передачи напряжения ИНУН с известным напряжением на генераторе \underline{U}_i (см. строку 2 табл. 4.8.2)</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p style="text-align: center;">$K_i =$</p> <div style="text-align: center;"> </div> |

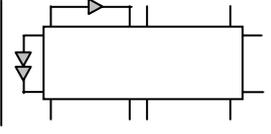
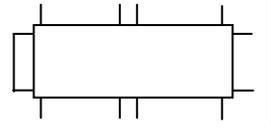
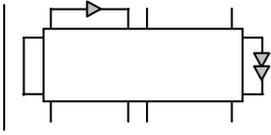
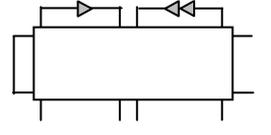
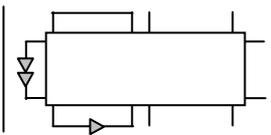
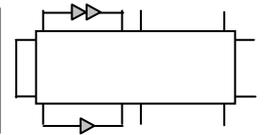
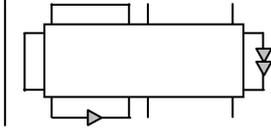
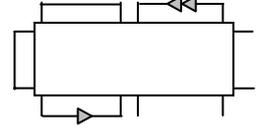
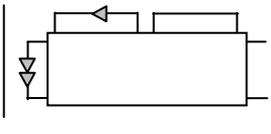
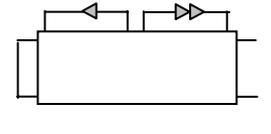
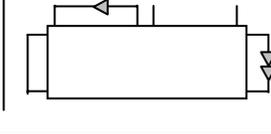
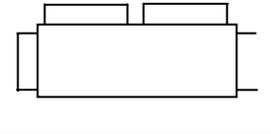
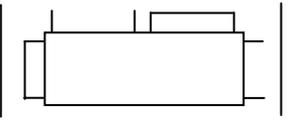
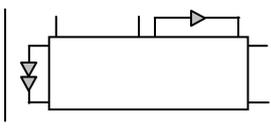
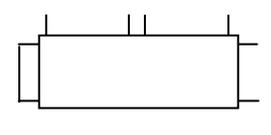
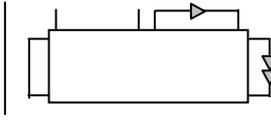
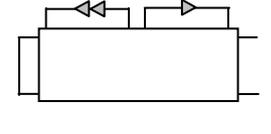
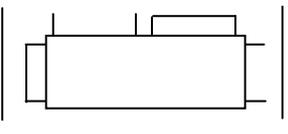
Продолжение табл. 4.8.1

| 1 | 2 |
|---|---|
| 6 | <p style="text-align: center;">Коэффициент передачи напряжения ИНУН с известным током генератора \underline{I}_j (см. строку 2 табл. 4.8.2)</p> <div style="text-align: center;"> </div> $Z_{\Pi j} = \frac{\text{[Circuit Diagrams]}}{\text{[Circuit Diagrams]}}$ |
| 7 | <p style="text-align: center;">Коэффициент передачи тока ИТУТ с известным током генератора \underline{I}_j (см. строку 3 табл. 4.8.2)</p> <div style="text-align: center;"> </div> $T_j = \frac{\text{[Circuit Diagrams]}}{\text{[Circuit Diagrams]}}$ |

Продолжение табл. 4.8.1

| 1 | 2 |
|---|--|
| 8 | <p style="text-align: center;">Коэффициент передачи тока ИТУТ с известным напряжением генератора \underline{U}_j (см. строку 3 табл. 4.8.2)</p> <div style="text-align: center;">  <p style="text-align: center;">$\underline{E}_B -$ $\underline{E}_{Cj} +$</p> <p style="text-align: center;">+ $\underline{J}_B +$ \underline{J}_{Cj}</p> </div> <p style="text-align: center;">$T_i =$ <hr style="display: inline-block; width: 50%; vertical-align: middle;"/></p> <div style="text-align: center;">  <p style="text-align: center;">$\underline{E}_B +$ $\underline{E}_{Cj} +$</p> <p style="text-align: center;">+ $\underline{J}_B +$ \underline{J}_{Cj}</p> </div> |
| 9 | <p style="text-align: center;">Передаточная проводимость ИТУН с известным током генератора \underline{I}_j (см. строку 4 табл. 4.8.2)</p> <div style="text-align: center;">  <p style="text-align: center;">\underline{I}_j</p> </div> <p style="text-align: center;">$Y_{Пj} =$ <hr style="display: inline-block; width: 50%; vertical-align: middle;"/></p> <div style="text-align: center;">  <p style="text-align: center;">$\underline{E}_B +$ $\underline{E}_{Cj} +$</p> <p style="text-align: center;">+ $\underline{J}_B +$ \underline{J}_{Cj}</p> </div> |

Окончание табл. 4.8.1

| 1 | 2 |
|----|---|
| 10 | <p style="text-align: center;">Передаточная проводимость ИТУН с известным напряжением генератора \underline{U}_j (см. строку 4 табл. 4.8.2)</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 10px;">$Y_{\Pi i} =$</div> <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;"> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;">  <div style="margin: 0 10px;">$\underline{E}_B -$</div>  <div style="margin: 0 10px;">$\underline{E}_{Ci} +$</div> </div> <div style="margin-bottom: 10px;">+</div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;">  <div style="margin: 0 10px;">$\underline{J}_B +$</div>  <div style="margin: 0 10px;">\underline{J}_{Cj}</div> </div> <hr style="width: 100%;"/> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;">  <div style="margin: 0 10px;">$\underline{E}_B +$</div>  <div style="margin: 0 10px;">$\underline{E}_{Ci} +$</div> </div> <div style="margin-bottom: 10px;">+</div> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin: 0 10px;">$\underline{J}_B +$</div>  <div style="margin: 0 10px;">\underline{J}_{Cj}</div> </div> </div> </div> |
| 11 | <p style="text-align: center;">Независимый источник ЭДС с известным током \underline{I}_i (см. рис. 4.8.3)</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 10px;">$\underline{E}_i =$</div> <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;"> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;">  <div style="margin: 0 10px;">$\underline{E}_B +$</div>  <div style="margin: 0 10px;">$\underline{E}_{Cj} +$</div> </div> <div style="margin-bottom: 10px;">+</div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;">  <div style="margin: 0 10px;">$\underline{J}_B +$</div>  <div style="margin: 0 10px;">\underline{J}_{Ci}</div> </div> <hr style="width: 100%;"/> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;">  </div> </div> </div> |
| 12 | <p style="text-align: center;">Независимый источник тока с известным напряжением \underline{U}_j (см. рис. 4.8.3)</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 10px;">$\underline{J}_j =$</div> <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;"> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;">  <div style="margin: 0 10px;">$\underline{E}_B +$</div>  <div style="margin: 0 10px;">$\underline{E}_{Cj} +$</div> </div> <div style="margin-bottom: 10px;">+</div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;">  <div style="margin: 0 10px;">$\underline{J}_B +$</div>  <div style="margin: 0 10px;">\underline{J}_{Ci}</div> </div> <hr style="width: 100%;"/> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;">  </div> </div> </div> |

Искомое сопротивление может быть записано также, как и (4.8.3), через числитель ССФ

$$Z_j = \frac{N_{KUjEB} \underline{E}_B + N_{ZUjJB} \underline{J}_B + N_{KUjECi} \underline{E}_{Ci} + N_{ZUjJcj} \underline{J}_{cj}}{D \underline{I}_j}, \quad (4.8.6)$$

где N_{KUjEB} , N_{ZUjJB} , N_{KUjECi} , N_{ZUjJcj} – числители ССФ K_{UjEB} , Z_{UjJB} , K_{UjECi} , Z_{UjJcj} соответственно.

СAB для Z_j получено аналогично (4.8.4) и помещено в строку 2 табл. 4.8.1. Алгебраические и схемно-алгебраические выражения для проводимости Y_i (Y_j) при известном напряжении \underline{U}_i (токе \underline{I}_j) находятся как обратные по отношению к соответствующему сопротивлению Z_i (Z_j) в формулах (4.8.3), (4.8.6) и строках 1 и 2 табл. 4.8.1.

Выведем формулы для искомых параметров УИ. ИДС представим на рис. 4.8.2,а, где выделены два произвольных УИ с соответствующими генераторами Γ_i , Γ_j и приемниками Π_i , Π_j . В зависимости от типа рассматриваемых УИ генераторы Γ_i , Γ_j могут быть источниками тока или ЭДС, а приемники Π_i , Π_j – приемниками тока или напряжения.

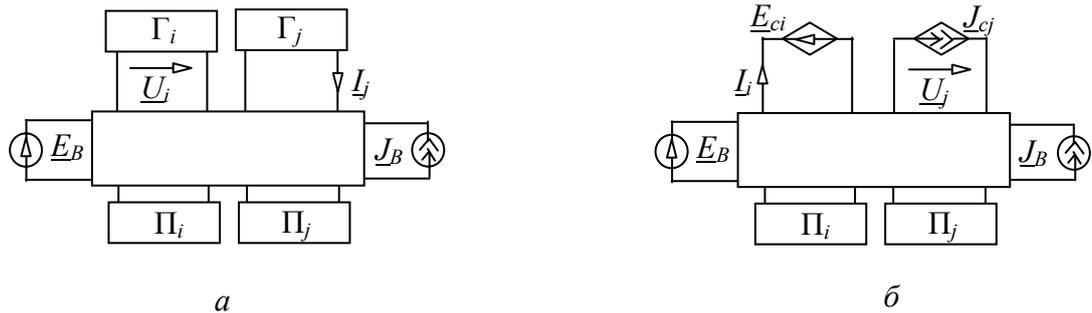


Рис. 4.8.2

Пусть Π_i , Π_j являются приемниками тока, а Γ_i , Γ_j – генераторами ЭДС или тока, управляемыми токами соответствующих приемников. На генераторах Γ_i и Γ_j измерены напряжение \underline{U}_i и ток \underline{I}_j соответственно. На рис. 4.8.2,б представим СКЭ, которая получена путем замены генераторов Γ_i и Γ_j в ИДС компенсирующими источниками напряжения $\underline{E}_i = \underline{U}_i$ и тока $\underline{J}_j = \underline{I}_j$ соответственно.

Рассмотрим вывод формул, например, для ИНУТ. Передаточные сопротивления для ИНУТ могут быть найдены по формулам

$$Z_{\Pi i} = \frac{\underline{U}_i}{\underline{I}_{\Pi i}} \quad \text{и} \quad Z_{\Pi j} = \frac{\underline{U}_j}{\underline{I}_{\Pi j}}. \quad (4.8.7)$$

Рассмотрим первую формулу из (4.8.7), когда известно напряжение \underline{U}_i . Ток приемника ИНУТ находим следующим образом:

$$\underline{I}_{\Pi i} = Y_{\Pi i E B} \underline{E}_B + T_{\Pi i J B} \underline{J}_B + Y_{\Pi i E C i} \underline{E}_{C i} + T_{\Pi i J C j} \underline{J}_{C j}, \quad (4.8.8)$$

где $Y_{\Pi i E B}$, $Y_{\Pi i E C i}$ – передаточные проводимости от источников ЭДС \underline{E}_B , $\underline{E}_{C i}$ соответственно к приемнику $\underline{I}_{\Pi i}$; $T_{\Pi i J B}$, $T_{\Pi i J C j}$ – коэффициенты передачи тока от источников тока \underline{J}_B , $\underline{J}_{C j}$ соответственно к приемнику \underline{I}_i . ИДС с ИНУТ, получена на основе рис. 4.8.2 и представлена в строке 1 и колонке 1 табл. 4.8.2, а соответствующая ей СКЭ – в строке 1 и колонке 2 этой же таблицы.

По аналогии с формулой (4.8.3) запишем выражение для искомого передаточного сопротивления через знаменатель и числители ССФ

$$Z_{\Pi i} = \frac{D \underline{U}_i}{N_{Y_{\Pi i E B}} \underline{E}_B + N_{T_{\Pi i J B}} \underline{J}_B + N_{Y_{\Pi i E C i}} \underline{E}_{C i} + N_{T_{\Pi i J C j}} \underline{J}_{C j}}, \quad (4.8.9)$$

где $N_{Y_{\Pi i E B}}$, $N_{T_{\Pi i J B}}$, $N_{Y_{\Pi i E C i}}$, $N_{T_{\Pi i J C j}}$ – числители ССФ $Y_{\Pi i E B}$, $T_{\Pi i J B}$, $Y_{\Pi i E C i}$, $T_{\Pi i J C j}$ соответственно.

СAB для $Z_{\Pi i}$ находится аналогично (4.6.4) и помещено в строку 3 табл. 4.8.1. Это СAB, как и соответствующее ему алгебраическое выражение (4.8.9), предназначено для нахождения передаточного сопротивления ИНУТ при известном напряжении на его генераторе.

При известном токе \underline{I}_j генератора ИНУТ, то есть в соответствии со второй формулой (4.8.7), для записи искомого передаточного сопротивления $Z_{\Pi j}$ необходимо предварительно найти по той же СКЭ в строке 1 и колонке 1 табл. 4.8.2 напряжение и управляющий ток:

$$\begin{aligned} \underline{U}_j &= K_{U j E B} \underline{E}_B + Z_{U j J B} \underline{J}_B + K_{U j E C i} \underline{E}_{C i} + Z_{U j J C j} \underline{J}_{C j}, \\ \underline{I}_{\Pi j} &= Y_{\Pi j E B} \underline{E}_B + T_{\Pi j J B} \underline{J}_B + Y_{\Pi j E C i} \underline{E}_{C i} + T_{\Pi j J C j} \underline{J}_{C j}, \end{aligned} \quad (4.8.10)$$

где $K_{U j E B}$, $K_{U j E C i}$ – коэффициенты передачи напряжения от источников ЭДС \underline{E}_B , $\underline{E}_{C i}$ соответственно к приемнику \underline{U}_j ; $Z_{U j J B}$, $Z_{U j J C j}$ – передаточные сопротивления от источников тока \underline{J}_B , $\underline{J}_{C j}$ соответственно к приемнику \underline{U}_j ; $Y_{\Pi j E B}$, $Y_{\Pi j E C i}$ – передаточные проводимости от источников ЭДС \underline{E}_B , $\underline{E}_{C i}$ соответственно к приемнику $\underline{I}_{\Pi j}$; $T_{\Pi j J B}$, $T_{\Pi j J C j}$ – коэффициенты передачи тока от источников тока \underline{J}_B , $\underline{J}_{C j}$ соответственно к приемнику $\underline{I}_{\Pi j}$.

Запишем согласно (4.8.7) алгебраическое выражение для искомого передаточного сопротивления

$$Z_{\Pi j} = \frac{N_{K_{U j E B}} \underline{E}_B + N_{K_{U j E C i}} \underline{E}_{C i} + N_{Z_{U j J B}} \underline{J}_B + N_{Z_{U j J C j}} \underline{J}_{C j}}{N_{Y_{\Pi j E B}} \underline{E}_B + N_{T_{\Pi j J B}} \underline{J}_B + N_{Y_{\Pi j E C i}} \underline{E}_{C i} + N_{T_{\Pi j J C j}} \underline{J}_{C j}}, \quad (4.8.11)$$

где $N_{K_{U j E B}}$, $N_{Z_{U j J B}}$, $N_{K_{U j E C i}}$, $N_{Z_{U j J C j}}$, $N_{Y_{\Pi j E B}}$, $N_{T_{\Pi j J B}}$, $N_{Y_{\Pi j E C i}}$, $N_{T_{\Pi j J C j}}$ – числители ССФ $K_{U j E B}$, $K_{U j E C i}$, $Z_{U j J B}$, $Z_{U j J C j}$, $Y_{\Pi j E B}$, $T_{\Pi j J B}$, $Y_{\Pi j E C i}$, $T_{\Pi j J C j}$ соответственно.

Алгебраические формулы для остальных трех типов УИ: ИНУН; ИТУН и ИТУТ – записываются аналогично формулам для ИНУТ. При этом используются соответствующие ИДС и СКЭ в табл. 4.8.2.

Таблица 4.8.2. ИДС с УИ и соответствующие СКЭ

| Тип УИ | Исходная диагностируемая схема | Схема с компенсированными УИ |
|--------|--------------------------------|------------------------------|
| ИНУТ | | |
| ИНУН | | |
| ИТУТ | | |
| ИТУН | | |

САВ, соответствующее формуле (4.8.11), имеет вид

$$Z_{Пj} = \frac{\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} \text{[Circuit 1]} \\ \text{[Circuit 2]} \end{array} \right| \underline{E}_B + \left| \begin{array}{c} \text{[Circuit 3]} \\ \text{[Circuit 4]} \end{array} \right| \underline{E}_{Cj} + \\ + \left| \begin{array}{c} \text{[Circuit 5]} \\ \text{[Circuit 6]} \end{array} \right| \underline{J}_B + \left| \begin{array}{c} \text{[Circuit 7]} \\ \text{[Circuit 8]} \end{array} \right| \underline{J}_{Cj} \end{array}}{\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} \text{[Circuit 9]} \\ \text{[Circuit 10]} \end{array} \right| \underline{E}_B + \left| \begin{array}{c} \text{[Circuit 11]} \\ \text{[Circuit 12]} \end{array} \right| \underline{E}_{Cj} + \\ + \left| \begin{array}{c} \text{[Circuit 13]} \\ \text{[Circuit 14]} \end{array} \right| \underline{J}_B + \left| \begin{array}{c} \text{[Circuit 15]} \\ \text{[Circuit 16]} \end{array} \right| \underline{J}_{Cj} \end{array}} \quad (4.8.12)$$

В четвертом слагаемом числителя заменим идеальным проводником параллельное встречное включение норатора и нуллатора с изменением знака слагаемого. Полученное выражение приведем в строке 4 табл. 4.8.1.

САВ для остальных трех типов УИ: ИНУН, ИТУН и ИТУТ выводятся аналогично формулам для ИНУТ. При этом используются соответствующие ИДС и СКЭ в табл. 4.8.2. Полученные САВ приведены в табл. 4.8.1 в строках 5 и 6 (для коэффициента передачи напряжения ИНУН), 7 и 8 (для коэффициента передачи тока ИТУТ), 9 и 10 (для передаточной проводимости ИТУН).

Рассмотрим нахождение параметров независимых источников ЭДС и тока. Здесь так же, как при нахождении сопротивления и параметров УИ, возможны два варианта измерения переменных. В первом варианте измеряются напряжения и токи на соответствующих источниках, при этом для определения параметров источников каких-либо вычислений не требуется. Во втором варианте измеряются ток и напряжение в источниках ЭДС и тока соответственно. Для определения параметров этих источников требуются специальные формулы. Такие формулы выводятся ниже.

Рассмотрим ИДС на рис. 4.8.3,а и соответствующую СКЭ на рис. 4.8.3,б.

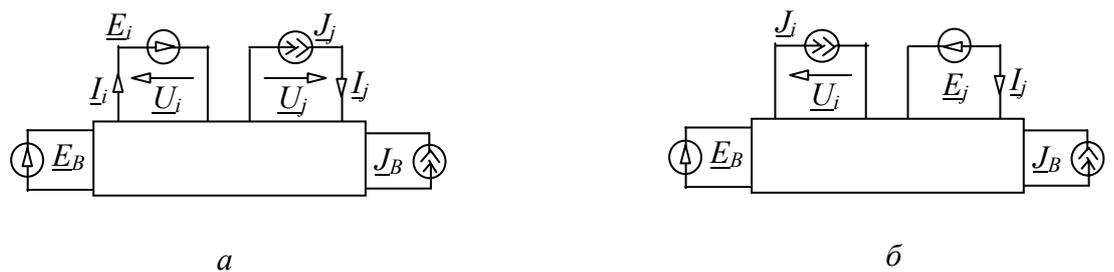


Рис. 4.8.3

В ИДС измерен ток \underline{I}_j источника ЭДС \underline{E}_i и напряжение \underline{U}_j на источнике тока \underline{J}_j . СКЭ получена из ИДС путем замены по теореме о компенсации источника ЭДС \underline{E}_i источником тока $\underline{J}_i = \underline{I}_i$, а источника тока \underline{J}_j – источником ЭДС $\underline{E}_j = \underline{U}_j$. По СКЭ можно записать искомую ЭДС

$$\underline{E}_i = \underline{U}_i = K_{UiEB} \underline{E}_B + Z_{UiJB} \underline{J}_B + K_{UiEj} \underline{E}_j + Z_{UiJi} \underline{J}_i \quad (4.8.13)$$

и ток источника

$$\underline{I}_i = Y_{iEB} \underline{E}_B + T_{iJB} \underline{J}_B + Y_{iEj} \underline{E}_j + T_{iJi} \underline{J}_i, \quad (4.8.14)$$

где K_{UiEB} , K_{UiEj} – коэффициенты передачи напряжения от источников \underline{E}_B и \underline{E}_j соответственно к приемнику напряжения \underline{U}_i ; Z_{UiJB} , Z_{UiJi} – передаточные сопротивления от источников \underline{J}_B и \underline{J}_i к приемнику \underline{U}_i ; Y_{iEB} , Y_{iEj} – передаточные проводимости от источников \underline{E}_B и \underline{E}_j к приемнику \underline{I}_i ; T_{iJB} , T_{iJi} – коэффициенты передачи тока от источников \underline{J}_B и \underline{J}_i к приемнику \underline{I}_i .

Параметры источников ЭДС и тока могут быть представлены также, как параметры сопротивления и УИ, через числители и знаменатель ССФ

$$\underline{E}_i = \frac{N_{KU_iEB} \underline{E}_B + N_{ZU_iJB} \underline{J}_B + N_{KU_iEj} \underline{E}_j + N_{ZU_iJi} \underline{J}_i}{D}, \quad (4.8.15)$$

$$\underline{J}_i = \frac{N_{YU_iEB} \underline{E}_B + N_{TU_iJB} \underline{J}_B + N_{YU_iEj} \underline{E}_j + N_{TU_iJi} \underline{J}_i}{D}, \quad (4.8.16)$$

Используя (4.8.15), получим по СКЭ на рис. 4.8.4,б САВ для ЭДС

$$\underline{E}_i = \frac{\left| \begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} \text{---} \end{array} \right| \underline{E}_B + \left| \begin{array}{c} \text{---} \end{array} \right| \underline{E}_j + \\ + \left| \begin{array}{c} \text{---} \end{array} \right| \underline{J}_B + \left| \begin{array}{c} \text{---} \end{array} \right| \underline{J}_i \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{c} \text{---} \end{array} \right|}. \quad (4.8.17)$$

В последнем определителе числителя (4.8.17) заменим проводником параллельное согласное соединение норатора и нуллатора. Полученное САВ помещено в строку 11 табл. 4.8.1. САВ для параметра источника тока \underline{J}_j при известном напряжении \underline{U}_j формируется аналогично. Окончательное выражение \underline{J}_j занесено в строку 12 табл. 4.8.1.

Предложенные алгебраические (4.8.3), (4.8.6), (4.8.9), (4.8.11), (4.8.15), (4.8.16) и схемно-алгебраические (см. табл. 4.8.1) выражения для СВП составляют основу МПК. Этот метод применим в том случае, когда известны (могут быть измерены) напряжения или токи всех элементов с неизвестными параметрами. В этом случае решение задачи символьной диагностики может быть упрощено по сравнению с МКК, поскольку МПК не требует применения нуллора для компенсации элементов. Действительно, упрощение СКЭ приводит к более простым алгебраическим и схемно-алгебраическим выражениям, а следовательно, уменьшается количество операций, необходимых для формирования СВП.

Таким образом, МПК требует перехода от ИДС к СКЭ путем замены источниками ЭДС или тока всех элементов с неизвестными параметрами в зависимости от того, напряжение или ток измерены в этом элементе. Используя полученную СКЭ и соответствующие алгебраические или схемно-алгебраические выражения, находятся СВП.

МПК будет использован в следующем подразделе для решения примера символьной диагностики электронного усилителя, который ранее рассматривался в подразделе 4.7.

4.9. ПРИМЕР ДИАГНОСТИКИ ЭЛЕКТРОННОГО УСИЛИТЕЛЯ МЕТОДОМ ПРЯМОЙ КОМПЕНСАЦИИ

Принципиальная схема усилителя представлена на рис. 4.7.1,а, а ее схема замещения в режиме малого сигнала приведена на рис. 4.7.1,б. В этой ИДС известны: действующее значение ЭДС входного гармонического источника, сопротивления R_1 , R_2 , $R_{к1}$, $R_{к2}$, коэффициенты передачи тока β_1 и β_2 транзисторов V_1 и V_2 , параметры всех элементов, кроме сопротивлений $R_{б1}$ и $R_{б2}$, которые нужно определить. Измерены действующие значения напряжений U_1 и U_2 . Требуется найти СВП для неизвестных сопротивлений $R_{б1}$ и $R_{б2}$.

Поскольку схема замещения на 4.7.1,б не содержит реактивных элементов, то фазы всех элементов одинаковы, и для упрощения записи напряжения и токи можно представлять только действующими значениями без учета их начальных фаз.

Поставленная задача решена в подразделе 4.7. с помощью МКК. Покажем, что эта задача может быть решена МПК более просто и с меньшим количеством формирующих схемно-алгебраических операций.

Прежде всего, построим СКЭ путем замены на рис. 4.7.1,а сопротивлений $R_{б1}$ и $R_{б2}$ источниками ЭДС $E_1=U_1$ и $E_2=U_2$, как показано на рис. 4.9.1.

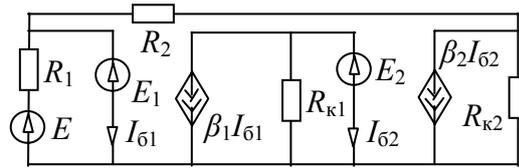


Рис. 4.9.1

Для проверки достаточного условий диагностируемости (см. подраздел 4.3.) найдем определитель СКЭ на рис. 4.9.1.

$$D = \begin{vmatrix} R_1 & I_{61} & \beta_1 I_{61} & I_{62} & \beta_2 I_{62} \\ R_2 & & & & \\ R_{k1} & & & & \\ R_{k2} & & & & \end{vmatrix}. \quad (4.9.1)$$

Выражение (4.9.1) получено согласно формуле (4.8.4), в которой присутствует САВ определителя.

Вначале выделим-удалим в (4.9.1) сопротивления R_1 и R_{k1} , параллельные приемникам тока I_{61} и I_{62} . Затем выделим параметр УИ $\beta_1 I_{61}$, преобразование в нулор которого влечет преобразование в нулор другого УИ $\beta_2 I_{62}$, вследствие параллельного соединения норатора и приемника тока I_{62} . При нейтрализации УИ $\beta_1 I_{61}$, происходит нейтрализация УИ $\beta_2 I_{62}$, так как при этом разрывается приемник тока I_{62} . В результате указанных операций имеем

$$D = R_1 R_{k2} \left(\beta_1 \beta_2 \begin{vmatrix} R_2 & & & \\ 1 & 1 & 2 & \\ & & & R_{k2} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} R_2 & \\ & R_{k2} \end{vmatrix} \right). \quad (4.9.2)$$

В первом схемном определителе стянем R_2 , последовательное нулатору, выделим R_{k2} , поменяем взаимно номера у нулаторов с изменением знака слагаемого, удалим две пары нораторов и нулаторов, соединенных последовательно и встречно. Во втором слагаемом запишем определитель элементарного контура из сопротивлений R_1 и R_{k2} . Окончательное выражение определителя имеет вид

$$D = R_1 R_{k2} [-\beta_1 \beta_2 R_{k2} + R_2 + R_{k2}]. \quad (4.9.3)$$

Полученное выражение совпадает с соответствующей формулой в [132]. Определитель D не равен нулю и, следовательно, схема диагностируема, если

$$R_2 + R_{k2} - \beta_1 \beta_2 R_{k2} \neq 0.$$

Запишем теперь по СКЭ на рис. 4.9.1 согласно строке 1 из табл. 4.8.1 расчетную формулу для СВП сопротивления

4.10. МЕТОД КОСВЕННОЙ КОМПЕНСАЦИИ НА ОСНОВЕ СОБСТВЕННОГО ОПОРНОГО ИСТОЧНИКА

При компенсации на основе УИ фиксирующие ветви по напряжению и току содержат источники, управляемые напряжением или током соответствующего опорного источника. В качестве такого источника в силу неявного метода наложения может быть выбран любой независимый источник, как собственный источник схемы, так и дополнительно введенный в схему источник с единичным параметром. Таким образом, в СКЭ оказывается единственный независимый источник и, следовательно, СВП могут быть получены в неканонической форме в виде отношения схемных определителей, что обеспечивает (при надлежащем порядке выделения элементов в разложении [227]) формирование оптимальных по сложности выражений.

Выведем схемно-алгебраические формулы (САФ) для СВП, используя *неявный метод наложения на основе собственного опорного источника* [138, 143].

На рис. 4.10.1,а представлена произвольная ИДС с искомым сопротивлением Z_s , в которой прямоугольником обозначен неавтономный многополюсник. Для определения Z_s измерено напряжение \underline{U}_f на некоторой произвольной (доступной) ветви f , которая обозначена символом вольтметра V . При построении СКЭ искомое сопротивление всегда заменяется на норатор, который показан на рис. 4.10.1,б укрупненной двойной стрелкой. При использовании метода наложения [9,12] в СКЭ помещается фиксирующая ветвь в виде последовательного соединения нуллатора (укрупненная одинарная стрелка) с независимым источником напряжения, как показано на рис. 4.10.1,б. Аналогично поступаем при наличии нескольких двухполюсных ветвей с неизвестными параметрами, в том числе и генераторов УИ. Важно, чтобы число измеренных токов и напряжений было равно числу искомых параметров.



Рис. 4.10.1. ИДС с искомым резистором (а) и ее СКЭ на основе независимых источников (б)

При использовании неявного метода наложения в СКЭ помещается фиксирующая ветвь в виде последовательного соединения нуллатора с

источником напряжения, управляемым напряжением или током опорного источника. На рис. 4.10.2,а в качестве опорного источника выбран источник с напряжением $\underline{U} = \underline{E}$. Как видно, преобразование ИДС в СКЭ теперь затрагивает не только ветвь с искомым параметром и вольтметром, но и все ветви с независимыми источниками напряжения и тока, которые замещаются соответствующими источниками, управляемыми также напряжением опорного источника, с параметрами $k_f = \underline{U}_f/\underline{E}$, $k_b = \underline{E}_b/\underline{E}$ и $y_b = \underline{J}_b/\underline{E}$. Невырожденная СКЭ на рис. 4.10.1,б будет эквивалентна СКЭ на рис. 4.10.2,а в соответствии с обобщенной обратной теоремой о компенсации [134].

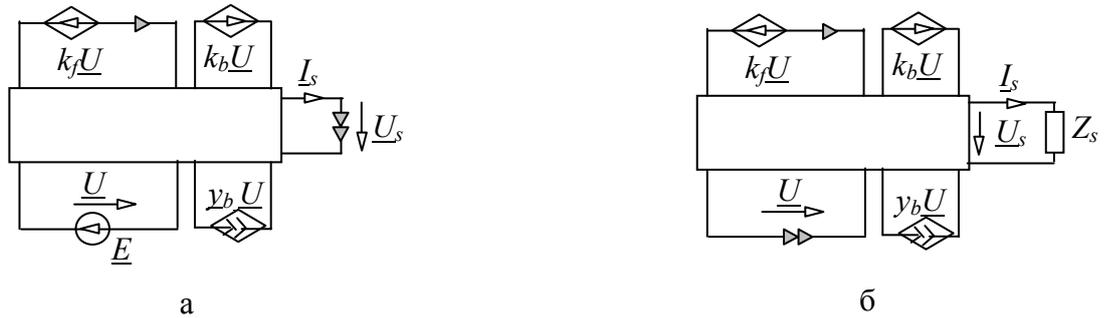


Рис. 4.10.2. СКЭ на основе УИ (а) и ее СДЭ (б)

По СКЭ на основе УИ, используя метод схемных определителей [10] и закон Ома, найдем схемно-алгебраическую формулу для искомого сопротивления

$$Z_s = \frac{\underline{U}_s}{\underline{I}_s} = \frac{K_{UsE} \cdot \underline{E}}{Y_{IsE} \cdot \underline{E}} = \frac{N_{KUsE} / D}{N_{YIsE} / D} = \frac{\left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{---} \text{ } \text{---} \\ \text{ } \text{ } \text{ } \\ \text{---} \text{ } \text{---} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{---} \text{ } \text{---} \\ \text{ } \text{ } \text{ } \\ \text{---} \text{ } \text{---} \end{array} \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{---} \text{ } \text{---} \\ \text{ } \text{ } \text{ } \\ \text{---} \text{ } \text{---} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{---} \text{ } \text{---} \\ \text{ } \text{ } \text{ } \\ \text{---} \text{ } \text{---} \end{array} \end{array} \right|}, \quad (4.10.1)$$

где K_{UsE} , Y_{IsE} – коэффициент передачи напряжения и передаточная проводимость от опорного источника \underline{E} к приемникам напряжения \underline{U}_s и тока \underline{I}_s соответственно; N_{KUsE} и N_{YIsE} – числители функций K_{UsE} и Y_{IsE} соответственно; D – определитель СКЭ. Схемы, соответствующие N_{KUsE}

и $N_{Y_{IsE}}$, получены из СКЭ путем замены независимого источника и приемников напряжения и тока на норатор и нуллятор соответственно.

В числителе и знаменателе (4.10.1) поменяем взаимно номера у нораторов. Параллельное согласное соединение норатора и нуллатора заменим перемычкой, а их последовательное согласное включение удалим из схемы, изменив при этом знак определителя на противоположный. Полученную САФ занесем в строку 1 табл. 4.10.1, где символом M_1 обозначен двухполюсник, содержащий СДЭ без сопротивления Z_s .

Обратим внимание на то, что числитель и знаменатель выражения (4.10.1) и САФ в строке 1 табл. 4.10.1 являются производными схемами от одной и той же схемы, представленной на рис. 4.10.2,б. Эта схема получена из СКЭ на рис. 4.10.2,а путем декомпенсации искомого сопротивления (возврата его в схему) и замены опорного источника норатором с противоположным направлением. Эту схему назовем схемой с декомпенсированным элементом (СДЭ).

Использование СДЭ позволяет записать искомое сопротивление в виде

$$Z_s = -\Delta_z / \Delta^z, \quad (4.10.2)$$

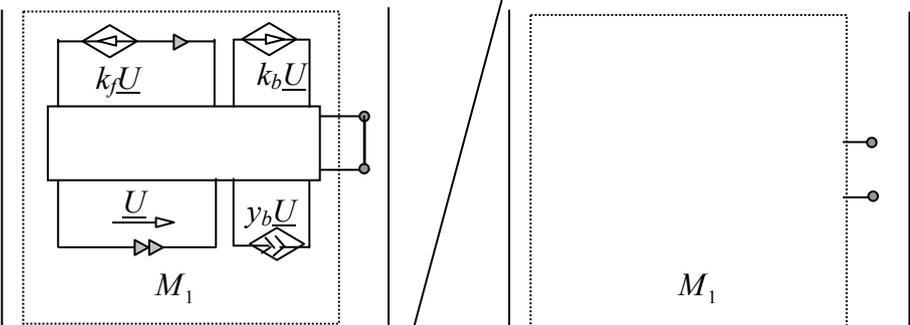
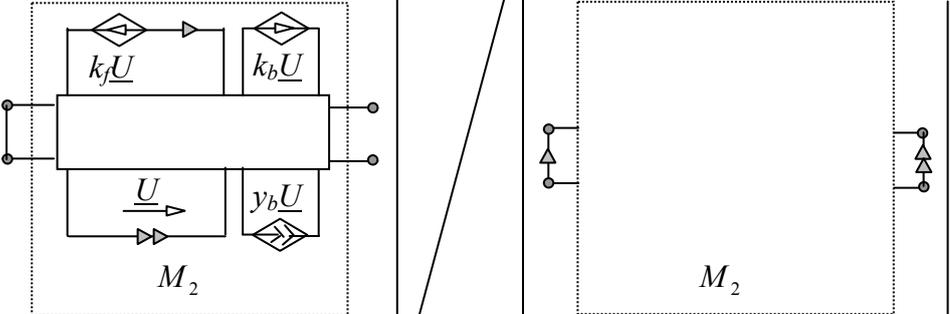
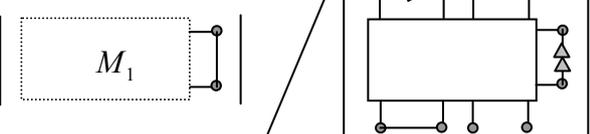
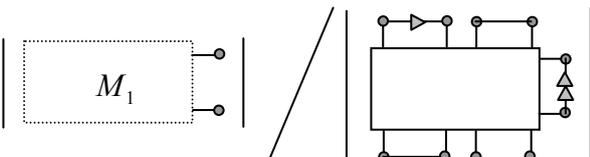
где Δ_z, Δ^z – определители производных схем, полученных из СДЭ на рис. 4.10.2,б путем стягивания (замены идеальным проводником) и удаления соответственно сопротивления Z_s . Формула (4.10.2) является краткой записью САФ из строки 1 табл. 4.10.1, использующей известные схемные операции стягивания и удаления, однотипные с формулой выделения сопротивления при символьном анализе цепей [9, 10].

САФ для искомой проводимости находится по той же СКЭ, что и формула для сопротивления. При этом подразумевается, что в ИДС на рис. 4.10.1,а вместо сопротивления помещена проводимость Y_s . Сформированная таким образом САФ для Y_s занесена в строку 2 табл. 4.10.1 или в алгебраическом виде

$$Y_s = -\Delta^y / \Delta_y, \quad (4.10.3)$$

где Δ^y, Δ_y – определители схем, производных от СДЭ на рис. 4.10.2,б, в которой сопротивление Z_s заменено на проводимость Y_s ; верхний и нижний индексы при символе Δ означают удаление и стягивание элемента Y_s соответственно.

Таблица 4.10.1. Диагностические САФ на основе собственного опорного источника

| № | Элемент и его САФ |
|---|---|
| 1 | <p>Сопротивление</p> <p>$Z_s = -$</p>  |
| 2 | <p>Проводимость</p> <p>$Y_s = -$</p>  |
| 3 | <p>ИТУТ</p> <p>$\beta_s = -$</p>  |
| 4 | <p>ИНУН</p> <p>$k_s = -$</p>  |
| 5 | <p>ИТУН</p> <p>$Y_{ys} = -$</p>  |
| 6 | <p>ИНУТ</p> <p>$Z_{ys} = -$</p>  |
| 7 | <p>Независимый источник ЭДС</p> <p>$E_s =$</p>  |
| 8 | <p>Независимый источник тока</p> <p>$J_s =$</p>  |

Рассмотрим теперь вывод формул для искомым параметров УИ. Для определенности возьмем ИДС с источником тока, управляемым током

(ИТУТ), и представим ее на рис. 4.10.3,а. Изображенный здесь многополюсник является также неавтономным, как и в ИДС с искомым сопротивлением. Компенсируем ИТУТ с помощью *принципа косвенной компенсации*, который справедлив не только для сопротивления, но и для любой двухполюсной ветви. Независимые источники в полученной СКЭ преобразуем в УИ так, как это было сделано применительно к СКЭ с сопротивлением. Преобразованная СКЭ представлена на рис. 4.10.3,б.

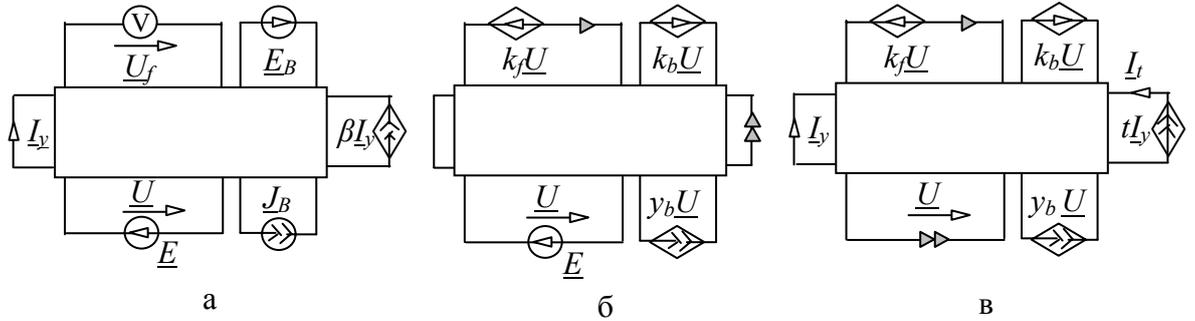


Рис. 4.10.3. ИДС (а) с ИТУТ, ее СКЭ (б) на основе УИ и СДЭ (в)

По СКЭ на рис. 4.10.3,б, которая эквивалентна ИДС в силу эквивалентности преобразований, использованных для ее получения, находим параметр ИТУТ

$$\beta = \frac{I_{\beta}}{I_y} = \frac{Y_{I\beta E} \cdot E}{Y_{IyE} \cdot E} = \frac{N_{YI\beta E}}{N_{YIyE}} = \frac{\text{Diagram 1}}{\text{Diagram 2}}, \quad (4.10.4)$$

где $Y_{I\beta E}$ и Y_{IyE} – передаточные проводимости от опорного источника E к приемникам тока I_{β} и I_y соответственно; $N_{YI\beta E}$ и N_{YIyE} – числители ССФ $Y_{I\beta E}$ и Y_{IyE} соответственно. Знаменатели ССФ $Y_{I\beta E}$ и Y_{IyE} в (4.10.4) не показаны, поскольку, как уже отмечалось, они одинаковы для всех ССФ и равны определителю СКЭ.

Поменяем взаимно номера у нораторов в числителе (4.10.4), удалим последовательное согласное соединение норатора и нуллатора с номером 2. Также поменяем номера у нуллаторов в знаменателе, учтем изменение знака полученной формулы. Занесем ее в строку 3 табл. 4.10.1. Эту

формулу по аналогии с формулами для сопротивления (4.10.2) и проводимости (4.10.3) можно записать в алгебраическом виде

$$\beta = -\frac{\Delta(\beta = 0)}{\Delta(\beta \rightarrow \text{НУИ})}, \quad (4.10.5)$$

где $\Delta(\beta = 0)$, $\Delta(\beta \rightarrow \text{НУИ})$ – определители производных схем, полученных из СДЭ на рис. 4.10.3, в путем нейтрализации ИТУТ и преобразования его в нулор соответственно.

Формула для параметров других типов УИ – источника тока, управляемого напряжением (ИТУН), источника напряжения, управляемого напряжением (ИНУН), и источника напряжения, управляемого током (ИНУТ), аналогична (4.10.5) и может быть представлена в обобщенном виде

$$\chi = -\frac{\Delta(\chi = 0)}{\Delta(\chi \rightarrow \text{НУИ})}, \quad (4.10.6)$$

где χ – обобщенный параметр УИ: коэффициент передачи тока β ; коэффициент передачи напряжения k ; передаточное сопротивление Z_y или передаточная проводимость Y_y ; $\Delta(\chi = 0)$ и $\Delta(\chi \rightarrow \text{НУИ})$ – определители СДЭ, аналогичной рис. 4.10.3, в, в которой рассматриваемый УИ нейтрализован или преобразован в нулор соответственно. Знаменатель (4.10.6) для всех УИ одинаков, поскольку преобразование УИ в нулор осуществляется независимо от типа УИ [10].

САФ для искомых параметров ИНУН k_s , ИТУН Y_{ys} и ИНУТ Z_{ys} приведены в строках 4, 5 и 6 табл. 4.10.1 соответственно. Во всех случаях управляющие ветви выведены с левой стороны четырехполюсника, а управляемые ветви – с его правой стороны. Направление этих ветвей принято таким же, как у ИТУТ на рис. 4.10.3, а. Во всех САФ используется четырехполюсник M_2 , очерченный штриховой линией.

Вывод САФ для искомой ЭДС \underline{E}_s начинаем с построения ИДС на рис. 4.10.4, а. Компенсируем неизвестную ЭДС \underline{E}_s , как и другие ранее рассмотренные элементы, с помощью метода косвенной компенсации с собственным опорным источником (см. рис. 4.10.4, б). По СКЭ находим искомый параметр ЭДС

$$\underline{E}_s = \underline{U}_s = K_{UsE} \underline{E} = \frac{N_{KUsE}}{D} \underline{E} = \frac{\text{Diagram}}{\text{Diagram}}, \quad (4.10.7)$$

где D – определитель СКЭ и знаменатель коэффициента K_{UsE} ; схема знаменателя получена из СКЭ нейтрализацией опорного источника \underline{E} , что приводит к нейтрализации всех УИ, управляемых напряжением $\underline{U} = \underline{E}$.

Выполним в числителе (4.10.7) взаимную замену номеров у нораторов, замещение идеальным проводником встречного параллельного соединения норатора и нуллатора с номером 2, при этом знак выражения не изменится. Полученная САФ занесена в строку 7 табл. 4.10.1.

Алгебраическая формула для параметра независимого источника ЭДС имеет вид

$$\underline{E}_s = \frac{\Delta(\underline{E}_s = 0)}{\Delta(\text{норатор} \Rightarrow \underline{E}_s; \underline{U} = 0)}, \quad (4.10.8)$$

где $\Delta(\underline{E}_s = 0)$ – определитель СДЭ на рис. 4.10.4,в при нейтрализованном источнике \underline{E}_s ; $\Delta(\text{норатор} \Rightarrow \underline{E}_s; \underline{U} = 0)$ – определитель этой же схемы, в которой норатор перемещен на место ЭДС \underline{E}_s , а приемник напряжения \underline{U} заменен идеальным проводником. СДЭ для источника ЭДС \underline{E}_s получена, как и для других элементов, из соответствующей СКЭ на рис. 4.10.4,б путем декомпенсации \underline{E}_s и замены опорного источника \underline{E} на норатор.

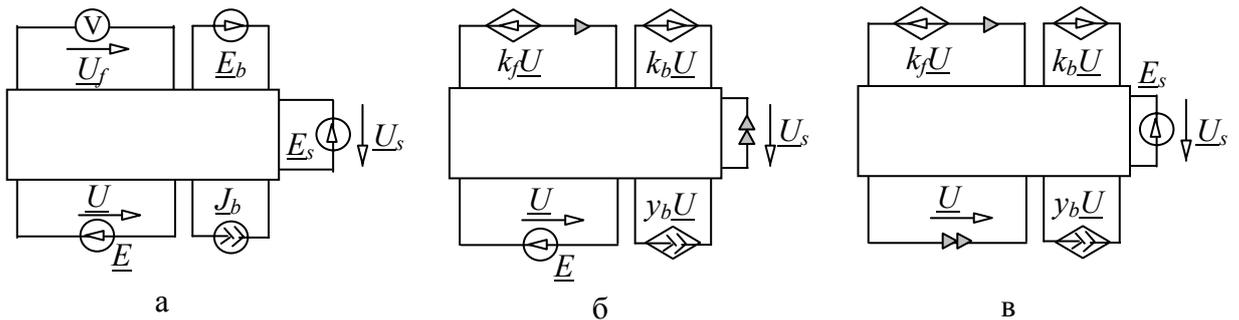


Рис. 4.10.4. ИДС (а) с искомым источником ЭДС \underline{E}_s , ее СКЭ на основе УИ (б) и СДЭ (в)

Аналогичные формулы могут быть получены для независимого источника тока. Для этого нужно использовать ИДС и СДЭ, построенные из схем на рис. 4.10.4,а, в путем замены источника ЭДС \underline{E}_s на источник тока \underline{J}_s . СКЭ на рис. 4.10.4,б сохраняется при этом без изменения. Сформированная таким образом САФ для параметра \underline{J}_s дана в строке 8 табл. 4.10.1. Соответствующее алгебраическое выражение имеет вид

$$\underline{J}_s = \frac{\Delta(\underline{J}_s = 0)}{\Delta(\text{норатор} \Rightarrow \underline{J}_s; \underline{U} = 0)}, \quad (4.10.9)$$

где $\Delta(\underline{J}_s = 0)$ – определитель СДЭ при нейтрализованном искомом источнике \underline{J}_s . Знаменатель (4.10.9) совпадает со знаменателем формулы (4.10.8) для определения ЭДС.

Алгебраические формулы (4.10.2), (4.10.3), (4.10.6), (4.10.8), (4.10.9) и соответствующие схемно-алгебраические формулы из табл. 4.10.1 позволяют получить при соблюдении правил первоочередного выделения параметров с максимальным участием [227] символьные выражения для искомым параметров элементов с меньшей трудоемкостью и в более компактной форме с меньшим числом вычислительных операций по сравнению с [132]. Использование неявного метода наложения обеспечивает экономию операций умножения на 20–60% при одновременном сокращении числа сложений [143]. Уменьшение количества операций будет наблюдаться как в числителе, так и в знаменателе СВП.

Предложенные выше диагностические формулы получены для случая опорного и измеренного напряжений. Нетрудно получить аналогичные формулы в случае опорного и измеренного токов. Для этого строится СДЭ на основе опорного источника тока в соответствии с обобщенной обратной теоремой о компенсации [143], а вместо фиксирующей ветви по напряжению используется фиксирующая ветвь по току [138, 142]. САФ в табл. 4.10.1 должны быть изменены соответственно изменению СДЭ.

4.11. МЕТОД КОСВЕННОЙ КОМПЕНСАЦИИ НА ОСНОВЕ ЕДИНИЧНОГО ОПОРНОГО ИСТОЧНИКА

СВП, полученные на основе компенсации с собственным опорным источником, наряду с параметрами сопротивлений, проводимостей и УИ, содержат отношения параметров независимых источников, измеренных токов (напряжений) и параметра опорного источника. При необходимости можно избежать этого, используя дополнительный единичный источник напряжения или тока [143]. Единичный источник напряжения вводится последовательно с произвольным собственным источником напряжения ИДС, а единичный источник тока – параллельно собственному источнику тока. Для компенсации единичного источника из параметра соответствующего собственного источника вычитается единица. Однако удобнее в качестве опорного источника использовать дополнительный разомкнутый единичный источник ЭДС [140], который не требует для сохранения эквивалентности схемы изменения параметра одного из собственных ее источников. В этом случае единичный источник ЭДС подключается к произвольному узлу ИДС только одним полюсом, второй полюс остается свободным. Единичный источник тока подсоединяется к одному и тому же узлу схемы обоими полюсами.

При использовании единичного опорного источника в формируемые СКЭ и СДЭ будут включены только УИ с параметрами, формально совпадающими с параметрами независимых источников и измеренными

токами (напряжениями), но имеющими соответствующие физические размерности. При этом диагностические алгебраические формулы (4.10.2), (4.10.3), (4.10.6), (4.10.8) и (4.10.9) остаются справедливыми, однако СДЭ получается из СКЭ с независимыми источниками в результате введения единичного источника одним из названных двух способов. На рис. 4.11.1 показано использование второго, более предпочтительного, способа. Узел d , к которому подсоединяется единичный источник, выбирается на ИДС произвольно.

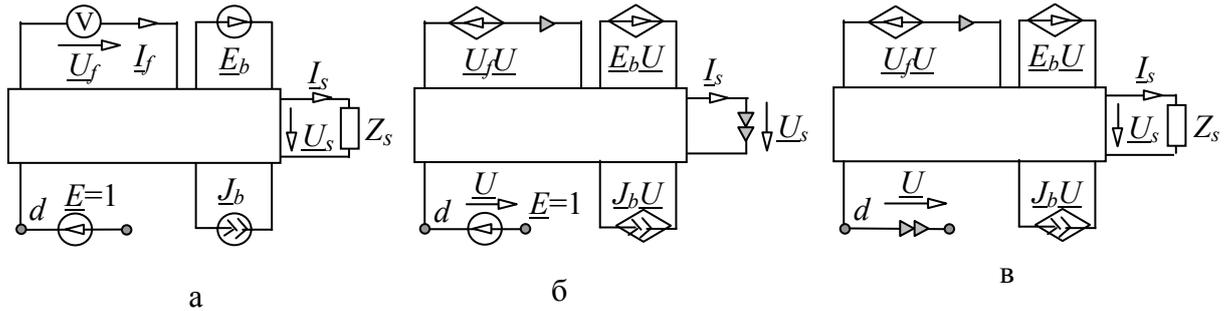


Рис. 4.11.1. ИДС с искомым резистором (а), ее СКЭ (б) и СДЭ (в) на основе единичного источника ЭДС и измеренного напряжения \underline{U}_f

Диагностические САФ при использовании единичного опорного источника получаются из аналогичных формул в табл. 4.10.1 заменой многополюсников M_1 и M_2 на многополюсники M_1 и M_2 , взятые из любой строки табл. 4.11.1. Заметим, что в первой, второй, третьей и четвертой строках табл. 4.11.1 представлены многополюсники M_1 и M_2 , использующие опорное и измеренное напряжения, опорный ток и измеренное напряжение, опорное напряжение и измеренный ток, опорный и измеренный ток соответственно. Расположение соответствующих полюсов как у M_1 , так и M_2 , в табл. 4.10.1 и табл. 4.11.1 совпадают.

Если известны напряжение или ток диагностируемого элемента, то целесообразно использовать его прямую компенсацию, то есть заменять этот элемент с неизвестным параметром источником напряжения или тока, управляемым напряжением или током соответствующего опорного (собственного или дополнительного) источника. Таким образом, для прямой компенсации не используется нулор. Доказательство правомерности использования метода прямой компенсации на основе УИ проводится на основе классической теоремы о компенсации [213] и обобщенной обратной теоремы о компенсации [134]. При использовании для построения одной и той же СКЭ, как прямой, так и косвенной компенсации, можно говорить о методе комбинированной компенсации, для которого представленные здесь диагностические формулы остаются справедливыми.

Таблица 4.11.2. Схемы многополюсников для обобщения САФ из табл. 4.10.1 на основе разомкнутого единичного источника ЭДС

| № | Тип искомым элементов | |
|---|-------------------------------------|--------------------------------|
| | Z_s, Y_s, E_s, J_s | $\beta_s, k_s, Y_{ys}, Z_{ys}$ |
| 1 | Измеренное и опорное напряжения | |
| | | |
| 2 | Измеренное напряжение и опорный ток | |
| | | |
| 3 | Измеренный ток и опорное напряжение | |
| | | |
| 4 | Измеренный и опорный токи | |
| | | |

4.12. АНАЛИЗ И ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРОННОГО УСИЛИТЕЛЯ НА ОСНОВЕ ЕДИНИЧНОГО ОПОРНОГО ИСТОЧНИКА

Выполним с помощью предложенных диагностических формул исследование низкочастотного электронного усилителя [243], принципиальная схема которого дана на рис. 4.12.1,а, а ИДС на рис. 4.12.1,б. В этой схеме известны: действующее значение E ЭДС входного гармонического источника, сопротивления $R_1, R_2, R_{\beta 1}, R_{\beta 2}, R_{к1}, R_{к2}$. Измерены действующие значения напряжений U_1 и U_3 . Фазы напряжений и токов не рассматриваются, поскольку они одинаковы для всех переменных. Требуется сформировать СВП для неизвестных коэффициентов передачи токов транзисторов β_1 и β_2 .

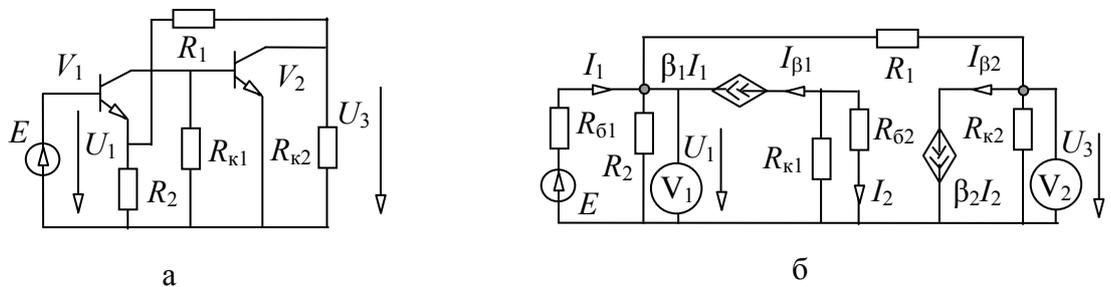


Рис. 4.12.1. Принципиальная схема электронного усилителя (а) и его ИДС (б)

Прежде всего, необходимо проверить условия разрешимости сформулированной здесь базисной задачи диагностики. Исследуем достаточные условия. Для проверки условия ненулевого определителя СКЭ построим СКЭ методом комбинированной компенсации на основе независимых источников. Для компенсации ИТУТ $\beta_1 I_1$ используем косвенную компенсацию, а для ИТУТ $\beta_2 I_2$ – прямую компенсацию. Вольтметр V_1 заменим фиксирующей ветвью по напряжению с источником напряжения U_1 и нуллатором, ИТУТ $\beta_1 I_1$ – норатором, а ИТУТ $\beta_2 I_2$ вместе с вольтметром V_2 – источником напряжения U_3 . Полученная СКЭ представлена на рис. 4.12.2.

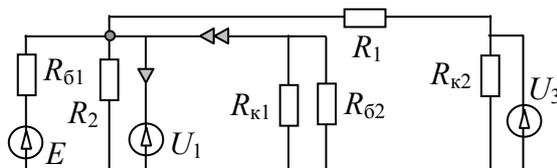
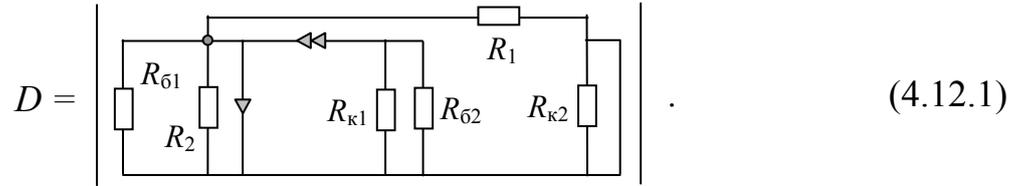


Рис. 4.12.2. СКЭ электронного усилителя

Схема определителя СКЭ получается из СКЭ на рис. 4.12.2 в результате нейтрализации независимых источников



Преобразуем схемно-алгебраическое выражение (4.12.1) к алгебраическому виду, воспользовавшись методом схемных определителей [228]. Для этого выделим замкнутое короткое сопротивление $R_{\kappa 2}$ и параллельные нуллатору сопротивления $R_{\delta 1}$, R_1 и R_2 . Удалим последовательное согласное соединение норатора и нуллатора с изменением знака выражения. Учтем, что определитель оставшегося контура из сопротивлений $R_{\kappa 1}$ и $R_{\delta 2}$ равен их сумме. Отсюда получается символьное выражение определителя СКЭ

$$D = -R_1 R_2 R_{\delta 1} R_{\kappa 2} (R_{\delta 2} + R_{\kappa 1}). \quad (4.12.2)$$

Определитель D не равен нулю, если сопротивления R_1 , R_2 , $R_{\delta 1}$, $R_{\kappa 2}$ ненулевые и отличается от нуля одно из сопротивлений $R_{\delta 2}$ или $R_{\kappa 1}$.

Проверяем второе достаточное условие – условие ненулевого режима искомых элементов. Для этого сформируем символьные выражения токов УИ для схемы на рис. 4.12.1,б в режиме анализа, предполагая, что параметры всех элементов схемы известны и заданы в символьном виде

$$I_{\beta 1} = N_{\beta 1} / D_a \quad \text{и} \quad I_{\beta 2} = N_{\beta 2} / D_a, \quad (4.12.3)$$

где $N_{\beta 1}$, $N_{\beta 2}$, D_a – числители и знаменатель (определитель схемы) символьных выражений токов.

Сформируем определитель схемы

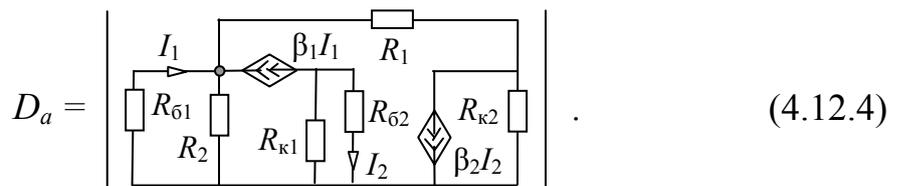
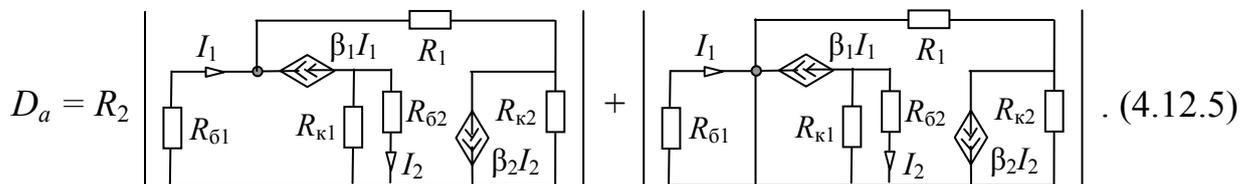


Схема определителя (4.12.4) получена из схемы на рис. 4.12.1,б в результате нейтрализации независимого источника напряжения, приемников тока $I_{\beta 1}$, $I_{\beta 2}$ и удаления вольтметров V_1 и V_2 .

Преобразование схемно-алгебраического выражения (4.12.4) к алгебраическому виду начнем с выделения сопротивления R_2



В первой производной схеме выражения (4.12.5) выделяем ИТУН $\beta_2 I_2$. Во второй производной схеме выделяется сопротивление $R_{\delta 1}$, при этом нейтрализуется ИТУН $\beta_1 I_1$, а за ним – ИТУН $\beta_2 I_2$, между генератором и приемником которого отсутствует контур передачи. В результате этих преобразований выражение (4.12.5) приводится к виду

$$D_a = R_2 \left(\beta_2 \left[\begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \text{Circuit 2} \end{array} \right] + R_{\delta 1} \left[\begin{array}{c} \text{Circuit 3} \end{array} \right] \right). \quad (4.12.6)$$

В первой производной схеме выражения (4.12.6) стягиваем $R_{\delta 2}$, выделяем R_{k1} и R_{k2} , стягиваем R_1 , выделяем $\beta_1 I_1$. Ко второй производной схеме дважды применяем формулу бисекции по двум узлам [228] – сначала по b и c , затем по a и c . Третий схемный определитель раскрывается на основе формулы бисекции по одному узлу [228] – узлу c . Отсюда получаем

$$D_a = R_2 \left(\beta_2 R_{k1} R_{k2} \beta_1 \left[\begin{array}{c} \text{Circuit 4} \end{array} \right] + (R_{k1} + R_{\delta 2}) \left[\begin{array}{c} \text{Circuit 5} \end{array} \right] \right) + R_{\delta 1} (R_{k1} + R_{\delta 2}) (R_1 + R_{k2}) = R_2 \{ \beta_2 R_{k1} R_{k2} \beta_1 + (R_{k1} + R_{\delta 2}) [(R_1 + R_{k2})(1 + \beta_1) + R_{\delta 1}] \} + R_{\delta 1} (R_{k1} + R_{\delta 2}) (R_1 + R_{k2}). \quad (4.12.7)$$

Решение задачи анализа схемы на рис. 4.12.1,б существует и единственно, если определитель (4.12.7) не равен нулю. Это выполняется автоматически при соблюдении уже рассмотренного условия ненулевого определителя СКЭ.

Найдем числитель тока $I_{\beta 1}$ из (4.12.3)

$$N_{\beta 1} = \left[\begin{array}{c} \text{Circuit 6} \end{array} \right] E = \beta_1 \left[\begin{array}{c} \text{Circuit 7} \end{array} \right] E. \quad (4.12.8)$$

Выражение (4.12.8) преобразовано путем стягивания сопротивления $R_{\delta 1}$ и выделения ИТУТ $\beta_1 I_1$, нейтрализация которого делает схему вырожденной. Далее взаимно меняются номера у нуллаторов, последовательные соединения норлаторов и нуллаторов замещаются с учетом знака разомкнутыми ветвями. Это влечет нейтрализацию ИТУТ $\beta_2 I_2$ и получение следующего выражения:

$$N_{\beta 1} = \beta_1 \left[\begin{array}{c} \text{Circuit 8} \end{array} \right] E = \beta_1 (R_{k1} + R_{\delta 2}) (R_2 + R_1 + R_{k2}) E. \quad (4.12.9)$$

Из выражения (4.12.9) видно, что при соблюдении условия ненулевого определителя СКЭ и при $\beta_1 \neq 0$ ток I_{β_1} также ненулевой, то есть условие ненулевого режима для β_1 выполняется.

Числитель N_{β_2} для тока I_{β_2} из (4.12.3) находится аналогично числителю N_{β_1} . Запишем кратко используемые преобразования

$$\begin{aligned}
 N_{\beta_2} &= \left| \begin{array}{cccc} R_{\beta_1} & R_1 & R_{\beta_2} & R_{k2} \\ R_2 & \beta_1 I_1 & R_{k1} & I_2 \\ R_{\beta_1} & R_1 & R_{\beta_2} & R_{k2} \\ R_2 & \beta_1 I_1 & R_{k1} & I_2 \end{array} \right| E = \beta_2 \left| \begin{array}{cccc} R_2 & R_1 & R_{\beta_2} & R_{k2} \\ 0 & \beta_1 I_1 & R_{k1} & 2 \\ R_2 & \beta_1 I_1 & R_{k1} & 2 \\ 0 & \beta_1 I_1 & R_{k1} & 2 \end{array} \right| E = \\
 &= \beta_1 R_{k1} \beta_2 \left| \begin{array}{cccc} R_2 & R_1 & R_{k2} & R_{k2} \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ R_2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right| E = -\beta_1 R_{k1} \beta_2 (R_1 + R_2 + R_{k2}) E. \quad (4.12.10)
 \end{aligned}$$

Выражение (4.12.10) показывает, что ток I_{β_2} будет отличен от нуля, если выполняется условие ненулевого определителя СКЭ и β_1, β_2 не равны нулю. Условие ненулевого режима ИТУТ $\beta_2 I_2$ не выполняется при $\beta_1 = 0$. В этом случае определить значение параметра β_2 в рамках используемой принципиальной схемы или схемы замещения невозможно. Это можно сделать, например, если ввести сопротивление между базой и коллектором транзистора V_1 .

Для построения символьных выражений β_1 и β_2 используем САФ с разомкнутым единичным источником напряжения и измеренным напряжением на основе комбинированной компенсации. Для получения такой САФ в формуле из строки 3 табл. 4.10.1 заменим четырехполюсник M_2 на соответствующий четырехполюсник из строки 1 табл. 4.11.1. Запишем отдельно, используя обозначения из (4.10.5), схемно-алгебраические выражения числителя и знаменателя

$$\Delta(\beta_1 = 0) = \left| \begin{array}{cccc} R_{\beta_1} & R_1 & R_{\beta_2} & R_{k2} \\ R_2 & 0 & R_{k1} & U_1 U_a \\ R_{\beta_1} & R_1 & R_{\beta_2} & R_{k2} \\ R_2 & 0 & R_{k1} & U_1 U_a \end{array} \right|, \quad (4.12.11)$$

$$\Delta(\beta_1 \rightarrow N) = \left| \begin{array}{cccc} R_{\beta_1} & R_1 & R_{\beta_2} & R_{k2} \\ R_2 & 1 & R_{k1} & U_1 U_a \\ R_{\beta_1} & R_1 & R_{\beta_2} & R_{k2} \\ R_2 & 1 & R_{k1} & U_1 U_a \end{array} \right|. \quad (4.12.12)$$

Сравнивая выражения (4.12.11) и (4.12.12), можно сделать вывод, что они содержат два одинаковых множителя: R_{k2} и $(R_{k1} + R_{\beta_2})$. Множитель R_{k2} содержится и в числителе, и в знаменателе, поскольку соответствующий элемент является в (4.12.11) и (4.12.12) сопротивлением, включенным параллельно источнику напряжения. Множитель $(R_{k1} + R_{\beta_2})$ содержится в

числителе, поскольку схема в (4.12.11) может быть разделена по одному узлу a и одной из подсхем при этом является контур из сопротивлений $R_{к1}$ и $R_{б2}$. Этот же множитель находится в знаменателе, поскольку схема (4.12.12) может быть разделена по двум узлам a и b , причем одно из двух слагаемых соответствующей формулы бисекции [228] будет тождественно равно нулю. В результате указанных преобразований получаем

$$\Delta(\beta_1 = 0) = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta(\beta_1 = 0) \\ \text{Circuit diagram showing a network with resistors } R_{б1}, R_2, R_1 \text{ and voltage sources } U, EU, U_1U, U_3U. \end{array} \right|, \quad (4.12.13)$$

$$\Delta(\beta_1 \rightarrow N) = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta(\beta_1 \rightarrow N) \\ \text{Circuit diagram showing a network with resistors } R_{б1}, R_2, R_1 \text{ and voltage sources } U, EU, U_1U, U_3U. \end{array} \right|. \quad (4.12.14)$$

Выражения (4.12.13) и (4.12.14) преобразуются следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta(\beta_1 = 0) &= U_1 \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 1} \\ \text{Circuit diagram with resistors } R_{б1}, R_2, R_1 \text{ and voltage sources } U, EU, U_1U, U_3U. \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 2} \\ \text{Circuit diagram with resistors } R_{б1}, R_2, R_1 \text{ and voltage sources } U, EU, U_1U, U_3U. \end{array} \right| = \\ &= -U_1 \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 3} \\ \text{Circuit diagram with resistors } R_{б1}, R_2, R_1. \end{array} \right| + R_2 \left(E \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 4} \\ \text{Circuit diagram with resistors } R_{б1}, R_2, R_1. \end{array} \right| + U_3 \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 5} \\ \text{Circuit diagram with resistors } R_{б1}, R_2, R_1. \end{array} \right| \right) = \\ &= -U_1[R_{б1}(R_1 + R_2) + R_1R_2] + R_2(ER_1 + U_3R_{б1}); \quad (4.12.15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta(\beta_1 \rightarrow N) &= R_1R_2 \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 6} \\ \text{Circuit diagram with resistors } R_{б1}, R_2, R_1 \text{ and voltage sources } U, EU, U_1U, U_3U. \end{array} \right| = \\ &= R_1R_2 \left(E \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 7} \\ \text{Circuit diagram with resistors } R_{б1}, R_2, R_1. \end{array} \right| + U_1 \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 8} \\ \text{Circuit diagram with resistors } R_{б1}, R_2, R_1. \end{array} \right| \right) = R_1R_2(E - U_1). \quad (4.12.16) \end{aligned}$$

Подставив выражения (4.12.15) и (4.12.16) в (4.10.5), получаем искомое выражение

$$\beta_1 = \frac{U_1[R_{\sigma 1}[R_1 + R_2] + R_1 R_2] - R_2(ER_1 + U_3 R_{\sigma 1})}{R_1 R_2(E - U_1)}. \quad (4.12.17)$$

Аналогично получается выражение

$$\beta_2 = \frac{(R_{\sigma 2} + R_{\kappa 1})R_{\sigma 1}R_2[R_{\kappa 2}U_1 - (R_1 + R_{\kappa 2})U_3]}{R_{\kappa 1}R_{\kappa 2}\{-U_1[R_{\sigma 1}(R_1 + R_2) + R_1 R_2] + R_2(ER_1 + U_3 R_{\sigma 1})\}}. \quad (4.12.18)$$

Сравним выражения (4.12.17) и (4.12.18) с выражениями для β_1 и β_2 , полученными методом компенсации на основе независимых источников [8], которые приведены ниже:

$$\beta_1 = \frac{[R_{\sigma 1}[R_1 + R_2] + R_1 R_2]U_1 - R_2 R_{\sigma 1} U_3 - R_1 R_2 E}{R_1 R_2 E - R_1 R_2 U_1}, \quad (4.12.19)$$

$$\beta_2 = \frac{R_2 R_{\sigma 1} R_{\kappa 2} (R_{\sigma 2} + R_{\kappa 1}) U_1 - (R_{\sigma 2} + R_{\kappa 1}) R_2 R_{\sigma 1} (R_1 + R_{\kappa 2}) U_3}{R_1 R_2 E - R_{\kappa 1} R_{\kappa 2} [R_{\sigma 1} (R_1 + R_2) + R_1 R_2] U_1 + R_2 R_{\sigma 1} U_3}. \quad (4.12.20)$$

Выражения (4.12.19) и (4.12.20) эквивалентны (4.12.17) и (4.12.18), но имеют существенно большую вычислительную сложность, что обусловлено каноническим представлением, то есть группировкой слагаемых относительно параметров независимых источников. Кроме того, получение выражений (4.12.19) и (4.12.20) потребовало разложения 9 схемных определителей вместо двух, хотя и более сложных, требующихся при получении выражений (4.12.17) и (4.12.18), что существенно облегчает реализацию метода в компьютерной программе. Таким образом, рассмотренный здесь метод компенсации на основе управляемых источников позволяет формировать более экономичные и близкие к оптимальным выражения для искомым параметров, сокращая при этом объем необходимых схемно-алгебраических выкладок.

Диагностические алгебраические и схемно-алгебраические формулы позволяют построить символьные выражения параметров в виде отношения многочленов общей неканонической формы. Это обеспечивает произвольный порядок выделения всех элементов диагностической схемы и приводит к выражениям с меньшей вычислительной сложностью по сравнению с выражениями на основе канонических многочленов. Схемно-алгебраические формулы не требуют предварительного нахождения напряжений и токов схемы, имеют общую с анализом схемно-символьную базу элементов и операций, что облегчает их освоение и использование, а также разработку автоматизированных алгоритмов символьного анализа и диагностики линейных электрических цепей.

4.13. ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММЫ CIRSYMД

Изложенные выше методы диагностики реализованы *В. В. Филаретовым* в программе CIRSYMД, которая написана на языке Си и работает с текстовыми файлами формата ASCII, что позволяет использовать ее на любом IBM-совместимом персональном компьютере. Электрическая или электронная схема задается в виде sig-файла, то есть файла программ PSpice-DesignLab, ставшего стандартным для программ схемотехнического моделирования.

4.13.1. Анализ и диагностика схемы транзисторного усилителя

Рассмотрим пример символьной диагностики электронной цепи [70, 132], уже рассматриваемой в этом подразделе и представленной на рис. 4.13.1,а. Схема замещения цепи в режиме малого сигнала приведена на рис. 4.13.1,б. В этой схеме известны параметры всех элементов, кроме сопротивлений R_{b1} и R_{b2} , которые нужно определить. Дополнительно известны напряжения U_1 и U_2 . Поскольку схема замещения не содержит реактивных элементов, то для упрощения записи напряжения и токи можно представлять только действующими значениями без учета их начальных фаз.

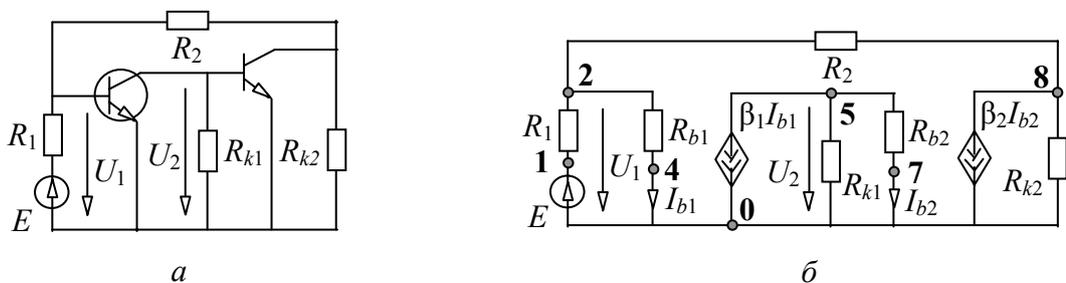


Рис. 4.13.1. Принципиальная схема (а) и схема замещения (б) электронного усилителя

Используем программу CIRSYMД в режиме самотестирования. Для этого вначале определяются напряжения U_1 и U_2 (в режиме анализа), считая параметры всех элементов схемы известными. Затем по найденным напряжениям, которые соответствуют показаниям вольтметров, находятся неизвестные параметры R_{b1} и R_{b2} (в режиме диагностики).

Исходный файл для программы CIRSYMД приводится ниже (для краткости записи строки sig-файла, соответствующие элементам схемы, записаны в виде одной строки):

```
Транзисторный усилитель (тестовая схема Киншта)
R1 1 2 1 R2 2 8 2 Rb1? 2 4 3 Rk1 5 0 4 Rb2? 5 7 5 Rk2 8 0 6 F1 5 0 4 0 7 F2 8 0 7 0 8
E 0 1 9 V1 2 0 V2 5 0 U1 2 0 U2 5 0 .END
```

В этом *sig*-файле использованы следующие обозначения, отличающиеся от исходных: $F1=\beta_1$, $F2=\beta_2$. На использование программы в режиме самотестирования указывает то обстоятельство, что узлы подключения приемников напряжения U_1 и U_2 (для режима анализа) совпадают с узлами подсоединения вольтметров V_1 и V_2 (для режима диагностики).

Результат работы программы CIRSYMD имеет вид:

```

R1=1; R2=2; Rb1=3; Rk1=4; Rb2=5; Rk2=6; F1=7; F2=8; E=9;
U1 =
(R2*((-E)*Rb1)*(Rk1+Rb2))+Rk2*((-E)*Rb1)*(Rk1+Rb2)))
/
( R1*((R2+Rb1)*(Rk1+Rb2)+Rk2*(Rk1*(-F1*F2+1)+Rb2))+Rb1*(Rk1+Rb2)* (R2+Rk2));
U2 =
(R2*(Rk1*(Rb2*(F1*(E))))+Rk2*(Rk1*(Rb2*(F1*(E))))))
/
( R1*((R2+Rb1)*(Rk1+Rb2)+Rk2*(Rk1*(-F1*F2+1)+Rb2))+Rb1*(Rk1+Rb2)* (R2+Rk2));
Rb1 = -
(R1*(R2*(Rk1*(-(U1)))+Rk2*(Rk1*(-(U1)*(-F1*F2+1))))))
/
( R1*(Rk1*(-(U1)))+F2*Rk2*(U2))+R2*(Rk1*(-(U1+E)))+Rk2*Rk1*(-(U1+E)) );
Rb2 = -
(Rk1*(R1*(R2*(-(U2))+Rk2*(-(U2)*(-F1*F2+1))))))
/
( R1*((R2+Rk2)*(-(U2)))+(U1)*F1*Rk1)+(R2+Rk2)*(Rk1*((E)*F1+(U1)*F1)) );

```

В вышеприведенной последовательности выражений вначале вычисляются напряжения U_1 и U_2 . Нетрудно убедиться, что подстановка значений этих напряжений в выражения для R_{b1} и R_{b2} приводит к получению значений 3 Ом и 5 Ом, которые и были использованы в *sig*-файле.

4.13.2. Анализ и диагностика тестовой схемы *Бутырина-Васьковской*

Исследуемая схема изображена на рис. 4.13.2 [24]. Для нахождения всех девяти параметров схемы необходимо измерить шесть напряжений (вольтметры образуют дерево схемы) и три тока (амперметры измеряют ток в хордах-связях этого дерева).

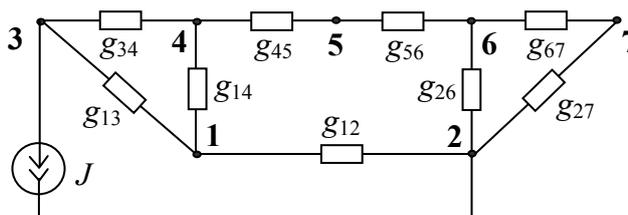


Рис. 4.13.2. Исходная схема с неизвестными параметрами проводимостей и испытательным источником тока

Для подключения амперметров в схему на рис. 4.13.2 вводятся дополнительные узлы с номерами 8, 9 и 10, как показано на рис. 4.13.3. На этом рисунке не показаны шесть вольтметров, подсоединенных параллельно проводимостям g_{12} , g_{13} , g_{14} , g_{26} , g_{27} , g_{45} .

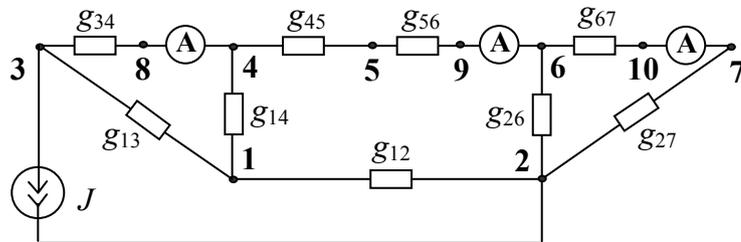


Рис. 4.13.3. Схема с измерительными приборами

Показания измерительных приборов считаем известными и равными порядковым числам от 1 до 9 (в Вольтах и Амперах). Соответствующий *cir*-файл для решения поставленной задачи диагностики приводится ниже (для краткости записи строки *cir*-файла, соответствующие элементам схемы, записаны в виде одной строки):

Тестовая схема Бутырина-Васьковской

```
g12? 1 2 g13? 1 3 g14? 1 4 g26? 2 6 g27? 2 7 g45? 4 5 g34? 3 8 g56? 5 9 g67? 6 10 J 3 2 1
V1 1 2 1 V2 1 3 2 V3 1 4 3 V4 2 6 4 V5 2 7 5 V6 4 5 6 A1 8 4 7 A2 9 6 8 A3 10 7 9 .END
```

Результат работы программы CIRSYMD имеет следующий вид:

$J=1$; $U_1=1$; $U_2=2$; $U_3=3$; $U_4=4$; $U_5=5$; $U_6=6$; $I_1=7$; $I_2=8$; $I_3=9$; $\det = -1$;

$g_{12} = -(-(J+I_2)) / (-U_1)$; $g_{13} = -(-(J-I_1)) / (-U_2)$; $g_{14} = -(-(I_1-I_2)) / (-U_3)$;

$g_{26} = -(-(I_3+I_2)) / (-U_4)$; $g_{27} = -(I_3) / (-U_5)$; $g_{45} = -(-(I_2)) / (-U_6)$;

$g_{34} = -I_1 / (-U_3+U_2)$; $g_{56} = -I_2 / (-U_4-U_1+U_3+U_6)$; $g_{67} = -I_3 / (-U_5+U_4)$.

Здесь \det – определитель схемы с компенсированными элементами, отличный от нуля. $U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6$ – показания вольтметров $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6$; I_1, I_2, I_3 – показания амперметров A_1, A_2, A_3 соответственно.

4.14. ВЫВОДЫ

В данной главе принцип косвенной компенсации обобщен с помощью направленного нумерованного взвешенного нуллора на топологические методы. Для обоснования подхода доказана теорема о косвенной компенсации элементов, которая используется, когда измерения осуществляются на элементах с известными параметрами. *Обобщенный принцип компенсации* позволяет применить для диагностики детально разработанные схемно-топологические методы анализа и получить символьные выражения для искомых параметров в рамках базисной задачи.

Классический принцип прямой компенсации элементов, при котором измерения проводятся на элементах с неизвестными параметрами, обобщен с использованием управляемых источников цепи. Применение управляемых источников обосновано с помощью *неявного метода наложения* воздействий. Это позволяет получить компактные символьные выражения для параметров элементов и с наименьшими вычислительными затратами по аналогии с символьным анализом на основе *НМН*. Прямая компенсация является наиболее экономным способом диагностики.

Предложен *принцип смешанной компенсации*, который применяется, когда измерения проводятся на элементах как с неизвестными, так с известными параметрами. В этом случае также применяется компенсация как на основе независимых, так и управляемых источников.

С помощью *принципа прямой, косвенной и смешанной* компенсации задача символьной диагностики переведена на общую с анализом схемно-символьную базу. Поэтому все предложенные методы анализа и диагностики из второго и третьего раздела применимы для диагностики.

Разработаны на основе *принципов прямой, косвенной и смешанной компенсации* символьные компенсационные методы диагностики, позволяющие получить выражения параметров без проведения анализа СКЭ. С помощью *НМН* предложены компактные САФ в виде отношений двух определителей независимо от числа источников и измеренных токов и напряжений. Формируемые с помощью компенсационных методов аналитические выражения для искомых параметров элементов содержат известные параметры и измеренные токи напряжения.

Сформулированы топологические условия диагностируемости ЛЭЦ, позволяющие сформировать невырожденную диагностическую схему исследуемой цепи, а также без расчетов определить причину ее вырождения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана эффективная по вычислительным затратам *схемно-символьная методология анализа, диакоптики и диагностики* линейных электрических цепей с произвольными многополюсными элементами, в том числе содержащих 6...10 полюсов и более, что обеспечивает символьное исследование электрических сетей и систем. Реализацию цели диссертации обеспечили следующие результаты:

1. Предложен *неявный метод наложения*, позволяющий сформировать отклик *с помощью только одной схемной функции* в отличие от традиционного метода наложения, требующего построения множества схемных функций. С помощью *НМН* отклик получается в виде дробно-рационального выражения общего (неканонического) вида относительно параметров независимых источников и других элементов, что дает возможность использовать для формирования числителей искомых откликов алгоритм оптимальной свертки и получить более компактные и экономичные по количеству вычислительных операций (умножений в 1,3...3,1 раза меньше) выражения для числителя, чем при использовании метода наложения. *Неявный метод наложения* сокращает объем схемно-алгебраических выкладок приблизительно в число раз, равное половине числа независимых источников. В диакоптике *НМН* многократно, в число раз, равное отношению числа независимых источников к числу автономных подсхем, уменьшает время анализа.

2. Метод выделения параметров *обобщен на схемы с независимыми источниками и схемы, содержащие многополюсные элементы* (транзисторы, гираторы, идеальные трансформаторы и ключи, асинхронные двигатели и др.), подсхемы и типовые каскады. Предложенный *метод выделения многополюсников* открыт для развития, то есть добавления шаблонов новых элементов в виде компактных схемно-алгебраических формул. Это обеспечивает доступность метода для широкого круга специалистов, сокращает затраты на формирование, снижает сложность выражений схемных функций, откликов, параметров элементов.

3. Диакоптический метод схемных миноров *обобщен на основе предложенных неравновесных схемных миноров* на подсхемы с управляющими связями между ними, что позволило использовать общее оптимальное (половинное) сечение для числителя и знаменателя схемной функции. Это сокращает время анализа в 1,7...4,8 раза при одновременном уменьшении числа вычислительных операций в символьных выражениях.

4. Разработан *метод схемно-алгебраической редукции (САР)* подсхем, позволяющий совместно с *явно-неявным методом наложения* предотвратить катастрофический рост числа слагаемых в диакоптических формулах при увеличении числа полюсов подсхем (6...10 и более). При

этом время анализа уменьшается в 10...100 и более раз по сравнению с известными методами.

5. Разработан *обобщенный метод схемных определителей* для схем, представленных в координатных базисах зарядов и магнитных потоков, что позволяет выполнять схемно-символьный анализ дискретно-аналоговых схем с переключаемыми конденсаторами непосредственно в координатах напряжение – заряд. При этом в символьных выражениях отсутствуют нулевые слагаемые, которые имеют место в матричных методах.

6. *Обобщен принцип косвенной компенсации* для топологического решения линейной задачи диагностики путем использования направленных нумерованных взвешенных нуллов, независимых и управляемых источников для компенсации элементов с неизвестными параметрами. На основе принципа компенсации разработаны *методы прямой, косвенной и смешанной компенсации*, позволяющие получить решение линейной задачи диагностики в виде схемно-алгебраических выражений для искомых параметров. Предложены *топологические условия диагностируемости* цепей, позволяющие на структурном уровне избежать вырождения исследуемых схем.

7. Анализ электрических фильтров, избирательных и операционных усилителей показывает, что предлагаемые методы превосходят современные символьные методы по быстродействию и компактности формируемых выражений. Разработанные методы ориентированы на электрические цепи с многополюсными элементами, это позволяет проводить исследование электрических сетей и электроэнергетических систем, которые ранее символьными методами не рассчитывались.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Адонц Г.Т. Многополюсник.– Ереван: Изд. АН Арм. ССР, 1965.– 467 с.
2. Анисимов В.И. Топологический расчёт электронных схем.– М.: Энергия, 1977.– 265 с.
3. Архангельский О.И., Мироновский Л.А. Диагностирование динамических систем с помощью операторных норм // Электрон. моделирование.– 1995.– Т 17, № 5.– С. 40–49.
4. Артым А.Д., Филин В.А., Есполов К.Ж. Новый метод расчета процессов в электрических цепях.– СПб.: Элмор, 2001.– 192 с.
5. Башарин С.А. Построение числовых функциональных макромоделей динамических цепей для систем автоматизированной диагностики. Автореферат дис.... докт. техн. наук.– М.: МЭИ.– 1997.– 34 с.
6. Башарин С.А., Федоров В.В. Теоретические основы электротехники: Теория электрических цепей и электромагнитного поля.– М.: Академия, 2004.–304 с.
7. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры.– М.: Наука, 1984.– 320 с.
8. Беллерт С., Возняcki Г. Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел.– М.: Мир.– 1972.– 311 с.
9. Белов Г.А., Захаров В.Г. Применение символьных схемных функций для расчета электрических цепей // Электричество.– 2003.– № 8.– С. 34–41.
10. Березуев Р.И., Курганов С.А., Филаретов В.В., Шеин Д.В. Символьный анализ и диагностика электронных цепей // Гос. координационный центр информационных технологий.– 2004.– №ОФАП 3981; № ГР 50200401291.
11. Березуев Р.И., Курганов С.А., Филаретов В.В., Шеин Д.В. SCAD – система символьного анализа и диагностики линейных электронных цепей// Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. междунаrod. конф. КЛИН–2005.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– Т. 3.– С. 3–10.
12. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи.– М.: Гардарики, 2002.– 638 с.
13. Блажитко Б.Я., Рабык В.Г. Основы теории диагностики аналоговых электронных цепей по постоянному току // Теоретическая электротехника.– Львов: Выща школа, 1988.– Вып. 44.– С. 121–129.
14. Блажитко Б.Я., Рабык В.Г. Многошаговый алгоритм диагностики аналоговых электронных цепей // Теоретическая электротехника.– Львов: Выща школа, 1989.– Вып. 46.– С. 94–100.
15. Блажкевич Б.И. Методы анализа линейных электрических цепей с многополюсными элементами: Дис. ... докт. техн. наук в форме науч. докл.– Львов.– 1964.– 67 с.

16. Бондаренко А.В., Довгун В.П., Перфильев Ю.С. Теорема Телледжена и инвариантные свойства функций суммарной чувствительности электронных схем // Радиоэлектроника.– 1986.– Т. 29.– С. 83–85.
17. Брамеллер А., Алан Р., Хэмэм Я. Слабозаполненные матрицы. Анализ электроэнергетических систем.– М.: Энергия.– 1979.– 192 с.
18. Бугров Я. С., Никольский С. М. Дифференциальное и интегральное исчисление.– М.: Наука, 1981.– 448 с.
19. Булавочкин В.П., Курганов С.А. Подготовка специалистов в области автоматизированного проектирования полузаказных специализированных БИС // Компьютерные технологии в учебном процессе: Тез. докл. Всероссийской конференции.– Казань: Фонд математика.– 1995.– С. 15–16.
20. Булавочкин В.П., Курганов С.А. Автоматизированное проектирование полузаказных специализированных интегральных схем на базовых матричных кристаллах // Перспективные информационные технологии в высшей школе: Тез. докл. Всероссийской конф.– Тамбов, 1995.– С. 135–136.
21. Булавочкин В.П., Курганов С.А. Подготовка пользователей сложных программных пакетов моделирования и автоматизированного проектирования // Новые информационные технологии в системе многоуровневого обучения: Тез. докл. Всероссийской конф.– Нижний Новгород, 1996.– С. 99–101.
22. Бутырин П.А. Диагностика линейных многополюсников // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт.– 1983.– №6.– С.81–85.
23. Бутырин П.А., Васьковская Т.А. Восстановление матрицы узловых проводимостей Y по отдельным элементам ее обратной матрицы $Z=Y^{-1}$ в задачах диагностики // Электричество.– 2000.– № 3.– С. 60–62.
24. Бутырин П.А., Васьковская Т.А. Принципы декомпозиции сложных электрических цепей при их диагностике по частям // Электричество.– 2001.– № 6.– С. 41–48.
25. Бутырин П.А., Алпатов М.Е. К созданию аналитической теории трансформаторов // Изв. АН России. Энергетика.– 2002.– № 2.– С. 44–53.
26. Бутырин П.А., Васьковская Т.А. Диагностика электрических цепей по частям: Теоретические основы и компьютерный практикум: Учеб. пособие.– М.: Изд-во МЭИ, 2003.– 112 с.
27. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов.– М.: Наука. 1986.– 544 с.
28. Бычков Ю.А., Щербаков С.В. Аналитически-численный метод расчета динамических систем.– СПб: Энергоатомиздат, 2002.– 368 с.
29. Бэндлер Дж. У., Салама А.Э. Диагностика неисправностей в аналоговых цепях // Тр. ин-та инженеров по электротехнике и радиоэлектронике.– 1985.– Т. 73.– № 8.– С. 35–87.
30. Вагнер К.Ф., Эванс Р.Д. Метод симметричных составляющих.– М., Л.: ОНТИ.– 1936.– 407 с.

31. Валях Е. Последовательно-параллельные вычисления.– М.: Мир.– 1985.– 456 с.
32. Васильев Н.С. Об автоматическом построении оптимальных параллельных алгоритмов вычисления арифметических выражений // Кибернетика и вычислительная техника.– Вып. 5.– М.: Наука, 1991.– С. 243–260.
33. Волгин Л.И., Филаретов В.В. Инверсные топологические преобразования электрических цепей с операционными усилителями// Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2004.– Т. 4.– С. 20–27.
34. Волгин Л.И., Филаретов В.В. Взаимная обратимость и реверсивное топологическое преобразование активных электрических цепей // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 4.– С. 9–17.
35. Волгин Л.И. Топологические модели усилителей электрических сигналов.– Тольятти: Изд-во Поволжского технологического ин-та сервиса, 2002.– 90 с.
36. Вольнов В.Е., Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ сложных электрических цепей и сетей с помощью программы *CIRSYMD* // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2004.– Ульяновск: УлГТУ, 2004.– Т. 4.– С. 75–80.
37. Вольнов В.Е., Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ электронных цепей и электрических систем методом схемно-алгебраической редукции // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2005 .– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– Т. 4.– С. 34–41.
38. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц.– М.: Наука, 1988.– 552 с.
39. Галямичев Ю.П. Расчет активных схем при помощи деревьев схем // Электросвязь.– 1960.– № 8.– С. 48–57.
40. Глазенко Т.А., Курганов С.А., Петров Е.А., Савиновский Ю.А. Исследование переходных процессов в электрических цепях с применением компьютера: Метод. указания.– Ульяновск: УлПИ, 1990.– 52 с.
41. Говорков В.А. Ускоренные числовые расчеты сложных электрических цепей.– М.: Энергия.– 1973.– 104 с.
42. Головинский И.А. Методы анализа топологии коммутационных схем электрических сетей // Электричество.– 2005.– №3.– С.10–18.
43. Голуб Дж., Лоун Ч. Матричные вычисления.– М.: Мир.– 1999.– 548 с.
44. Гомоюнов К.К. Транзисторные цепи: Учеб. пособие.– СПб: БХВ-Петербург, 2002.– 240 с.

45. Гришкевич А.А. Комбинаторные методы исследования минимальных структур математических моделей электрических цепей и систем.– Челябинск: ЮУГТУ.– 2004.– 300 с.
46. Данилов Л.В., Матханов П.Н., Филиппов Е.С. Теория нелинейных электрических цепей.– Л.: Энергоатомиздат.– 1990.– 256 с.
47. Демирчян К.С., Бутырин П.А. Моделирование и машинный расчет электрических цепей.– М.: Высшая школа, 1988.– 335 с.
48. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники: В 3 т. Т. 1.– СПб.: Питер, 2004.– 463 с.
49. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники: В 3 т. Т. 2.– СПб.: Питер, 2004.– 576 с.
50. Дмитришин Р.В. Оптимизация электронных схем на ЭВМ.– К.: Техника, 1980.– 224 с.
51. Дмитришин Р.В. Полиномиальные методы символьного анализа электрических цепей: Автореферат... докт. техн. наук: 05.09.05 (Теорет. электротехника).– Львов, 1996.– 32 с.
52. Дмитришин Р.В. Матричные и схемные определители // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2004.–Ульяновск: УлГТУ, 2004.– Т. 4.– С. 38–47.
53. Дмитришин Р.В., Филаретов В.В. Генерация схемных определителей на основе бинарного дерева формулы // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 4.– С. 18–26.
54. Дмитришин Р.В., Филаретов В. В., Шеин Д.В. Нуллорно-унисторный подход к анализу цепей с операционными усилителями // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 4.– С. 27–35.
55. Дмитришин Р.В., Шаповалов Ю.И. Диакоптический алгоритм анализа сложных линейных цепей на ЭВМ // Автоматизация проектирования в электронике.– Киев, 1975.– Вып. 12.– С. 42–46.
56. Дмитришин Р.В., Шаповалов Ю.И. Вычисление схемных функций при многовариантном анализе схем // Радиоэлектроника.– 1978.– № 6.– С. 149–151.
57. Дьяконов В.П. Математическая система Maple V R3/R4/R5.– М.: Солон, 1998.– 399 с.
58. Егоров А.А. Принцип структурной определенности при расчетах стационарных режимов электрических цепей // Электричество.– 2005.– № 4.– С. 47–52.

59. Ерохов И.В. Взаимобусловленность топологического и численного приближений при анализе математической модели сложной системы // Складни системы и процессы.– 2003.– № 1.– С.95–101.
60. Захаров В.К., Лыпарь Ю.И. Электронные устройства автоматики и телемеханики.– Л.: Энергоатомиздат.– 1984.– 432 с.
61. Зелях Э.В. Основы общей теории линейных электрических схем.– М.: Изд-во АН СССР, 1951.– 335с.
62. Иваницкий А.М. Принцип взаимосоответствия // Радиотехника.– 1976.– Т. 31, № 7.– С. 45–52.
63. Иваницкий А.М. Принцип взаимосоответствия (обобщенный принцип дуальности) и его применение в анализе и синтезе электрических цепей: Дис. ... докт. техн. наук в форме научного доклада: 05.09.05 (Теорет. электротехника) / МЭИ.– М., 1991.– 40 с.
64. Иванова Н.Б. Категорно-тензорная модель многополюсников и ее применение для расчета крупномасштабных сетей: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук.– 2004.– 20 с.
65. Игнатов А.В., Курганов С.А. Редактор электрических схем // Государственный координационный центр информационных технологий.– 2003.– №ОФАП 2902; № ГР 50200300905.
66. Идельчик В.И. Расчеты и оптимизация режимов электрических сетей и систем.– М.: Энергоатомиздат.– 1988.– 288 с.
67. История электротехники / Академия электротехнических наук РФ.– М.: Изд-во МЭИ, 1999.– 524 с.
68. Ионкин П.А., Миронов В.Г. Синтез RC -схем с активными невзаимными элементами (вопросы реализации).–М.:Энергия, 1976.–240 с.
69. Касьян Н.Н. Проверка диагностируемости схемы путем определения ранга тестовой матрицы // Радиоэлектроника, информатика, управление.– 2000.– № 1.– С. 26–29.
70. Киншт Н.В., Герасимова Г.Н., Кац М.А. Диагностика электрических цепей.– М.: Энергоатомиздат, 1983.– 192 с.
71. Киншт Н.В. и др. Диагностика линейных электрических цепей.– Владивосток: Дальневосточн. ун-т.–1987.– 232 с.
72. Киншт Н.В., Кац М.А. Интервальный анализ в задачах теории электрических цепей // Электричество.– 1999.– № 10.– С. 45–57.
73. Киншт Н.В., Кац М.А. Диагностика точечных источников электромагнитных шумов // Электричество.– 1999.– № 4.– С. 40–42.
74. Кирхгоф Г.Р. Избранные труды.– М.: Наука.– 1988.– 428 с.
75. Кнеллер В.Ю., Боровских Л.П. Определение параметров многоэлементных двухполюсников.– М.: Энергоатомиздат.– 1986.– 144 с.
76. Копылов И.П. Применение вычислительных машин в инженерно-экономических расчетах. Электрические машины.– М.: Высш. шк.–1980.– 256 с.

77. Коровкин Н.В., Потиеенко А.А., Чечурин В.Л. Обратные задачи в электротехнике и их численное решение: Учеб. пособие.– СПб: Нестор, 2003.– 155 с.
78. Коротков А.С. Микроэлектронные аналоговые фильтры на преобразователях импеданса.– СПб: Наука.– 1999.– 416 с.
79. Крон Г. Применение тензорного анализа в электротехнике.– М.: ГЭИ, 1955.
80. Крон Г. Исследование сложных систем по частям – диакоптика.– М.: Наука.– 1972.– 544с.
81. Крон Г. Тензорный анализ сетей.– М.: Сов. радио.– 1978.– 720с.
82. Кузовкин В.А. Теоретическая электротехника: Учебник.– М.: Логос, 2002.– 480 с.
83. Курганов С.А., Филаретов В.В. Анализ биполярных интегральных схем методом независимых токов // Электрон. техника. Сер. 3: Микроэлектроника.– 1981.– Вып. 6 (96).– С. 37–40.
84. Курганов С.А., Филаретов В.В. Метод многовариантного анализа статического режима электронных схем // Проблемы нелинейной электротехники: Тез. докл. 1-й Всесоюз. конф.– Киев: Наукова думка, 1981.– Ч. 1.– С. 174–177.
85. Курганов С.А., Филаретов В.В. Использование обратных компонентных функций в моделях многовариантного анализа статического режима электрических цепей // 6-я Всесоюз. конф. по теории и методам расчета нелинейных цепей и систем: Тез. докл.– Ташкент: политехн. ин-т, 1982.– Ч. 2.– С. 121–122.
86. Курганов С.А., Троицкий С.В. А. с. 918902 СССР. Устройство для моделирования полевого транзистора.– 1982.– Бюл. № 13.
87. Курганов С.А., Троицкий С.В., Барткявичус П.К. А. с. 966628 СССР. Устройство для контроля интегральных схем.– 1982.– Бюл. № 31.
88. Курганов С.А., Филаретов В.В. Модифицированный метод Кудеревьев / Ред. журн. “Радиотехника”.– Деп. в ЦНТИ “Информсвязь” 12.02.82, № 110.– 15 с. Реф. : Радиотехника.– 1982.– № 9.– С. 88.
89. Курганов С.А., Филаретов В.В. Численный алгоритм анализа активных фильтров и усилителей со сложной коррекцией в частотной области // Вопросы теории и проектирования аналоговых измерительных преобразователей.– Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1983.– Вып. 3.– С. 80–83.
90. Курганов С.А., Филаретов В.В. Формирование узловых уравнений электроэнергетических цепей и сетей на основе множеств ветвей // Энергетика.– 1983.– № 4.– С. 26–28.
91. Курганов С.А., Филаретов В.В. Метод многовариантного анализа нелинейных электронных схем // Электричество.– 1983.– № 5.– С. 42–43.
92. Курганов С.А. Оптимизационные модели выпрямительных схем // Тез. докл. 3-й Всесоюз. конф. «Проблемы преобразовательной техники».– Киев: Ин-т электродинамики АН УССР, 1983.– С. 29–32.
93. Курганов С.А., Филаретов В.В. Комбинированный метод анализа электрических цепей // Электромеханика.– 1984.– № 5.– С. 63–67.

94. Курганов С.А. Формирование моделей электроэнергетических цепей и сетей по методу независимых токов путем последовательного учета компонентов // Энергетика.– 1984.– № 10.– С. 55–58.

95. Курганов С.А. Формирование моделей электронных цепей измерительных устройств в базисе независимых напряжений путем последовательного учета компонентов // Радиотехнические измерения в диапазоне высоких и сверхвысоких частот: Тез. докл. Всесоюз. конф.– Новосибирск, 1984.– С. 120–121.

96. Курганов С.А. Методы формирования математических моделей электрических цепей с магнитными элементами: Автореф. дис. канд. техн. наук: 05.09.05 (Теорет. электротехника) / Ленингр. политехн. ин-т.– Л., 1985.– 19 с.

97. Курганов С.А. Гибридный контурный метод анализа электронных цепей // Радиоэлектроника.– 1987.– № 6.– С. 68–71.

98. Курганов С.А. Метод контурных токов с индуктивной матрицей параметров // Электромеханика.– 1987.– № 7.– С. 5–9.

99. Курганов С.А. Гибридный контурный метод с RLS-матрицей параметров для анализа электрических цепей // Проблемы нелинейной электротехники: Тез. докл. Всесоюз. конф.– Киев: Ин-т проблем моделирования в энергетике АН УССР, 1988.– С. 187–188.

100. Курганов С.А. Гибридный узловый метод анализа электрических цепей // Электричество.– 1988.– № 2.– С. 76–79.

101. Курганов С.А. Расширение области использования программ расчета установившегося режима электрических цепей на основе метода узловых магнитных потоков // Энергетика.– 1988.– № 5.– С. 30–34.

102. Курганов С.А., Савиновский Ю.А. Синтез реактивных двухполюсников. Метод. указания к курсовой работе.– Ульяновск: УлПИ.– 1988.– 72 с.

103. Курганов С.А. Гибридный контурный метод с резистивно-индуктивной матрицей параметров для анализа электроэнергетических систем // Математическое моделирование в энергетике: Тез. докл. Всесоюз. конф.– Киев, 1990.– Ч. 3.– С. 99–100.

104. Курганов С.А. Гибридный контурный метод с резистивно-индуктивной матрицей параметров для анализа электрических цепей // Электромеханика.– 1991.– № 6.– С. 14–21.

105. Курганов С.А. Разработка компьютерных программ в курсе «Основы теории цепей» // Компьютеризация учебного процесса.: Тез. докл. республ. науч.-метод. конф.– Астрахань.– 1992.– С. 80.

106. Курганов С.А. Анализ активных и нелинейных электрических цепей: Методические указания.– Ульяновск: УлГТУ, 1992.– 28 с.

107. Курганов С.А. Узловой метод с гибридной матрицей параметров для моделирования электрических цепей // Методы и средства оценки и повышения надежности приборов, устройств и систем: Тез. докл. Российской конф.– Саратов–Пенза, 1994.– С. 53.

108. Курганов С.А. Компьютерный контроль расчетных работ по теории цепей // Пути и методы совершенствования учебного процесса: Тез. докл. 4-й Всероссийской конф.– Самара.– 1995.– С. 51–52.

109. Курганов С.А., Булавочкин В.П. Применение пакета программ PSPICE при изучении ТОЭ // Компьютерные технологии в учебном процессе: Тез. докл. Всероссийской конф.– Казань: Фонд математика.– 1995.– С. 61–62.

110. Курганов С.А. Анализ и синтез электрических цепей: Метод. указания.– Ульяновск: УлГТУ, 1995.– 28 с.

111. Курганов С.А. Анализ установившихся режимов линейных цепей, элементов и сигналов с применением системы MathCAD: Метод. указания.– Ульяновск: УлГТУ, 1996.– 44 с

112. Курганов С.А., Булавочкин В.П. Применение систем MathCAD и PSPICE при изучении теоретических основ электротехники // Новые информационные технологии в системе многоуровневого обучения: Тез. докл. Всероссийской конф.– Нижний Новгород, 1996.– С. 138–139.

113. Курганов С.А., Булавочкин В.П. Анализ электрических цепей с применением пакета программ PSPICE: Метод. указания.– Ульяновск: УлГУ.– 1996.– 47 с.

114. Курганов С.А. Установившиеся режимы в однородной длинной линии при гармоническом воздействии: Метод. указания.– Ульяновск: УлГТУ, 1997.– 20 с.

115. Курганов С.А. Теоретико-множественный алгоритм формирования главных контурных уравнений электрических цепей // Новые методы, средства и технологии в науке, промышленности и экономике: Тез. докл. конф. С международным участием.– Ульяновск, 1997.– Ч. 1.– С. 69–70.

116. Курганов С.А. Диагностика электронных цепей в производстве электрорадиоаппаратуры // Научно-технические технологии товаров народного потребления: Тез. докл. Всероссийской конф.– Ульяновск.– 1997.– С. 60–61.

117. Курганов С.А. Диагностика нелинейных цепей автомобильной электроники методом узловых сопротивлений // Системные проблемы качества, математического моделирования и информационных технологий: Материалы международной конф.– Москва–Сочи, 1999.– С. 72–74.

118. Курганов С.А., Булавочкин В.П. Изучение нелинейного колебательного контура с помощью математических и схемотехнических пакетов программ // Информационные технологии в учебном процессе кафедр физики и математики: Тр. 5-го международ. совещания-семинара.– Ульяновск: УлГТУ, 1999.– С. 32–33.

119. Курганов С.А., Левчуков Л.А. Диагностика элементов электрических схем управления методом узловых сопротивлений // Инженерные проблемы в городском хозяйстве: Тр. Российской конф.– Ульяновск, 1999.– С. 78–79.

120. Курганов С.А., Капустин А.А. Анализ плохообусловленных моделей вентильных преобразователей / Электротехнические системы и комплексы.– Магнитогорск: Магнитогорский гос. тех. ун-т.– 2000.– Вып. 5.– С. 79–83.

121. Курганов С.А. Диагностика нелинейных электрических цепей комбинаторным методом узловых сопротивлений // Электроника, приборостроение, энергоэнергетика: Межвуз. сб. научн. тр.– Ульяновск: УлГТУ.– 2000.– С. 47–50.

122. Курганов С.А., Семенов А.В. Применение методов диагностики для прогнозирования роста потерь энергии в вентильных преобразователях // Энергосбережение в городском хозяйстве: Тр. 2-й Российской научн.-техн. конф.– Ульяновск, 2000.– С. 33–34.

123. Курганов С.А. Малосигнальный метод узловых сопротивлений для прогнозирования надежности и экономичности вентильных преобразователей // Научно-технический калейдоскоп.– 2000.– № 3.– С. 23–28.

124. Курганов С.А., Сабитов О.Ю. Анализ установившихся режимов линейных электрических цепей, элементов и сигналов с применением системы MathCAD: Метод. указания.– Ульяновск: УлГТУ, 2000.– 52 с.

125. Курганов С.А. Параметрическая адаптация линейных безынерционных электронных цепей на основе схемно-символьного подхода // Логико-алгебраические методы, модели, прикладные приложения: Тр. междунар. конф. КЛИН–2001.– Ульяновск: УлГТУ, 2001.– С. 24–26.

126. Курганов С.А. Диагностика электрических сетей на основе схемно-символьного подхода // Энергосбережение в городском хозяйстве, энергетике, промышленности: Материалы 3-й Российской конф.– Ульяновск.– 2001.– С. 106–108.

127. Курганов С.А., Никитин С.А. Диагностика электрических сетей на основе аналитического подхода // Энергосбережение в Поволжье.– 2001.– № 2.– С. 79–81.

128. Курганов С.А. Схемно-символьное решение базисной задачи диагностики электронных цепей в статическом режиме // Современные проблемы создания и эксплуатации радиотехнических систем: Тр. Всероссийской конф.– Ульяновск, 2001.– С. 233–235.

129. Курганов С.А., Филаретов В.В., Шеин Д.В. Схемно-символьный и матрично-численный анализ установившихся режимов линейных электрических цепей: Метод. указания.– Ульяновск: УлГТУ, 2002.– 56 с.

130. Курганов С.А. Комбинаторный подход к учету нагрузки при синтезе линейных электрических цепей // Системы искусственного интеллекта: Алгоритмы обработки и модели: КЛИН–2002.– Ульяновск, 2002.– Т. 4.– С. 93–95.

131. Курганов С.А., Филаретов В.В. Анализ установившихся режимов линейных электрических цепей методом схемных определителей: Учеб. пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 2002.– 148 с.

132. Курганов С. А. Символьный подход к решению задачи диагностики электрических цепей // *Электричество*.– 2002.– № 8.– С. 49–52.

133. Курганов С.А. Схемно-алгебраические формулы для определения цепных параметров проходных четырехполюсников в символьной форме // *Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003.*– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 4.– С. 52–55.

134. Курганов С.А., Филаретов В.В. О применении операционных усилителей для компенсации импедансов независимыми источниками // *Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003.*– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 4.– С. 55–58.

135. Курганов С.А., Филаретов В.В. Использование схемных функций при вариации параметров управляемых источников в линейных электронных цепях // *Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003.*– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 4.– С. 59–63.

136. Курганов С.А. Диагностика плохообусловленных линейных электрических цепей методом сопротивлений сечений // *Энергосбережение в городском хозяйстве, энергетике, промышленности: Материалы 4-й Российской конф.*– Ульяновск.– 2001.– С. 163–166.

137. Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ линейных электронных цепей на основе схемно-алгебраических формул выделения параметров многополюсников // *Электричество*.– 2003.– № 6.– С. 52–65.

138. Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ и диагностика линейных электрических цепей методом схемных определителей: Учеб. пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 2004.– 248 с.

139. Курганов С.А. Метод схемных определителей в базисе зарядов и напряжений для анализа цепей с переключаемыми конденсаторами // *Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2004.*– Ульяновск: УлГТУ, 2004.– Т. 4.– С. 64–69.

140. Курганов С.А., Филаретов В.В. Метод управляющего генератора для анализа линейных цепей с несколькими источниками воздействия // *Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН-2004.*– Ульяновск: Ульян. гос. техн. ун-т, 2004.– Т. 4.– С. 69–75.

141. Курганов С.А., Филаретов В.В. Топологические необходимые и достаточные условия решения базисной задачи диагностики // *Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2004.*– Ульяновск: УлГТУ, 2004.– Т. 4.– С. 75–80.

142. Курганов С.А., Филаретов В.В. Метод косвенной компенсации на основе управляемых источников для символьной диагностики линейных

цепей // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН-2004.– Ульяновск: УлГТУ, 2004.– Т. 4.– С. 75–80.

143. Курганов С.А., Филаретов В.В. Неявный принцип наложения воздействий в линейных электрических цепях // Электричество.–2005.– С.32–43.

144. Курганов С.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраические тождества топологических функций для линейных электрических цепей // Схемно- алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2005.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– Т. 4.– С. 95–106.

145. Курганов С.А., Филаретов В.В. Формирование передаточных функций электронных цепей по частям методом неравновесных двоичных векторов // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2005.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– Т. 4.– С.106–116.

146. Курганов С.А., Филаретов В.В. Автоматизированное построение схемно-алгебраических формул выделения многополюсников // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2005.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– Т. 4.– С.85–97.

147. Лаксберг Э.А. Частотный анализ линейных электронных схем с помощью ЭЦВМ на основе у-матрицы // Автоматизация проектирования в электронике.– Киев.– 1973.– Вып. 8.– С.22– 32.

148. Лаксберг Э.А. Моделирование электронных цепей на основе схемной редукции.– Таллин: Валгус, 1990.– 159 с.

149. Наволочный А.А. Защита электрической сети 6-10 кВ от однофазных замыканий на землю. Автореф. дис. ... канд. техн. наук.– СПб: СПбГТУ.– 2002.– 16 с.

150. Ланнэ А.А. и др. Оптимальная реализация линейных электронных RLC-схем.– Киев: Наук. думка, 1982.– 208 с.

151. Лурье О.Б. Интегральные микросхемы в усилительных устройствах.– М.: Радио и связь, 1988.– 176 с.

152. Лыпарь Ю.И. Структурный синтез электронных цепей.– Л.: ЛПИ, 1982.– 84 с.

153. Лыпарь Ю.И. Автоматизация проектирования избирательных усилителей и генераторов.– Л.: ЛГУ, 1983.– 144 с.

154. Лямец Ю.А., Нудельман Г.С., Павлов А.О. и др. Распознаваемость повреждений электропередачи. Ч. 1. Распознаваемость места повреждения.– Электричество.– 2001.– № 2.– С. 16–23.

155. Малафеев С.И., Серебренников Н.А., Фролкин В.Г. Контроль изоляции электрооборудования троллейбуса // Электричество.– 2004.– № 6.– С. 44–48.

156. Максвелл Д.К. Трактат об электричестве и магнетизме: В 2 т.– Т. 1.– М.: Наука, 1989.– 416 с.

157. Максимович Н.Г. Линейные электрические цепи и их преобразования.– М.-Л.: Госэнергоиздат, 1961.– 264 с.
158. Матханов П.Н. Основы синтеза линейных электрических цепей.– М.: Высш. шк., 1976.– 208 с.
159. Мельников Н.А. Матричный метод анализа электрических цепей.– М.-Л.: Энергия, 1966.– 216с.
160. Мигулин И.Н., Чаповский М.З. Интегральные микросхемы в радиоэлектронных устройствах.– Киев: Техніка, 1985.– 208 с.
161. Миланцей Т., Славский Г.Н., Филаретов В.В. Пять формул метода схемных определителей // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2004.–Ульяновск: УлГТУ, 2004.– Т. 4.– С. 102–113.
162. Миланцей Т., Филаретов В.В. От идеального усилителя Теллегена до многомерного неудаляемого управляемого источника // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2005.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– Т. 3.– С. 140–154.
163. Миронов В.Г. Макромоделирование подсхем сложных линейных электрических цепей для детерминированного и статистического анализа // Электричество.– 1998.– №5.
164. Миронов В.Г. Основы проектирования дискретно-аналоговых систем обработки сигналов // Электричество. – 2003.– №10. – С. 37–48.
165. Мулявка Я. Схемы на операционных усилителях с переключаемыми конденсаторами.– М.: Мир, 1992.– 416 с.
166. Мэзон С., Циммерман Г. Электронные цепи, сигналы и системы.– М.: Изд-во иностр. лит., 1963.– 620 с.
167. Нагорный Л.Я. Моделирование электронных цепей на ЦВМ.– Киев: Техника.– 1974.– 360 с.
168. Нагорный Л.Я., Задерей А.Н. Определение схемных функций сложных электронных цепей методом подсхем // Автоматизация проектирования в электронике.– Киев: Техника, 1979.– Вып. 9.– С. 17–21.
169. Некрасов М.М., Платонов В.В., Дадеко Л.И. Испытание элементов радиоэлектронной аппаратуры.– Киев: Вища шк., 1981.– 302 с.
170. Новгородцев А.Б. 30 лекций по теории электрических цепей.– СПб.: Политехника, 1995.– 519 с.
171. Новгородцев А.Б. Расчет электрических цепей в MatLab.– СПб: Питер, 2004.– 250 с.
172. Орличенко А.Н. Построение численно-аналитических моделей радиокомпонентов методом подобных адьюнкт // Электромеханика.– 2002.– № 1.– С. 37–41.
173. Орличенко А.Н., Шаповалов Р.Г. Символьные методы в задачах автоматизированного проектирования электронных узлов // Изв. вузов. Электромеханика.– 2002.– №1.– С. 34–36.

174. Ортега Дж. Введение в параллельные и векторные методы решения линейных систем.– М.: Мир.– 1991.– 367 с.
175. Основы теории цепей / Г.В.Зевеке, П.А.Ионкин, А.В.Нетушил, С.В.Страхов.– М.: Энергоатомиздат, 1989.– 528 с.
176. Очков В.Ф. Mathcad 8 Pro для студентов и инженеров.– М.: Компьютер Пресс, 1999.– 523 с.
177. Перфильев Ю.С. Введение в автоматизированное проектирование электрических и электронных цепей.– Красноярск: Изд-во Красноярск. ун-та, 1989.– 192 с.
178. Петренко И.А., Любич Б.А. Решение задачи локализации неисправностей аналоговых цепей методами математического программирования // Автоматизация проектирования в электронике.– Киев: Техника, 1987.– С.64–68.
179. Писсанецки С. Технология разреженных матриц.– М.: Мир, 1988.– 410 с.
180. Попков В.И., Демирчян К.С. Проблемы диагностики и прогнозирования надежности энергетического оборудования // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт.– 1979, № 6.– С. 3–11.
181. Попов В.П. Основы теории цепей.– М.: Высш. шк., 2000.– 575 с.
182. Практикум по ТОЭ: В 2 ч. Ч. 1: Учеб. пособие / Под ред. М.А.Шакирова.– СПб: Изд-во СПбГТУ, 2000.– 152 с.
183. Практикум по ТОЭ: В 2 ч. Ч. 2: Учеб. Пособие / Под ред. М.А.Шакирова.– СПб: Изд-во СПбГТУ, 2000.– 204 с.
184. Применение цифровых вычислительных машин в электроэнергетике / О.В. Щербачев и др.– Л.: Энергия.– 1980.– 240 с.
185. Прянишников В.А. Электроника: Курс лекций.– СПб.: Корона принт, 1998.– 400 с.
186. Пухов Г.Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей.– Киев: Наук. думка, 1967.– 568 с.
187. Пухов Г.Е. Дифференциальный анализ электрических цепей.– Киев: Наук. думка.– 1982.– 496 с.
188. Ройтман Л., Свами М. Метод диагностики цепей// ТИИЭР.– 1981.– Т.69, №5.– С.194–195.
189. Савиновский Ю.А., Курганов С.А., Филаретов В.В. и др. Исследование и разработка методов проектирования электроэлементов для высокочастотных статических преобразователей постоянного напряжения в переменное (СПН): Отчет о НИР / УлПИ.– № 25–113/79; № ГР79054049; Инв. № 0282.5039709.– Ульяновск, 1981.– 164 с.
190. Савиновский Ю.А., Курганов С.А., Филаретов В.В. и др. Разработка комплекса программ анализа и оптимизации режимов работы вторичных источников питания: Отчет о НИР / УлПИ.– № 25–6/81; № ГР81010952; Инв. № 0283.0017521.– Ульяновск, 1982.– 157 с.
191. Савиновский Ю.А., Курганов С.А., Филаретов В.В. Алгоритм генерации прадеревьев комбинированного графа / Ред. журн.

“Радиоэлектроника”.– Деп. в ВИНТИ 22 07 82, № 3951–В82.– 8 с.– Реф. : Радиоэлектроника.– 1982.– № 12.– С. 96.

192. Савиновский Ю.А., Курганов С.А., Филаретов В.В. Инструкция по эксплуатации автоматизированной программы анализа электронных схем KRECHET.– Ульяновск: УлПИ, 1983.– 9 с.

193. Савиновский Ю.А., Курганов С.А. Метод анализа электронных цепей на основе базиса независимых зарядов//Радиоэлектроника,1984.– №11.–С.47–51.

194. Савиновский Ю.А., Курганов С.А., Меньшов Е.Н. и др. Исследование сетевых фильтров импульсных помех и их электромагнитных элементов: Отчет о НИР / УлПИ.– № 25–56/82; № ГР0182.9023263; Инв. № 0286.0005381.– Ульяновск, 1985.– 180 с.

195. Савиновский Ю.А., Курганов С.А., Кайнов А.П. Применение метода независимых потоков для анализа электрических цепей // Электричество.– 1986.– № 2.– С. 74–76.

196. Савиновский Ю.А., Курганов С.А. Второй метод независимых токов для анализа электрических цепей с магнитными элементами // Численные эксперименты в проектировании радиоэлектронной аппаратуры.– Пенза: Пенз. политехн. ин-т, 1987.– Вып. 1.– С. 65–69.

197. Савиновский Ю.А., Курганов С.А., Меньшов Е.Н. и др. Разработка помехоподавляющих устройств с ограничителями напряжения: Отчет о НИР / УлПИ.– № ГР0186.0053000; Инв. № 0288.0071671.– Ульяновск, 1987.– 180 с.

198. Савиновский Ю.А., Курганов С.А., Меньшов Е.Н. и др. Исследование и разработка помехоподавляющих устройств (фильтров) для системы РЭА: Отчет о НИР / УлПИ.– № ГР0186.0053000; Инв. № 0290.0645314.– Ульяновск, 1990.– 190 с.

199. Савиновский Ю.А., Курганов С.А., Меньшов Е.Н. и др. Разработка эквивалента канала передачи и приема зондирующих импульсов системы контроля прибора 1С: Отчет о НИР / УлПИ.– № ГР0190.0061137; Инв. № 0290.0645314.– Ульяновск, 1990.– 190 с.

200. Савиновский Ю.А., Курганов С.А., Меньшов Е.Н. и др. Разработка эквивалента канала передачи и приема зондирующих импульсов системы контроля прибора 1С: Отчет о НИР / УлПИ.– № ГР0190.0061137; Инв. № 0290.0645314.– Ульяновск, 1990.– 190 с.

201. Савиновский Ю.А., Курганов С.А., Меньшов Е.Н. и др. Исследование оптимального использования активных материалов трансформаторов ТП-60: Отчет о НИР / УлПИ.– № ГР0190.10006746; Инв. № 0292.0005149.– Ульяновск, 1992.– 100 с.

202. Савиновский Ю.А., Курганов С.А., Ямлеев Р.А. Электрическая и тепловая модель трансформатора // Проблемы преобразовательной техники: Тез. докл. 5-й Всесоюз. конф.– Киев, 1991.– С. 143–144.

203. Савиновский Ю.А., Савиновская Г.А., Курганов С.А. Волновые процессы в линиях // Применение средств вычислительной техники в

учебном процессе кафедр физики и высшей математики: Тез. докл. республ. семинара.– Ульяновск: УлПИ.– 1991.– С. 29–30.

204. Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети, алгоритмы.– М.: Мир, 1984.– 455 с.

205. Сешу С., Рид М.Б. Линейные графы и электрические цепи.– М.: Высш. шк., 1971.– 448 с.

206. Сигорский В.П. Методы анализа электрических схем с многополюсными элементами.– Киев: Изд-во АН УССР.– 1958.– 402 с.

207. Сигорский В.П. Анализ электронных схем.– Киев: Гос. изд-во техн. лит. УССР.– 1963.– 176 с.

208. Сигорский В.П., Петренко А.И. Алгоритмы анализа электронных схем.– М.: Сов. Радио.– 1976.– 608 с.

209. Системный анализ и принятие решений: Словарь-справочник/ Под ред. В.Н.Волковой, В.Н. Козлова.– М.: Высш.шк., 2004.– 616 с.

210. Солдатов В.А., Попов Н.М. Моделирование сложных видов несимметрии в распределительных сетях 10 кВ методом фазных координат // Электротехника.– 2003.– № 10.– С. 35–38.

211. Соловьева Е. Б. Методы макромоделирования нелинейных цепей, синтеза операторов и аппроксимации множеств сигналов. Автореф. дис. ... докт. техн. наук.– С. Петербург.– 2001.– 32 с.

212. Стахив П.Г. Анализ динамических режимов в электронных схемах с многополюсниками.– Киев: Вища шк.– 1988.– 154 с.

213. Теоретические основы электротехники: В 2 т. Т. 1. Основы теории линейных цепей / П.А.Ионкин, А.И.Даревский, Е.С.Кухаркин, В.Г.Миронов, Н.А.Мельников.– М.: Высш. шк., 1976.– 544 с.

214. Тимкин Ю.В. Анализ электронных схем методом двунаправленных графов.– М.: Энергоатомиздат.– 1985.– 256 с.

215. Трохименко Я.К., Ловкий В.К., Гребеньков Н.В. Анализ нелинейных цепей на ЭВМ с применением буквенных методов // Изв. вузов. Радиоэлектроника.– 1978, №6.– С.72–81.

216. Трохименко Я.К. Метод обобщенных чисел и анализ линейных цепей.– М.: Сов. Радио.–1972.– 212с.

217. Трохименко Я.К. Анализ линейных электронных цепей теоретико-множественным методом схемных чисел // Радиоэлектроника.– 2002.– № 7.– С. 3–14.

218. Тутьшкин А.А., Коротков А.С. Анализ цепей с токовыми конвейерами при помощи графов // Радиоэлектроника.– 2003.– № 8.– С. 58–63.

219. Фидлер Д.К., Найтингейл К. Машинное проектирование электронных схем.– М.: Высш.шк., 1985.– 216 с.

220. Филаретов В.В. Неявный принцип наложения и анализ линейных электрических цепей // Электричество.– 1990.– № 3.– С. 37–43.

221. Филаретов В.В. Уравнения топологических функций и их некоторые свойства // Электричество.– 1990.– № 5.– С. 73–76.

222. Филаретов В.В. Исследования *Вильгельма Фойснера* в области теоретической электротехники // *Электричество*.– 1992.– № 9.– С. 64–67.
223. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения ветвей и дуг // *Электричество*.– 1992.– № 7.– С. 31–37.
224. Филаретов В.В. Обобщенный унисторный граф электронной схемы и его анализ // *Электричество*.– 1993.– № 5.– С. 65–70.
225. Филаретов В.В. Оптимизация формул схемных функций электрических цепей // *Электричество*.– 1993.– № 9.– С. 64–68.
226. Филаретов В. В. Приоритеты в науке, или еще об одном слагаемом успеха // *Электричество*.– 1994.– № 12.– С. 63–64.
227. Филаретов В.В. Синтез оптимальных формул схемных функций электрических цепей // *Электричество*.– 1995.– № 4.– С. 36–43.
228. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // *Электричество*.– 1998.– № 5.– С. 43–52.
229. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // *Электричество*.– 2001.– № 4.– С. 43–51.
230. Филаретов В. В. Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям // *Электричество*.– 2001.– № 8.– С. 33–42.
231. Филаретов В. В. Анализ электрических цепей методом схемных определителей: Метод. указания.– Ульяновск: УлГТУ, 2001.– 40 с.
232. Филаретов В.В. Схемное отображение матрицы для символьного решения систем линейных алгебраических уравнений // *Логико-алгебраические методы, модели, прикладные применения: Тр. международ. конф. КЛИН–2001*.– Ульяновск: УлГТУ, 2001.– Т. 3.– С. 13–15.
233. Филаретов В.В. О взаимосвязи схемного и матричного определителей // *Системы искусственного интеллекта: Алгоритмы обработки и модели: Тр. международ. конф. КЛИН–2002*.– УлГТУ.– 2002.– Т. 4.– С. 85–92.
234. Филаретов В.В. Топологический анализ электрических цепей на основе схемного подхода. Дис. ... докт. техн. наук.– С.-Петербург–Ульяновск.– 2002.– 278 с.
235. Филаретов В.В. О схемных триадах Л.И.Волгина, порождаемых поворотом активного трехполюсника в активных электрических цепях // *Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003*.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 4.– С. 86–94.
236. Хейнлейн В.Е., Холмс В.Х. Активные фильтры для интегральных схем.– М.: Связь, 1980.– 656 с.
237. Хэпп Х. Диакоптика и электрические цепи.– М.: Мир.– 1974.– 343 с.
238. Хрисанов В.И. Математическая модель асинхронных машин в фазных осях статора // *Электротехника*.– 2004.– № 7.– С. 23–31.

239. Хусаинов Ш.Н. Развитие теории и методов анализа электрических схем с многополюсными элементами: Автореф. дис. ... докт. техн. наук.– М.: МЭИ.– 1997.– 40 с.

240. Хусаинов Ш.Н. Топологические формулы для определителей матриц проводимостей электрических цепей с многополюсниками // Электричество.– 2003.– № 2.– С. 48–52.

241. Цыпин Б.В. Методы и измерительные преобразователи для контроля и диагностики электронной аппаратуры при производстве: Автореф. дис. ... докт. техн. наук / Пенз. гос. ун-т.– Пенза, 2002.– 38 с.

242. Чиндяскин В.И., Нелюбов В.М. Математическая модель части электроэнергетической системы // Электротехника.– 1999.– № 3.– С. 15–16.

243. Чуа Л. О., Лин П. М. Машинный анализ электронных схем: Алгоритмы и вычислительные методы.– М.: Энергия, 1980.– 640 с.

244. Чуловский В.И. Разработка алгоритмов анализа электрических цепей с использованием булевых множеств и их применение в задачах диагностики. Автореферат дис. ... канд. техн. наук / Ин-т проблем моделирования в энергетике.– Киев, 1989.– 20 с.

245. Шакиров М. А. Преобразования и диакоптика электрических цепей.– Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1980.– 196 с.

246. Шакиров М. А. Расчет по частям линейных электрических цепей при отсутствии гальванических соединений между подсхемами // Электромеханика.– 1980.– № 5.– С. 527–533.

247. Шакиров М. А., Булавочкин В.П. Расчет нулляторно-нораторных у-схем по частям заменой у-подсхем z-радиальными эквивалентными многомерными генераторами ЭДС // Электромеханика.– 1984.– № 8.– С. 87–91.

248. Шакиров М.А. Расчет сложных Z-схем методом преобразования обобщенно-параллельных соединений.– Л.: Изд-во ЛПИ.– 1985.–28 с.

249. Шакиров М.А. Теоретические основы электротехники: Новые идеи и принципы: Схемоанализ и диакоптика.– СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2001.– 212 с.

250. Шакиров М.А., Кияткин Р.П., Королева Т.И., Филаретов В.В. Сигнальные графы электрических цепей: Учеб. пособие.– Л.: Ленингр. гос. техн. ун-т, 1991.– 74 с.

251. Шакиров М.А. Системные схемы замещения трехфазных машин и их применение для расчета несимметричных режимов электрических систем // Электротехника.– 2003.– № 10.– С. 26 – 35.

252. Шкритек П. Справочное руководство по звуковой схемотехнике.– М.: Мир, 1991.– 446 с.

253. Электрические системы: Математические задачи электроэнергетики / Под ред. В.А.Веникова.– М.: Высшая школа, 1981.– 288 с.

254. Alderson G.E., Lin P.M. Integrating topological and numerical methods for semi-symbolic network analysis // Eighth annual Allerton conference on circuit and system theory.– Allerton House, 1970.– P. 646–654.

255. Alderson G.E., Lin P.M. Computer generation of symbolic network functions – a new theory and implementation // *Circuit theory.*– 1973.–Vol. CT–20.– N 1.– P. 48–56.

256. Bandler J. W., Salama A.E. Fault diagnosis of analog circuits// *Proceedings of the IEEE.*–1985.– Vol.73, N 8.– P.1279–1325.

257. Bedrosian S.D., Berkowitz R.S. Solution procedure for single-element-kind networks.–1963.– P.16–24.

258. Berkowitz R.S. Conditions for network-element-value solvability // *Circuit cheory.*– 1962.– March.– P. 24–29.

259. Berkowitz R.S., Wexelblat R. L. Statistical considerations in element value solutions // *IRE Transactions on military electronics.*– 1962.– July.– P. 282–288.

260. Braun J. Topological analysis of networks containing nullators and norators // *Electronics letters.*– 1966.– Vol. 2, No. 11.– P. 427–428.

261. Braun J. Method of singular elements in the theory of active nonreciprocal networks: Ph.D. dissertation / *Rozpravy Československé Akademie VĚD.*– Praha, 1969.– 60 p.

262. Breuer M.A. Generation of optimal code for expressions via factorization // *Communications of the Association for computing machinery.*– 1969.– Vol. 12, N 6.– P. 333-340.

263. Brown F.D., Mcallister N.F., Perry R.P. An application of inverse probability to fault isolation // *Ire transactions on military electronics.*– 1962.– July.– P. 260–267.

264. Bruton L.T. *RC-active circuits theory and Design.* Prentice-hall series in electrical and computer engineering. Editor L.O.Chua.– New Jersey, 1980.– 515 p.

265. Carlin H.J., Youla D.C. Network synthesis with negative resistors // *Proceedings of the IRE.*– 1961 (May).– P. 907–920.

266. Carlin H.J. Singular network elements // *Circuit theory.*– 1964 (March).– P. 67–72.

267. Chang S.M., MacKay J.F., Wierzba G.M. Matrix reduction and numerical approximation during computation techniques for symbolic analog circuit analysis // *ISCAS.*– 1992.– P. 1153–1156.

268. Chang S.M., Wierzba G.M. Circuit level decomposition of networks with nullors for symbolic analysis // *Circuits and systems.*– 1994.– Vol. CAS–41. N 11.– P. 699–711.

269. Coates C.L. General topological formulas for linear network functions // *Circuit theory.*– 1958.– Vol. CT–5, N 3.– P. 42–54.

270. Constantinescu F., Marin C.V., Nitescu M., Marin D. A new approach to parameter identification of linear circuits // *IEEE Proc. of the international conference on signals, circuits and systems.*– Romania, 2003.– P. 457–460.

271. Constantinescu F., Nitescu M., Iordache M., Dumitriu L., Muntean R., Botinant A. Selection of the best hierarchical structure in symbolic analysis problems // *SMACD–1998.*– Kaiserslautern, 1998.– P. 187–190.

272. Dmytryshyn R. Modified Feussner's method // SMACD-2002.– Sinaia, 2002.– P. 47–52.

273. Dmytryshyn R., Kubaszek A. Multimethodical approach and sequence of expressions generation for acceleration of repetitive analysis of analog circuits // Analog integrated circuits and signal processing.– Vol. 31.– Kluwer Academic Publishers, 2002.– P. 147–159.

274. Dumitriu L., Iordach M., Mandache L. Diakoptic modified nodal method for symbolic analysis of analog circuits // SMACD-2002.– Sinaia, 2002.– P. 89–94.

275. Farchy S. L., Gadzheva E. D., Raykovska L. H., Koujomdjiev T. G. Nullator–norator approach to analogue circuit diagnosis using general-purpose analysis programmes // Circuit theory and applications.–1995.– Vol. 23.– P. 571–585.

276. Fedi G., Riccardo G., Luchetta A., Manetti S., Piccirilli M.C. On the application of symbolic techniques to the multiple fault location in low testability analog circuits // Circuits and systems.– 1998.– Pt. II, vol. 45, N 10.– P. 1383–1388.

277. Fedi G., Manetti S., Piccirilli M.C. Comments on “Linear circuit fault diagnosis using neuromorphic analyzers” // Circuits and systems.– 1999.– Pt. II, vol. 46, N 4.– P. 483–485.

278. Fedi G., Manetti S., Piccirilli M.C., Starzyk J. Determination of an optimum set of testable components in the fault diagnosis of analog linear circuits // Circuits and systems.– 1999.– Pt. I, vol. 46, N 7.– P. 779–787.

279. Feussner W. Ueber Stromverzweigung in netzformigen Leitern // Annalen der Physik.– 1902.– Bd 9, N 13.– S. 1304–1329.

280. Feussner W. Zur Berechnung der Stromstarke in netzformigen Leitern // Annalen der Physik.– 1904.– Bd 15, N 12.– S. 385–394.

281. Fischer H.D. On the unique solvability of RLCT-networks // Circuit theory and applications.– 1975.– Vol. 3.– P. 391–394.

282. Filaretov V.V., Korotkov A.S. Generalized parameter extraction method in network symbolic analysis // Proceedings of the European conference on circuit theory and desing (ECCTD-2003).– Kraków, Poland, 2003.– Vol. 2.– P. 406–409.

283. Filaretov V.V., Korotkov A.S. Generalized parameter extraction method in case of multiple excitation // Proceedings of the 8-th international workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design.– Wroclaw (September 23–24).– 2004.– P. 8–11.

284. Filaretov V.V. A topological analysis of electronic circuits by a parameter extraction method // Electrical technology Russia.– 1998.– No. 2.– P. 46–61.

285. Fortescue C.L. Method of symmetrical coordinates applied to the solution of the polyphase networks // Trans. AIEE.– Vol. 35, pt.II.– P. 1027–1140.

286. Gielen G.E., Walscharts H.C.C., Sansen W.M.C. A symbolic simulator for analog integrated circuits // *IEEE Journal of solid-state circuits*.– 1989.– Vol.24, N 6.– P.1588–1597.

287. Hashemian R. Symbolic representation of network transfer functions using norator-nullator pairs // *Electronic circuits and systems*.– 1977.– Vol. 1, N 6 (November).– P. 193–197.

288. Hassoun M.M., Fernández F.V., Gielen G., Huelsman L., Konczykowska A., Manetti S., Sansen W, Vlach J. Pleasures, perils and pitfalls of symbolic analysis // *ISCAS–1994*.– London, 1994.– P. 451–457.

289. Hassoun M.M., Lin P.M. A new network approach to symbolic simulation of large-scale networks // *ISCAS*.– 1989.– P. 806–809.

290. Hassoun M.M., Lin P.M. A hierarchical network approach to symbolic analysis of large-scale networks // *Circuits and systems*.– 1995.– Pt. I, vol. 42, N 4.– P. 201–211.

291. Hoang S. Direct topological rules for analysis of networks without magnetic coupling // *Archiwum elektrotechniki*.– 1974.– T. 23, z. 2.– S. 387–405.

292. Hoang S. Direct and shortcut topological rules for analysis of networks with magnetic coupling // *Archiwum elektrotechniki*.– 1974.– T. 23, z. 2.– S. 407–425.

293. Hoang S. Regular cycle sets and transfer link chains in the direct topological method of network analysis // *Archiwum elektrotechniki*.– 1974.– T. 23, z. 4.– S. 1069–1082.

294. Hoang S. Direct topological method of analysis of networks containing operational amplifiers//*Archiwum elektrotechniki*.–1981.– T.30,z.118–4.–S. 911–922.

295. Hoang S. About the stability of frequency-independent networks // *Circuits and systems*. 1985.– Vol. CAS–32, N 9.– P. 970–973.

296. Huelsman L.P. Personal computer symbolic analysis programs for undergraduate engineering courses // *ISCAS*.– 1989.– P. 798–801.

297. Iordache M. Generalization topological formulae for symbolic or numeric symbolic generation of network functions // *ECCTD–1993*.– Davos, 1993.– P. 35–39.

298. Iordache M., Dumitriu L., Kossir A. Efficient decomposition techniques for symbolic analysis of large-scale analog circuits // *SMACD–2002*.– Sinaia, 2002.– P. 83–88.

299. Jou S.J., Perng M.F., Su C.C., Wang C.K. Hierarchical techniques for symbolic analysis of large electronic circuits // *ISCAS*.– 1994.– P. 21–24.

300. Kaneko M., Kunieda H., Onoda M. Topological formulas for switched capacitor networks // *Electronics and communications in Japan*.– 1983.– Vol. 66–A.– N 11.– P. 1080–1087.

301. Korotkov A.S., Morozov D.V. Topological analysis of continuous and discrete time linear circuits using Nathan rules // *SMACD–2002*.– Sinaia, 2002.– P. 35–42.

302. Kumar P., Senani R. Bibliography on nullors and their applications in circuit analysis, synthesis and design // Analog integrated circuits and signal processing.– 2002.– Vol. 33.– P. 65–76.

303. Kurganov S.A. A symbolic approach to solving the problem of linear electronic circuit diagnostics // Electrical technology Russia.– 2002.– No. 3.– P. 70–77.

304. Lin P.M. Symbolic network analysis.– Amsterdam-Oxford-New York-Tokyo: Elsevier, 1991.– 319 p.

305. Lin P.M. Sensitivity analysis of large linear networks using symbolic programs // ISCAS.– 1992.– P. 1145–1148.

306. Mandache L., Topan D. Diakoptic analysis of the large-scale networks using the waveform relaxation methods // SMACD–2002.– Sinaia, 2002.– P. 57–60.

307. Manetti S., Piccirilli M.C. A singular-value decomposition approach for ambiguity group determination in analog circuits // Circuits and systems.– 2003.– Pt. I, vol. 47.– No. 4.– P. 477–487.

308. Milancej T. Modelowanie i analiza topologiczna ukladow aktywnych SC // X Krajowa konferencja «Teoria obwodow i układy elektroniczne».– Lodz–Rytro.– 1987.– S. 543–549.

309. Milancej T. Modelowanie i simulacja filtrow cyfrowych oraz filtrow SC // XI Krajowa konferencja «Teoria obwodow i układy elektroniczne».– Lodz–Rytro.– 1988.– S. 33–39.

310. Milic M.M. General passive networks – solvability, degeneracies, and order of complexity // Circuits and systems.– 1974.– Vol. CAS-21, N 2 (March).– P. 177–183.

311. Mulawka J.J., Moschytz G.S. A by-inspection analysis of SC networks using direct topological rules // IEE Proceedings.– 1985.– Vol. 132, pt. G, No. 6 (December).– P. 255–265.

312. Ozawa T. Topological conditions for the solvability of linear active networks // Circuit Theory and Applications.– 1976.– Vol. 4.– P. 125–136.

313. Ozawa T., Bandler J.W., Salama A.E. Diagnosability in the decomposition approach for fault location in large analog networks // Circuits and systems.– 1985.– Vol. CAS–32, N 4.– P. 415–416.

314. Ozawa T., Kajitani Y. Diagnosability of linear active networks // IEEE Circuits and systems.– 1979.– Vol. CAS–26.– No. 7.– P. 485–489.

315. Parten M.E. Seacat R.H. Topological analysis of networks containing nullators and norators using residual networks // 23rd annual Southwestern IEEE conference and exhibition.– New York, 1971.– P. 39–42.

316. Percival W.S. Improved matrix and determinant methods for solving networks // Digests of institution monographs.– Monograph No. 96 (Radio section).– P. 278–279.

317. Percival W.S. The graphs of active networks // Digests of institution monographs.– Monograph No. 129 (Radio section).– P. 727–729.

318. Pierzchala M., Rodanski B. Obtaining symbolic network functions of large circuits by block decomposition of the node admittance matrix // ECCTD.– 1995.– P. 71–74.
319. Pierzchala M., Rodanski B.S. Direct calculation of numerical coefficients in semi-symbolic circuit analysis // SMACD.– 1998.– P. 173–176.
320. Richard Shi C.-J., Xiang-Dong Tan. Canonical symbolic analysis of large analog circuits with determinant decision diagrams // IEEE Trans. on computer-aided design of integrated circuits and systems.– 2000.– Vol. 19.– No. 1.– P. 1–13.
321. Rodanski B.S. Computational efficiency of symbolic sequential formulae // SMACD–2000.– Lisbon, 2000.– P. 45–50.
322. Rodanski B.S. Modification of the two-graph method for symbolic analysis of circuits with non-admittance elements // International conference on signals and electronic systems (ICSES–2002).– Wrocław–Świeradów Zdrój, 2002.– P. 249–254.
323. Saek R., Singh S. P., Liu R.W. Fault isolation via component simulation // Circuit theory, vol. CT-19, 1972.– P.634-640.
324. Slavski G.N. Single Op Amp high order polynomial ARC low-pass-filter // Proc. Int. Symp. SCS.– Iasi, Romania.– July 2003.– Vol.2– P. 349–352.
325. Starzyk J.A., Konczykowska A. Flowgraph analysis of large electronic networks // Circuits and systems.– 1986.– Vol. CAS-33, N 3.– P. 302–315.
326. Tadeusiewicz M., Korzybski M. A method for diagnosis in linear electronics circuits // International journal of circuit theory applications.– 2000, 28.– P. 245–262.
327. Tellegen B.D.H. La recherche pour une série complète d'éléments de circuit idéaux non-linéaires // Rendiconti del seminario matematico e fisico di Milano: Sotto gli auspice dell'università e del politecnico.– Milano, 1955. Vol. 25 (1953–1954).– P. 134–144.
328. Tellegen B.D.H. On nullators and norators // Circuit theory.– 1966.– CT–13, N 4 (December).– P.466–469.
329. Verhaegen W., Gielen G. An efficient evaluation scheme for linear transfer functions using the determinant decision diagram representation of the system determinant // SMACD.– 1998.– P. 125–129.
330. Vlach J., Singhal K., Vlach M. Computer oriented formulation of equation and analysis of switched-capacitor networks // Circuits and systems.– 1984.– Vol. CAS–31.– No. 9.– P. 753–765.
331. Wambacq P., Gielen G.G.E., Sansen W. Symbolic network analysis methods for practical analog integrated circuits: A survey // Circuits and systems.– 1998.– Pt.II, vol. 45.– No. 10.– P. 1331–1341.
332. Wei T., Wong M. W. T., Lee Y.S. Efficient fault diagnosis of large scale analogue circuits based on symbolic method // Int. J. Electronics.– 1999.– Vol. 86.– No. 1.– P. 23–33.
333. Wierzba G. M. Op-Amp Relocation: A topological active network synthesis // Circuits and systems.– 1986.– Vol. CAS–33, N 5.– P. 469–475.

334. Wozniacki H. Analiza ukladow elektrycznych za pomoca ukladow przelaczajacych // Biuletyn wojskowej akademii technicznej im. J.Dabrowskiego.– 1967.– N 11.– S. 19–35.

УСЛОВНЫЕ СОКРАЩЕНИЯ В НАЗВАНИЯХ ИСТОЧНИКОВ

| | |
|----------------------|---|
| КЛИН | Международная конференция «Континуальные логико-алгебраические исчисления и нейроматематика в науке, технике и экономике» |
| МЭИ | Московский энергетический институт |
| УлГТУ | Ульяновский государственный технический университет |
| УлПИ | Ульяновский политехнический институт |
| Радиоэлектроника | Изв. высш. учеб. заведений МВ и ССО СССР. Радиоэлектроника |
| Электромеханика | Изв. высш. учеб. заведений МВ и ССО СССР. Электромеханика |
| Энергетика | Изв. высш. учеб. заведений МВ и ССО СССР. Энергетика |
| Circuit theory | IRE (IEEE с 1963 г.) Transactions on circuit theory IRE Institute of Radio engineers (США) |
| Circuits and systems | IEEE Transactions on circuits and systems (США) |
| ECCTD | Proceedings of the European conference on circuit theory and desing / European circuit society |
| IEEE | Institute of Electrical and Electronics Engineers (США) |
| ISCAS | IEEE Proceedings of the international symposium on circuits and systems |
| SMACD | Proceedings of the international workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design. |

Приложение:

**Документы, подтверждающие внедрение
результатов диссертационной работы**